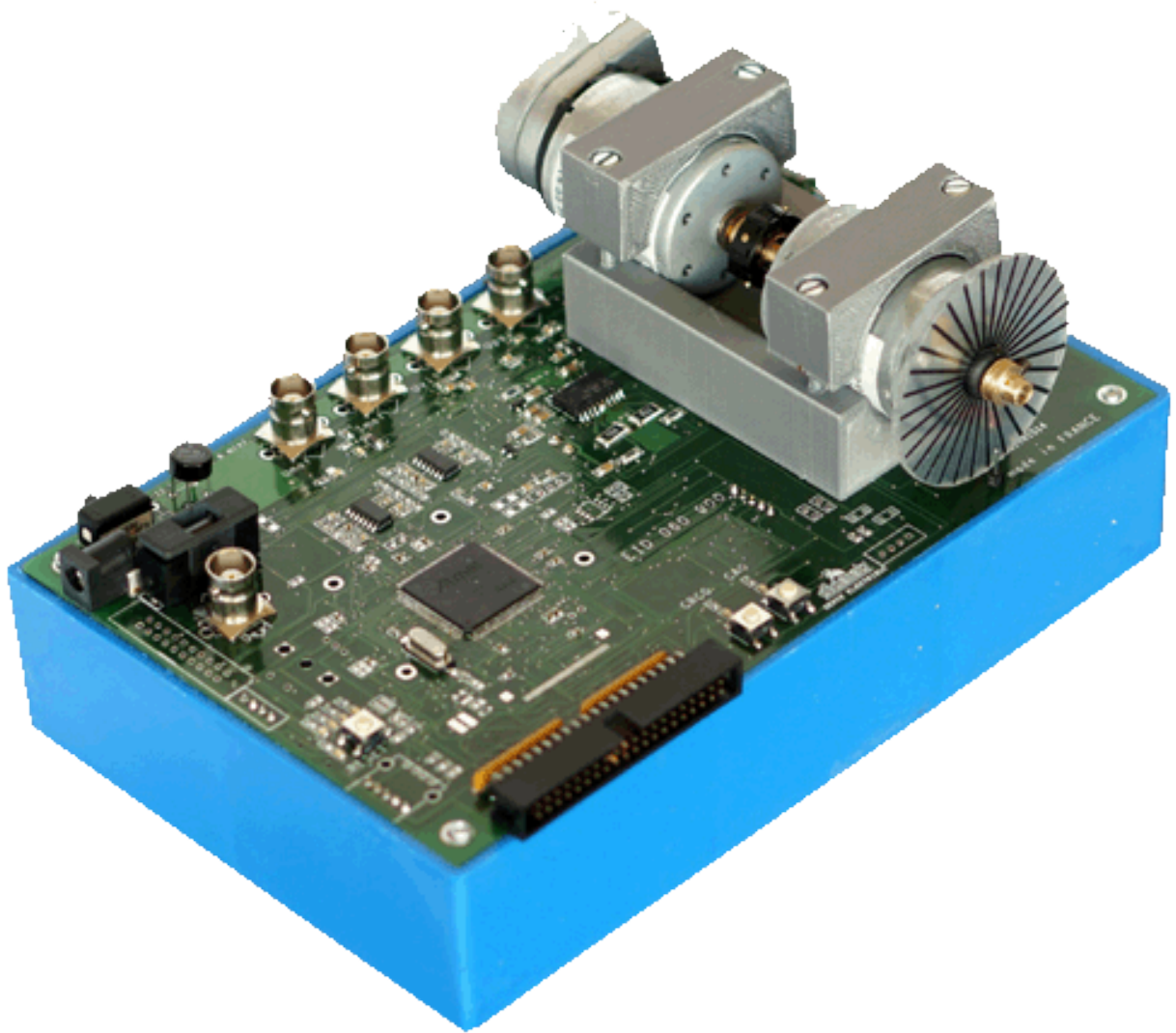


TP D'AUTOMATIQUE ASSERVISSEMENT ANGULAIRE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU



Partie 1 : Correction proportionnelle

Etude du système : Vous avez à votre disposition un ensemble comprenant une plateforme (pour réaliser vos câblages de circuits électriques) ainsi qu'un moteur lié mécaniquement à un réducteur de rapport N . La sortie du réducteur est couplée à un disque faisant office de charge et à un Potentiomètre qui fournit une tension proportionnelle à la position du disque. Le schéma-bloc du système asservi (à réaliser) est donné dans la figure suivante.

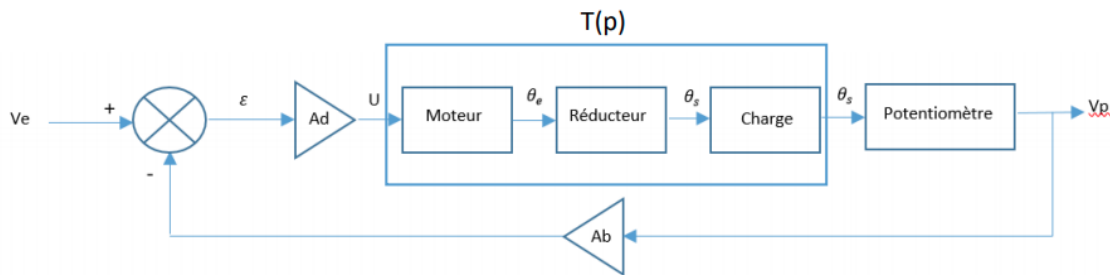


Figure1 : Schéma-bloc du système asservi

Equation du moteur a courant continu

$$L \frac{di}{dt} = u - Ri - K_m \omega$$

Equations électriques

$$J_t \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_d$$

Equations mécaniques, $\omega = d\theta/dt$

$$V_{fem} = K_m \omega$$

Force électromotrice (tension en volt)

$$T_m = K_m i$$

coupe électromotrice du moteur

$$T_d = f \omega$$

couple de charge,

avec :

K_m : constante de couple ou constante électromagnétique caractéristique du moteur,

f : coefficient de frottement visqueux,

R : résistance interne du moteur,

L : inductance des enroulements,

J_m : inertie du moteur, J_d : inertie du disque

A. Etude théorique :

> Si on néglige l'inductance ($L = 0$), exprimer la fonction de transfert du moteur.

