

Òptica

Pràctica 1. Disseny i construcció d'instruments òptics.

Marc Ballesteró Ribó - Grup D2

1 de novembre de 2020

1 Determinació de la potència de les lenses

Per a determinar la potència de les diferents lenses usades en la pràctica, s'ha usat un frontofocòmetre, aparell que ens permet determinar aquest paràmetre, així com el centre òptic i la curvatura de les lenses, tot enfocant un reticle prefixat. Atès que tots els experiments s'han realitzat sota el supòsit de l'aproximació paraxial, l'única dada que s'ha mesurat de les lenses és la seva potència P . La incertesa associada a aquesta mesura depèn del propi valor de P segons

$$\delta P = \begin{cases} 0.13 \text{ D}, & \text{si } P \sim 1 \text{ D} \\ 0.3 \text{ D}, & \text{si } P \sim 10 \text{ D} \end{cases} \quad (1)$$

2 Ullera astronòmica

Una ullera astronòmica és un telescopi que consta de dues lenses convergents, anomenades *objectiu* i *ocular* posicionades de tal manera que coincideixin el pla focal imatge de l'*objectiu* i el pla focal objecte de l'*ocular*. L'*objectiu* és alhora el diafragma d'obertura (DA) i la pupil·la d'entrada (PE), i la seva imatge a través de l'*ocular* ens dóna la pupil·la de sortida (PS).

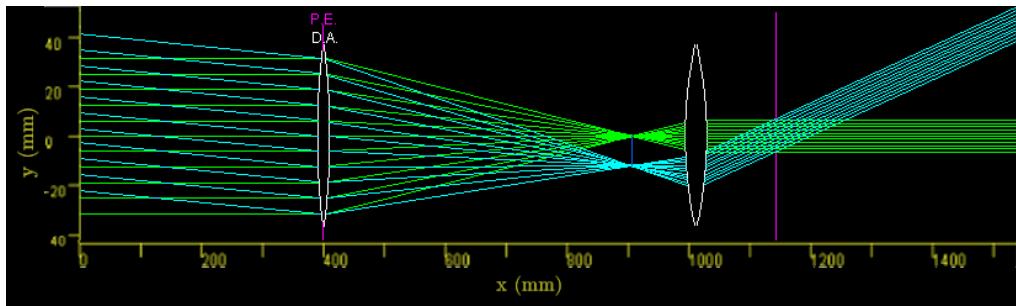


FIGURA 1: Traçat de raigs per a la ullera astronòmica.

Per a la construcció de la ullera astronòmica hem usat, doncs, dues lenses convergents, una de potència $P_{\text{obj}} = (2.00 \pm 0.13) \text{ D}$ per a l'*objectiu* i una de $P_{\text{ocu}} = (9.5 \pm 0.3) \text{ D}$ per a l'*ocular*, i de diàmetres respectius $\varnothing_{\text{obj}} = (6.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ i $\varnothing_{\text{ocu}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$.

Les focals de les lenses vindran donades per

$$f'_i = \frac{1}{P_i}, \quad \delta f'_i = \frac{\delta P_i}{P_i^2} \quad (2)$$

d'on obtenim que $f'_{\text{obj}} = (50 \pm 3) \text{ cm}$ i $f'_{\text{ocu}} = (10.5 \pm 0.3) \text{ cm}$.

Per al muntatge del sistema, hem ajustat la posició de les lenses observant en quina disposició les imatges a través del telescopi està enfocada. La distància entre les lenses mesurada amb una

cinta mètrica és $d = (60.0 \pm 0.1)$ cm, valor que observem que és compatible amb la suma de les focals de les lents $f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}} = (63 \pm 3)$ cm.

L'emergència de la pupil·la de sortida e , amb la seva corresponent incertesa δe , la podem calcular fent servir l'equació de les lents, tenint en compte que la pupil·la de sortida és la imatge de l'objectiu a través de l'ocular. Tenim que

$$-\frac{1}{f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}}} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f'_{\text{ocu}}} \Rightarrow e = \frac{f'_{\text{ocu}}}{f'_{\text{obj}}} (f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}}) \quad (3)$$

i per tant $e = (12.7 \pm 0.4)$ cm.

Per calcular l'augment fem servir que

$$\Gamma' = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{ocu}}} \quad (4)$$

i obtenim que val $\Gamma' = -4.8 \pm 0.3$.

