



## 2. naloga

# Linearno programiranje

MIHA SRDINŠEK

### Povzetek

*Med tipične primere, ki jih lahko učinkovito rešimo z metodo linearnega programiranja, sodi sestavljanje diet za hujšanje, zdravljenje ali športne aktivnosti. Za dani nabor živil določamo njihove količine, pri čemer moramo zadostiti različnim omejitvam. Med drugim moramo zagotoviti priporočene dnevne odmerke mineralov, vitaminov in hranilnih snovi, omejiti pri vnosu maščob, ogljikovih hidratov ter telesu škodljivih snovi, hkrati pa zagotoviti, da energijska vrednost ustreza zahtevam posameznika. Vnos vsake izmed hranilnih snovi je linearna funkcija količin živil in je natanko določena z njihovo sestavo. Od vrste diete pa je odvisno, katere parametre omejimo in katere minimiziramo.*

## I. PRIPRAVA PROGRAMA

V navodilu podane naloge mi je bilo sporočeno, da lahko za potrebe te naloge uporabljam več knjižnic. Izbral sem si knjižnico v programskem jeziku *Python*, saj v tem jeziku še nikoli nisem risal grafov in proložnost za učenje se je zdela izvrstna. Uporabljal sem torej *scipy.optimize.linprog*. Funkcija je kot argumente sprejela matriko vrednosti  $a_{ij}$ , v kateri vsaka vrstica predstavlja količine določenih snovi na 100g živila, za vsako živilo v vsakem stolpcu. Nadalje je funkcija sprejela vez (dolgo vrstico), ki smo jo želeli v danem primeru minimizirati in stolpec vseh maksimalnih oziroma minimalnih vrednosti za željeno sestavino.

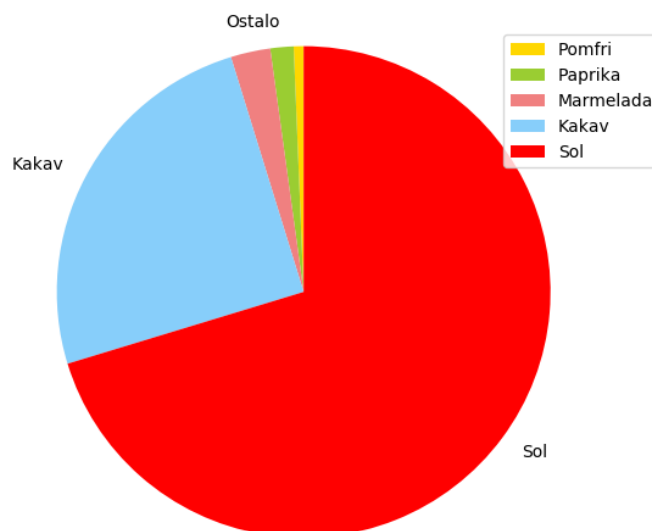
Seznam živil s hranilnimi snovmi sem vnesel brez resnih težav in potem v *for* zankah izključeval željene stolpce oziroma vrstice. Sprva sem pozabil vrednosti količin deliti s 100g, a sem kasneje ta problem razrešil in dobil prav tako nerealne rezultate, pa čeprav drugačne (glej poglavje II). da se kasneje ne bom ukvarjal s postopkovnimi malenkostmi bom kar tu opisal nadaljne trike, ki sem se jih poslužil med izrisovanjem grafov. Sprva sem le izrisal kar je zahtevala naloga. Če sem želel določeno sestavino omejiti navzodl, sem celotno vrstico matrike  $a$  in pravo mesto v stolpcu  $b$  pomnožil z minusom. Kasneje, ko sem želel upoštevati zgornjo in spodno mejo hkrati, sem vrstici podvojil, eno pomnožil z minusom, drugo pa ne. Še zadnji trik ki sem ga potegnil iz rokava je bil, da sem omejil vrednost, ki jo lahko doseže vsako živilo posebj (omejeval sem vse z isto omejitvijo). Rezultati so prikazani v sledečih poglavjih.