$$U(P) = R I(P) + L P I(P) + E$$

$$E = K_m \cdot \Omega(P)$$

$$U(P) = I(P) \cdot (R + L P) + K_m \Omega(P)$$

$$J_t \cdot P \Omega(P) = K_m I - f \Omega(P)$$

$$K_m I = \Omega(P) \cdot (J_t \cdot P + f)$$

$$j_t \cdot p \cdot \Omega = k_m \cdot \frac{1}{R} (U - k_m \cdot \Omega) - f \Omega$$

$$j_t \cdot p \cdot \Omega + f \Omega + \frac{k_m^2}{R} \cdot \Omega = \frac{k_m}{R} U$$

$$\Omega \cdot (j_t \cdot p + f + \frac{k_m^2}{R}) = \frac{k_m}{R} U$$

Avec :

$$\Omega = p \cdot \theta$$

$$\frac{\theta}{U} = \frac{1}{p} \cdot \frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{j_t \cdot p + f + \frac{k_m^2}{R}}$$

> Modifier les équations ci-dessus pour prendre en compte le rapport de réduction N .

$$\frac{\theta \cdot N}{U} = \frac{k_m \frac{1}{k_m^2}}{(R \cdot j_t \cdot p^2 + f R p + k_m^2 \cdot p) \frac{1}{k_m^2}}$$

$$\frac{\theta \cdot N}{U} = \frac{\frac{1}{k_m + \frac{f \cdot R}{k_m}}}{\left(p + \frac{R \cdot j_t}{k_m^2 + f \cdot R} p^2\right)}$$

$$\frac{\theta}{U} = \frac{\frac{1}{km + \frac{f \cdot R \cdot N}{km}}}{p \left(1 + \frac{R \cdot jt}{km^2 + f \cdot R} p \right)}$$

> Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte de l'ensemble moteur-réducteur-disque.

$$FTBO = A_p \cdot A_d \cdot k \cdot T(p)$$

Avec le rapport de réduction 1/N

$$FTBO = \frac{1}{N} * \frac{\frac{km}{Rf + Km^2}}{\frac{R \cdot jt \cdot p^2}{Rf + Km^2} + p} = \frac{km}{N(Rf + Km^2)} * \frac{1}{p \left(1 + \frac{R \cdot jt \cdot p}{Rf + Km^2} \right)}$$

On a bien mis sous la forme :

$$T(p) = \frac{\theta_s(p)}{U(p)} = \frac{A}{p(1 + \tau p)}$$

Par identification on a :

$$A = \frac{km}{N(Rf + Km^2)} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{R \cdot jt}{Rf + Km^2}$$

B. Identification expérimentale : On souhaite identifier la fonction de transfert du système asservi complet par un essai expérimental.

a) Quelle est la valeur du gain K du potentiomètre (on suppose que le potentiomètre est alimenté à $\pm 15V$).

La valeur du gain est de 4,77 rad.v

Pour le calcul, on fait un produit en croix :

$$2\pi \quad 30$$

$$1 \quad K=$$

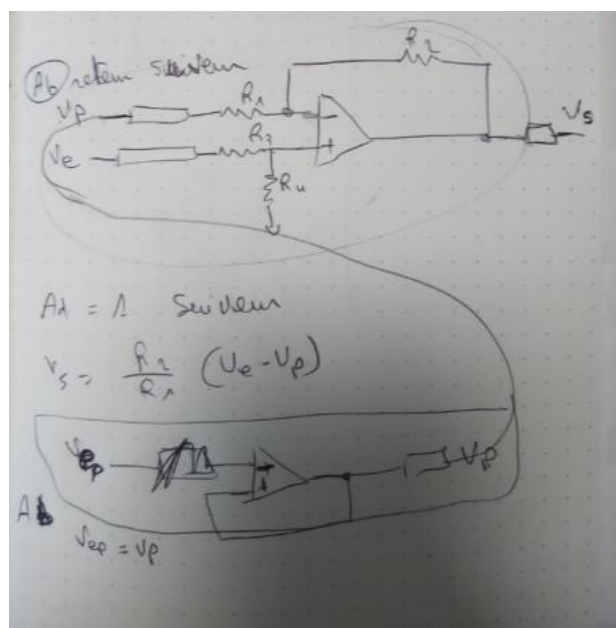
$$(30 \cdot 1) / 2\pi = 4,77 \text{ v soit } 5 \text{ volt.}$$

b) Donner les expressions de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO$ et de la fonction de transfert en en boucle fermée $FTBF$ du système en fonction de K (gain du potentiomètre), $T(p)$ (fonction de transfert du couple motoréducteur et charge), A_d et A_b .

