

南京信息工程大学滨江学院

2020 — 2021 学年 第 1 学期

高等数学 I (1) 期中 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷)

考试类型 闭 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；出卷时间： 2020 年 11 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；考试时间： 2020 年 11 月 18 日

4、本考卷适用专业年级： 2020 理工科各专业

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
阅卷人									

(以上内容为教师填写)

专业 _____ 年级 _____ 班级 _____

学号 _____ 姓名 _____ 任课教师 _____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律，详细内容见《南京信息工程大学滨江学院考试纪律规定》。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

- 1、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3 \sin x)^{\frac{1}{x}} =$ _____
- 2、曲线 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 _____
- 3、函数 $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$ 的可去间断点是 $x =$ _____
- 4、曲线 $y = ax^3$ 与直线 $y = x + b$ 在 $x = 1$ 处相切，则 $a =$ _____， $b =$ _____
- 5、已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 2a}{x - a} \right)^x = 8$ ，则 $a =$ _____.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

- 1、 $f(x) = x^2, g(x) = e^x$ ，则 $f[g(x)] =$ ()
- A. e^{x^2} B. x^{x^2} C. $x^2 e^x$ D. e^{2x}
- 2、下列极限中不正确的是 ()
- A. $\lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{1}{x-1}} = \infty$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} = 0$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin x = 0$
- 3、当 $x \rightarrow 0$ 时，与 x 是等价无穷小的是 ()
- A. $\ln(1 + \sin x)$ B. $2^x - 1$ C. $\sqrt{1+x} - 1$ D. $x - \sin x$
- 4、设 $\alpha = x^3$ 与 $\beta = \tan x - \sin x$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时，下列结论正确的是 ()
- A. β 是与 α 等价的无穷小 B. β 是比 α 高阶的无穷小
- C. β 是比 α 低阶的无穷小 D. β 是与 α 同阶但不等价的无穷小
- 5、函数 $y = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处 ()
- A. 连续且可导 B. 不连续且不可导
- C. 连续但不可导 D. 以上皆不对

三、求解下列各题（每小题 5 分，共 30 分）

1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \tan x}$

3、 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \cot x}{\ln x}$

4、 设 $y = e^{\sin^2(1-x)}$ ，求 $\frac{dy}{dx}, dy$

5、设 $xy - e^x + e^y = 0$, 求 $y'(0), y''(0)$

6、设 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$

四、(8 分) 设 $f(x) = \frac{1}{\arctan \frac{x}{x-1}}$, 求 $f(x)$ 的间断点并判别其类型.

五、(8分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^3)}{x^2}, & x > 0 \\ \sin x \cos x, & x \leq 0 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 的导数, 并讨论导函数的连续性.

六、(8分) 试确定 a, b 之值, 使 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b) = \frac{1}{2}$.

七、(8分) 已知 $f(x), g(x)$ 可导, 求 $y = \sqrt{f^2(x) + g^2(x)}$ 的导数.

八、证明题（每小题 4 分共 8 分）

1. 设 $a > 0, b > 0$ ，证明方程 $x = a \sin x + b$ 至少有一个不超过 $a + b$ 的正根.

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(1) - f(0) = 1$ ，证明： $\exists \xi \in (0,1)$ ，

使得 $f'(\xi) = 2\xi$