无锡学院　试卷

2024－2025 学年 第 1 学期

概率统计 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷)　　**考试类型 闭卷 （注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修）， 学时为 48 ，学分为 3

2、本试卷共 4 页；考试时间 120 分钟；　　出卷时间： 2024 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间： 2025 年 3 月

4、本考卷适用专业年级： 23 级各专业

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	**总　分**
得　分									
阅卷人									

（以上内容为教师填写）

专业________________　年级__________　班级________

学号________________　姓名__________

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试时违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

注意：所有题目的答案务必写在答题纸上。

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1．设 A_i 表示事件 A 在第 $i\,(i=1,2,3)$ 次发生，则在 3 次试验中事件 A 至多发生 1 次可表示为（　　）.

A. $\bar{A}_1\cup\bar{A}_2\cup\bar{A}_3$　　　　B. $A_1A_2\cup A_1A_3\cup A_2A_3$

C. $A_1\cup A_2\cup A_3$　　　　D. $\bar{A}_1\bar{A}_2\cup\bar{A}_1\bar{A}_3\cup\bar{A}_2\bar{A}_3$

2．房间里有 10 个人，分别戴了从 1 号到 10 号的胸牌，现任选 3 个人记录其胸牌号码，则最小号码为 4 的概率为（　　）.

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. 设 $P(A)=0.6, P(B)=0.6, P(A|B)=0.6$，则下列选项正确的是（　　）.

A. $P(A\cup B)=0.36$　　　　B. A = B

C. A 与 B 互斥　　　　D. A 与 B 独立

4．已知 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=\frac{1}{2}$,则 $P(A\cup B)$=（　　）.

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

5．设一维离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \frac{1}{4}, & -1\le x<0,\\ \frac{3}{4}, & 0\le x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$$

则 $P\{X=1\}=$（　　）.

A．0.125　　B. 0.25　　C. 0.5　　D. 0.75

6．设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}ke^{-2x-3y}, & x>0, y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则 $k=$（　　）.

A. –5　　B. 5　　C. –6　　D. 6

7．设随机变量 $X\sim P\left(\frac{1}{2}\right)$,利用切比雪夫不等式估计 $P\left\{|X-\frac{1}{2}|\ge 4\right\}\le$（　　）.

A. $\frac{1}{32}$　　　　B. $\frac{1}{128}$　　　　C. $\frac{1}{64}$　　　　D. $\frac{1}{72}$

8．设 X_1, X_2, X_3 为取自 $X \sim N(1,1)$ 的样本，且 $k\left(\sum_{i=1}^{3} X_i - 3\right)^2 \sim \chi^2(n)$，则 k 和 n 分别为(　　　).

A．$k=\frac{1}{3}, n=1$　　　　B. $k=\frac{1}{4}, n=1$

C．$k=\frac{1}{3}, n=4$　　　　D. $k=\frac{1}{4}, n=4$

9. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为取自均匀分布 $U\left(\frac{\theta}{2}, \frac{5\theta}{2}\right)$ 的样本，若 $\hat{\theta}=k\bar{X}$ 是 θ 的无偏估计，则 k 等于（　　　）.

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{2}{3}$　　　　C. $\frac{3}{2}$　　　　D. 2

10．设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其中 σ^2 未知，则在给定样本均方差 s 及置信度 $1-\alpha$ 的情况下，未知参数 μ 的置信区间长度随着样本容量 n 的减少而（　　　　）.

A. 增加　　　　B. 减少　　　　C. 不变　　　　D. 不确定

二、（12 分）设一维连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} x+1, & -1 \le x < 0 \\ \frac{3}{2}x^2, & 0 \le x < 1 \\ 0, & 其他 \end{cases},$$

求（1）分布函数 $F(x)$；（2）$P\{-\frac{1}{2} < X \le \frac{1}{2}\}$；（3）设 $Y=4-2X$，求 $f_Y(y)$.

三、（16 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X \ Y	0	1	2
−1	0.1	0.2	0.1
0	0.1	0	0.2
1	0.1	0.2	0

(1) 求 $P\{X+Y \ge 2\}$；

(2) 求随机变量 X 与 Y 的边缘分布律，并判断随机变量 X 与 Y 是否独立.

(3) 求 $Z=XY$ 的分布律；

(4) 求 $E(X-2Y+3)$.

四、（10 分）某同学的校园卡丢失了，落在图书馆的概率为 0.5，这种情况下被找回的概率为 0.8；落在教室的概率为 0.3，这种情况下被找回的概率为 0.7；落在商场的概率为 0.2，这种情况下被找回的概率为 0.1,

（1）求校园卡被找回的概率；

（2）若已知校园卡被找回，求落在教室的概率.

五、（12 分）测量距离时产生的误差 X（单位：m）服从正态分布 $N\left(20,20^2\right)$，

（1）求 $P\{10<X<35\}$；

（2）求常数 k，使得 $P\{X>k\}=0.5$；

（3）如果进行 16 次独立观测，求平均观测误差不超过 30m 的概率.

附表： $\Phi(0.5)=0.6915$，$\Phi(0.75)=0.7734$，$\Phi(2)=0.9772$.

六、（10 分）某公司出售某款蓝牙耳机，需要知道它的平均使用寿命. 设该款蓝牙耳机的寿命 X 服从参数为 λ 的指数分布，概率密度函数为

$$\boldsymbol{f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases},(\lambda>0)}.$$

现在对 6 副该款蓝牙耳机的使用寿命进行追踪调查，得到数据如下：

耳机编号	1	2	3	4	5	6
寿命/年	3.5	3	2.5	2.5	4	2.5

（1） 求未知参数 λ 的矩估计值；

（2） 求未知参数 λ 的最大似然估计值.

七、（10 分）某厂生产的一种元件，其寿命长短服从方差为 100（小时 ^{2}）的正态分布，现用一种新式方法生产该元件，从生产情况看，寿命的波动性较大.

（1）随机抽取 6 个元件，测得寿命分别为 1208，1196，1187，1213，1218，1202，求样本方差.

（2）随机抽取元件 26 件，测得样本方差为 120，试根据这一数据判断使用新方法生产后，元件寿命的波动性较以往有无显著性变化.（$\alpha=0.1$）

附表：$\chi_{0.95}^2(25)=14.611$，$\chi_{0.025}^2(25)=40.646$，$\chi_{0.975}^2(25)=13.12$，$\chi_{0.05}^2(25)=37.652$