

南京信息工程大学滨江学院

2020 — 2021 学年 第 1 学期

高等数学 I(1) 期中 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷)

考试类型 闭 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96 ，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；出卷时间：2020 年 11 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；考试时间：2020 年 11 月 18 日

4、本考卷适用专业年级：2020 理工科各专业

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
阅卷人									

(以上内容为教师填写)

专业 _____ 年级 _____ 班级 _____

学号 _____ 姓名 _____ 任课教师 _____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律，详细内容见《南京信息工程大学滨江学院考试纪律规定》。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3 \sin x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2、曲线 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$

3、函数 $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$ 的可去间断点是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

4、曲线 $y = ax^3$ 与直线 $y = x + b$ 在 $x = 1$ 处相切，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

5、已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2a}{x-a} \right)^x = 8$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、 $f(x) = x^2, g(x) = e^x$, 则 $f[g(x)] = (\quad)$

- A. e^{x^2} B. x^{x^2} C. $x^2 e^x$ D. e^{2x}

2、下列极限中不正确的是 ()

A. $\lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{1}{x-1}} = \infty$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} = 0$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin x = 0$

3、当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x 是等价无穷小的是 ()

- A. $\ln(1 + \sin x)$ B. $2^x - 1$ C. $\sqrt{1+x} - 1$ D. $x - \sin x$

4、设 $\alpha = x^3$ 与 $\beta = \tan x - \sin x$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列结论正确的是 ()

- A. β 是与 α 等价的无穷小 B. β 是比 α 高阶的无穷小
C. β 是比 α 低阶的无穷小 D. β 是与 α 同阶但不等价的无穷小

5、函数 $y = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处 ()

- A. 连续且可导 B. 不连续且不可导
C. 连续但不可导 D. 以上皆不对

三、求解下列各题（每小题 5 分，共 30 分）

$$1、\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$$

$$2、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \tan x}$$

$$3、\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \cot x}{\ln x}$$

$$4、\text{设 } y = e^{\sin^2(1-x)}, \text{ 求 } \frac{dy}{dx}, dy$$

5、设 $xy - e^x + e^y = 0$ ，求 $y'(0), y''(0)$

6、设 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$

四、(8分) 设 $f(x) = \frac{1}{\arctan \frac{x}{x-1}}$ ，求 $f(x)$ 的间断点并判别其类型.

五、(8分) 设 $f(x)=\begin{cases} \frac{\ln(1+x^3)}{x^2}, & x>0 \\ \sin x \cos x, & x\leq 0 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 的导数, 并讨论导函数的连续性.

六、(8分) 试确定 a, b 之值, 使 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b \right) = \frac{1}{2}$.

七、(8分) 已知 $f(x), g(x)$ 可导, 求 $y=\sqrt{f^2(x)+g^2(x)}$ 的导数.

八、证明题（每小题 4 分共 8 分）

1. 设 $a > 0, b > 0$ ，证明方程 $x = a \sin x + b$ 至少有一个不超过 $a+b$ 的正根。

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1) - f(0) = 1$ ，证明： $\exists \xi \in (0,1)$ ，

使得 $f'(\xi) = 2\xi$