Лабораторная работа N1. Операции с *математическими выражениями* и *функциями* в *Maple . Вариант* 10

Задание 1. *Упростите алгебраическое выражение.*;

> $simplify\left(\dfrac{\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+40x+400}}{\dfrac{x^4+x^3-3x^2-5x-2}{9x^3-351x^2+3240x+3600}}\right);$

$$\frac{9(x-20)^2}{(x+20)^2} \tag{1}$$

Задание 2. *Приведите выражение* к *многочлену стандартного вида*

> $restart:$
> $expand((3x-8)\cdot(2x^2+3)\cdot(4x+5));$

$$24x^4-34x^3-44x^2-51x-120 \tag{2}$$

Задание 3. *Разложите многочлен на множители*

> $restart:$
> $factor(x^4-16x^3+67x^2-64x+252);$

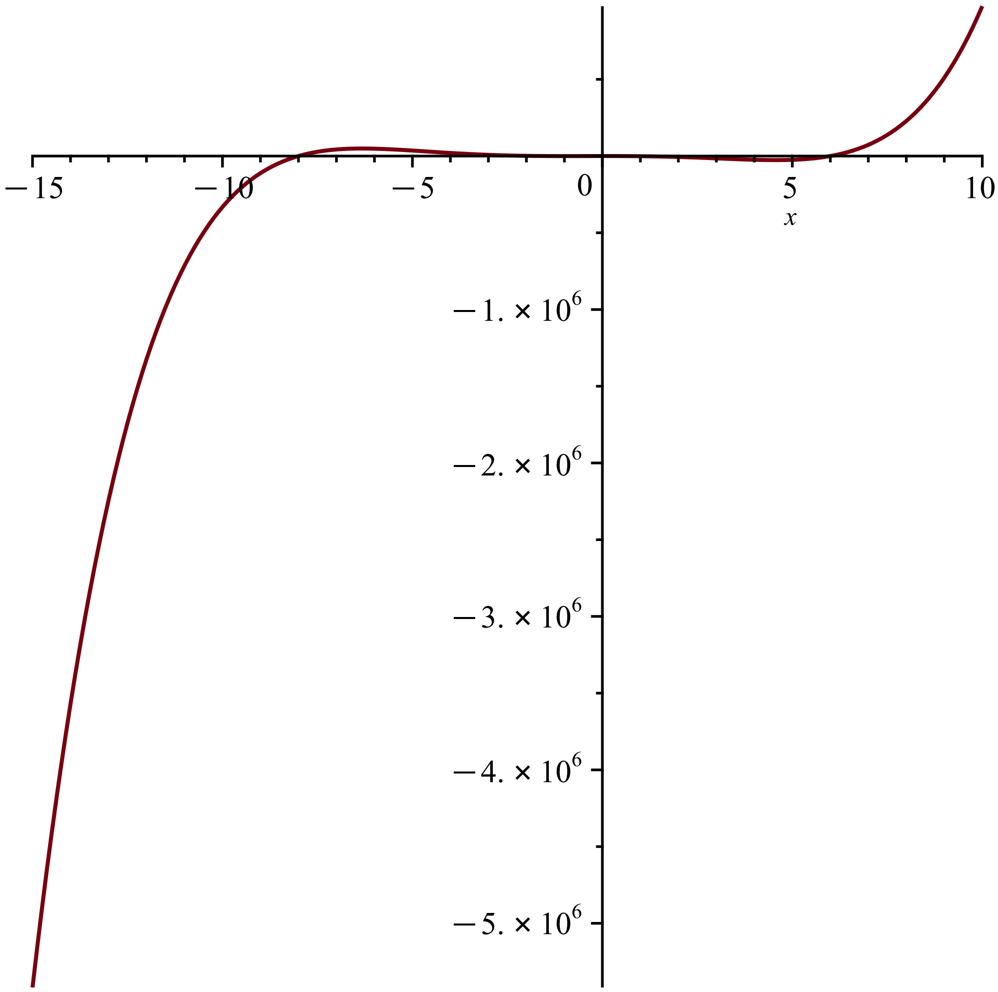
$$(x-7)(x-9)(x^2+4) \tag{3}$$

Задание 4. *Постройте график многочлена* P_5 и *найдите все его корни*