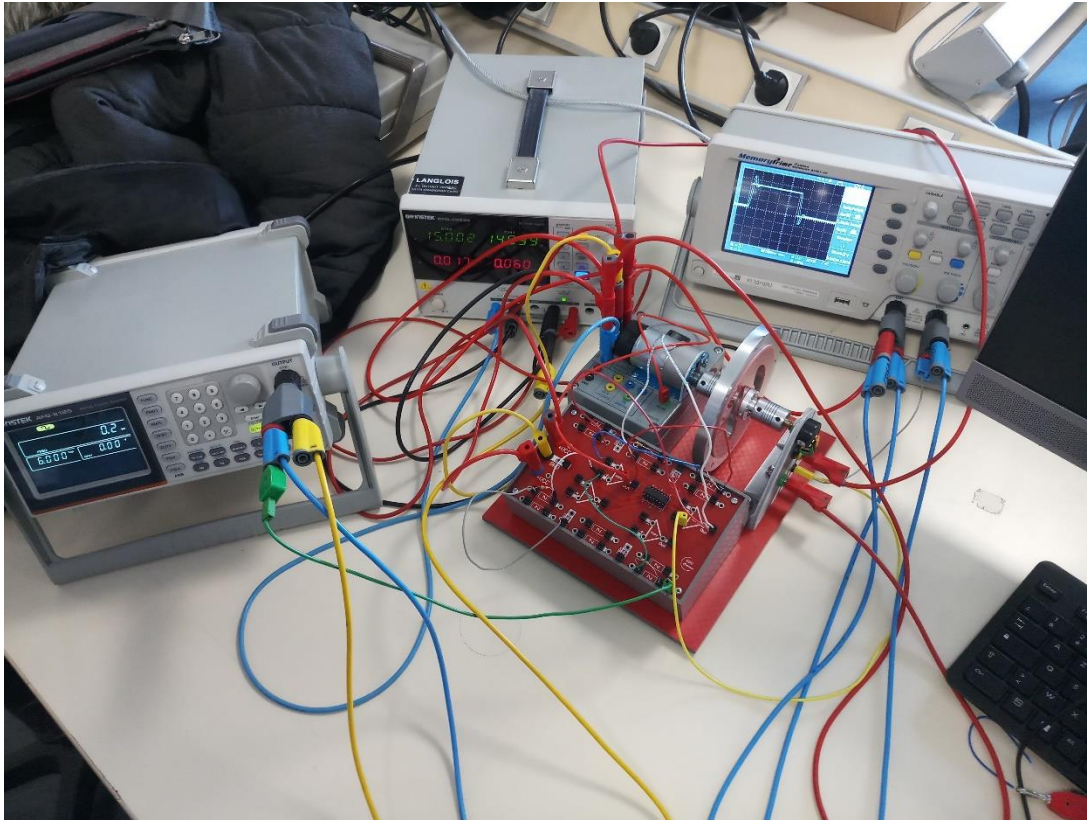
$$FTBF = H(S)$$

$$FTBF = \frac{FTBO}{1 + FTBO}$$

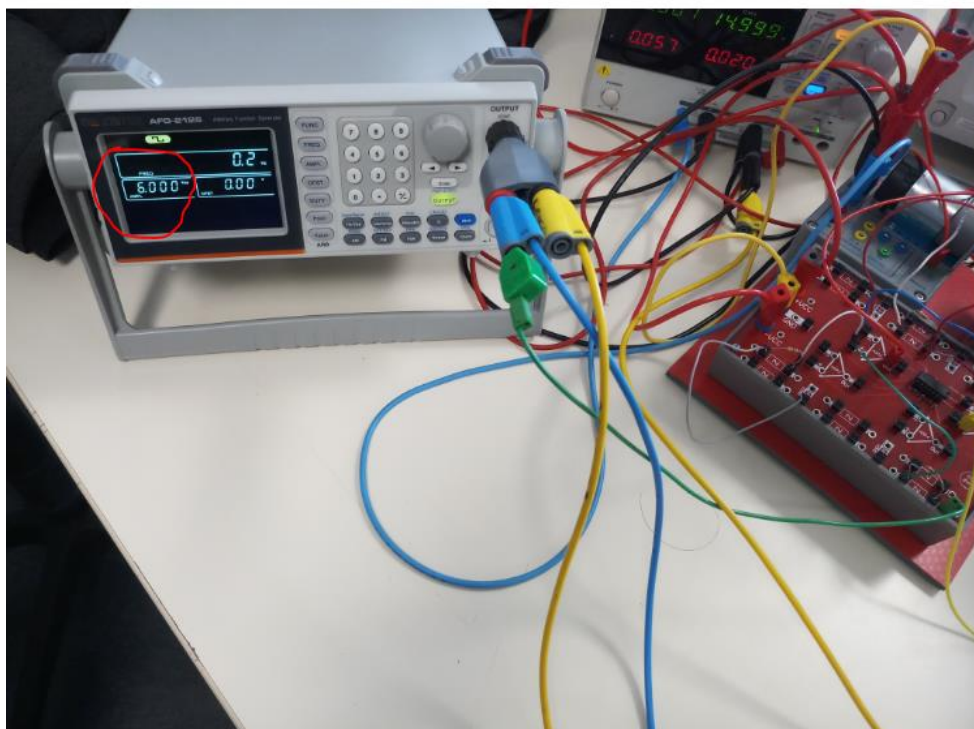
C) schéma du montage :



d) Réalisation du câblage



e) application d'un échelon 6Vpp.



f) La forme canonique pour ce système du second ordre oscillant est :