Ara, col·loquem un diafragma iris en diverses posicions i analitzem el comportament del sistema òptic. Si posicionem el diafragma en el pla focal comú entre les dues lents, aquest actua com a diafragma de camp (DC). En aquest cas, observem que a mesura que reduïm l'obertura del diafragma es perd camp d'observació, però no il·luminació. El semicamp d'observació ω ve donat per

$$\omega = \arctan \frac{\varnothing_{\text{DC}}}{2 f'_{\text{obj}}} \quad (5)$$

on \varnothing_{DC} és el diametre del diafragma de camp, que hem prèss com $\varnothing_{\text{DC}} = (2.5 \pm 0.1)$ cm. Per tant, tenim que el camp d'observació val $2\omega = (0.050 \pm 0.003)$ rad.

Per contra, observem que si col·loquem el diafragma just davant de l'objectiu no es perd camp d'observació però sí que es redueix la il·luminació de la imatge; cosa que s'explica tenint en compte que el diafragma limita la quantitat de llum que entra al sistema. El mateix passa si col·loquem el diafragma en la pupil·la de sortida, vist que aquesta és la imatge de la pupil·la d'entrada, que en aquest cas és l'objectiu.

Finalment, canviem l'ocular per un de potència $\tilde{P}_{\text{ocu}} = (20.0 \pm 0.3)$ D i diàmetre $\tilde{\varnothing}_{\text{ocu}} = (5.0 \pm 0.1)$ cm. Fent ús de les fòrmules de la (2) a la (4), obtenim que en aquest cas, l'emergència de la pupil·la de sortida és $\tilde{e} = (5.50 \pm 0.10)$ cm, l'augment $\tilde{\Gamma}' = -10.0 \pm 0.6$. La col·locació d'un diafragma en les mateixes posicions que en el cas anterior exhibeix un comportament anàleg i, en particular, inserint-ne un de $\varnothing_{\text{DC}} = (2.5 \pm 0.1)$ cm en el pla focal comú es té el mateix camp d'observació que en el cas anterior, vist que l'equació (5) no depèn de la focal de l'ocular.

En tots dos casos la imatge a través del sistema presenta aberració cromàtica, causada pel fet que l'índex de refracció de la llum en un medi material depèn de la seva longitud d'ona, per tant les lents del sistema dispersen la llum que s'hi transmet.

3 Ullera de Galileu

Una ullera de Galileu és un telescopi en el qual l'objectiu és una lent convergent i l'ocular una lent divergent, amb la qual cosa s'aconsegueix un augment angular positiu. En aquest cas la imatge de la pupil·la d'entrada es forma a l'interior del telescopi, de manera que es limita el camp i esdevé lluerna de sortida (LS), actuant l'objectiu com a diafragma de camp (DC). La pupil·la de sortida (PS) és la pupil·la de l'ull de l'observador.

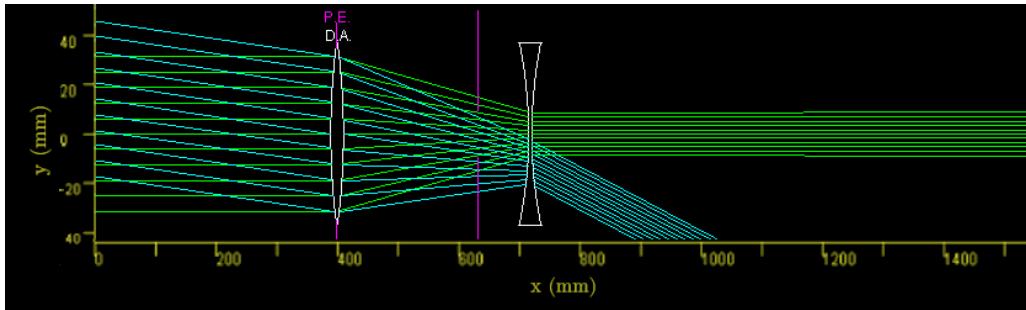


FIGURA 2: Traçat de raigs per a la ullera de Galileu.

Per a construir la ullera de Galileu hem usat un objectiu de potència $P_{\text{obj}} = (2.25 \pm 0.13) \text{ D}$ i diàmetre $\phi_{\text{obj}} = (6.5 \pm 0.1) \text{ cm}$, i un ocular de potència $P_{\text{ocu}} = (-8.3 \pm 0.3) \text{ D}$ i diàmetre $\phi_{\text{ocu}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$. Usant (2) obtenim les focals, $f'_{\text{obj}} = (44 \pm 3) \text{ cm}$ i $f'_{\text{ocu}} = (-12.0 \pm 0.4) \text{ cm}$.