## II. MINIMIZACIJA ŠTEVILA KALORIJ

Mnogo sodobnih diet si zastavi za cilj nizek vnos kalorij. To je tudi zdravo in je eden od redkih načinov za učinkovito podaljševanje življenja. Kljub temu je poskus z minimizacijo kalorij tvegan, saj so prenizke vrednosti zdravju škodljive. Vseeno poženemo seznam in vnesemo zahtevane omejitve, ter dobimo spodnjo tabelo. Pri tem smo upoštevali še, da količina hrane ne sme preseči teže dveh kilogramov.

| Rešitev za dane omejitve pri minimzaciji kalorij |                |                       |           |            |               |
|--|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila   | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Pomfri   | 12,9           | Energija [kcal]       | /         | /          | 1290,4        |
| Paprika  | 30,4           | Maščobe [g]           | 70        | /          | 70            |
| Marmelada  | 51,9           | Ogljikovi hidrati [g] | 310       | /          | 310           |
| Kakav  | 499,2          | Proteini [g]          | 50        | /          | 98,6          |
| Sol  | 1405,6         | Ca [mg]               | 1000      | /          | 1000          |
| /  | /              | Fe [mg]               | 18        | /          | 73,7          |
| /  | /              | Vitamin C [mg]        | 60        | /          | 60            |
| /  | /              | Kalij [mg]            | 3500      | /          | 7854          |
| /  | /              | Natrij [mg]           | 2400      | /          | 544946,3      |
| /  | /              | Teža [g]              | /         | 2000       | 2000          |

Zgornja tabela na levi strani prikazuje rešitve, torej koliko gramov katerega živila, nam minimizacija priporoča, na desni strani pa prikazuje omejitve, ki smo jih funkciji naložili in skrajno desno, kako smo te zahteve izpolnili. Če si pogledamo rezultate zgornje tabele in seštejemo količino kalorij, dobimo vrednost 1290, kar je izrazito premalo. S tako dieto bi program človeka izstradal do smrti. A ne le to, vidimo da nam predlaga, da dieto sestavimo predvsem iz soli. Tudi soli je dosti preveč in za to je krivo, da nismo postavili zgornje omejitve, saj več kot nekaj žličk na dan ni varno zaužiti. To si bomo lažje predstavljali, če si izrišemo tortni diagram zgornje tabele (glej sliko 1). Pri tem je zanimivo to, da si funkcija ni povsod pustila dane svobode, in je praktično izpolnila zahteve, kot da bi bili enačaji, kot da bi hotela vse tiste količine minimizirati. S soljo je pretiravala ker iam izvrstno razmerje med težo in kalorijami.



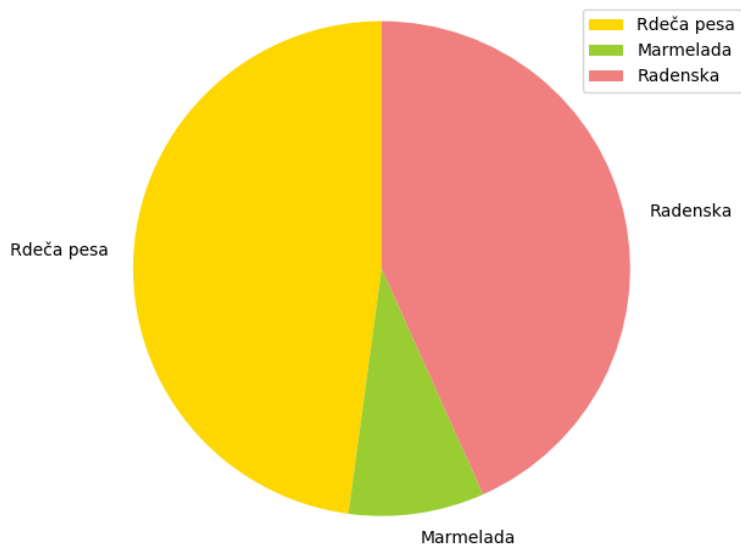
Slika 1: Delež posameznih živil, če s podanimi omejitvami minimiziramo kalorije.

