

无锡学院 试卷

2025 — 2026 学年 第 1 学期

高等数学 I(1) 第 3 阶段（期中）测试卷

注意：1、本课程为 必修（注明必修或选修），学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 4 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2025 年 11 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2025 年 11 月

4、本考卷适用专业年级： 2025 级理工类各专业

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
阅卷人									

（以上内容为教师填写）

专业_____ 年级_____ 班级_____

学号_____ 姓名_____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

注意：请将答案写在答题纸上，写在试卷上无效！

一、选择题（每题 4 分，共 80 分）

1. 设 $f(x) = x^2 - x^3$, $g(x) = x^2 - \sin x$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ().

- (A) 高阶无穷小 (B) 同阶无穷小, 但非等价无穷小
(C) 低阶无穷小 (D) 等价无穷小

2. 已知 $f(a) = 0$, $f'(a) = 1$, 则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n f(a - \frac{1}{n}) = ()$.

- (A) ∞ (B) 0 (C) 1 (D) -1

3. 设 $y = y(x)$ 由 $e^y + xy = x + 1$ 所确定, 则 $y'|_{x=0} = ()$.

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

4. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, 则 ().

- (A) $(x_0, f(x_0))$ 是 $f(x)$ 的拐点 (B) $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的极大值
(C) $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的极小值 (D) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值

5. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{ax^2} & x > 0 \\ b & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 连续, 则 ().

- (A) $ab = \frac{1}{2}$ (B) $ab = -\frac{1}{2}$ (C) $ab = 0$ (D) $ab = 2$

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\cos \frac{\pi}{2}(1-x)} = ()$.

- (A) 0 (B) e (C) 1 (D) e^{-1}

7. $x = 1$ 是 $f(x) = \frac{x - x^3}{\sin \pi x}$ 的 ().

- (A) 连续点 (B) 可去间断点 (C) 跳跃间断点 (D) 第二类间断点

8. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sec x - 1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ x^2 g(x), & x \leq 0 \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 有界, 则 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处 ().

- (A) 极限不存在 (B) 极限存在但不连续
(C) 连续但不可导 (D) 可导

9. 求曲线 $y = x - 2 \arcsin x$ 的凹、凸区间 ().

(A) 曲线在 $(-\infty, 0]$ 内是凹的, 在 $[0, +\infty)$ 内是凸的

(B) 曲线在 $[-1, 0]$ 上是凹的, 在 $[0, 1]$ 上是凸的

(C) 曲线在 $[-1, 0]$ 上是凸的, 在 $[0, 1]$ 上是凹的

(D) 曲线在 $(-\infty, 0]$ 内是凸的, 在 $[0, +\infty)$ 内是凹的

10. 设 $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, 则函数的微分 $dy = ()$.

(A) $\frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ (B) $\frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ (C) $\frac{1}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ (D) $\frac{dx}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

11. 下列函数的极限中, 错误的是 ().

(A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$ (C) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} = \infty$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$

12. 函数 $f(x) = x\sqrt{3-x}$ 在区间 $[0, 3]$ 上满足罗尔中值定理的 $\xi = ()$.

(A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$

13. 设 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 都是非负数列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$, 下列说法正确的是 ().

(A) $a_n < b_n, n \in N_+$ (B) $b_n < c_n, n \in N_+$

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 不存在 (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在

14. 求曲线 $y = x + e^{2x}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程 ().

(A) $y = x + 1$ (B) $y = 2x + 1$ (C) $y = 3x + 1$ (D) $y = 4x + 1$

15. 设函数 $y = \arctan \frac{1}{x}$, 则 $y'' = ()$.

(A) $\frac{2x}{(1+x^2)^2}$ (B) $\frac{x}{(1+x^2)^2}$ (C) $-\frac{1}{1+x^2}$ (D) $\frac{1}{1+x^2}$

16. 设函数 $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 1$, 下列说法正确的是 ().

(A) $x = 1$ 是极值点 (B) $x = -1$ 是极值点 (C) $x = 0$ 是极值点 (D) 没有极值

17. 设函数 $y = \ln(x+1)$, 则 $y^{(10)}(0) = (\quad)$.

- (A) $9!$ (B) 9 (C) $-9!$ (D) -9

18. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x(\sqrt{1+x^2} - 1)} = (\quad)$.

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

19. 曲线 $y = 4x - x^2$ 在其顶点处的曲率 $K = (\quad)$.

- (A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 5

20. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是 (\quad) .

- (A) $a \leq -3$ (B) $a \leq 5$ (C) $a \geq 5$ (D) $a \geq -3$

二、解答题 (每题 7 分, 共 14 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$.

2. 设 $\begin{cases} x = \sqrt{1+t^2}, \\ y = \ln(t + \sqrt{1+t^2}), \end{cases}$ 求 $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=1}$.

三、证明题 (6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导且 $f'(x) \neq 0$, 证明存在

$\xi, \eta \in (a, b)$, 使得 $\frac{f'(\xi)}{f'(\eta)} = \frac{e^b - e^a}{b - a} \cdot e^{-\eta}$.

注意: 请将答案写在答题纸上, 写在试卷上无效!