Per a muntar el sistema hem procedit de manera similar a la secció 2, comprovant en quina posició les imatges observades a través del telescopi s'enkoquen, obtenint que la separació adequada entre les lents és $d = (33.0 \pm 0.1) \text{ cm}$, valor compatible amb la suma de les focals $f'_{\text{obj}} + |f'_{\text{ocu}}| = (32 \pm 3) \text{ cm}$.

Fent servir les fórmules (3) i (4) obtenim que, en aquest cas, l'emergència de la pupil·la de sortida és $e = (-15.3 \pm 0.7) \text{ cm}$ i els augmentos valen $\Gamma' = 3.7 \pm 0.3$. Notem que per a aquest telescopi es compleix que, efectivament, $e < 0$, per tant la imatge de la pupil·la d'entrada es forma dins del tub, i $\Gamma' > 0$, per tant la imatge no s'inverteix.

Per calcular el camp d'observació, notem que en aquest cas tenim que $\phi_{\text{DC}} = \phi_{\text{obj}}$, vist que l'objectiu actua com a diafragma de camp limitant la quantitat de raigs que entren al sistema. Suposant que l'ull de l'observador es troba el més a prop possible de l'ocular i aplicant que

$$\omega = \frac{1}{\Gamma'} \arctan \frac{\phi_{\text{PS}}}{2 |e|} \quad (6)$$

tenint en compte que el diàmetre de la pupil·la de sortida ve donat per $\phi_{\text{PS}} = \phi_{\text{DC}} / |\Gamma'|$, obtenim que el camp d'observació és $2\omega = (0.032 \pm 0.006) \text{ rad}$. Evidentment, col·locant un diafragma iris de diàmetre inferior al davant de l'objectiu, limitem el camp i la il·luminació del sistema.

Finalment, cal remarcar que a les imatges a través d'aquest telescopi presenten una petita aberració esfèrica en els punts imatge allunyats del centre de la lent.

4 Microscopi compost

4.1 Il·luminació Köhler

El sistema d'il·luminació Köhler ens permet, a partir d'una font de llum, il·luminar l'objecte a observar a través d'un microscopi amb un feix de llum col·limada. Això s'aconsegueix mitjançant dues lents convergents, anomenades *condensador* i *lent de camp* o *col·limador*, disposades de manera que el colimador se situa al pla on es forma la imatge del condensador, la qual cosa fa que la llum provenint de la font surti del sistema paral·lela, uniforme i col·limada.

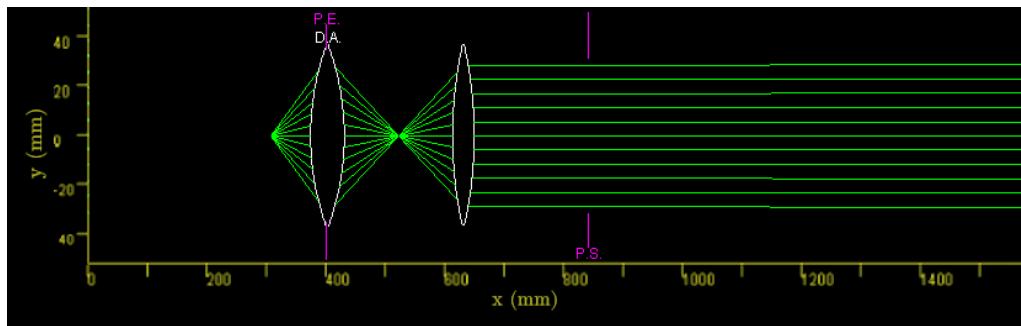


FIGURA 3: Traçat de raigs per a la il·luminació Köhler.

Per a la construcció del sistema Köhler s'ha usat com a condensador una lent de potència $P_{\text{cond}} = (19.5 \pm 0.3) D$ i diàmetre $\phi_{\text{cond}} = (4.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ i com a col·limador una lent de potència $P_{\text{col}} = (9.5 \pm 0.3) D$ i diàmetre $\phi_{\text{col}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$. Mitjançant (2) obtenim les focals de les lents, $f'_{\text{cond}} = (5.13 \pm 0.08) \text{ cm}$ i $f'_{\text{col}} = (10.5 \pm 0.3) \text{ cm}$. S'ha escollit una lent de focal curta per al condensador per a poder captar el màxim con de llum provenint de la font. A més a més, s'ha equipat la font de llum amb un difusor per tal de reduir la il·luminació del sistema.