$$F_{TBF}(p) = \frac{G}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

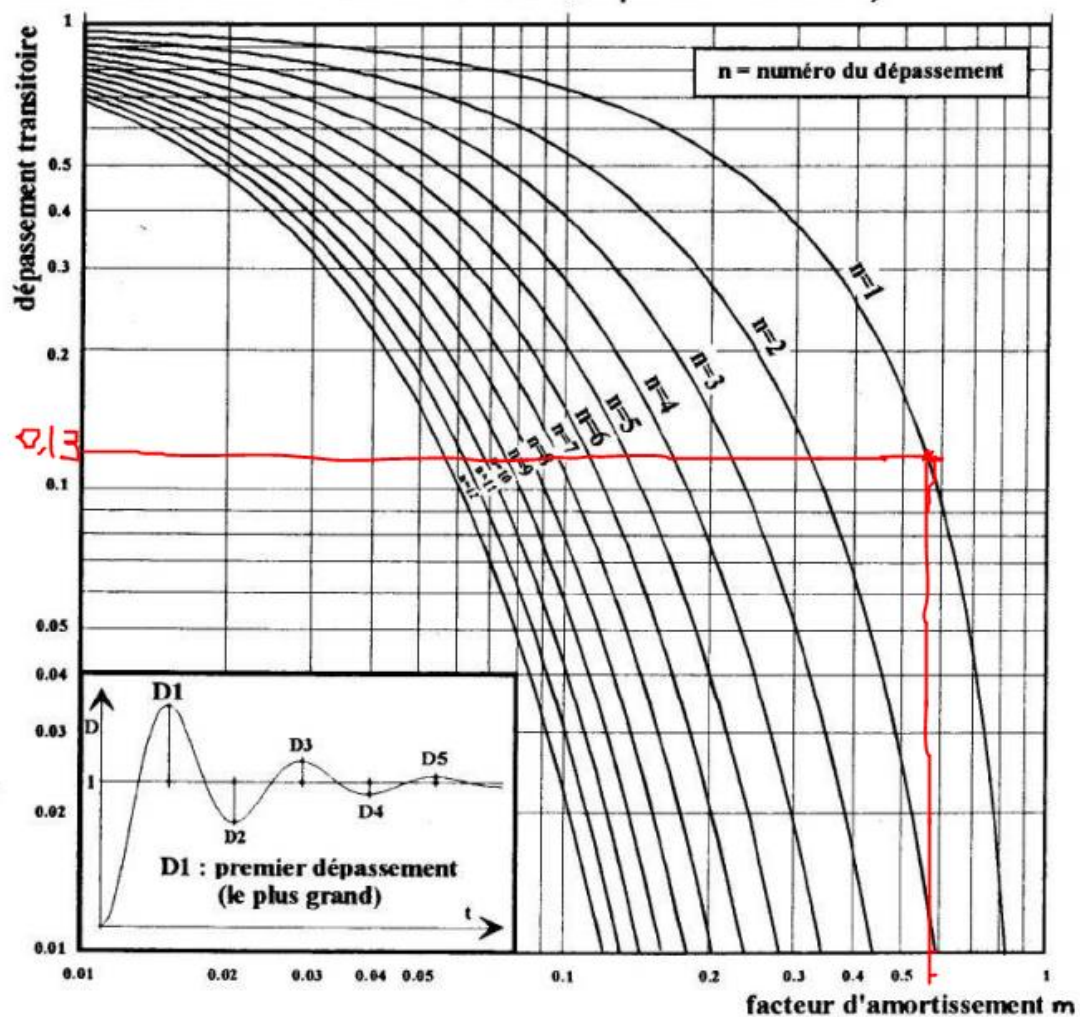
avec m : coefficient d'amortissement compris en 0 et 1

> Mesurer le premier dépassement de la sortie par rapport à l'entrée, et en déduire la valeur du coefficient d'amortissement m .

Calcul du premier dépassement :

$$\frac{6,8 - 6}{6} = 0,13$$

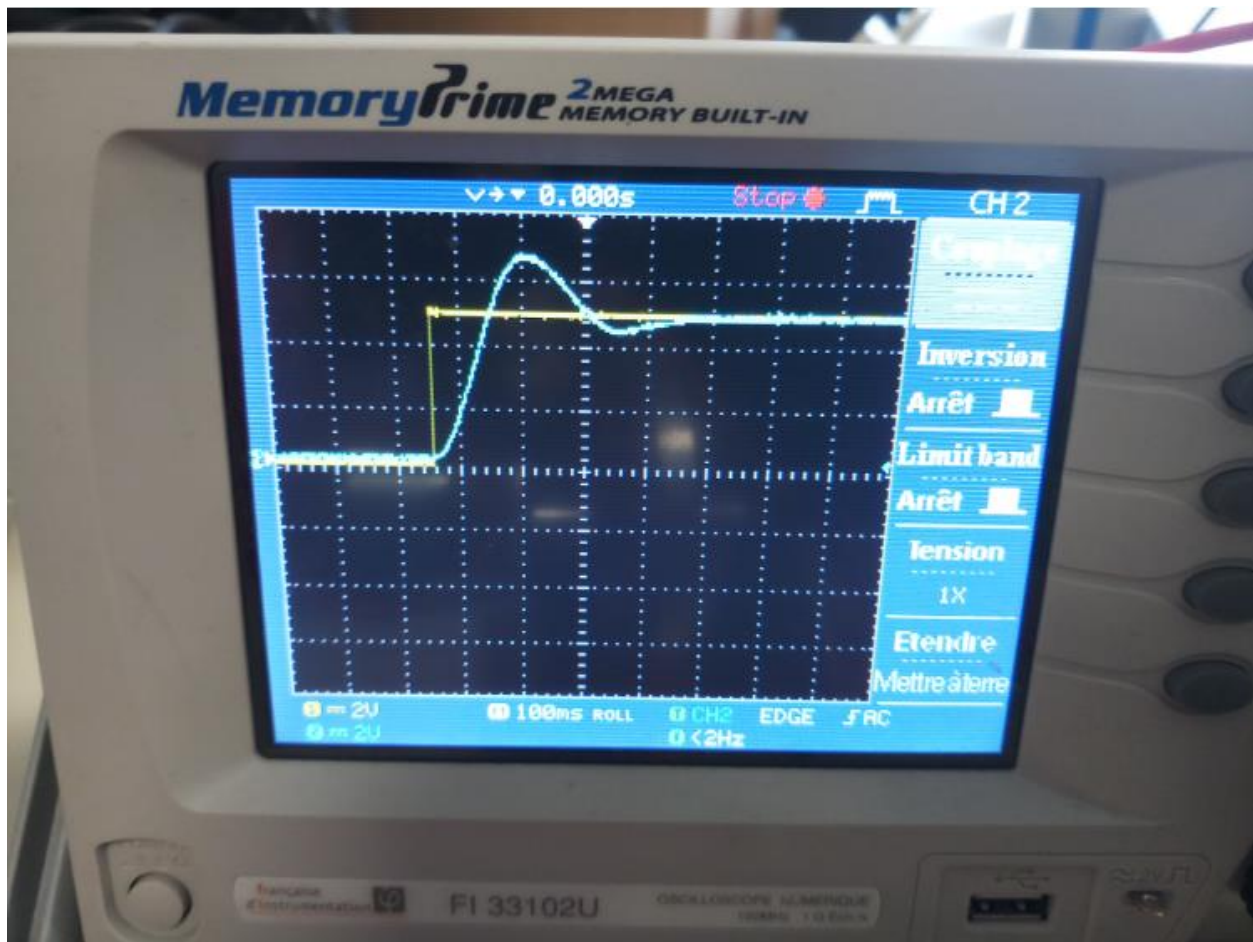
ABAQUE DES DEPASSEMENTS TRANSITOIRES (Réponse Indicielle)



Avec l'abaque le coefficient d'amortissement vaut 0,56.