> $restart:$
> $func := 12x^5+40x^4-547x^3-778x^2+136x+192:$
> $solve(func);$

$$6, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{4}{3}, -8 \tag{4}$$

> $with(plots):$
> $with(LinearAlgebra):$
> $plot(func);$



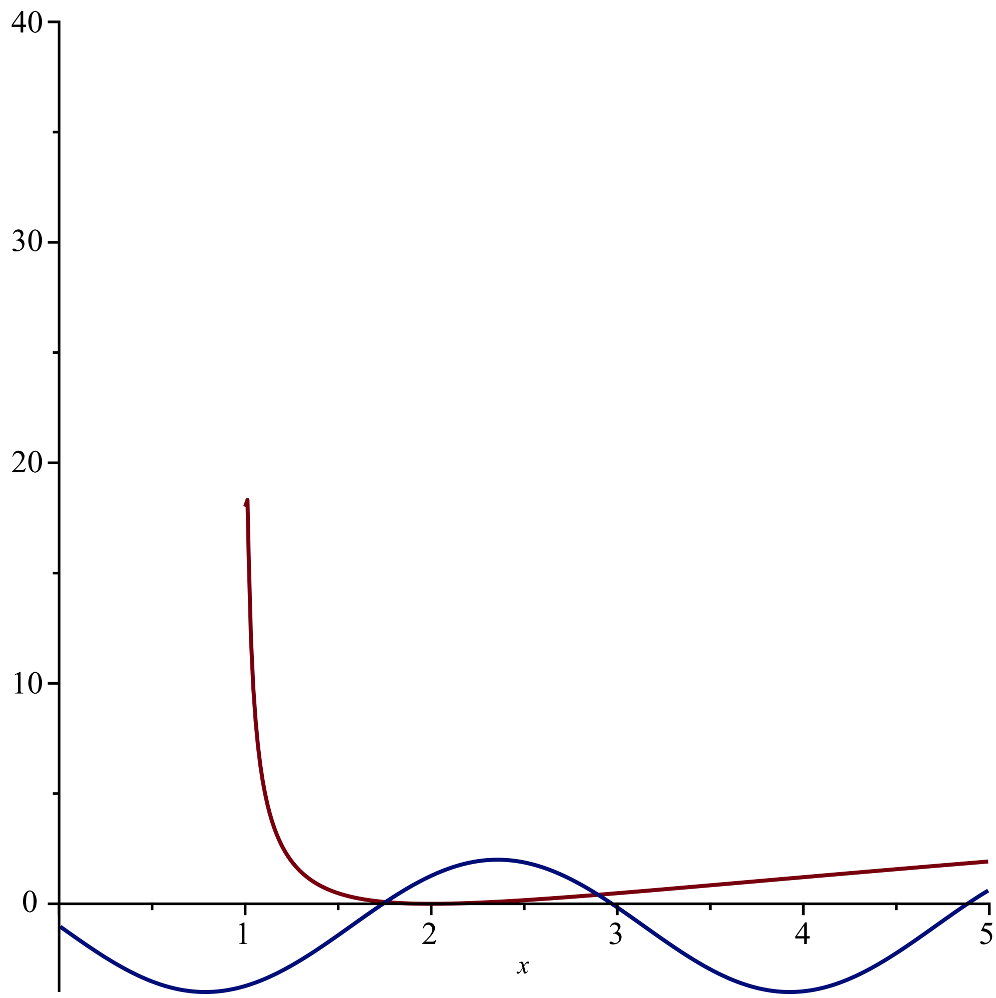
Задание 5. Разложите рациональную дробь на сумму простейших дробей

> *restart* :
> $expr := \dfrac{4x^4 + 3x^3 + 2x - 5}{(x^2+1)\cdot(x-3)^2\cdot(x^2-4)}$: *convert*(*expr*, *parfrac*);

$$\frac{203}{25\,(x-3)^2} - \frac{1079}{250\,(x-3)} + \frac{87}{20\,(x-2)} + \frac{7x+1}{250\,(x^2+1)} - \frac{31}{500\,(x+2)} \qquad \textbf{(5)}$$

Задание 6. Решите графически уравнение и найдите его приближенные корни с точностью до 10^{-5}

> *restart* :
> $plot([\ln^2(x-1), -3\sin(2x)-1], x=-0..5)$;



