

# Òptica

## Pràctica 2. Polarització de la llum

Marc Ballesteros Ribó - Grup D2

12 de novembre de 2020

### 1 Polarització lineal

En aquest apartat ens proposem estudiar el comportament d'un feix de llum natural quan passa per un sistema de dos polaritzadors lineals consecutius i enfrontats. Així doncs, s'ha col·locat, davant de la font de llum LED, un primer polaritzador lineal al qual ens referirem com a *polaritzador* i tot seguit un altre dispositiu similar que anomenarem *analitzador*, tot procurant que en els estats de màxima transmissió no se saturi el diòde detector col·locat al final de la línia de llum. Aquest element és el que, connectat a un amperímetre en escala de  $\mu\text{A}$ , ens informa sobre la intensitat de la llum un cop ha travessat el sistema òptic. Com que la resposta del diòde a la il·luminació és lineal, considerarem que la intensitat mesurada per l'amperímetre ens dóna la mesura de la intensitat lumínica en unitats arbitràries (u.a.).

Fixat el polaritzador, s'han prèes mesures d'intensitat modificant l'angle de l'eix de l'analitzador  $\beta$  en intervals de  $(5 \pm 1)^\circ$ , els punts experimentals associats a les quals es representen en la figura 1.

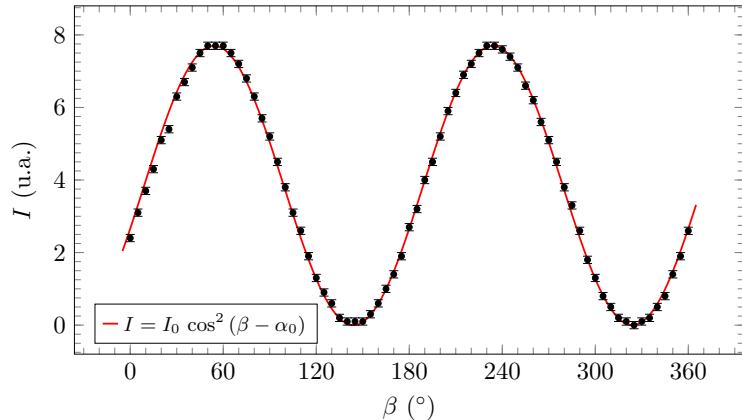


FIGURA 1: Intensitat detectada pel diòde en funció de l'angle de l'escala de l'analitzador, amb la relació teòrica de la llei de Malus superposada.

La llei de Malus relaciona, en un sistema com aquest, la intensitat detectada vers l'angle relatiu entre els eixos dels polaritzadors, segons

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (1)$$

on  $I_0$  és la intensitat abans de transmetre's pels polaritzadors i  $\alpha$  l'angle relatiu entre els eixos del polaritzador i l'analitzador.

Per tal d'establir l'origen de fases i el paràmetre d'intensitat màxima, s'han mesurat els punts

on el valor marcat pel diòde és extrem<sup>1</sup>, obtenint que

$$\begin{aligned} [\beta_{\max}, I_{\max}] &= [(54 \pm 1)^\circ, (7.7 \pm 0.1) \text{ u.a.}] \\ [\beta_{\min}, I_{\min}] &= [(144 \pm 1)^\circ, (0.0 \pm 0.1) \text{ u.a.}] \end{aligned}$$

Notem que es compleix que  $|\beta_{\max} - \beta_{\min}| = (90 \pm 1)^\circ$ , la qual cosa ens indica que les mesures realitzades s'ajusten a la predicció teòrica.

Prendrem, doncs, com a origen de fases l'angle per al qual la intensitat és màxima, amb la qual cosa tindrem que  $[\alpha_0, I_0] = [(54 \pm 1)^\circ, (7.7 \pm 0.1) \text{ u.a.}]$ . Amb això, podem calcular l'angle relatiu entre el polaritzador i l'analitzador com

$$\alpha := \beta - \alpha_0. \quad (2)$$

Amb aquesta relació s'ha ajustat la corba que se superposa als punts de la figura 1, que, vist que talla tots els punts experimentals i les corresponents barres d'error, ens indica que les dades preses s'ajusten al model teòric que prediu (1).

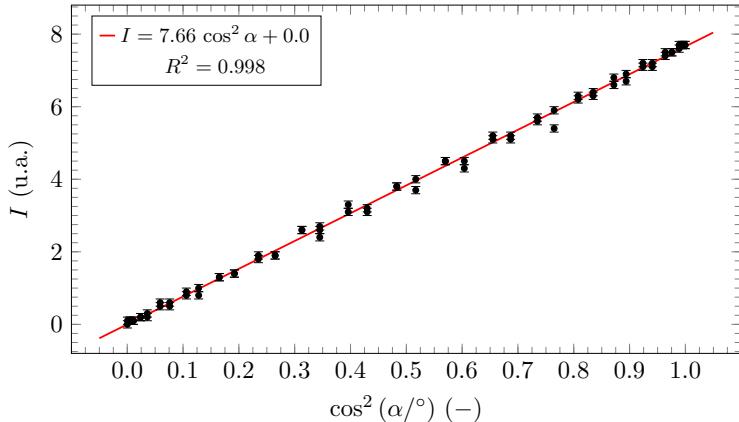


FIGURA 2: Intensitat detectada pel diòde en funció de cosinus al quadrat de l'angle relatiu entre els eixos dels polaritzadors, amb el corresponent ajust lineal.