Donc $m=0,56$

Capture du graphe pour les calculs :



g) mesure de la pseudo-période et calcul de la pulsation propre :

On mesure la pseudo-période à partir du graphe prélever pendant la partie expérimentale (graphe au-dessus).

D'après le graphe on a 120 millisecondes pour une période

Calcul de la pseudo-période :

$$\omega_0 = 2\pi / T \cdot \sqrt{1 - m^2} = 2 \cdot 3,14 / 0,24 \cdot \sqrt{1 - 0,56^2} = 31,59 \text{ rad/s}$$

on trouve 31,59 rad/s.

h). Fonction de transfert en boucle fermée FTBF sous sa forme canonique

$$F_{tbf} = \frac{G}{1 + \frac{2mp}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

$$F_{tbf} = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot 0,56p}{32} + \left(\frac{p}{32}\right)^2}$$

D'après le schéma on a la fonction de transfert suivante :

$$F_{tbf} = \frac{ad * t(p) * k}{1 + ad * t(p) * k * ab}$$

$$\text{Avec } t = \frac{A}{P(1 + Tp)}$$

$$f_{tbf} = \frac{ad * t(p) * k}{\frac{ad * t(p) * k * ab}{\frac{1}{ad * t(p) * k * ab} + \frac{ad * ab * k * t(p)}{ad * t(p) * k * ab}}}$$

$$ftbf = \frac{\frac{1}{ab}}{\frac{1}{ad * t(p) * k * ab} + 1}$$

Par identification on a $A=1/ab$

$$\frac{1}{ad * t(p) * k * ab} = \frac{2 * 0,56p}{32} + \left(\frac{P}{32}\right)^2$$

$$\frac{1}{t(p)} = k * 2 \left(\frac{2 * 0,56p}{32} + \left(\frac{P}{32}\right)^2 \right)$$

Avec $K=4,77 \text{ rad/s}$

$$\frac{1}{t(p)} = 4,77 * 2 \left(\frac{2 * 0,56p}{32} + \left(\frac{P}{32}\right)^2 \right)$$

$$\frac{1}{t(p)} = 9,54 \left(\frac{1,12p}{32} + \left(\frac{P}{32}\right)^2 \right)$$

$$\frac{1}{t(p)} = \frac{10,68p}{32} + \left(\frac{9,54P}{32}\right)^2$$

$$\frac{1}{t(p)} = P * 0,33 + (P * 0,29)^2$$

$$t(p) = \frac{1}{P * 0,33 + 0,0841 * p^2}$$

$$t(p) = \frac{1}{p + 0,042 * p^2}$$

$$t(p) = \frac{3,03}{p + 0,042 * p^2}$$

$$t(p) = \frac{3,03}{p(1 + 0,042p)}$$

Par identification on a $A=3,03$ et $\tau=0,042$

Comme on a $t(p)$, on calcul la fonction de transfert en boucle ouverte pour déterminer le numérateur

$$T(p) * ad * k = 3,03 * 2 * 4,77 = 28,81$$

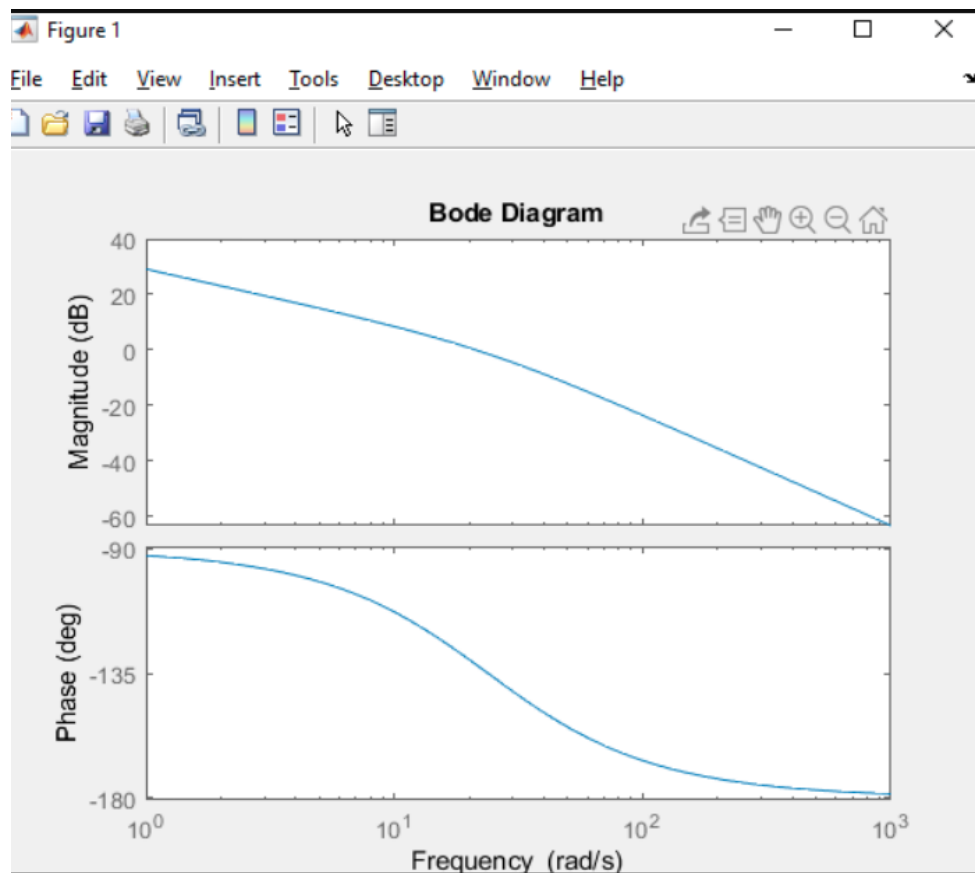
C. Simulations sur les outils de C.A.0

a) Créer la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO à l'aide de MATLAB

```
1 - num = 28.62
2 - den=[0.042 1 0]
```