### III. MINIMIZACIJA VNOSA MAŠČOB

Precej drugačno a tudi prav hudo nesmiselno dieto dobimo, če izločimo vrstico, ki opisuje vsebnost maščob v živilih, ter kot predlaga naloga zahtevamo minimalno 2000 zaužitih kalorij. Rezultat je prikazan v tabeli.

| Rešitev za dane omejitve pri minimizaciji kalorij |                |                       |           |            |               |
|---|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila  | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Rdeča pesa  | 2432,7         | Energija [kcal]       | 2000      | /          | 2000          |
| Marmelada   | 449            | Maščobe [g]           | /         | /          | 0             |
| Radenska  | 2201           | Ogljikovi hidrati [g] | 310       | /          | 491           |
| /   | /              | Proteini [g]          | 50        | /          | 50            |
| /   | /              | Ca [mg]               | 1000      | /          | 1000          |
| /   | /              | Fe [mg]               | 18        | /          | 22,1          |
| /   | /              | Vitamin C [mg]        | 60        | /          | 138,3         |
| /   | /              | Kalij [mg]            | 3500      | /          | 8248,3        |
| /   | /              | Natrij [mg]           | 2400      | /          | 3117,3        |
| /   | /              | Teža [g]              | /         | 2000       | 5082,7        |

Rezultate si bomo lažje predstavljali, če si izrišemo tortni diagram.



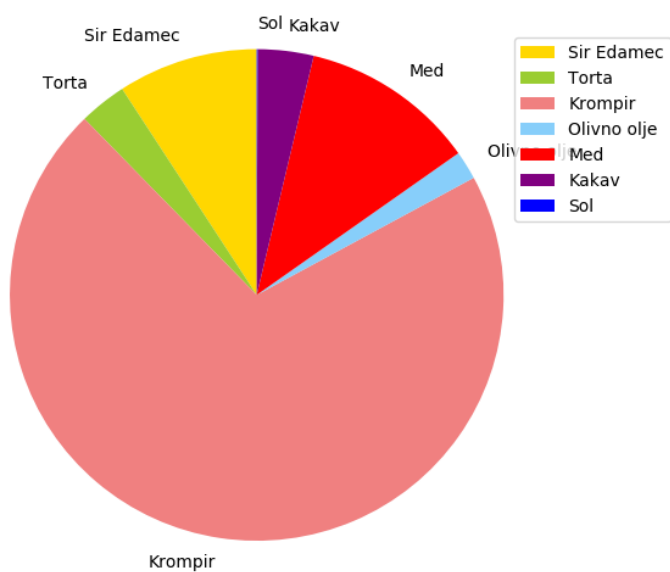
Slika 2: Delež posameznih živil, če s podanimi omejitvami minimiziramo vnos maščob.

Ta rezultat je sicer že bolj realen, a moti nas, da dovoimo prevelike količine hrane in še vedno določene previsoke odmerke mineralov, kot je recimo kalij. Tudi pestrost prehrane je majhna. Ne glede na to, pa je zaužitje maščob kot želeno minimalno. Kar pa tudi ni zdravo, zato po taki prehrani ne želimo poseči. Izboljšave tem dietam bom predstavil v naslednjem poglavju.

