

### Exercice 1.11 - Système de deux équations linéaires

Une équation linéaire à 2 inconnues de la forme  $ax + by = c$  correspond dans le plan à :

- une droite si  $|a| + |b| > 0$
- le plan si  $|a| + |b| = c = 0$
- l'ensemble vide sinon ( $|a| + |b| = 0$  et  $c \neq 0$ )

Le résultat d'un système de 2 équations linéaires à 2 inconnues peut-donc être :

- un point si on a deux droites non parallèles (donc sécantes) ;
- l'ensemble vide si une des équations n'a pas de solutions ou si les équations correspondent à deux droites parallèles non confondues ;
- le plan si les deux équations sont triviales et correspondent au plan ;
- une droite si l'on a deux droites confondues ou un plan et une droite.

Soit le systèmes d'équations :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Le cas des droites concourantes est caractérisé par  $\Delta = ae - db \neq 0$  ; la solution est alors :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_x}{\Delta} \\ \frac{\Delta_y}{\Delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{ce-fb}{ae-db} \\ \frac{af-dc}{ae-db} \end{pmatrix}$$

Le cas  $\Delta = 0$  ne peut être résumé à la nullité de  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$  car les systèmes suivants ont leurs 3 déterminants nuls mais ne possède aucune solutions :

$$\begin{cases} 0x + 0y = a & \text{avec } a \neq 0 \\ 0x + 0y = b & \text{avec } b \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Si on considère (toujour avec  $\Delta = 0$  ) uniquement les systèmes où les équations linéaires ont des solutions (i.e. pas celle de la forme  $0 = a$  avec  $a \neq 0$ ), le système n'a une solution que si  $\Delta_x = \Delta_y = 0$

---

**Algorithm 1** Système d'équations linéaires

---

```
Algo
a : float
b : float
c : float
d : float
e : float
f : float
D : float
DX : float
DY : float
Begin
print "Première équation : ax+by = c"
print "a?" a
print "b?"
get b
print "c?"
get c
print "Seconde équation : dx+ey = f"
print "d?"
get d
print "e?"
get e
print "f?"
get f
D ← ae − db
DX ← ce − fb
DY ← af − dc
if D ≠ 0 then
    print "Solution unique"
    print "X = " + (DX/D)
    print "Y = " + (DY/D)
else if (a = 0 ∧ b = 0 ∧ c ≠ 0) ∨ (d = 0 ∧ e = 0 ∧ f ≠ 0) ∨ (DX ≠ 0) ∨ (DY ≠ 0) then
    print "Aucune solution"
else if (a = 0) ∧ (b = 0) then
    if (d = 0) ∧ (e = 0) then
        print "Solution = R x R"
    else
        print "Solution = droite d'équation "  $dx + ey = f$ 
    end if
else
    print "Solution = droite d'équation "  $ax + by = c$ 
end if
```

---