b) Tracer le diagramme de Bode de la FTBO

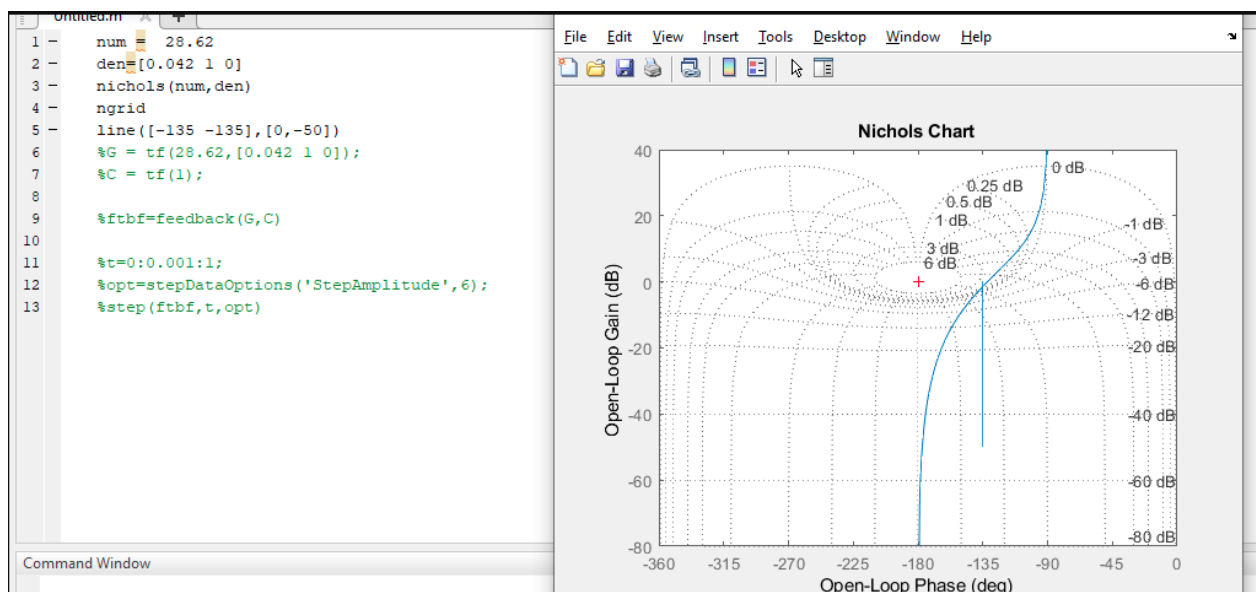
voici le diagramme de bode.

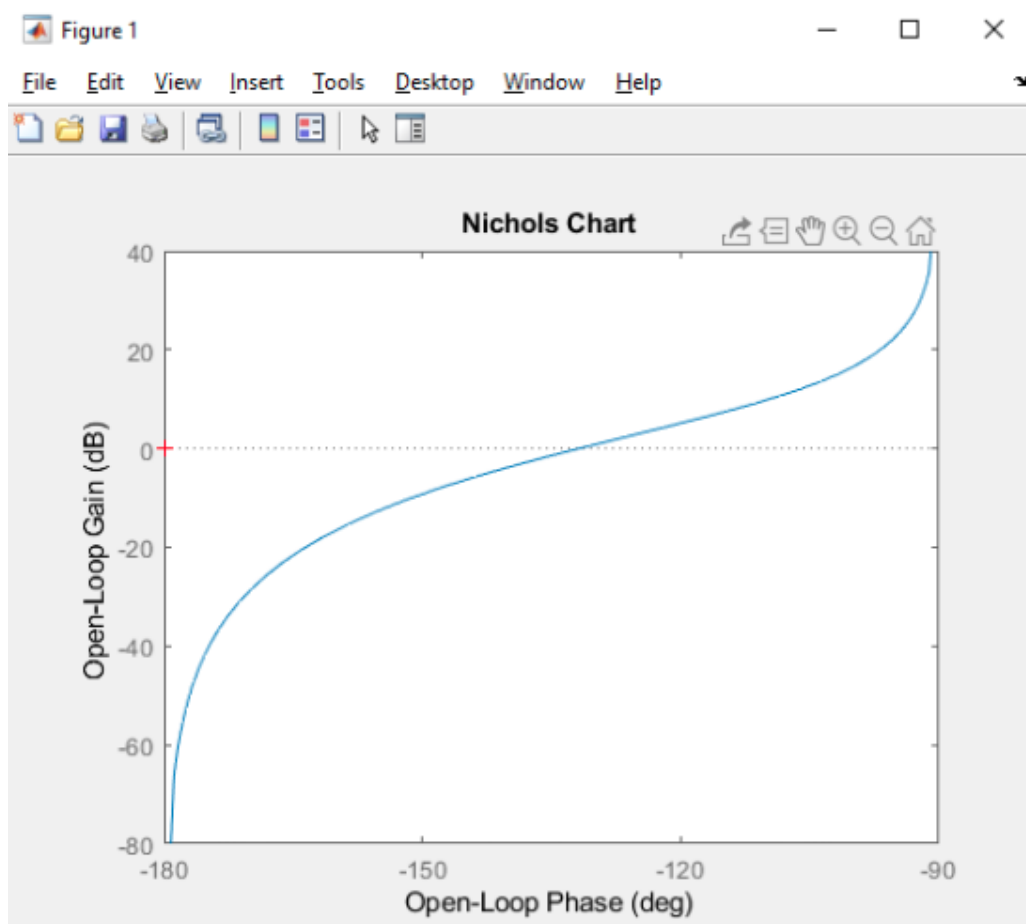


c. A l'aide de la commande « margin », déterminer la stabilité du système en boucle fermée

```
Gm =  
  
    Inf  
  
Pm =  
  
    48.1562  
  
Wcg =  
  
    Inf  
  
Wcp =  
  
    21.3209
```

d. Tracer le diagramme de Black-Nichols de la FTBO. Etudier la stabilité de la FTBF.





Le système est stable en boucle fermée, la courbe est à droite du point critique (0db, 180°)

e. A l'aide de la fonction « feedback » calculer la FTBF. On applique un échelon de tension de 6V à l'entrée du système en boucle fermée. Quelle est la valeur finale de la sortie (calcul théorique) ?

