

# 无锡学院 试卷

2023—2024 学年 第 1 学期

## 概率统计 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意: 1、本课程为 必修 (注明必修或选修), 学时为 48, 学分为 3

2、本试卷共 7 页; 考试时间 120 分钟; 出卷时间: 2023 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方; 考试时间: 2024 年 1 月

4、本考卷适用专业年级: 22 级各专业

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总 分 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| 得 分 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |
| 阅卷人 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |     |

(以上内容为教师填写)

专业 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 任课教师: \_\_\_\_\_

请仔细阅读以下内容:

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后, 须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场, 主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中, 不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场, 考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许, 否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场, 其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺: 我已阅读上述 10 项规定, 如果考试是违反了上述 10 项规定, 本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 甲、乙两人进行射击， $A, B$  分别表示甲、乙射中目标，则  $\bar{A} \cup \bar{B}$  表示（ ）

- (A) 二人没有同时射中； (B) 二人都射中；  
 (C) 二人都没射中； (D) 至少一个射中.

2. 设一维离散型随机变量  $X$  的分布律为

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 0   | 1   | 2   |
| $p$ | 0.2 | $a$ | 0.1 | 0.4 |

则  $F(1.2) =$  ( )

- (A) 0.2; (B) 0.5; (C) 0.6; (D) 1.

3. 设  $X \sim N(2,1)$ ,  $Y \sim N(-1, 1)$ , 且  $X, Y$  相互独立, 记  $Z = 3X - 2Y - 1$ , 则下列选项正确的是 ( )

- (A)  $Z \sim N(7, 5)$ ; (B)  $Z \sim N(7, 13)$ ;  
 (C)  $Z - 7 \sim N(0, 12)$ ; (D)  $\frac{Z - 3}{\sqrt{13}} \sim N(0, 1)$ .

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(0,1)$ , 则下列选项中不正确的是 ( )

- (A)  $X_1 - 2X_2 \sim N(0, 5)$  ; (B)  $\bar{X} \sim N\left(0, \frac{1}{n}\right)$ ;

(C)  $\frac{2}{3} \frac{\sum_{i=1}^3 X_i^2}{\sum_{i=4}^5 X_i^2} \sim F(3, 2)$ ; (D)  $\sum_{i=1}^3 X_i / \sqrt{\sum_{i=4}^5 X_i^2} \sim t(2)$ .

5. 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} x + y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

则下列选项中正确的是 ( )

- (A)  $P\{Y < X\} = \frac{3}{5}$ ; (B)  $EY = \frac{1}{4}$ ;  
 (C)  $f_x(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}, & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ; (D)  $X$  与  $Y$  相互独立.

**二、填空题（每题 3 分，共 15 分）**

1. 设 7 件产品中有 3 件次品，现任取 2 件，至少有 1 件正品的概率为\_\_\_\_\_.
2. 设事件  $A$ 、 $B$  相互独立， $P(A)=0.6$ ， $P(\bar{B}|A)=0.5$ ，则  $P(B)=$ \_\_\_\_\_.
3. 设  $X$  为随机变量，且  $E(X)=-1$ ,  $D(X)=3$ ，则  $E(2X^2-3)=$ \_\_\_\_\_.
4. 已知某工厂产品的次品率为 0.2， $X$  表示 1000 件产品中次品的数量，用切比雪夫不等式估计  $P\{120 < X < 280\} \geq$ \_\_\_\_\_.
5. 设  $\hat{\theta}_1$ ,  $\hat{\theta}_2$  是参数  $\theta$  的两个无偏估计量，若\_\_\_\_\_，则称  $\hat{\theta}_1$  比  $\hat{\theta}_2$  有效。

**三、（本题 10 分）** 设某县农民年平均收入服从  $\mu=7100$  元， $\sigma=400$  元的正态分布，求：

- (1) 此县农民年平均收入在 7000—8000 元间的概率；  
(2) 若想使此县农民的年平均收入落在  $(7100-k, 7100+k)$  的概率不小于 0.95，则  $k$  至少取多少？

附表： $\Phi(0.25)=0.5987$ ， $\Phi(1.96)=0.975$ ， $\Phi(2.25)=0.9878$ .

四、(本题 16 分) 设一维连续型随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1)  $X$  的分布函数;

$$(2) P\{-1 < X < 0.5\};$$

(3)  $Y = 2X + 1$  的概率密度;

$$(4) DX.$$

五、(本题 8 分) 某种猫狗共患疾病在猫和狗中发病率分别为 2% 和 5%，实验室中共有 40 只猫，120 只狗，现从中随机挑选一只做检测，求

- (1) 这只动物患该种疾病的概率；
- (2) 如果这只动物患病，那它是猫的概率为多大？

六、(本题 12 分) 假设顾客在某超市每次购买熟食的消费额(元)服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  现随机抽查了 25 人，计算得顾客每次购买熟食的平均消费为 24.2 元，样本标准差为 6.3 元。 (1) 求  $\sigma^2$  的置信度为 0.9 的置信区间；

(2) 超市食品部经理根据以往营业记录，认为顾客每次购买熟食的平均消费为 26.5 元，在显著性水平  $\alpha=0.05$  下，检验该超市食品经理的结论是否正确？

附表：  $t_{0.025}(24)=2.0639, t_{0.025}(25)=2.0595, \chi^2_{0.05}(24)=36.415, \chi^2_{0.95}(24)=13.848$  .

七、(本题 10 分) 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+1)(x-5)^\theta, & 5 < x < 6, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $\theta > 0$  且是未知参数.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的样本, 求  $\theta$  的矩估计和最大似然估计.

八、(本题 8 分) 设随机变量  $X$  和  $Y$  的分布律分别如下:

| $X$ | 0             | 1             | $Y$ | -1            | 0             | 2             |
|-----|---------------|---------------|-----|---------------|---------------|---------------|
| $P$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $P$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ |

已知  $X$  与  $Y$  相互独立, 求

- (1) 二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律; (2)  $E[\max(X, Y)]$ .

九、(本题 6 分) 设随机变量  $x$  在  $[1, 5]$  上服从均匀分布, 现对  $x$  进行三次独立观测, 试求至少有一次观测值大于 4 的概率.