

进阶线性代数 part2

cssyz - wjj

线性基

- 首先明白基的概念
- 基中的元素能够张成原空间
- 基中的元素是最少的
- 如二维空间中的 \hat{i} 和 \hat{j}

- 在线性空间下我们求解一组基需要用到特征向量，这里不多做讨论
在异或的意义下我们定义一组基

怎么求解？

- 考虑异或高斯消元
- 为什么用高斯消元的方式？

pro1

求 n 个数的异或最大和? 最小和 (不能没有)? 第 k 大呢?

范德蒙德矩阵

- 插值
- 插值用的矩阵，于多项式学习也是有益的
- 范德蒙德矩阵的行列式
- 范德蒙德逆

拉格朗日插值

- 范德蒙德矩阵说明 n 个点能插值出 $n - 1$ 次（共 n 项）多项式
- 用求逆矩阵的办法过于复杂（有兴趣可以课后自行了解），不如直接思考构造

$$f(x) = \sum_{i=1} y_i \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

- 单点求复杂度 $O(n^2)$

连续值拉格朗日插值

- 预处理阶乘就好了
- 单次复杂度为 $O(n)$

如何判断答案为多少次多项式

- 问题的关键
- 一个比较强的结论：
数列 $\{a_n\}$ 是一个 p 阶等差数列 \Leftrightarrow 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是一个 p 次多项式
- 所以自然数 k 次幂和通项为 $k + 1$ 次多项式
- 一般就猜个大概，然后多插两三位即可

loj6024

给定 k, a, n, d , 求

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{a+i \cdot d} \sum_{l=1}^j l^k \mod p$$

$k \leq 123, a, n, d < p = 1234567891$, p 为素数

bzoi2655

我们定义一个序列 $\{a_n\}$ 是合法的，当且仅当：

- 所有数值介于 $[1, A]$ 之间
- 内部无重复的数

计算其值为所有 a_i 的乘积

求所有合法序列权值和

$$a_i \leq 10^9, n \leq 500$$

bzoj4126

给定 n, m , 求

$$\sum_{i=1}^n i^m m^i$$

$$n \leq 10^9, m \leq 5 \times 10^5$$

注：例题就不放在下面了

基础练习题：

1. luogu3812

2. luogu4781

进阶练习题:

1. luogu3292
2. luogu4151
3. luogu4593
4. luogu3270
- 5.