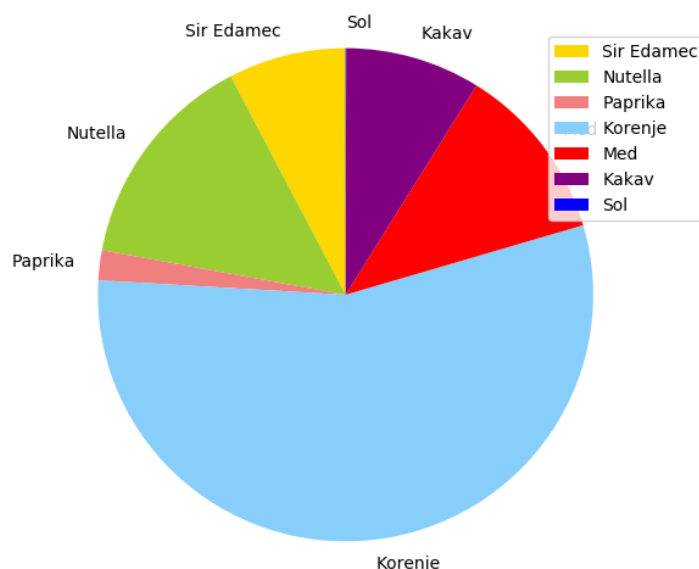
## IV. BOLJŠE OMEJEVANJE KOLIČIN

V tem delu naloge sem se podal na splet in postavil omejitve pri vnosu količin, ki jih priporoča zdravniška stroka. Za spodnje meje sem postavil minimalne priporočene vnose, za zgornje pa tiste, ki vodijo k slabemu zdravju. Nočemo namreč, da bi oseba hujšajoča z našo dieto, zaradi nje zbolela. Iz sledečih podatkov sem dobil naslednji izboljšavi za zgoraj navedeni dieti.

| Rešitev za moje omejitve pri minimizaciji kalorij |                |                       |           |            |               |
|---|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila  | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Sir Edamec  | 108,5          | Energija [kcal]       | /         | /          | 1969          |
| Torta   | 36,8           | Maščobe [g]           | 65        | 70         | 65            |
| Krompir   | 835            | Ogljikovi hidrati [g] | 305       | 315        | 305           |
| Olivno olje                                       | 22,2           | Proteini [g]          | 45        | 55         | 55            |
| Med   | 136            | Ca [mg]               | 1000      | 1500       | 1000          |
| Kakav   | 43,2           | Fe [mg]               | 15        | 20         | 15            |
| Sol   | 0,7            | Vitamin C [mg]        | 75        | 500        | 165,2         |
| /   | /              | Kalij [mg]            | 4500      | 5000       | 4500          |
| /   | /              | Natrij [mg]           | 1500      | 2300       | 1500          |
| /   | /              | Teža [g]              | /         | 2000       | 1182,4        |



Slika 3: Delež posameznih živil, če z mojimi omejitvami minimiziramo kalorije.



**Slika 4:** Delež posameznih živil, če z mojimi omejitvami minimiziramo vnos maščob.

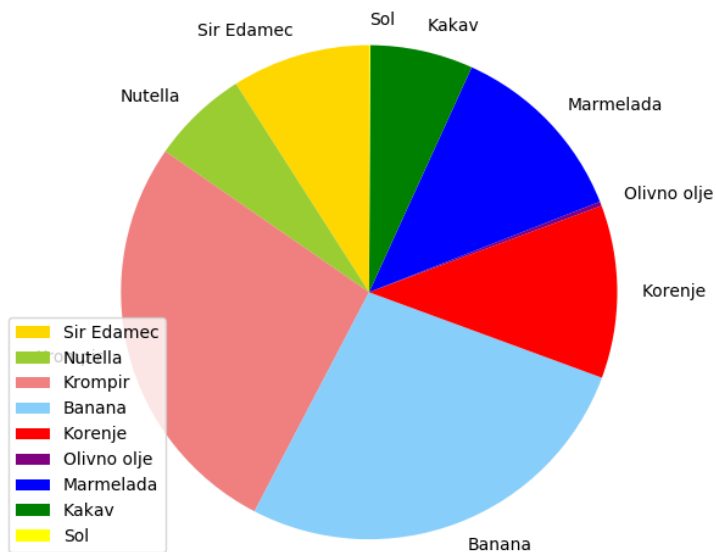
| Rešitev za moje omejitve pri minimizaciji maščob |                |                       |           |            |               |
|--|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila   | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Sir Edamec                                       | 83             | Energija [kcal]       | 2000      | 2500       | 2000          |
| Nutella  | 156            | Maščobe [g]           | /         | /          | 87            |
| Paprika  | 21,2           | Ogljikovi hidrati [g] | 305       | 315        | 305           |
| Korenje  | 600            | Proteini [g]          | 45        | 55         | 55            |
| Med  | 125,3          | Ca [mg]               | 1000      | 1500       | 1000          |
| Kakav  | 95,4           | Fe [mg]               | 15        | 20         | 17            |
| Sol  | 0,5            | Vitamin C [mg]        | 75        | 500        | 75            |
| /  | /              | Kalij [mg]            | 4500      | 5000       | 4500          |
| /  | /              | Natrij [mg]           | 1500      | 2300       | 1500          |
| /  | /              | Teža [g]              | /         | 2000       | 1081,4        |

