

# 杂题选讲

华师一中

## CF1174E Ehab and the Expected GCD Problem

$p$  是一个排列, 定义  $f(p)$ : 设  $g_i$  为  $p_1, p_2, \dots, p_i$  的最大公因数 (即前缀最大公因数), 则  $f(p)$  为  $g_1, g_2, \dots, g_n$  中不同的数的个数。

设  $f_{\max}(n)$  为  $1, 2, \dots, n$  的所有排列  $p$  中  $f(p)$  的最大值, 你要求有多少  $1, 2, \dots, n$  的排列  $p$  满足  $f(p) = f_{\max}(n)$ , 答案对  $10^9 + 7$  取模。

$$n \leq 10^6$$

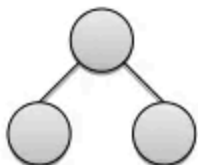
## ABC214H Collecting

$n$  个点  $m$  条边的有向图, 点  $i$  有  $a_i$  个物品,  $K$  个人依次从 1 开始遍历这个图。  
所到之处收集所有物品, 问  $K$  个人最多收集的物品。

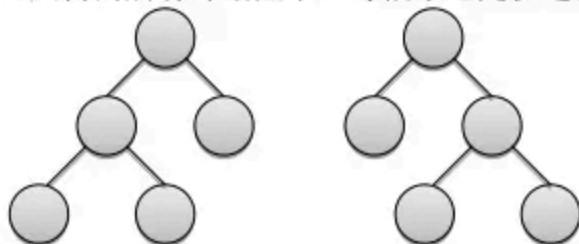
$$n, m \leq 2 \times 10^5, K \leq 10$$

# P3830 [SHOI2012] 随机树

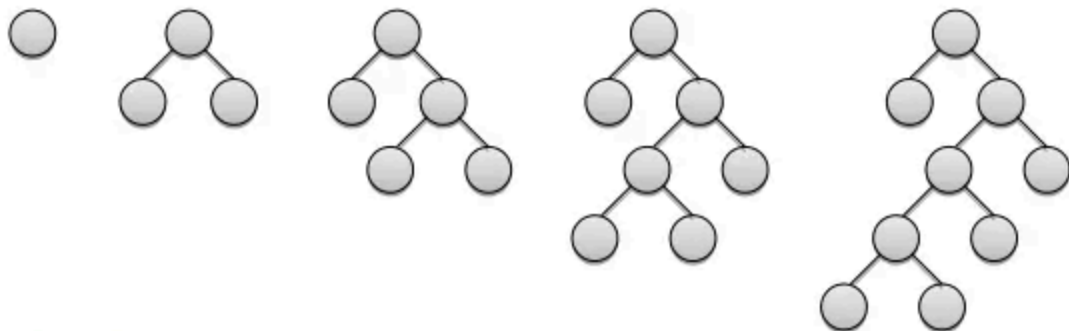
一棵含  $n$  个叶结点的二叉树可以通过如下方式生成。初始时只有根结点。首先，将根结点展开（本题中的“展开”是指给一个叶结点添上左、右两个子结点）：



然后，等概率地随机将两个叶结点中的一个展开，即生成以下两棵树之一：之后，每次在当前二叉树的所有叶结点中，等概率地随机选择一个，将其展开。



不断地重复这一操作，直至产生  $n$  个叶结点为止。例如，某棵含 5 个叶结点的二叉树可能按如下步骤生成。



对于按这种方式随机生成的一棵含  $n$  个叶结点二叉树，求（1）叶结点平均深度的数学期望值；（2）树深度的数学期望值。约定根结点的深度为 0。

$$n \leq 500$$

## CF196E Opening Portals

给出一个有 $n$ 个结点， $m$ 条带权边的无向连通图，边权为经过这条边所需的时间。有 $k$ 个点设有传送门，初始时，传送门都关闭。你从1号点出发，每当你到达一个已开启传送门的点，那个传送门就会永久开启，你可以从一个开启的传送门花费0时间到达另一个开启的传送门。求开启所有传送门所需的最小时间。

$$k, n, m \leq 10^5, w_i \leq 10^9$$

# CF1801G A task for substrings

给你一个字符串  $t$  和  $n$  个字符串  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ 。

现在有  $m$  个询问，第  $i$  个询问给你  $l_i, r_i$ ，询问  $t[l_i, r_i]$  中  $s_1, s_2, \dots, s_n$  中的字符串出现了多少次。

形式化地，统计满足  $t[a, b]$  在  $s_1, s_2, \dots, s_n$  中出现过且  $l_i \leq a \leq b \leq r_i$  的  $(a, b)$  的个数。

$$|t| \leq 5 \times 10^6$$

$$1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$$

$$\sum_{i=1}^n |s_i| \leq 10^6$$

## CF446D DZY Loves Games

给定一个图，有不多于 101 个关键点，从 1 开始随机游走到  $n$ ，1 保证没有关键点， $n$  保证有关键点。求恰好经过  $k - 1$  个关键点的概率。

$n \leq 500, k \leq 10^9$ ，图有重边无自环。