无锡学院　试卷

2023－　2024学年 第 1 学期

概率统计 课程试卷

试卷类型 B **(注明 A、B 卷)**　　**考试类型** 闭卷 **（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修（注明必修或选修）， 学时为 48 ，学分为 3

2、本试卷共 7 页；考试时间 120 分钟；　　出卷时间： 2023 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间： 2024 年 2 月

4、本考卷适用专业年级： 22 级各专业

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	**总　分**
得　分										
阅卷人										

（以上内容为教师填写）

专业＿＿＿＿＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿＿＿

学号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ **任课教师：**＿＿＿＿＿＿

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。

2、 所有考试材料不得带离考场。

3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。

4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。

5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。

6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。

7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。

8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。

9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。

10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1．下列事件与事件 $A-B$ 不等价的是（　　）

（A）$A-AB$　　（B）$(A\cup B)-B$　　（C）$\overline{A}B$　　（D）$A\overline{B}$

2．设随机变量 $\boldsymbol{X\sim N(1,2)}$，$\boldsymbol{Y\sim N(2,4)}$，且 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 相互独立，则（　　）

（A）$\boldsymbol{2X-Y\sim N(0,1)}$　　（B）$\boldsymbol{\dfrac{2X-Y}{2\sqrt{3}}\sim N(0,1)}$

（C）$\boldsymbol{2X-Y+1\sim N(1,9)}$　　（D）$\boldsymbol{\dfrac{2X-Y+1}{2\sqrt{3}}\sim N(0,1)}$

3．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 为未知参数，X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，下面关于 μ 的无偏估计量中最有效的一个是（　　）

（A）$\dfrac{1}{5}X_1+\dfrac{6}{5}X_2-\dfrac{2}{5}X_3$　　（B）$\dfrac{1}{3}X_1+\dfrac{1}{3}X_2+\dfrac{1}{3}X_3$

（C）$\dfrac{1}{6}X_1+\dfrac{5}{6}X_2$　　（D）$\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{1}{2}X_2+\dfrac{1}{4}X_3$

4．设一批零件的长度服从正态分布 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中参数均未知，现从中随机抽取 36 个零件，测得样本均值为 20，标准差 $s=1$，则参数 μ 的置信度为 0.9 的置信区间为（　　）

（A）$\left(20-\dfrac{1}{6}t_{0.05}(35),20+\dfrac{1}{6}t_{0.05}(35)\right)$　　（B）$\left(20-\dfrac{1}{6}z_{0.05},20+\dfrac{1}{6}z_{0.05}\right)$

（C）$\left(20-\dfrac{1}{6}t_{0.1}(35),20+\dfrac{1}{6}t_{0.1}(35)\right)$　　（D）$\left(20-\dfrac{1}{6}z_{0.1},20+\dfrac{1}{6}z_{0.1}\right)$

5. 设二维连续型随机变量（X,Y）的联合概率密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{40}(8-x-y), & 0<x<2,0<y<4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则下列选项中不正确的是（　　）

（A）$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{6-x}{10}, & 0<x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$　　（B）$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{5-y}{20}, & 0<y<4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（C）$P\{X+Y\le 2\}=\dfrac{1}{3}$　　（D）X,Y 不独立

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 某超市货架上有 10 件相同的商品，其中 7 件是完好的，3 件有瑕疵，两位顾客每人随机挑选一件，他们一人买到完好商品，另一人买到有瑕疵商品的概率为________.

2. 设A、B为两事件，$P(A\cup B)=0.8, P(\overline{A})=0.4, P(B)=0.3$，则$P(B|A)$ $=$________.

3. 设离散型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<-2 \\ 0.3, & -2\le x<1 \\ 0.6, & 1\le x<2 \\ 0.7+a, & x\ge 2 \end{cases}$，则 $P\{|X|<2\}=$

________.

4. 已知随机变量 $X\sim P(4), Y\sim E(\frac{1}{3})$，且 $\rho_{XY}=0.2$，则 $D(2X-4Y)=$__________.

5. 对随机变量 X，已知 $E(X^2)=1.1, D(X)=0.1$，则用切比雪夫不等式估计

$P\{0<X<2\}\ge$_______.

三、(本题 10 分)某城市发生一起凶杀案，公安人员根据现场分析判断凶手还在该城市的概率为 0.4，乘车外逃的概率为 0.5，自首归案的概率为 0.1. 今派人员跟踪追捕，案发地公安力量强，如果凶手躲藏在该城市则容易被抓到，其概率为 90%，外逃则情况比较复杂，抓获凶手的概率为 50%. 试求

（1）该案被破获的概率；

（2）若该案已被破获，则凶手是自首归案的概率.

四、（本题 16 分）设一维连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ \frac{1}{2}\left(1+x^3\right), & -1\le x<1,\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

求：**（1）**随机变量 X 的密度函数；　　　　**（2）** $P\{X>\frac{1}{2}\}$；

（3） $Y=3-X$ 的概率密度；　　　　**（4）** $DX.$

五、（本题 8 分）某车间生产钢丝，其折断力 $X \sim N(108,\ 3^2)$.

求（1）$P\{101.1 < X < 114.6\}$；（2）常数 a，使 $P\{X > a\} = 0.1$.

附表：$\Phi(2.2)=0.9861$，$\Phi(2.3) = 0.9893$，$\Phi(1.28) = 0.9$，$\Phi(1) = 0.8413$

六、（本题 8 分）已知 X,Y 的分布律分别为

$$P\{X = k\} = \frac{a}{k},\ (k = 1,2,3),\quad P\{Y = -k\} = \frac{b}{k^2},(k = 1,2)$$

(1) 确定 a,b 的值；**(2)** 若 X 与 Y 相互独立，求 (X,Y) 的联合分布律.

.

七.（本题 12 分）设总体 X 的分布律为：

X	-3	1	5
P	θ	$1-3\theta$	2θ

随机抽取出一个样本：$x_1=1, x_2=5, x_3=5, x_4=-3, x_5=1$，求参数$\theta$的矩估计值和最大似然估计值.

八、（本题 8 分）设随机变量 X 和 Y 相互独立，且都服从正态分布 $N\left(0,2^2\right)$，设 X_1,X_2,X_3,X_4 和 Y_1,Y_2,Y_3,Y_4 分别是来自两总体的样本，试给出常数 C，使得统计量 $\dfrac{C\ \overline{X}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}Y_i^2}}$ 服从 t 分布，并指出它的自由度.

九、（本题 8 分）假设锰的熔化点服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，某冶金实验室对锰的熔化点作了四次试验，结果分别为 1269^0C； 1271^0C； 1263^0C； 1265^0C，

（1）求样本方差；

（2）在显著性水平 $\alpha=0.1$ 下，检验标准差是否为 2^0C？

附表： $\chi^2_{0.05}(3)=7.815$，$\chi^2_{0.95}(3)=0.352$.