> $fsolve\left(\ln^2(x-1)=-3\sin(2x)-1,\ x=2..3\right);$

$$2.896961533 \tag{6}$$

> $fsolve\left(\ln^2(x-1)=-3\sin(2x)-1,\ x=1..2\right);$

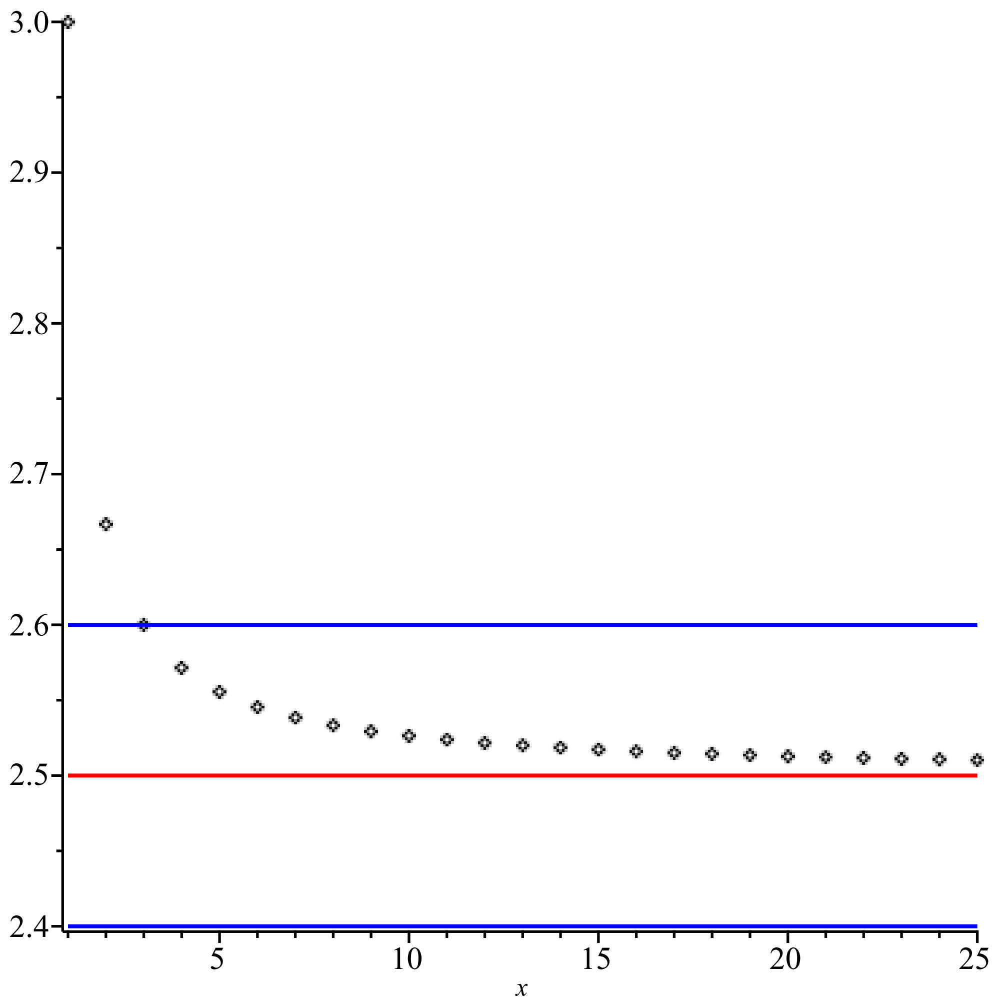
$$1.754777986 \tag{7}$$

Задание 7. *Докажите, что* $\lim\limits_{x\to\infty} a_n = a$, *определив номер* n_ε,
начиная с *которого все члены последовательности* (a_n) *попадут* в ε *−окрестность точки*
. *Проиллюстрируйте полученный результат* с *помощью чертежа* в *Maple*, *положив* $\varepsilon = 0$, 1

> $restart:$
$y1 := plots[pointplot]\left(\left\{seq\left(\left[n, \frac{5n-2}{2n-1}\right], n=1..25\right)\right\}\right):$

> $y2 := plot\left(\left[\frac{5}{2}-0.1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}+0.1\right], x=1..25, color=[blue, red, blue]\right):$

> $plots[display](y1, y2);$



Задание 8. Вычислите пределы числовых последовательностей

> $restart$:
$limit\left(\sqrt{n+2}\cdot\left(\sqrt{n+3}-\sqrt{n-4}\right), n=\infty\right)$;

$$\frac{7}{2} \tag{8}$$

> $limit\left(\left(\frac{3\,n^2+6\,n-1}{3\,n^2-2\,n+4}\right)^{1-3\,n}, n=\infty\right)$;

$$e^{-8} \tag{9}$$

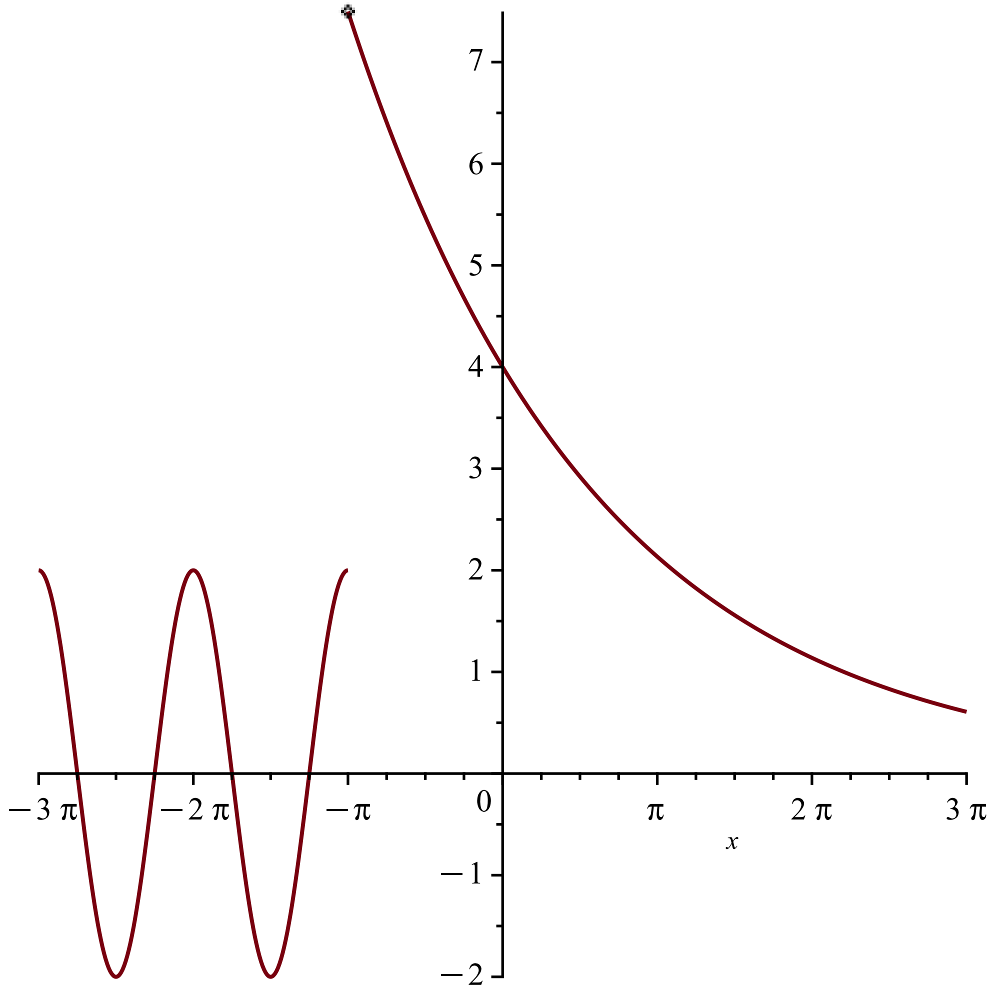
Задание 9. Для заданной кусочно − непрерывной функции выполните следующие действия :
1 .1) *Определите функцию через функциональный оператор.*

