

无锡学院 试卷  
2025 — 2026 学年 第1 学期  
高等数学 I(1) 第3阶段（期中）测试卷

注意：1、本课程为必修（注明必修或选修），学时为96，学分为6

2、本试卷共4页；考试时间120分钟；出卷时间：2025年11月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；考试时间：2025年11月

4、本考卷适用专业年级：2025级理工类各专业

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
阅卷人									

(以上内容为教师填写)

专业\_\_\_\_\_ 年级\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

**注意：请将答案写在答题纸上，写在试卷上无效！**

**一、选择题（每题 4 分，共 80 分）**

1. 设  $f(x) = x^2 - x^3$ ,  $g(x) = x^2 - \sin x$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  是  $g(x)$  的 ( ) .



2. 已知  $f(a)=0$ ,  $f'(a)=1$ , 则极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} nf\left(a - \frac{1}{n}\right) = (\quad)$ .

- (A)  $\infty$       (B) 0      (C) 1      (D) -1

3. 设  $y = y(x)$  由  $e^y + xy = x + 1$  所确定, 则  $y'|_{x=0} = (\quad)$ .



4. 设  $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ ,  $f'''(x_0)>0$ , 则 ( ) .

- (A)  $(x_0, f(x_0))$  是  $f(x)$  的拐点      (B)  $f(x_0)$  为  $f(x)$  的极大值

- (C)  $f(x_0)$  为  $f(x)$  的极小值                                  (D)  $f'(x_0)$  是  $f'(x)$  的极大值

5. 若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{ax^2} & x > 0 \\ b & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  连续，则 ( ) .

- (A)  $ab = \frac{1}{2}$       (B)  $ab = -\frac{1}{2}$       (C)  $ab = 0$       (D)  $ab = 2$

6. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\cos \frac{\pi}{2}(1-x)} = (\quad)$ .



7.  $x=1$  是  $f(x) = \frac{x-x^3}{\sin \pi x}$  的 ( ) .

- (A) 连续点      (B) 可去间断点      (C) 跳跃间断点      (D) 第二类间断点

8. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sec x - 1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ x^2 g(x), & x \leq 0 \end{cases}$  其中  $g(x)$  有界，则  $f(x)$  在点  $x=0$  处（ ）.

9. 求曲线  $y = x - 2 \arcsin x$  的凹、凸区间 ( ) .

(A) 曲线在  $(-\infty, 0]$  内是凹的, 在  $[0, +\infty)$  内是凸的

(B) 曲线在  $[-1, 0]$  上是凹的, 在  $[0, 1]$  上是凸的

(C) 曲线在  $[-1, 0]$  上是凸的, 在  $[0, 1]$  上是凹的

(D) 曲线在  $(-\infty, 0]$  内是凸的, 在  $[0, +\infty)$  内是凹的

10. 设  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ , 则函数的微分  $dy =$  ( ).

(A)  $\frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$

(B)  $\frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$

(C)  $\frac{1}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

(D)  $\frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

11. 下列函数的极限中, 错误的是 ( ).

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$     (B)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$     (C)  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} = \infty$     (D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$

12. 函数  $f(x) = x\sqrt{3-x}$  在区间  $[0, 3]$  上满足罗尔中值定理的  $\xi =$  ( ).

(A) 0

(B) 2

(C) 1

(D)  $\frac{3}{2}$

13. 设  $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$  都是非负数列, 且  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$ , 下列说法正确的是 ( ).

(A)  $a_n < b_n$ ,  $n \in N_+$

(B)  $b_n < c_n$ ,  $n \in N_+$

(C)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$  不存在

(D)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$  不存在

14. 求曲线  $y = x + e^{2x}$  在点  $(0, 1)$  处的切线方程 ( ).

(A)  $y = x + 1$

(B)  $y = 2x + 1$

(C)  $y = 3x + 1$

(D)  $y = 4x + 1$

15. 设函数  $y = \arctan \frac{1}{x}$ , 则  $y'' =$  ( ).

(A)  $\frac{2x}{(1+x^2)^2}$

(B)  $\frac{x}{(1+x^2)^2}$

(C)  $-\frac{1}{1+x^2}$

(D)  $\frac{1}{1+x^2}$

16. 设函数  $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 1$ , 下列说法正确的是 ( ).

(A)  $x=1$  是极值点 (B)  $x=-1$  是极值点 (C)  $x=0$  是极值点 (D) 没有极值

17. 设函数  $y = \ln(x+1)$ , 则  $y^{(10)}(0) = (\quad)$ .
- (A)  $9!$       (B)  $9$       (C)  $-9!$       (D)  $-9$
18. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x(\sqrt{1+x^2} - 1)} = (\quad)$ .
- (A)  $\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{2}{3}$
19. 曲线  $y = 4x - x^2$  在其顶点处的曲率  $K = (\quad)$ .
- (A)  $3$       (B)  $2$       (C)  $4$       (D)  $5$
20. 已知函数  $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$  在区间  $(-\infty, 4]$  上是减函数, 则实数  $a$  的取值范围是  $(\quad)$ .
- (A)  $a \leq -3$       (B)  $a \leq 5$       (C)  $a \geq 5$       (D)  $a \geq -3$

## 二、解答题 (每题 7 分, 共 14 分)

- 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$
- 设  $\begin{cases} x = \sqrt{1+t^2}, \\ y = \ln(t + \sqrt{1+t^2}), \end{cases}$  求  $\frac{d^2y}{dx^2}|_{t=1}.$

三、证明题 (6 分) 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内可导且  $f'(x) \neq 0$ , 证明存在

$$\xi, \eta \in (a, b), \text{ 使得 } \frac{f'(\xi)}{f'(\eta)} = \frac{e^b - e^a}{b - a} \cdot e^{-\eta}.$$

注意: 请将答案写在答题纸上, 写在试卷上无效!