Kar je zares všečno je to, da smo hkrati v teh modelih nehote obakrat dosegli idelani vnos kalorij na dan. Tudi sicer so ti modeli precej bolj realni od tistih videnih v poglavjih II in III. Osebnostno sem nad temi rezultati že kar precej navdušen saj so dejansko realni. Iz podanih živil, z znanimi vsebnostmi izbranih mineralov smo oblikovali dieto, ki ji vsaj delno lahko zaupamo. Izgleda pač prepričljivo. Kar bi si želeli upoštevati je še nasvete glede raznovrstnosti prehrane v smislu, da zahtevamo zaužitje velikih količin škroba, potem zeljave, potem sadja in na koncu sladice (prehrambeno piramido). To bi sicer lahko dosegli z dodatnim omejevanjem dane funkcije in si s tem naredili precej dela. Lahko bi se tudi igrali in mogoče minimizirali kakšen manj pomemben mineral, kot recimo kalij. Ali pa sestavili tedensko dieto, pri kateri bi vsakič minimizirali različne minerale in s tem poskrbeli za pestrost. Dodali bi lahko tudi dodatne sestavine, kot so recimo vlaknine in kakšne bolj splošne lastnosti, ki bi nam dovoljevale enostavno vnašati zahteve po pestrosti. Zagotovo pa bi bilo najbolje, če bi upoštevali tudi splošna priporočila o dovoljenih zaužitjih posameznih živil in to vnesli v robne pogoje, s katerimi se bomo igrali v naslednjih poglavjih. Tako bi, recimo za zgled, lahko med ali torto omejili z nekimi priporočili. Ravno tako izrecno kakšna druga živila, sploh tista, katerih sestavni deli morda niso nezdravi, a je prekomerno uživanje škodljivo. Tako recimo za sol, med, meso itd.

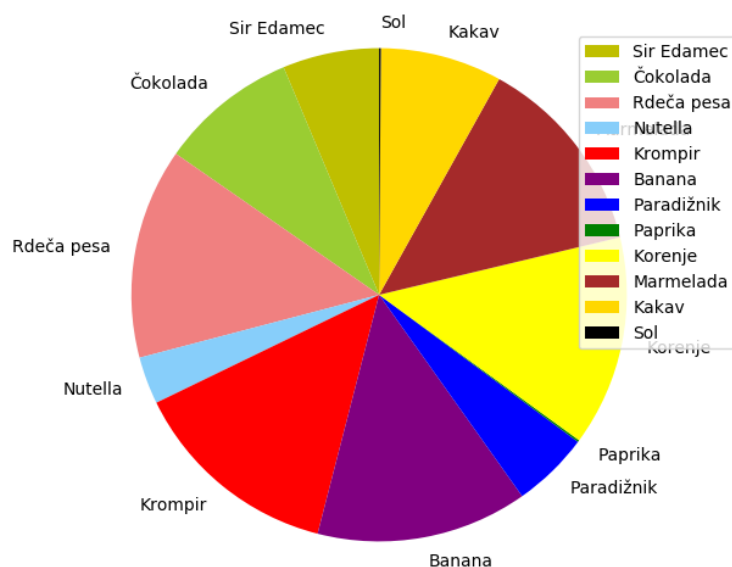
## V. ČE SE ZNAJDEMO PRED SAMOPOSTREŽNIM BAROM

Mislimo si da se znajdemo v gostilni, kjer si lahko vsakega živila izberemo le v količinah omejenih z neko žlico ali posodico. V takem primeru je optimizacija diete povsem drugačna. Navedel bom rezultate pri takih omejitvah, če zahtevamo, da nobenega živila ne smemo zaužiti več kot 300g, 150g ali 100g. V prvem primeru sicer lahko govorimo o kar splošnem pripomočku, kako funkciji vsiliti večjo raznovrstnost prehrane.

