

杂题选讲选讲

kradcigam

2024.10.24

SCZ

闲话

- 浓缩自我暑假给校内的 5 次杂题选讲；
- 所以顾名思义，杂题选讲选讲。

Easy

题目描述

游戏开始时，有 n 个糖果和 m 块石头。杰拉尔德和迈克轮流行动，迈克先行动。

- 迈克行动时，他会检查杰拉尔德吃了多少糖果和石头。如果杰拉尔德吃了 a 块糖和 b 块石头，他就会得到 $f(a, b)$ 奖分。其中 $f(a, b) = (x_a + y_b) \bmod p$ 。
- 杰拉尔德行动时，他要么从糖果堆里吃掉一块糖果，要么从石头堆里吃掉一块石头。

当迈克看到杰拉尔德把除了一块糖和一块石头之外的糖果和石头都吃光时，他最后一次得分，游戏结束。迈克不允许杰拉尔德吃所有的糖果，也不允许他吃所有的石头。求出杰拉尔德如何游戏才能获得最大的分数，并求出一组方案。

数据范围

$2 \leq n, m \leq 20000$, $1 \leq p \leq 10^9$, 7.5s, 45MB。

题目描述

给定一张 n 个点的有向图，若 $i < j$ 则 i 到 j 有边。
现在要求用最小的颜色数量给边染色，使得任意一条点数为 k 的路径不同色。
构造方案。

数据范围

$2 \leq k < n \leq 2000$ 。

Flip the Cards

题目描述

你有 n 张牌（编号为 1 到 n ），第 i 张牌的正面有整数 a_i ，背面有整数 b_i 。所有 1 到 $2 \times n$ 的整数都在这 n 张牌里出现过正好一次。

我们认为这 n 张牌是“排好序”的仅当对于任意整数 $i \in [1, n)$ 有 $a_i < a_{i+1}, b_i > b_{i+1}$ 。

你可以进行进行下面的操作任意次：

- 选择一张牌 i 并把它翻过来，即交换 a_i, b_i 。
- 重新排序这 n 张牌，顺序随意。

求如果要使这 n 张牌变成“排好序”的，你最少需要翻几次牌，或告知无解。

数据范围

$1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i, b_i \leq 2n$ 。

Medium

题目描述

对于两个排列 p, q , 称 01 串 s 是合法的当且仅当存在一个 $2 \times n$ 的矩阵 a 满足:

- ① 1 到 $2n$ 中的每个元素都在矩阵中出现;
- ② $a_{1,i} < a_{1,j}$ 当且仅当 $p_i < p_j$;
- ③ $a_{2,i} < a_{2,j}$ 当且仅当 $q_i < q_j$;
- ④ $a_{1,i} < a_{2,i}$ 当且仅当 $s_i = 0$ 。

定义 $f(p, q)$ 为有多少 01 串对于这两个排列是合法的。现在给定排列 p 和排列 q 的一部分, 求对于所有把 q 补全的方案, $f(p, q)$ 之和, 对 998244353 取模。

数据范围

$1 \leq n \leq 100$ 。

题目描述

给定无向图 $G = (V, E)$, q 次询问每次给定一个边集, 求删除该边集后图是否连通。

强制在线。

数据范围

$1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq m \leq 5 \times 10^5$, $1 \leq Q \leq 5 \times 10^4$, 保证边集大小不超过 15。

题目描述

给定一个长度排列 p , $p_{n+1} = \infty$, 有一个初始为空的集合 S 。

有 q 轮游戏, 每次操作在 S 中加入或删除一个格子, 并查询最小费用。

你需要从 1 个格子跳到第 $n+1$ 个格子, 并且必须经过 S 中的格子。

假设你站在格子 i , 下一步你可以选择:

- 花费 a_i 的费用, 跳到 $i+1$;
- 花费 b_i 的费用, 跳到 i 后面第一个满足 $p_j > p_i$ 的位置 j 。

数据范围

$n, q \leq 2 \times 10^5$, $|a_i|, |b_i| \leq 10^9$ 。

题目描述

有一个长度为 $n+2$ 的序列 a ，其中 $a_0 = a_{n+1} = 0$ ，其余元素均给定。你可以进行下面两种操作：

- ① 设 x 表示序列 a 最靠左的最大值的位置，则令 $a_x \leftarrow \max_{i=0}^{x-1} a_i$ ；
- ② 设 y 表示序列 a 最靠右的最大值的位置，则令 $a_y \leftarrow \max_{i=y+1}^{n+1} a_i$ 。

你需要求出使序列 a 的全变成 0 的最少操作次数。

数据范围

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5, \quad 0 \leq a_i \leq n。$$

题目描述

起点 $(1, 1)$ ，终点 (n, n) ，Ciel 每次可以选择向上下左右移动一步。有 c^2 个传感器被设置在点 $(a + i, b + j)$ 上，每个传感器都有一个计数值，初始为 t 。每当 Ciel 移动到点 (x, y) 时，位于点 (u, v) 的传感器的计数值会减少 $|u - x| + |v - y|$ 。当某个传感器的计数值 < 0 时，Ciel 就失败了！

判断 Ciel 是否能从 $(1, 1)$ 移动到 (n, n) ，如果可以，输出她字典序最小的移动方案。假设 Ciel 可以移动到每一个点，即使该点上有一个传感器。

数据范围

$2 \leq n \leq 2 \times 10^5$ ， $0 \leq t \leq 10^{14}$ ， $1 \leq a, b \leq n - c + 1$ ， $1 \leq c \leq n$ 。

题目描述

给定一个不一定合法的括号串 S ，现在进行了任意次如下操作：

- 将 S 分为三个可以为空的连续子串 A, B, C ，接着将 S 变为一个新串 $A(B)C$ 。

接着，给出了经过任意次操作后的括号串 S ，求原串 S' ，使得 S' 的字典序最小。

数据范围

$$1 \leq |S| \leq 3 \times 10^5。$$

题目描述

给出一棵有 n 个节点的树和 m 条树上的路径。

你要给每个点分配一个可重复的正整数标号，使得这 m 条路径上点的标号都是单调的（增/减）。

如果有解，你还要使得标号的最大值最小并输出方案。

数据范围

$2 \leq n \leq 5 \times 10^5$, $1 \leq m \leq 5 \times 10^5$ 。

谢谢大家

Thanks!

祝大家在 NOIP2024 中取得好成绩!