

Òptica

Pràctica 4. Interferències de Young: biprisma de Fresnel

Marc Ballester Ribó - Grup D2

16 de desembre de 2020

Resum

L'objectiu d'aquesta pràctica és observar les interferències de Young obtingudes mitjançant un biprisma de Fresnel, tot realitzant mesures en el patró interferomètric per determinar la longitud d'ona del feix de llum incident. Per a l'efecte, s'ha col·locat una làmpada de sodi de longituds d'ona $\lambda_{D1} = 5895.9 \text{ \AA}$ i $\lambda_{D2} = 5890 \text{ \AA}$ sobre un banc òptic, seguida d'una escletxa regulable i un biprisma de Fresnel. Al final del sistema òptic s'hi ha col·locat un ocular amb un reticle graduat. Amb aquesta configuració s'aconsegueix recrear la situació de l'experiment de la doble escletxa de Young, és a dir, la interacció de dos feixos monocromàtics i coherents i el consegüent patró interferomètric. El valor obtingut per a la longitud d'ona de la font és $\lambda = (584 \pm 3) \text{ nm}$, que és compatible amb els valors nominals d'aquesta.

1 Determinació de la longitud d'ona

1.1 Mesura de la interfranja

En aquesta secció es determina, mitjançant el micròmetre solidari al reticle de l'ocular, el valor de la interfranja del patró d'interferència, és a dir, la distància entre línies de màxima (o mínima) intensitat lluminosa.

Malgrat es podria mesurar directament, es segueix el següent mètode per tal de minimitzar l'error en el valor experimental. Primer de tot, s'enrasa el reticle en el primer màxim, en el qual la lectura del micròmetre és $x_0 = (0.00 \pm 0.01) \text{ mm}$. A continuació, es desplaça el reticle fins a comptar $N = 23$ màxims consecutius i s'obté la mesura del micròmetre¹ $x_N = (4.855 \pm 0.007) \text{ mm}$. Així doncs, la interfranja Δx vindrà donada per

$$\Delta x = \frac{|x_N - x_0|}{N} \quad (1)$$

d'on s'obté que $\Delta x = (212.4 \pm 0.5) \mu\text{m}$.

1.2 Separació entre les imatges de l'escletxa

En aquest apartat es determinarà la distància d que separa les imatges de l'escletxa a través del biprisma, les quals corresponen a les fonts de llum *virtuals* que satisfan les condicions interferomètriques de coherència.

Col·locant una lent convergent auxiliar sobre el banc òptic, es mesuren les distàncies que corresponen a les dues posicions conjugades en les quals les imatges de l'escletxa es veuen nítides a través de l'ocular. Siguin d'_1 i d'_2 les separacions entre les imatges observades en cada cas, i a i a' les distàncies objecte i imatge conjugades, respectivament. Els augments laterals de la imatge venen donats per

$$\beta'_1 = \frac{d'_1}{d} = \frac{a'}{a}, \quad \beta'_2 = \frac{d'_2}{d} = \frac{a}{a'} \quad (2)$$

¹Les mesures que se situen entre dues marques consecutives s'han estimat com la mitjana dels valors de les marques a_1 i a_2 junt amb la incertesa associada a aquest càlcul, que ve donada per $\delta[(a_1 + a_2)/2] = \frac{1}{2} \sqrt{(\delta a_1)^2 + (\delta a_2)^2}$.

d'on es desprèn que

$$d^2 = d'_1 d'_2 \Rightarrow d = \sqrt{d'_1 d'_2} \quad (3)$$

. S'ha determinat, mitjançant el micròmetre de l'ocular, que $d'_1 = (10.067 \pm 0.007)$ mm i $d'_2 = (0.785 \pm 0.005)$ mm, amb la qual cosa, aplicant (3), s'obté que $d = (2.811 \pm 0.013)$ mm.

1.3 Distància entre l'escletxa i el pla d'observació a l'ocular

En aquesta secció es determina la distància D entre l'escletxa i el reticle col·locat al pla focal objecte de l'ocular, mitjançant un microscopi de banc.

Si es col·loca el microscopi en el lloc ocupat per la làmpada i s'enfoca l'escletxa, es té que la posició relativa del microscopi és la lectura $L_A = (1923 \pm 1)$ mm de la posició del seu peu sobre el banc òptic. Equivalentment, enfocant el reticle s'obté la posició $L_B = (901 \pm 1)$ mm.

Amb això, la distància D ve donada per

$$D = |L_A - L_B| \quad (4)$$

i per tant $D = (1022.0 \pm 1.4)$ mm.

1.4 Longitud d'ona de la font

Finalment, amb les dades obtingudes es determina la longitud d'ona λ de la font. En la disposició del sistema òptic del biprisme de Fresnel, la interfranja es relaciona amb la longitud d'ona segons

$$\Delta x = \lambda \frac{D}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{d}{D} \Delta x, \quad \delta \lambda = \sqrt{\left[\frac{d}{D} \delta(\Delta x)\right]^2 + \left(\frac{\Delta x}{D} \delta d\right)^2 + \left(\frac{d \Delta x}{D^2} \delta D\right)^2} \quad (5)$$

Emprant els valors obtinguts a les seccions anteriors per a d , D i Δx , s'obté que la longitud d'ona de la font és $\lambda = (584 \pm 3)$ nm.