En utilisant la formule suivante :

Théorème : Soit f une fonction causale telle que $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ existe. Alors

$$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t).$$

```
ftbf =

      28.62
-----
0.042 s^2 + s + 28.62

Continuous-time transfer function.
```

$$H(p) = \frac{s(p)}{E(p)}$$

$$S(p) = H(p) * E(p) = \frac{6}{p} * E(p)$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = \frac{28,62}{0,042 p^2 + p + 28,62} * p^6 / p$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = \frac{28,62}{0,042 p^2 + p + 28,62} * 6$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = \left(\frac{28,62}{0,042 * 0^2 + 0 + 28,62} \right) * 6$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = \frac{28,62}{28,62} * 6$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = 6$$

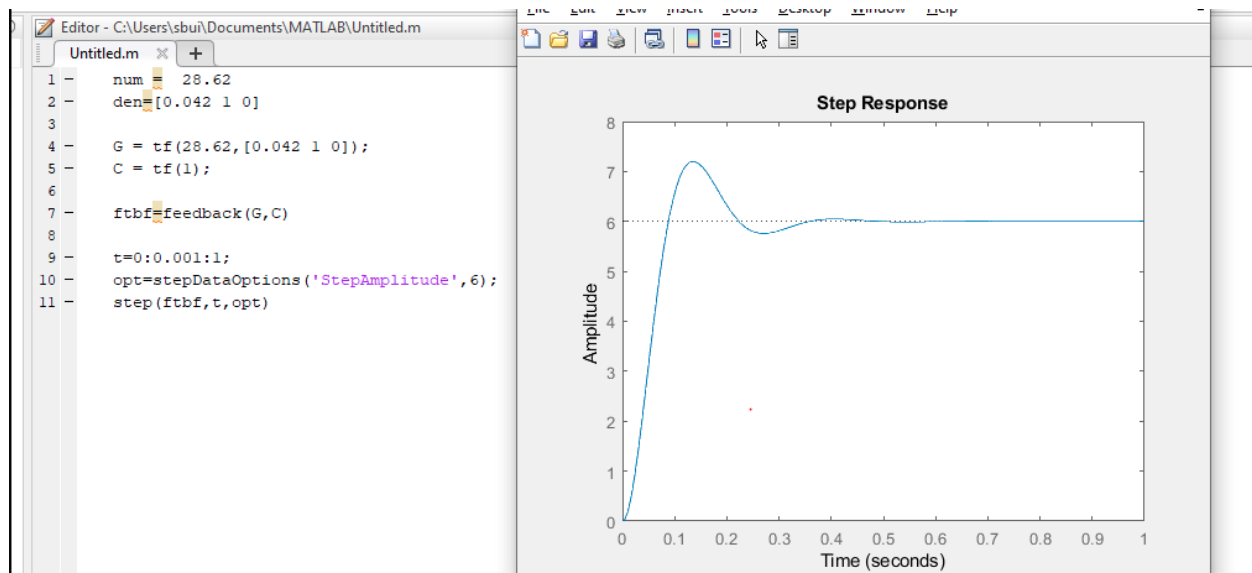
On trouve 6 pour le calcul de la valeur finale.

f. Calculez l'erreur de position théorique.

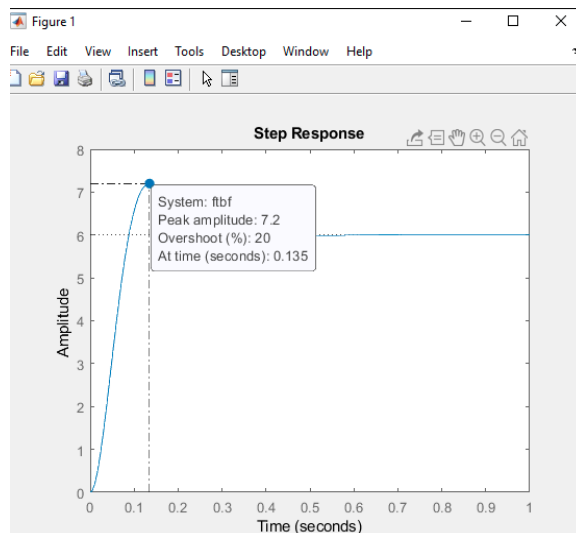
Calcul de l'erreur théorique en se basant sur le graphe obtenu pendant la phase 'd'expérimentation.

