无锡学院　试卷

2024－2025 学年 第 2 学期

线性代数 (文) 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷)　　　　**考试类型 闭卷 （注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修）， 学时为 48 ，学分为 3

2、本试卷共 4 页；考试时间 120 分钟；　　　出卷时间： 2025 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　　　　考试时间： 2025 年 6 月

4、本考卷适用专业年级： 24 级文科各专业

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	总　分
得　分									
阅卷人									

（以上内容为教师填写）

专业＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿＿＿ 班　　级 ＿＿＿＿＿＿

学号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 任课教师 ＿＿＿＿＿＿

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试时违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

注意：所有题目答案务必写在答题纸上！

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设 A,B 为 n 阶方阵，则下列运算中，正确的是（　　）

A．$(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　　　B. $(A+B)^{T}=A^{T}+B^{T}$

C．$|A+B|=|A|+|B|$　　　　D. $(A+B)^{2}=A^{2}+B^{2}$

2. 设 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 是 3 阶方阵，且 $|A|=4$，若 $B=(\alpha_1-\alpha_2,\alpha_3,\alpha_2)$，则 $|B|=$（　　）

A．1　　B．-1　　C．4　　D．-4

3. 若 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$（　　　）

A. $\begin{pmatrix}3&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$　B. $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\frac{1}{2}&0\\0&0&\frac{1}{3}\end{pmatrix}$　C. $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{pmatrix}$　D. $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&\frac{1}{2}&0\\\frac{1}{3}&0&0\end{pmatrix}$.

4. 若向量组 $\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(2,3,1+t)^T,\alpha_3=(0,1,-2,)^T$ 线性相关，则 t 的取值为（　　）

A．$t=1$　　B．$t\neq 1$　　C．$t=-1$　　D．$t\neq -1$

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}a_{12}&a_{11}&a_{13}\\a_{22}&a_{21}&a_{23}\\a_{32}+2a_{12}&a_{31}+2a_{11}&a_{33}+2a_{13}\end{pmatrix}$，另有初等矩阵

$P_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $P_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\2&0&1\end{pmatrix}$，则必有（　　　）

A. $P_1AP_2=B$　　B. $P_2AP_1=B$　　C. $P_1P_2A=B$　　D. $AP_2P_1=B$

6. 已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是三维向量空间的一个基，若 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\ \beta_2=\alpha_2+2\alpha_3,$

$\beta_3=2\alpha_2+5\alpha_3$，则由基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵是（　　）

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

7. 设α_1,α_2是非齐次线性方程组$AX=b$的解，β是对应的齐次方程组$AX=0$的解，则下列选项中（　　）不是$AX=b$的解.

A. $\alpha_1+\beta$　　B. $\alpha_2+\beta$　　C. $\alpha_1+\alpha_2$　　D. $\beta+\frac{1}{2}\alpha_1+\frac{1}{2}\alpha_2$

8.已知$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$与$B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$相似，则$a,b$的值分别为（　　）

A． $a=1,b=1$　　B. $a=1,b=2$　　C. $a=0,b=1$　　D. $a=0,b=2$

9. 设A是 3 阶方阵，其三个特征值分别为$-1,-2,-3$，则$|A+4E|=$（　　）.

A. 0　　B. 2　　C. 4　　D. 6

10. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2+2\lambda x_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$为正定二次型, 则$\lambda$的取值范围是（　）

A. $-3<\lambda<-2$　　B. $-2<\lambda<1$　　C. $1<\lambda<2$　　D. $\lambda>2$

二、（本题满分 10 分）已知$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$,

计算：(1) $BA+3B$；(2) AB^{T}.

三、（本题满分 10 分）设$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -3 \end{vmatrix}$，$D$的$(i,j)$元的代数余子式记作$A_{ij}$,

计算：(1) 行列式D的值；(2) $A_{12}+2A_{22}-A_{32}-4A_{42}$.

四、（本题满分 10 分）设A,B均为三阶矩阵，满足$A^2B-E=A+3B$，已知

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

求矩阵B.

五、（本题满分 10 分）已知$\alpha_1=(1,1,1,0)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(-1,-1,1,0)^{\mathrm{T}},\alpha_3=(1,-1,-1,1)^{\mathrm{T}}$，

$\alpha_4=(-1,1,1,1)^{\mathrm{T}}$，

（1）证明$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$为四维向量空间$R^4$的一组基；

（2）求向量$\xi=(1,3,5,7)^{\mathrm{T}}$在上述基下的坐标.

六、（本题满分 10 分）已知向量组$A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，

向量组$B:\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\beta_3=\alpha_3+\alpha_1$，

证明：向量组B线性无关.

七、（本题满分 10 分）求齐次线性方程组$\begin{cases}x_1-2x_2-x_3+2x_4-3x_5=0\\x_1-2x_2-2x_3+x_4-2x_5=0\\2x_1-4x_2-7x_3-x_4-x_5=0\end{cases}$的通解（用基础解系进行表示）.

八、（本题满分 10 分）设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2{x_1}^2+3{x_2}^2+3{x_3}^2+4x_2x_3$，

（1）求二次型的对称矩阵；

（2）利用正交变换将二次型化为标准形，写出所用的正交变换矩阵；

（3）求该此二次型的正惯性指数和负惯性指数.