Si es compara aquest valor amb les longituds d'ona nominals de la font de sodi² $\lambda_{D1} = 589.59$ nm i $\lambda_{D2} = 589.0$ nm, es té que

$$6 \text{ nm} = |\lambda - \lambda_{D1}| \leq 2 \delta \lambda = 6 \text{ nm}$$

$$5 \text{ nm} = |\lambda - \lambda_{D2}| \leq 2 \delta \lambda = 6 \text{ nm}$$

i per tant el valor obtingut experimentalment és compatible amb el valor nominal de la longitud d'ona de la font.

2 Qüestions addicionals

- (a) **Analitzeu l'efecte d'equivocar-se comptant els màxims d'interferència en el càlcul de la longitud d'ona de la font.**

Considerem una incertesa $\delta N > 0$ en el nombre de franjes d'interferència comptades en la secció 1.1. Si apliquem l'algoritme de propagació d'incerteses no correlacionades a l'equació (1), considerant $\delta x_0 \approx \delta x_N =: \delta x$, i tenint en compte que $x_N > x_0$, obtenim que

$$\delta(\Delta x) = \frac{1}{N} \sqrt{2(\delta x)^2 + (\Delta x \delta N)^2} \quad (6)$$

amb la qual cosa, com més gran sigui l'error δN , més gran serà $\delta(\Delta x)$, i per (5), l'error en λ augmentarà significativament.

²Es considera que aquests valors no tenen cap incertesa associada.

- (b) **Comproveu que en augmentar l'amplada de l'escletxa, la nitidesa de les franjes disminueix fins a desaparèixer, però Δx no varia. Doneu una explicació d'aquest fet.**

L'experiment de Young es realitza sota el supòsit que l'obertura de l'escletxa és mínima, amb la qual cosa es té coherència espacial en el feix de llum que interfereix. Si s'obre l'escletxa, es passa a tenir una font extensa de llum, el comportament de la qual es pot entendre com el d'un conjunt de fonts puntuals col·locades en la direcció de separació de les làmines de l'escletxa. En aquesta situació, la llum de cada font travessa el sistema òptic i forma interferències incoherents espacialment que se superposen en el pla focal objecte de l'ocular, amb la qual cosa s'obté un patró interferomètric cada cop menys nítid. Malgrat això, s'observa que la interfranja es manté a mesura que es difuminen les línies, fet que és consistent amb (5), ja que el seu valor depèn de la longitud d'ona i la geometria del sistema, paràmetres que no es veuen afectats.

- (c) **Observeu l'estructura de les franjes d'interferència obtingudes amb una font de llum blanca. Descriviu i interpreteu el resultat.**

Quan se substitueix la llum de sodi per una font de llum blanca, el patró interferomètric que produeix en travessar el sistema òptic es veu significativament afectat. En aquest cas, s'observen clarament franjes blanques i fosques al centre del reticle, i a mesura que ens n'allunyem aquestes es difuminen i presenten certa coloració. Aquest fet s'explica tenint en compte dos factors. Primerament, en substituir la llum de sodi per una font de llum blanca -no monocromàtica-, es perd coherència temporal en el feix de llum, la qual cosa és una pèrdua de les condicions mínimes per a l'observació de les interferències de Young. D'altra banda, al tractar-se d'una font no monocromàtica, les diferents longituds d'ona que la componen es refracten de manera diferent en el biprisma, amb la qual cosa es perd coherència espacial i les escletxes imatge se situen en posicions diferenciades, donant lloc a patrons d'interferència diferents i a zones colorades d'interferència constructiva que presenten interfranges diferents, vist que (5) depèn de la longitud d'ona del feix.

A Fórmules estadístiques

A.1 Paràmetres centrals i de dispersió

Donada una mostra de N elements $\{x_1, \dots, x_N\}$, definim els següents paràmetres estadístics.

- Mitjana aritmètica

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{A.1})$$

- Desviació estàndard³

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2} \quad (\text{A.2})$$

- Error estàndard

$$\delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Estimacions lineals

Per al càlcul de les estimacions lineals s'usa la funció `ESTIMACION.LINEAL` del full de càlcul `Microsoft Excel`, que proporciona el pendent i l'ordenada a l'origen de la recta de regressió amb les seves corresponents incerteses, així com el coeficient de correlació R^2 i l'error estàndard de la regressió.

A.3 Test χ^2

Donat un ajust lineal $y = Ax + B$, amb incertesa en la variable dependent δy i error estàndard de la regressió δy_{reg} , es defineix el *coeficient* χ^2 com

$$\chi^2 = \nu \left(\frac{\delta y_{\text{reg}}}{\delta y} \right) \quad (\text{A.4})$$

on ν es el nombre de graus de llibertat de l'ajust. Amb això, podem definir el *coeficient reduït* χ_ν^2 com

$$\chi_\nu^2 = \frac{\delta y_{\text{reg}}}{\delta y} \quad (\text{A.5})$$

El valor d'aquest paràmetre ens indica la bondat de l'ajust realitzat. Tenim que

- (a) si $\delta y_{\text{reg}} \ll \delta y$ o $\chi_\nu^2 \ll 1$, l'ajust és acceptable i probablement s'hagi sobreestimat δy ;
- (b) si $\delta y_{\text{reg}} \lesssim \delta y$ o $\chi_\nu^2 \lesssim 1$, l'ajust és acceptable; i
- (c) si $\delta y_{\text{reg}} \gg \delta y$ o $\chi_\nu^2 \gg 1$ l'ajust no és acceptable.

³S'ha fet servir la correcció de Bessel $\sqrt{N/(N-1)}$ de la desviació estàndard poblacional.