Per al muntatge del sistema, s'ha col·locat el condensador tan a prop de la font com és possible. Mitjançant una pantalla, s'ha observat en quina posició es forma la imatge de la font a través del condensador, i s'ha col·locat el col·limador de manera que el seu pla focal objecte coincideixi amb la posició determinada amb la pantalla.

4.2 Microscopi

Un microscopi compost està format per dues lents convergents, anomenades *objectiu* i *ocular*, de manera que l'*objectiu* forma una imatge engrandida de l'*objecte*, i l'*ocular*, actuant com a lupa, augmenta un segon cop la imatge. Atès que la distància del punt proper de l'ull humà és aproximadament 25 cm, s'ha d'escollir un *ocular* de focal inferior a aquesta xifra, ja que l'augment angular de la imatge ve donat per

$$\Gamma'_{\text{ocu}} = \frac{25 \text{ cm}}{f'_{\text{ocu}}} \quad (7)$$

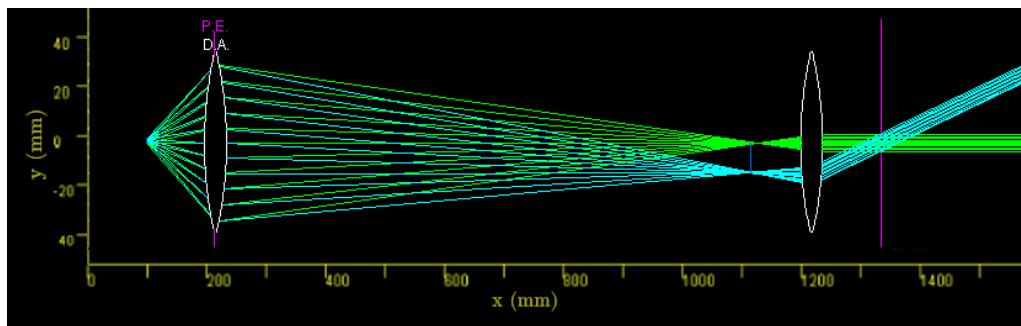


FIGURA 4: Traçat de raigs per al microscopi compost.

Un cop dissenyat el sistema d'il·luminació, s'ha col·locat l'*objecte* a observar a poca distància de la lent col·limadora (per tal d'estalviar espai en el banc) i s'ha procedit a muntar les lents del microscopi. Com a *objectiu* s'ha escollit una lent de potència $P_{\text{obj}}^{\text{exp}} = (9.5 \pm 0.3) D$ i diàmetre $\phi_{\text{obj}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ i per a l'*ocular* una altra lent de potència $P_{\text{ocu}}^{\text{exp}} = (20.5 \pm 0.3) D$ i diàmetre $\phi_{\text{ocu}} = (5.0 \pm 0.1) \text{ cm}$. Cal destacar que les anteriors focals són les mesurades amb

el frontofocòmetre, fet que, donada la seva precisió limitada, introduceix notables discrepàncies en els càlculs posteriors. Per a obtenir mesures més compatibles, s'han considerat les potències nominals de les lents, $P_{\text{obj}} = (10.0 \pm 0.1) \text{ D}$ i $P_{\text{ocu}} = (20.0 \pm 0.1) \text{ D}$. Així doncs, aplicant (2) obtenim que les focals de les lents són $f'_{\text{obj}} = (10.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ i $f'_{\text{ocu}} = (5.00 \pm 0.03) \text{ cm}$.

L'objectiu, que treballa com un projector, s'ha col·locat davant de la diapositiva a una distància superior a la seva focal. Mitjançant una pantalla, s'ha trobat la posició en què s'obté una imatge prou augmentada de la diapositiva a través de l'objectiu, que ha de correspondre a la posició del pla objecte de l'ocular per tal que els raigs surtin paral·lels i l'ull els pugui acomodar. Les distàncies entre els elements òptics mesurades amb una cinta mètrica són

- la distància entre l'objectiu i l'ocular és $d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}}^{\text{exp}} = (82.3 \pm 0.1) \text{ cm}$,
- la distància entre l'objectiu i la diapositiva $d_{\text{obj} \rightarrow \text{dia}}^{\text{exp}} = -s_{\text{obj}} = (11.3 \pm 0.1) \text{ cm}$.