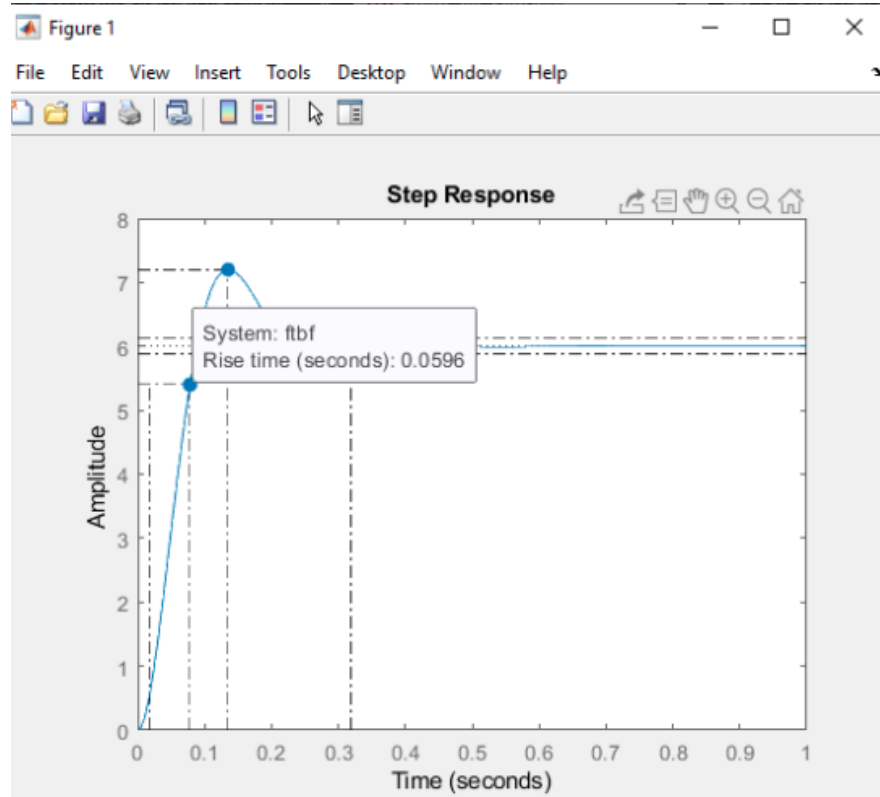
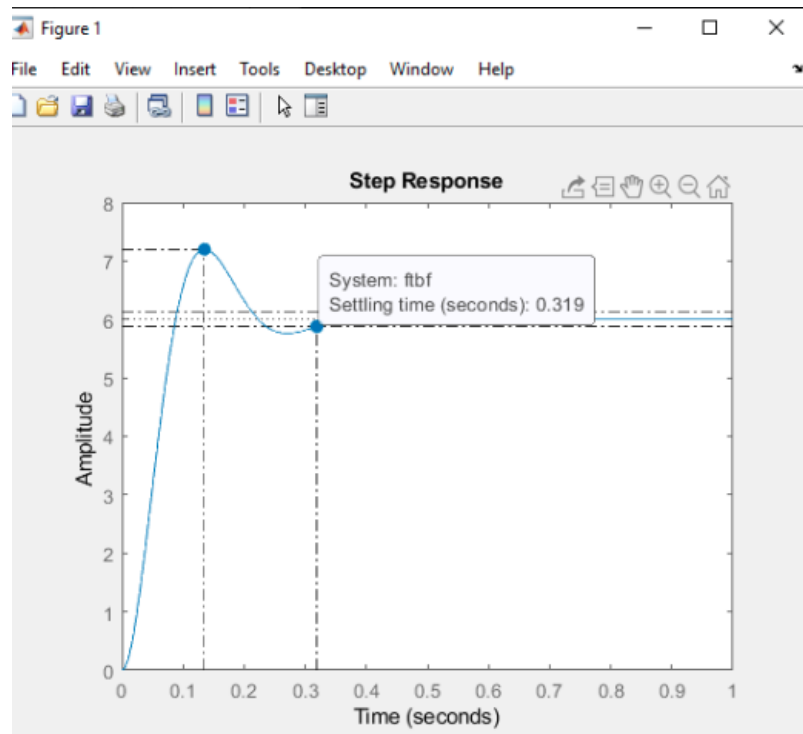
$$K_{si} = 6 - 6 = 0$$

g. Afficher la réponse du système à un échelon de 6V, et comparer avec les résultats théoriques.



h. Mesurer $tr_{5\%}$, le temps de monter (t_m) et le premier dépassement D1%.





Etude avec différentes valeurs de Ad et Ab :

$$T_o/ad*ab*A*k=1,2*10^{-3}$$

Ad	Ab	Tr 5
3	1	0,37
4	1	0,48
5	1	0,675

On observe quand Ad augmente la valeur de Tr5% augmente également.

Partie 2 : Correcteur à avance de phase

A) Etude théorique : On souhaite améliorer le temps de réponse à 5% du dispositif tout en conservant une bonne stabilité, à l'aide d'un correcteur à avance de phase (annexe 2). Ce correcteur a pour fonction de transfert : $C(p) = 1 + aTp \frac{1}{1 + Tp}$, $a > 1$

> Se documenter sur le correcteur à avance de phase. Donner les avantages de ce type de correcteurs par rapport au correcteur PD.

Les avantages de ce type de correcteurs sont les suivantes :

- Permet d'améliorer les marges de stabilité (effet stabilisant)
- Permet d'améliorer la bande passante du système et d'augmenter la rapidité.
- Il est en général associé à un correcteur PI qui assure la précision.

> Donner le schéma-bloc du système corrigé à l'aide du correcteur à avance de phase.

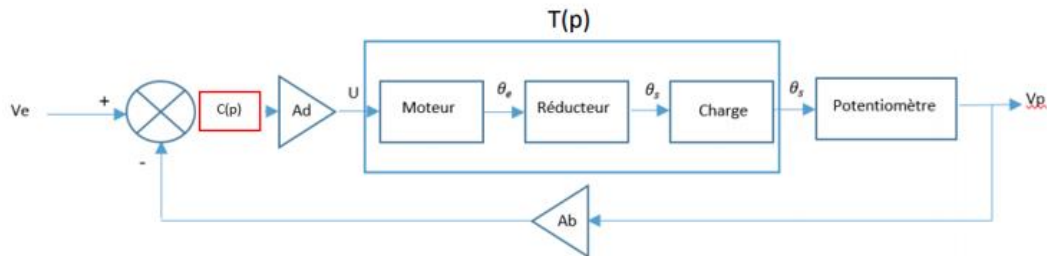


Figure1 : Schéma-bloc du système asservi corrigé

> Ecrire la FTBO du système corrigé.

$$C(p) = \frac{ad * a * K}{P + Tp^2}$$

$$C(p) = \frac{(1 + atp)}{(1 + Tp)} * \frac{ad * a * K}{(P + Tp^2)}$$

$$C(p) = \frac{(1 + atp) * ad * a * K}{p(1 + Tp^2)}$$

$$C(p) = \frac{(1 + atp) * ad * a * K}{p + Tp^2 + Tp^2 + T^2p^3}$$

> Pour Ad=2, on souhaite obtenir une marge de phase de 45°. Déterminer les paramètres du correcteur : a, T.

$$\sin(45 - 23) = \frac{1 - a}{1 + a} = 0,37 = 0,37 * (1 + a) = 1 - a$$

> Pour $A_d=2$, on souhaite obtenir une marge de phase de 45° . Déterminer les paramètres du correcteur : a , T .

$$0,37*(1+a) = 1-a$$

$$0,37+0,37a = 1-a$$

$$1,37a = 0,37$$

$$a = 0,27 \quad \text{Et} \quad T =$$

on a eu du mal à trouver le paramètre T .