

# 无锡学院 试卷

2023— 2024 学年 第 1 学期

概率统计 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 48，学分为 3

2、本试卷共 7 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2023 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2024 年 1 月

4、本考卷适用专业年级： 22 级各专业

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得 分										
阅卷人										

(以上内容为教师填写)

专业 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 任课教师： \_\_\_\_\_

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 甲、乙两人进行射击,  $A, B$  分别表示甲、乙射中目标, 则  $\bar{A} \cup \bar{B}$  表示 ( )

- (A) 二人没有同时射中; (B) 二人都射中;  
(C) 二人都没射中; (D) 至少一个射中.

2. 设一维离散型随机变量  $X$  的分布律为

$X$	-1	0	1	2
$p$	0.2	$a$	0.1	0.4

则  $F(1.2) = ( )$

- (A) 0.2; (B) 0.5; (C) 0.6; (D) 1.

3. 设  $X \sim N(2,1)$ ,  $Y \sim N(-1, 1)$ , 且  $X, Y$  相互独立, 记  $Z = 3X - 2Y - 1$ , 则下列选项正确的是 ( )

- (A)  $Z \sim N(7, 5)$ ; (B)  $Z \sim N(7, 13)$ ;  
(C)  $Z - 7 \sim N(0,12)$ ; (D)  $\frac{Z-3}{\sqrt{13}} \sim N(0,1)$ .

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(0,1)$ , 则下列选项中不正确的是 ( )

- (A)  $X_1 - 2X_2 \sim N(0,5)$ ; (B)  $\bar{X} \sim N\left(0, \frac{1}{n}\right)$ ;

- (C)  $\frac{2 \sum_{i=1}^3 X_i^2}{3 \sum_{i=4}^5 X_i^2} \sim F(3,2)$ ; (D)  $\sum_{i=1}^3 X_i / \sqrt{\sum_{i=4}^5 X_i^2} \sim t(2)$ .

5. 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} x+y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

则下列选项中正确的是 ( )

- (A)  $P\{Y < X\} = \frac{3}{5}$ ; (B)  $EY = \frac{1}{4}$ ;  
(C)  $f_X(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}, & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ; (D)  $X$  与  $Y$  相互独立.

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设 7 件产品中有 3 件次品，现任取 2 件，至少有 1 件正品的概率为\_\_\_\_\_.
2. 设事件  $A$ 、 $B$  相互独立， $P(A)=0.6$ ， $P(\bar{B}|A)=0.5$ ，则  $P(B)=$ \_\_\_\_\_.
3. 设  $X$  为随机变量，且  $E(X)=-1$ ， $D(X)=3$ ，则  $E(2X^2-3)=$ \_\_\_\_\_.
4. 已知某工厂产品的次品率为 0.2， $X$  表示 1000 件产品中次品的数量，用切比雪夫不等式估计  $P\{120 < X < 280\} \geq$ \_\_\_\_\_.
5. 设  $\hat{\theta}_1$ ， $\hat{\theta}_2$  是参数  $\theta$  的两个无偏估计量，若\_\_\_\_\_，则称  $\hat{\theta}_1$  比  $\hat{\theta}_2$  有效。

三、（本题 10 分）设某县农民年平均收入服从  $\mu=7100$  元， $\sigma=400$  元的正态分布，求：（1）此县农民年平均收入在 7000—8000 元间的概率；

（2）若想使此县农民的年平均收入落在  $(7100-k, 7100+k)$  的概率不小于 0.95，则  $k$  至少取多少？

附表： $\Phi(0.25)=0.5987$ ， $\Phi(1.96)=0.975$ ， $\Phi(2.25)=0.9878$ 。

四、(本题 16 分) 设一维连续型随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

求 (1)  $X$  的分布函数; (2)  $P\{-1 < X < 0.5\}$ ;

(3)  $Y = 2X + 1$  的概率密度; (4)  $DX$ .

五、(本题 8 分) 某种猫狗共患疾病在猫和狗中发病率分别为 2%和 5%，实验室中共有 40 只猫，120 只狗，现从中随机挑选一只做检测，求

(1) 这只动物患该种疾病的概率；

(2) 如果这只动物患病，那它是猫的概率为多大？

六、(本题 12 分) 假设顾客在某超市每次购买熟食的消费额(元)服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  现随机抽查了 25 人，计算得顾客每次购买熟食的平均消费为 24.2 元，样本标准差为 6.3 元. (1) 求  $\sigma^2$  的置信度为 0.9 的置信区间；

(2) 超市食品部经理根据以往营业记录，认为顾客每次购买熟食的平均消费为 26.5 元，在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下，检验该超市食品经理的结论是否正确？

附表：  $t_{0.025}(24) = 2.0639, t_{0.025}(25) = 2.0595, \chi_{0.05}^2(24) = 36.415, \chi_{0.95}^2(24) = 13.848.$

七、(本题 10 分) 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+1)(x-5)^\theta, & 5 < x < 6, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中  $\theta > 0$  且是未知参数.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的样本, 求  $\theta$  的矩估计和最大似然估计.

八、(本题 8 分) 设随机变量  $X$  和  $Y$  的分布律分别如下:

$X$	0	1
$P$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

$Y$	-1	0	2
$P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

已知  $X$  与  $Y$  相互独立, 求

(1) 二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律; (2)  $E[\max(X, Y)]$ .

九、(本题 6 分) 设随机变量  $x$  在  $[1, 5]$  上服从均匀分布, 现对  $x$  进行三次独立观测, 试求至少有一次观测值大于 4 的概率.