Apliquint l'equació de les lents, podem calcular la distància entre l'objectiu i l'ocular donades les seves focals. Fem servir que

$$-\frac{1}{s_{\text{obj}}} + \frac{1}{s'_{\text{obj}}} = \frac{1}{f'_{\text{obj}}} \Rightarrow s'_{\text{obj}} = \frac{s_{\text{obj}} f'_{\text{obj}}}{s_{\text{obj}} + f'_{\text{obj}}} \quad (8)$$

i obtenim que $s'_{\text{obj}} = (87 \pm 10) \text{ cm}$. Així doncs, la distància entre l'objectiu i l'ocular ve donada per $d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}} = s'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}} = (92 \pm 10) \text{ cm}$, valor compatible amb l'obtingut amb la cinta mètrica.

Així doncs, tenim que la longitud òptica del tub, que no és més que la distància entre el focus imatge de l'objectiu i el focus objecte de l'ocular, vindrà donada per

$$t = d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}} - (f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}}) \quad (9)$$

i val $t = (77 \pm 10) \text{ cm}$.

Ara, ens proposem calcular l'augment angular del microscopi Γ' . Per fer-ho, primer calculem l'augment lateral de l'objectiu, segons

$$\beta'_{\text{obj}} = -\frac{t}{f'_{\text{obj}}} \quad (10)$$

i obtenim que $\beta'_{\text{obj}} = -7.7 \pm 1.0$. Així mateix, calculem l'augment angular de l'ocular segons (7) i obtenim $\Gamma'_{\text{ocu}} = 5.00 \pm 0.03$. Conegudes aquestes dades, podem expressar l'augment angular total del sistema com

$$\Gamma' = \beta'_{\text{obj}} \Gamma'_{\text{ocu}} \quad (11)$$

que resulta $\Gamma' = -39 \pm 5$.

L'emergència de la pupila de sortida vindrà donada per l'equació de les lents segons

$$\frac{1}{d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}}} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f'_{\text{ocu}}} \Rightarrow e = \frac{f'_{\text{ocu}} d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}}}{f'_{\text{ocu}} + d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}}} \quad (12)$$

i val $e = (4.74 \pm 0.04) \text{ cm}$.

Cal remarcar que s'ha observat una notable aberració esfèrica en els punts de l'espai imatge més allunyats de l'eix òptic. Així mateix, la coloració de la imatge resultava estranya, fet que s'atribueix a la font lumínica.

Amb les dades donades, es pot estimar el valor real de la potència de l'objectiu, coneguda la focal de l'ocular i la distància entre les lents. Emprant l'equació de les lents, veiem que

$$P_{\text{obj}}^{\text{teo}} = -\frac{1}{s_{\text{obj}}} + \frac{1}{d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}}^{\text{exp}} - f'_{\text{ocu}}} \quad (13)$$

i obtenim que

Finalment, s'ha repetit el muntatge usant un altre ocular de potència $\tilde{P}_{\text{ocu}}^{\text{exp}} = (9.5 \pm 0.3) \text{ D}$ segons el frontofocòmetre i potència nominal $P_{\text{ocu}} = (10.0 \pm 0.1) \text{ D}$, de diàmetre $\tilde{\varnothing}_{\text{ocu}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$. La focal nominal calculada segons (2) resulta $\tilde{f}'_{\text{ocu}} = (10.0 \pm 0.1) \text{ cm}$. La distància entre l'objectiu i l'ocular mesurat amb una cinta mètrica és de $\tilde{d}_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}}^{\text{exp}} = (90.6 \pm 0.1) \text{ cm}$.

En aquest cas obtenim, doncs, que $\tilde{d}_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}} = \tilde{s}'_{\text{obj}} + \tilde{f}'_{\text{ocu}} = (97 \pm 10) \text{ cm}$, valor que concorda amb el mesurat amb la cinta mètrica. La longitud òptica del tub és $\tilde{t} = (77 \pm 10) \text{ cm}$, l'augment lateral de l'objectiu es manté constant, l'augment angular de l'ocular és $\tilde{\Gamma}'_{\text{ocu}} = 2.50 \pm 0.02$, d'on l'augment angular total del sistema és $\tilde{\Gamma}' = -19.3 \pm 0.3$ i l'emergència de la pupila de sortida $\tilde{e} = (9.07 \pm 0.12) \text{ cm}$.

Notem que ara s'obté aproximadament la meitat d'augments que en el cas anterior, a canvi de tenir menys aberració esfèrica.

En tots els casos, la col·locació d'un diafragma iris en el punt focal objecte de l'ocular limita el camp del sistema.