> $f := x \rightarrow piecewise\left(x < -\mathrm{Pi}, 2\cdot\cos(2\,x), x \geq -\mathrm{Pi}, 4\cdot e^{-0.2\cdot x}\right)$;

$$f := x \mapsto \begin{cases} 2\cdot\cos(2\cdot x) & x < -\pi \\ 4\cdot e^{-0.2\cdot x} & -\pi \leq x \end{cases} \tag{10}$$

1.2) *Постройте график функции.*

> $plot(f(x), x=-3\cdot\mathrm{Pi}\,..3\cdot\mathrm{Pi}, discont=true)$;



2) В *точке разрыва* и *на бесконечности найдите односторонние пределы*.

> $Digits := 5$:

> $limit(f(x), x = -\text{Pi}, right)$;

$$7.4980 \tag{11}$$

> $limit(f(x), x = -\text{Pi}, left)$;

$$2. \tag{12}$$

> $limit(f(x), x = \text{infinity})$;

$$0. \tag{13}$$

> $limit(f(x), x = -\text{infinity})$;

$$-2. ..2. \tag{14}$$

3

)*Найдите производную* и *неопределенный интеграл на каждом из промежутков непрерывности.*

> $f1 := diff(f(x), x)$;

(15)

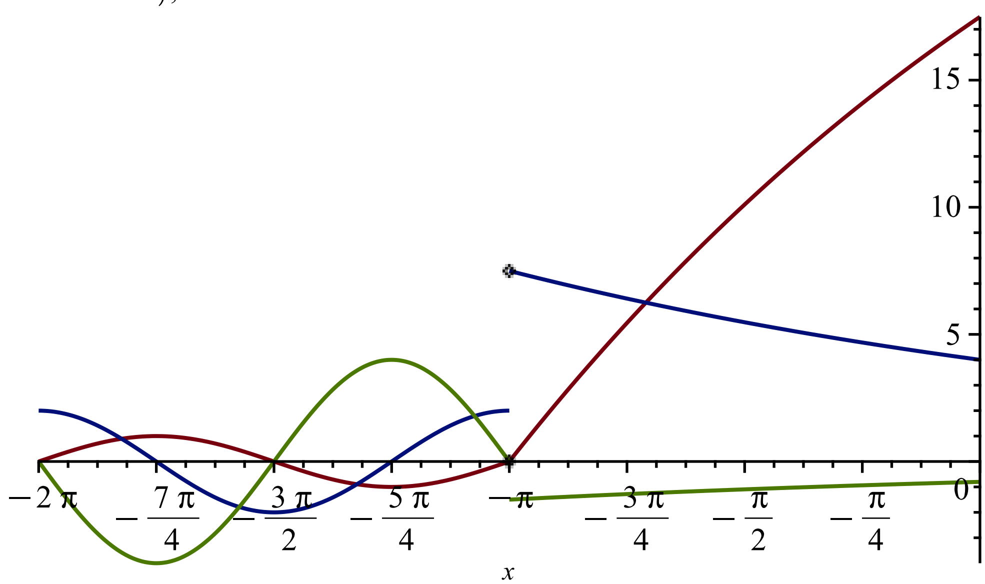
$$f1 := \begin{cases} -4.\sin(2.x) & x < -3.1416 \\ \text{Float(undefined)} & x = -3.1416 \\ -0.80000\,e^{-0.20000\,x} & -3.1416 < x \end{cases} \tag{15}$$

> $f2 := int(f(x), x);$

$$f2 := \begin{cases} \sin(2.x) & x \le -3.1416 \\ -20.\,e^{-0.20000\,x} + 37.489 & -3.1416 < x \end{cases} \tag{16}$$

4) *Постройте* в *одной системе координат графики функции, производнойи какой — нибудь первообразной .*

> $plot([int(f(x), x), f(x), diff(f(x), x)], x = -2\cdot\text{Pi}..0, legend = [int(f(x), x), f(x), diff(f(x), x)], discont = true);$



$$\begin{cases} \sin(2.x) & x \le -3.141592654 \\ -20.\,e^{-0.2000000000\,x} + 37.48912175 & -3.141592654 < x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\cos(2x) & x < -\pi \\ 4\,e^{-0.2\,x} & -\pi \le x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4.\sin(2.x) & x < -3.141592654 \\ Float(undefined) & x = -3.141592654 \\ -0.8000000000\,e^{-0.2000000000\,x} & -3.141592654 < x \end{cases}$$

5)
Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции и *прямыми* $x = 1$, $x = 5$, $y = 0$. *Сделайте чертеж.*

