

T1

发现题目的要求只和每个位置的奇偶性有关。并且题目答案可以看成 $\sum (a_i \% 2 \neq a_{i+1} \% 2)$ 。

那么很容易想到 $dp_{i,j,k,flag}$ 表示考虑了前 i 个位置，已经填了 j 个偶数，并且 $\sum (a_i \% 2 \neq a_{i+1} \% 2) = k$ 。

枚举下一位填0还是1，如果是一个已经给出答案的位置则不用枚举。

注意到我们只是枚举了每个位置的奇偶，那么最后还要乘上奇数个数的阶乘以及偶数个数的阶乘。

时间复杂度 $O(n^3)$ 。

T2

考虑如果确定哪些位置为0的时候的做法。

首先考虑判断是否合法，只要 c_i 不要求一定等于0的 b_i ， $\sum b_i \geq \sum a_i$ 即可。

考虑答案为 $\sum |a_i - c_i|$ ，由于钦定了某些位置的 $c_i = 0$ ，所以我们只考虑 $c_i < a_i$ 部分的 $a_i - c_i$ 。答案就是 $a_i - c_i$ 的和的两倍。

那么对于 $c_i = 0$ 的位置，对 $a_i - c_i$ 的贡献为 a_i 。

对于 $c_i \neq 0$ 的位置, $c_i < a_i$ 唯一的可能就是 $b_i < a_i$, 此时 c_i 取到 b_i 。贡献为 $a_i - b_i$ 。

其他情况 c_i 一定大于等于 a_i 。

考虑dp。 $f_{i,j,k}$ 表示考虑前 i 个, 目前选择了 j 个 $c_i = 0$, 目前 $c_i \neq 0$ 的 b_i 之和为 k 。

枚举第 i 个选还是不选即可。

时间复杂度 $O(n^3v)$ 。

T3

操作可以看成行列独立, 先选择 Q 个行+1, 再 Q 个列+1。

发现只要考虑最后有几个行是奇数, 几个列是奇数即可。

假设有 a 个行奇数, b 个列奇数, 那么有 $a \times (m - b) + b \times (n - a)$ 个格子为奇数。

接下来只考虑行, 列同理。

假定第 i 行操作次数为 x_i , 那么总操作次数为 $\frac{Q!}{x_1!x_2!\dots x_n!}$ 。

考虑生成函数, 钦定第 i 行奇偶。

如果第 i 行为奇数, 那么生成函数为 $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 。否则生成函数为 $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 。

由于每个行的生成函数都是相同的，那么枚举有 i 个行为奇数，前面乘上 $\binom{n}{i}$ 即可。

也就是要计算 $(\frac{e^x + e^{-x}}{2})^i (\frac{e^x - e^{-x}}{2})^{n-i}$ 。

乘积一定是 $\sum a_i e^{ix}$ 形式，也就是只要把系数求出即可。

计算出 $i = 0$ 的情况后，相当于每次乘上一个两项的多项式，再除去一个两项的多项式，这可以在 $O(n)$ 的复杂度内解决。

时间复杂度 $O(n^2)$ 。

T4

$K = 1$ 就是一个一般图最大匹配。

考虑 $K \geq 2$ 。 $L^2(G)$ 的图中的每一个点对应着原图的两个有公共点的边。两个点之间有边当且仅当有一条共同的边。

那显然答案小于等于 $m/2$ ，也就是 $|L(G)|/2$ 。

最大独立集相当于每次选两个边，如果有两个边有共同点的一个匹配。

考虑这个图的一个dfs生成树，每个边在返祖边的時候讨论。

如果有奇数个，那么两两匹配后剩下的边把连到父亲的边匹配。

如果是偶数个，那么两两匹配即可。

所以答案可以取到 $m/2$ 。

下面考虑计算 $|L^k(G)|$, $k \leq 6$ 。

$k = 1$, m 。

$k = 2$, $\sum \binom{d_i}{2}$ 。

$k = 3$, $\sum_{(i,j) \in E} \binom{d_i + d_j - 2}{2}$

$k = 4$, $\sum_{(i,j) \in E, (i,k) \in E} \binom{2d_i + d_j + d_k - 6}{2}$, 预处理
 $f_i = \sum_{(i,j) \in E} d_i + d_j$, $g_i = \sum_{(i,j) \in E} (d_i + d_j)^2$ 后
可以 $O(m)$ 计算。

$k = 5$, 暴力建出新图即可。

$k = 6$, 考虑到我们只需要知道 $L^2(G)$ 的每一个 f, g ,
我们可以通过枚举那条共同的边来计算 d, f, g 。

时间复杂度 $O(m^2)$ 。