| Rešitev za moje omejitve pri minimizaciji kalorij - vsako živilo max. 300 g |                |                       |           |            |               |
|---|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila  | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Sir Edamec  | 100,2          | Energija [kcal]       | /         | /          | 1852          |
| Nutella   | 70,2           | Maščobe [g]           | 65        | 75         | 65            |
| Krompir   | 300            | Ogljikovi hidrati [g] | 305       | 315        | 305           |
| Banana  | 300            | Proteini [g]          | 45        | 55         | 55            |
| Korenje   | 125,7          | Ca [mg]               | 1000      | 1500       | 1000          |
| Olivno olje   | 3,2            | Fe [mg]               | 15        | 20         | 15            |
| Marmelada   | 135,9          | Vitamin C [mg]        | 75        | 500        | 99            |
| Kakav   | 74,6           | Kalij [mg]            | 4500      | 5000       | 4500          |
| Sol   | 0,8            | Natrij [mg]           | 1500      | 2300       | 1500          |
| /   | /              | Teža [g]              | /         | 2000       | 1110,6        |



**Slika 5:** Delež posameznih živil, če z mojimi omejitvami minimiziramo kalorije in zahtevamo, da posameznega živila ne sme biti več kot 300g.

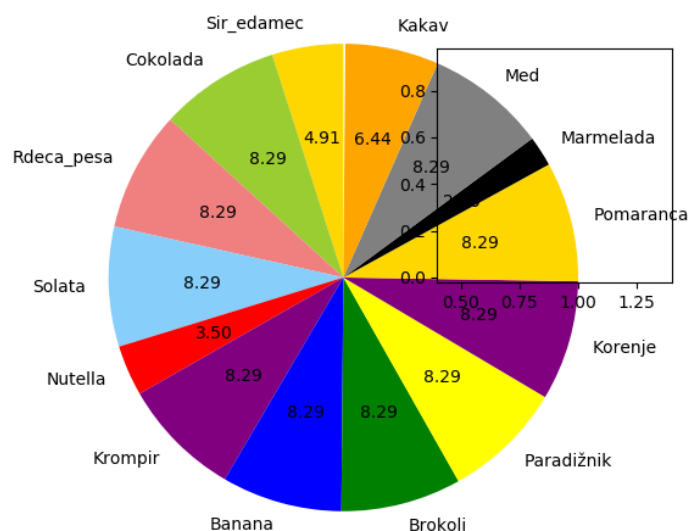


**Slika 6:** Delež posameznih živil, če z mojimi omejitvami minimiziramo kalorije in zahtevamo, da posameznega živila ne sme biti več kot 150g.

Kljub temu da v vseh treh primerih minimiziramo ravno kalorije, se le te nahajajo pri ravno zelenih prednostih okoli 2000 kalorij. Pravzaprav smo s tem načrtali zelo dravo prehrano. Vidimo da se pojavlja vedno več raznovrstnih živil, hkrati pa tudi vemo kako najbolj optimalno izbrati hrano v samopostrežnem baru. Pri vsem tem smo varčni tudi pri teži, kar se nenazadnje odraža tudi v ceni prehrane. V končni fazi bi sam ocenil da sploh zadnja dva seznama zares odražata neke vrste zdravo in mešano prehrano. Nasploh je zanimiva opazka, da se meso ni pojavilo nikjer in glede na podatke spada med najbolj neprimerna živila.