> $int(f(x), x = 1..5);$

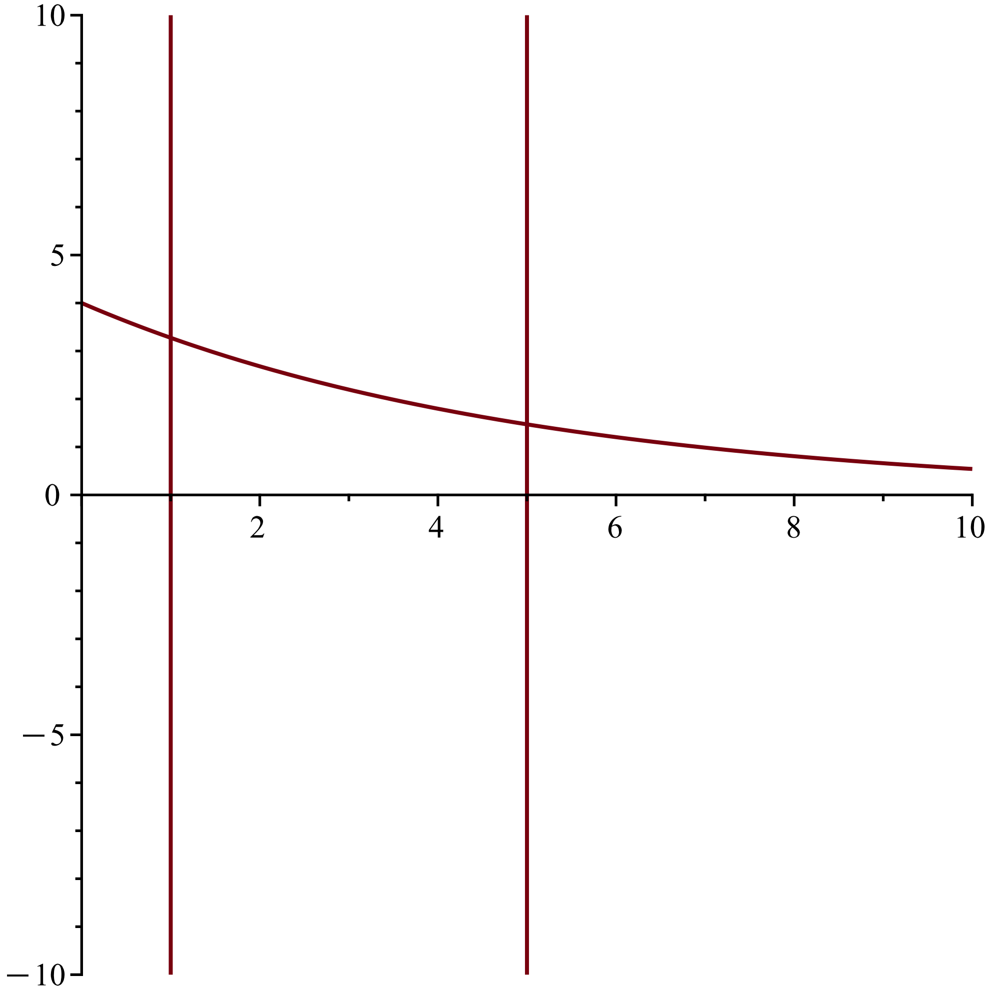
$$9.017026238 \tag{17}$$

> $p1 := plot([5, t, t=-10..10])$:

> $p2 := plot([1, t, t=-10..10])$:

> $p3 := plot(f(x), discont=true, x=0..10, y=-10..10)$:

> $display(\{p1, p2, p3\})$;



1 0 . . 2 - (2)

.

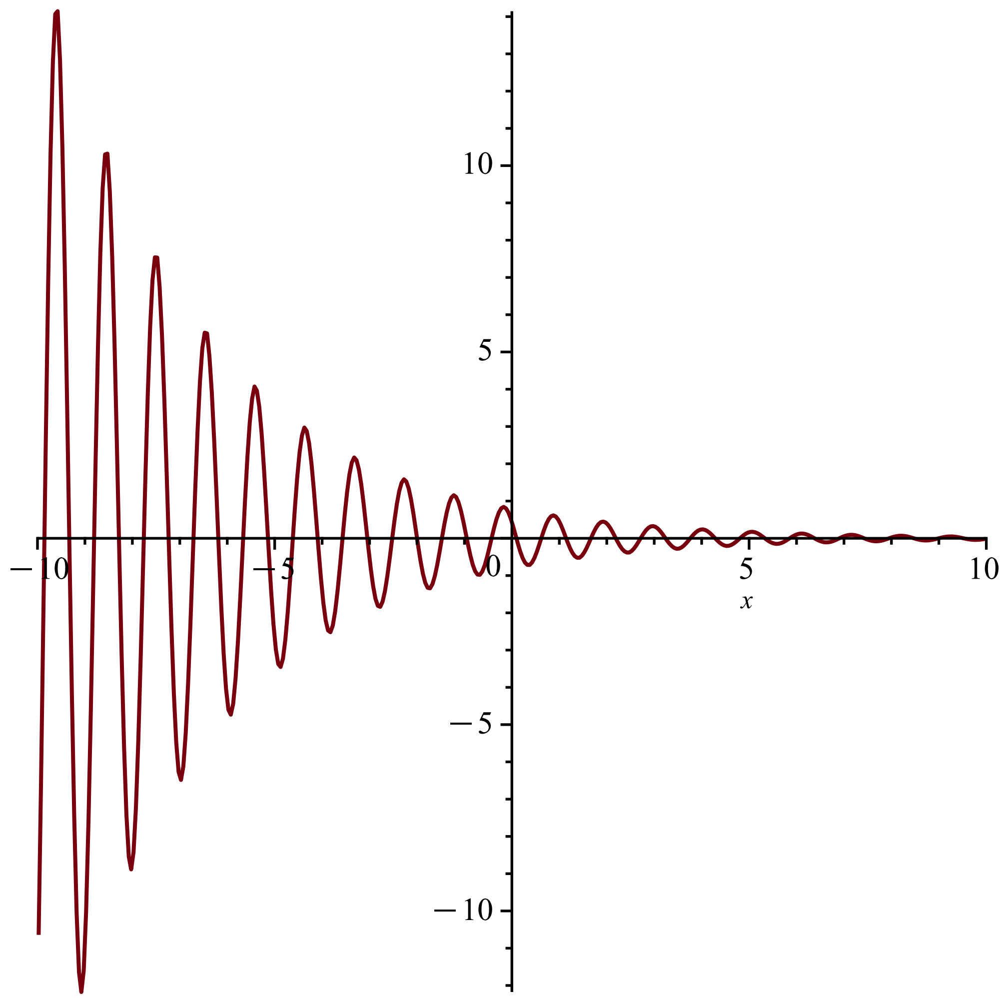
> $restart$:

$f1(x) := 0.8e^{-0.3\,x}\cos(6\,x+1)$;

$$f1 := x \mapsto 0.8\cdot e^{(-1)\cdot 0.3\cdot x}\cdot\cos(6\cdot x+1) \qquad \textbf{(18)}$$

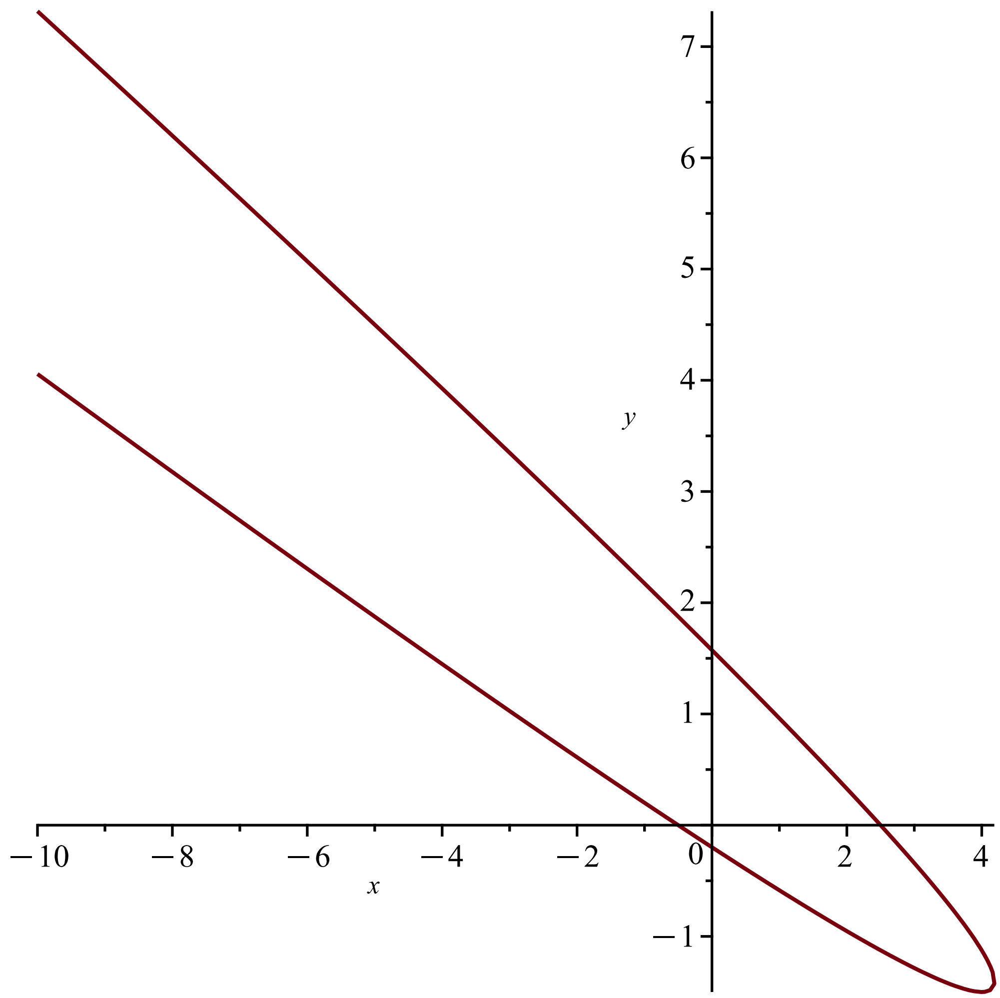
1

> $plot(f1(x), x=-10..10)$;



2

> $func(x, y) := 4\,x^2 + 16\,x\cdot y + 16\,y^2 - 8\,x - 22\,y - 5 = 0:$
> $with(plots):$
> $with(LinearAlgebra):$
> $implicitplot\left(4\,x^2 + 16\,x\cdot y + 16\,y^2 - 8\,x - 22\,y - 5 = 0, x = -10\,..10, y = -10\,..10\right);$



> $M := Matrix([[4, 8], [8, 16]]);$

$$M := \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 16 \end{bmatrix} \tag{19}$$

