A la primera pàgina de la secció 6 del capítol 4.

Cas $n = 1$.
Fix $c_1 \in \mathbb{D}$, no el determinem encara. Si $f \in E_\infty$, llavors

$$\frac{f - w_1}{1 - \overline{w_1} f} = \frac{f_1 + c_1}{1 + \overline{c_1} f_1} \frac{z - z_1}{1 - \overline{z_1} z}$$

per a algun $\mathbb{D}$-holomorfisme f_1.

Sobre l'existència de solucions,

- $|w_1| > 1$ no pot haver-hi (sortim del disc)
- $|w_1| = 1$ pel principi del mòdul màxim la solució única es $f \equiv 1$
- $|w_1| < 1$ tenim infinites.

Per què existeix f_1?

Més fàcil (?) veure que existeix funció g_1 $\mathbb{D}$-holomorfisme

$$\frac{f(z) - w_1}{1 - \overline{w_1} f(z)} = g_1(z) \frac{z - z_1}{1 - \overline{z_1} z}$$

$\star$ **d'aquesta forma t'estalvies tot el tema de les c_k?**
Definim

$$g_1(z) := \frac{\frac{f(z)-w_1}{1-\overline{w_1}f(z)}}{\frac{z-z_1}{1-\overline{z_1}z}}$$

Per Schwarz-Pick és $\mathbb{D}$-holomorfisme en $z \neq z_1$. Fent tendir z a z_1,

$$g_1(z_1) = f'(z_1) \frac{1 - |z_1|^2}{1 - |f(z_1)|^2}$$

$\star$ És holomorfa g_1 en z_1?

Entenc que sí, però no ho sé veure. Definim $\varphi_{z_1}(z) = \frac{z-z_1}{1-\overline{z_1}z}$
Llavors

$$\frac{f(z) - w_1}{1 - \overline{w_1} f(z)} = g_1(z)\, \varphi_{z_1}(z)$$

Reordenant

$$f = \frac{\varphi_{z_1} g_1 + w_1}{1 + \overline{w_1} \varphi_{z_1} g_1} \tag{0.1}$$

Per tant, tota solució és d'aquesta forma (0.1).
Llavors podem fer iteració+inducció i estudiar els coeficients P_n, Q_n, R_n, S_n dels que parla més endavant.