

网络流基础-题目选讲

cssyz-wjj

讲课意图

- 理解一些网络流的思考方向（左上角有吐槽 / tips）
- 了解一些基本模型（另一层意思是有很多的东西不会全部塞进来 做ppt累啊，但很有价值，会在课后给出，希望大家能好好自学参考研究，实在不理解再问即可）
- 增加对学长学姐的了解（左下角有彩蛋）

疯狂叠甲

- 本人比较菜，加之荒废 oi 许久，大家多多包涵
- 本人社恐，但希望大家还是可以多多来问我一些问题（包括但不限于 学习，其他 **可爱学长学姐** 的趣事逸闻以及情感生活 等）
- 本人不会的题可以问其他学长学姐，但会尽力帮忙
- 代码这边建议自己调哦
- 一些东西不会在此 ppt 上详细呈现（有的现场讲），会有欢乐补充包，有需自取
- 希望能给大家良好的上课体验，尽力保证不水，讲的不好之处可以委婉地提建议
- 一下子没搞懂没关系，课后多巩固，自闭了可以自己找书看
- 讲课内容很随性飘逸，基本没参考组织上给的blogs

本人给的学习上的建议？

- 搞竞赛热情很重要，最后搞的没动力了要缓过来想想自己的路
- 目光放眼全国乃至世界，正视差距
- **平和之心**很重要，逆商很重要
- 多多自学，写知识点总结
- 发展外校组织，与外部交流比赛（或者娱乐？）
- 代码是思维的一部分，不要随意口胡
- 好好学常规，尤其是语文（不是说背什么，而是说一些对文本的理解力和思维组织逻辑），数学（扎实的数学训练对竞赛还是很重要的）
- **以上有血泪教训背板**

网络流学习以及注意事项

1. 注重模型积累
2. 绝绝大多数情况下不要考虑改变网络流算法本身，要想怎么**建图**
3. 有啥优化还是加上去吧（什么当前弧啊等等），以及最重要的——**手打队列**

复杂度估计 —— 一些经验之谈？

不一定对，仅当参考，建议大家还是多做些题

- EK $O(nm^2)$, Dinic $O(n^2m)$?
- **万级别** 的数据考虑一下？
- 长（第三声）的 **很小 / 很怪** 的数据，考虑完 DP 后发现不大对劲，考虑一下网络流
- 有时候由于题目转化出来的图很漂亮，所以可能跑一些看起来很神秘的数据

前置技能

- 至少知道最大流，最小费用最大流干什么的

正餐

POJ 1149 pigs

有 M 个猪圈，每个猪圈里初始时有若干头猪，一开始所有猪圈都是关闭的。

依次来了 N 个顾客，每个顾客分别会打开指定的几个猪圈，从中买若干头猪；每个顾客分别都有他能够买的数量的上限。

每个顾客走后，他打开的那些猪圈中的猪，都可以被任意地调换到其它开着的猪圈里，然后所有猪圈重新关上。

问总共最多能卖出多少头猪 ($1 \leq N \leq 100, 1 \leq M \leq 1000$)

- 有时间顺序
- 猪圈没有容量上限
- 用完后猪圈互通
- 要素：猪圈，人，时间

- 点：人，时间 \times 猪圈
- 按顺序连边
- 还要优化！

- 每次用的猪圈可以看做一个大猪圈
- 人和时间顺序其实是一个东西，与某个时刻的大猪圈其实也是一个东西
- 维护大猪圈，线性建图即可

用容量来限制一些东西。
尝试把一些要素组合起来很重要。
没思路先尝试暴力建图，然后不断优化。

luogu 1402 酒店之王

酒店只有 p 间房间，一天只有固定的 q 道不同的菜，每个房间只能住一位客人，每道菜也只能给一位客人食用。

有一天来了 n 个客人，每个客人说出了自己喜欢哪些房间，喜欢哪道菜。但是很不幸，可能做不到让所有顾客满意（满意的条件是住进喜欢的房间且吃到喜欢的菜）。

要怎么分配，能使最多顾客满意呢？

$$n, q, p \leq 100$$

luogu 2754 [CTSC1999] 家园 / 星际转移问题

人类要从地球转移到月球。有 n 个太空站， m 艘公共交通太空船，第 i 艘可容纳 h_i 个人。每艘太空船有一个固定航线（一条线有多个停靠站），周期性地地在太空站（和月地）停靠，每一时刻按线路从一个停靠站移动到下一个停靠站。求一种让 k 人到月球的最快转移方案。

$$n \leq 13, m \leq 20, k \leq 50$$

- 判联通，枚举答案
- 输出方案则按照边的残量状况输出即可

最小割 + 费用流

为了有效丰富内容，现在将新内容补充进入特惠套餐

ARC125E Sanke

有 n 种零食，其中第 i 中零食有 a_i 个。有 m 个小孩，你需要把零食分给小孩们，其中第 i 个小孩任意一种零食只能拿不超过 b_i 个，且拿的零食总数不能超过 c_i 。求最多能分出去多少个零食。

$$n, m \leq 2 \times 10^5, \quad a_i, c_i \leq 10^{12}, \quad b_i \leq 10^7$$

- ~~这是一道你不需要写网络流的题~~
- ~~直觉好的选手可能直接做出来了?~~
- 总之就是最小割是个很神奇的东西

HNOI2013 切糕

你有一个立方点阵，每个点有一个权 w ，你需要对于每一个第 i 行第 j 列选出恰好一个 $f(i, j)$ ，使得 $\sum w(i, j, f(i, j))$ 最小。

并且你要满足，对于所有 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \leq 1$ ，有

$|f(x_1, y_1) - f(x_2, y_2)| \leq D$ 。

长，宽，高 ≤ 40

最小割输出方案

luogu 1251 餐巾计划问题

你开了一家餐厅，连续 n 天里，第 i 天需要 r_i 块餐巾，用后都会脏。若买新餐巾，每块餐巾价格为 P 。若把脏餐巾送到快洗部，洗一块 M 天花费为 F 。若送到慢洗部，洗一块要 N 天费用为 S 。求满足条件下最小花费。
($n \leq 1000$)

luogu 4249 [WC2007] 剪刀石头布

一个竞赛图，有些边告诉了你方向，你需要给剩下的边定向，使得三元环最多，输出方案。

$n \leq 100$

常见技巧

- 拆点
- 网络流退流（动态网络，改边容量）
- 动态加边

Thanks !