> $vecs\_vals := Eigenvectors(M);$

$$vecs\_vals := \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

> $vector1 := Normalize(Column(vecs\_vals[2], [2]), Euclidean);$

$$vector1 := \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix} \tag{21}$$

> $vector2 := Normalize(Column(vecs\_vals[2], [1]), Euclidean);$

(22)

$$vector2 := \begin{bmatrix} -\frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix} \quad \textbf{(22)}$$

> $new\_form := simplify(subs(x = vector1[1] \cdot x1 + vector2[1] \cdot y1, y = vector1[2] \cdot x1 + vector2[2] \cdot y1, func(x, y)));$

$$new\_form := \frac{(-52\,x1 - 6\,y1)\sqrt{5}}{5} + 20\,x1^2 - 5 = 0 \quad \textbf{(23)}$$

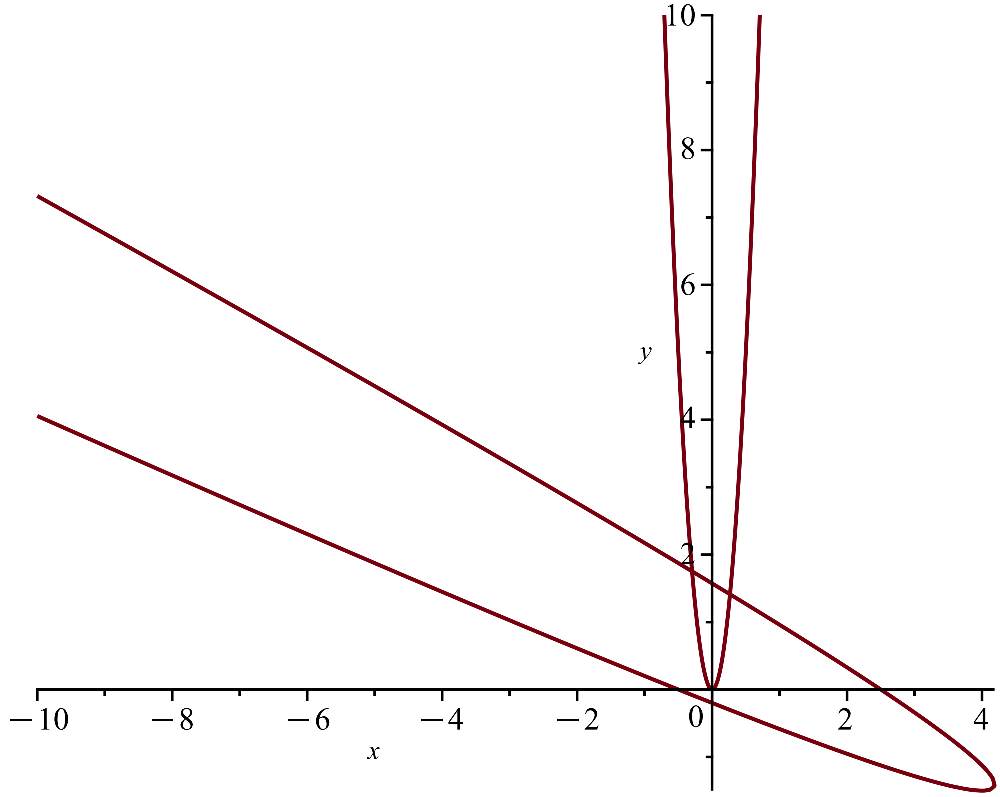
> $pseudocanon\_form := Student[Precalculus][CompleteSquare](new\_form);$

$$pseudocanon\_form := 20\left(x1 - \frac{13\sqrt{5}}{50}\right)^2 - \frac{6\,y1\sqrt{5}}{5} - \frac{294}{25} = 0 \quad \textbf{(24)}$$

> $canon\_form := subs\left(x1 = x2 + \frac{13}{50} \cdot \mathrm{sqrt}(5), y1 = \frac{\left(y2 - \frac{294}{25}\right)}{\frac{6}{5} \cdot \mathrm{sqrt}(5)}, pseudocanon\_form\right);$