| Rešitev za moje omejitve pri minimzaciji kalorij - vsako živilo max. 150 g |                |                       |           |            |               |
|--|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila   | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Sir Edamec   | 86,5           | Energija [kcal]       | /         | /          | 1921          |
| Čokolada   | 98             | Maščobe [g]           | 65        | 75         | 75            |
| Rdeča pesa   | 150            | Ogljikovi hidrati [g] | 305       | 315        | 305           |
| Nutella  | 33,8           | Proteini [g]          | 45        | 55         | 55            |
| Krompir  | 150            | Ca [mg]               | 1000      | 1500       | 1000          |
| Banana   | 150            | Fe [mg]               | 15        | 20         | 20            |
| Paradižnik   | 54,7           | Vitamin C [mg]        | 75        | 500        | 75            |
| Paprika  | 1,4            | Kalij [mg]            | 4500      | 5000       | 4500          |
| Korenje  | 150            | Natrij [mg]           | 1500      | 2300       | 1500          |
| Marmelada  | 143,5          | Teža [g]              | /         | 2000       | 1298,3        |
| Kakav  | 86,4           | /                     | /         | /          | /             |
| Sol  | 1,2            | /                     | /         | /          | /             |





**Slika 7:** Delež posameznih živil, če z mojimi omejitvami minimiziramo kalorije in zahtevamo, da posameznega živila ne sme biti več kot 100g. Diagram ima očitno hibo, ki jo bo vljudni bralec spregledal.

| Rešitev za moje omejitve pri minimzaciji kalorij - vsako živilo max. 100 g |                |                       |           |            |               |
|--|----------------|-----------------------|-----------|------------|---------------|
| Živila   | količina v [g] | Sestavine             | Min. vnos | Maks. vnos | Dobljeni vnos |
| Sir Edamec   | 59,2           | Energija [kcal]       | /         | /          | 1918,7        |
| Čokolada   | 100            | Maščobe [g]           | 65        | 75         | 75            |
| Rdeča pesa   | 100            | Ogljikovi hidrati [g] | 305       | 315        | 305           |
| Solata   | 100            | Proteini [g]          | 45        | 55         | 54            |
| Nutella  | 42,2           | Ca [mg]               | 1000      | 1500       | 1000          |
| Krompir  | 100            | Fe [mg]               | 15        | 20         | 19,9          |
| Banana   | 100            | Vitamin C [mg]        | 75        | 500        | 205           |
| Brokoli  | 100            | Kalij [mg]            | 4500      | 5000       | 4500          |
| Paradižnik   | 100            | Natrij [mg]           | 1500      | 2300       | 1500          |
| Korenje  | 100            | Teža [g]              | /         | 2000       | 1206          |
| Pomaranča  | 100            | /                     | /         | /          | /             |
| Marmelada  | 25,3           | /                     | /         | /          | /             |
| Med  | 100            | /                     | /         | /          | /             |
| Kakav  | 77,7           | /                     | /         | /          | /             |
| Sol  | 1,6            | /                     | /         | /          | /             |

Zelo zanimivo bi bilo opazovati, kako na optimizacijo vpliva cena, a žal za to nisem imel dovolj časa. A ne glede na to smo se v tej nalogi marsikaj naučili:

- Pri optimizaciji ni dovolj, da proste parametre omejimo le navzdol. Zelo pomembno je, da smo pozorni na vse možne omejitve in da že od začetka dobro pregledamo sistem in pametno postavimo zahteve. Zgornja meja je dosti pomembnejša od spodnje.
- Taka funkcija bo vsako najmanjše odstopanje od povprečja tako močno nagradila, da bo popačila smiselni izid, zato je pomembno, da omogočimo različnim živilom, oziroma spremenljivkam, "equal timing" in poleg individualnih omejitev, omejimo tudi vse skupaj. Čeprav tega nisem izrisal, omenjam, da se je tudi tu pokazalo, da je dosti pomembnejša zgornja skupna omejitev, kot spodnja. Recimo pogoj, da nobeno živilo ne sme preseči količine 150g.