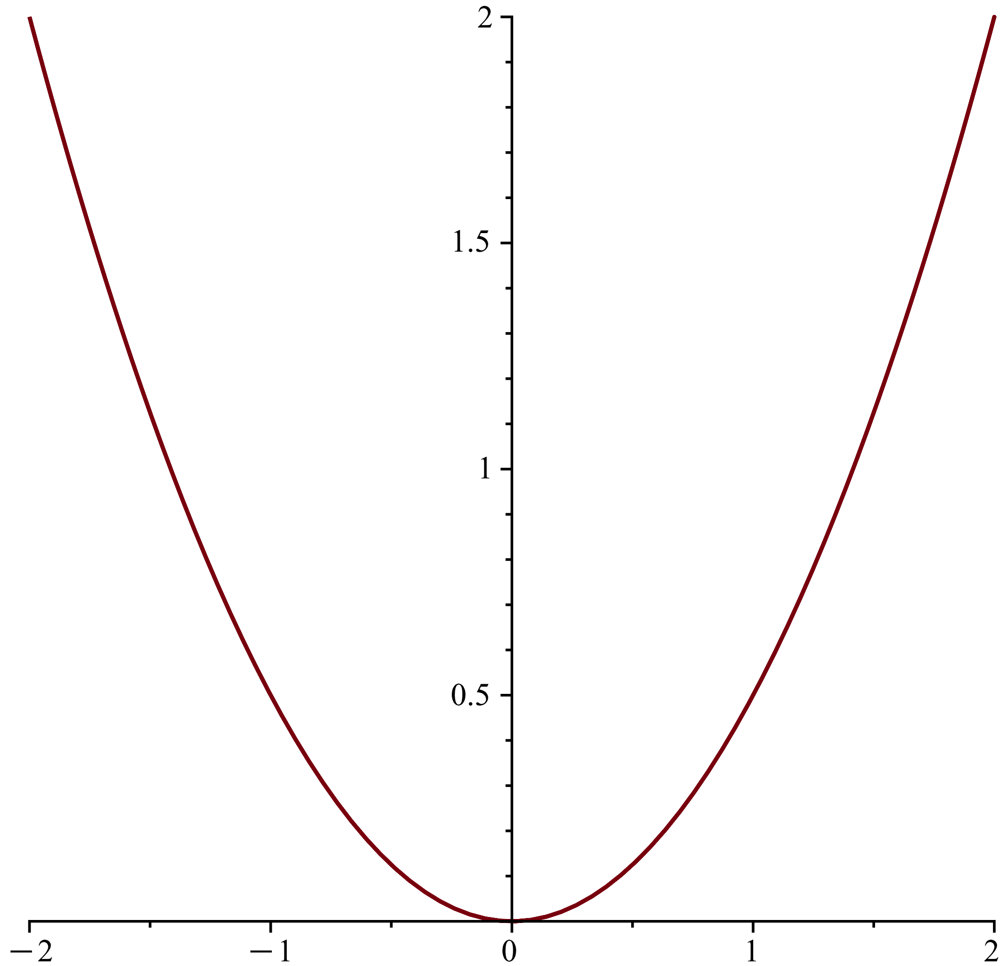
$$canon\_form := 20\,x2^2 - y2 = 0 \quad \textbf{(25)}$$

> $f1 := implicitplot(canon\_form, x2 = -10..10, y2 = -10..10):$
> $f2 := implicitplot(4\,x^2 + 16\,x \cdot y + 16\,y^2 - 8\,x - 22\,y - 5 = 0, x = -10..10, y = -10..10):$
> $display(\{f1, f2\});$



3

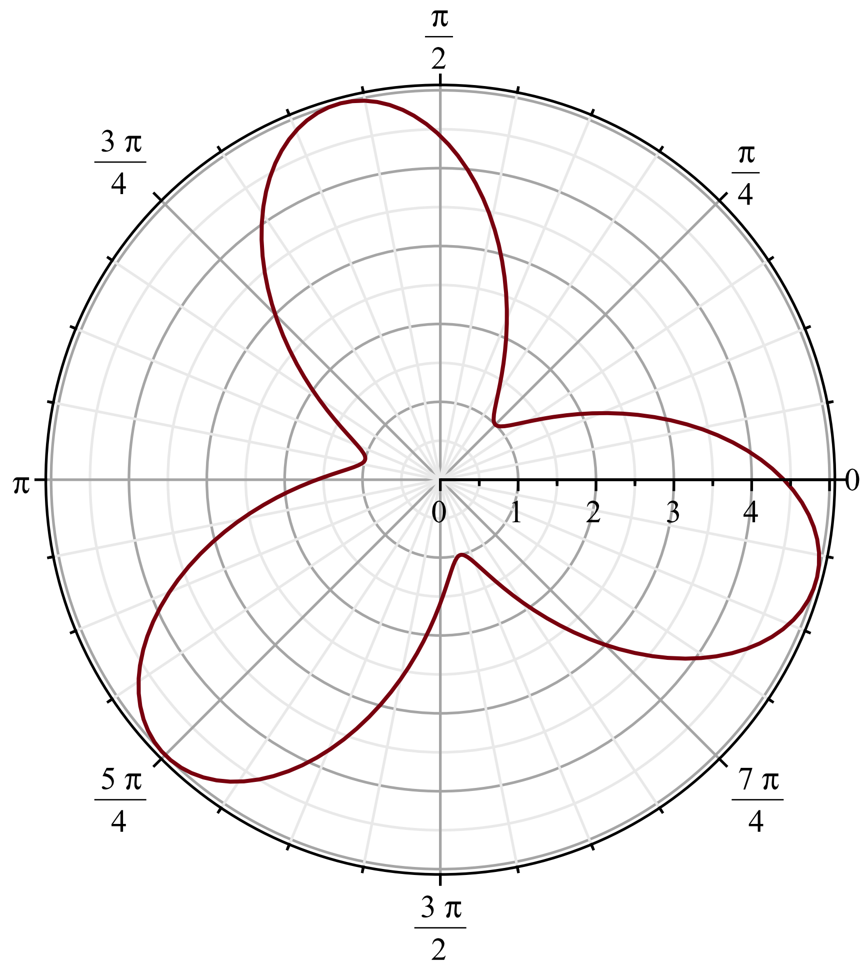
> $plot([2\cdot\cos(t), 2\cdot\cos^2(t), t=-\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}]);$



4

> $with(plots)$:

> $polarplot\left(3 + 2\cdot\cos\left(3\,\varphi + \frac{\mathrm{Pi}}{4}\right)\right);$



$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{4}$
π
0
0
1
2
3
4
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{7\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$