Encara més, s'han representat els punts  $I(\cos^2 \alpha)$  i s'han ajustat a una recta de regressió de la forma  $I = I'_0 \cos^2 \alpha + I_r$ , tot representat a la figura 2. Els paràmetres obtinguts es presenten a la taula 1.

$I'_0$ (u.a.)	$7.66 \pm 0.04$
$I_r$ (u.a.)	$0.0 \pm 0.3$
$R^2$	0.998
$(\delta I)_{\text{reg}}$ (u.a.)	0.13

TAULA 1: Paràmetres de l'ajust lineal  $I = I'_0 \cos^2 \alpha + I_r$ , amb les corresponents incerteses.

Primerament, observem que els valors de la intensitat màxima obtinguts experimentalment i a partir de l'ajust satisfan que

$$0.04 \text{ u.a.} = |I_0 - I'_0| \leq \sqrt{(\delta I_0)^2 + (\delta I'_0)^2} = 0.11 \text{ u.a.}$$

<sup>1</sup>Malgrat es podrien haver fet servir els valors obtinguts prèviament, s'ha repetit la mesura per evitar l'error de discretització associat a prendre dades en intervals de  $(5 \pm 1)^\circ$ .

i, per tant, són compatibles.

D'altra banda, l'ordenada a l'origen de l'ajust  $I_r$  ens informa de la intensitat residual detectada pel diòde, que correspon a la radiació lumínica de fons del laboratori. Malgrat prendre's les dades en condicions de foscor, no es pot anular totalment. Tot i així, notem que el valor de  $I_r$  és clarament compatible amb zero.

## 2 Polarització el·líptica

En aquesta secció estudiarem el comportament d'un feix de llum polaritzada el·lípticament. Per aconseguir aquest estat de polarització, s'ha fet servir el mateix sistema experimental que en l'apartat 1, amb una làmina retardadora de quart d'ona (també l'anomenarem *làmina  $\lambda/4$* ) entre el polaritzador i l'analitzador. Amb això s'aconsegueix obtenir llum amb una el·ipse de polarització més o menys excèntrica segons l'angle  $\varphi$  entre l'eix del polaritzador i un dels eixos principals de la làmina. Per a la recollida de dades s'ha escollit un valor de  $\varphi = (20 \pm 1)^\circ$ .

S'han près valors de la intensitat marcada per l'amperímetre en intervals de  $(5 \pm 1)^\circ$  per a l'angle de l'escala de l'analitzador, obtenint les dades que es representen en la figura 3.

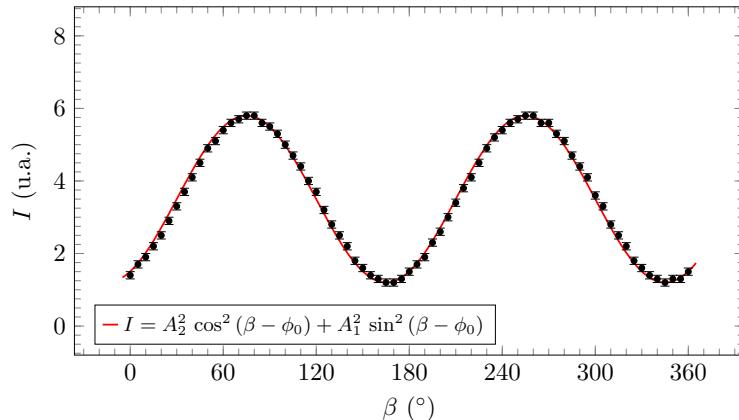


FIGURA 3: Intensitat detectada pel diòde en funció de l'angle de l'escala de l'analitzador, amb la relació teòrica deduïda de la llei de Malus superposada.

Sigui  $\phi$  l'angle entre l'eix de l'analitzador i l'eix major de l'el·ipse de polarització. Per calcular la intensitat de la llum que arriba al diode, apliquem la llei de Malus a cadascuna de les components perpendiculars de la llum polaritzada el·lípticament, d'on

$$I(\phi) = A_2^2 \cos^2 \phi + A_1^2 \sin^2 \phi = (A_2^2 - A_1^2) \cos^2 \phi + A_1^2 \quad (3)$$

on  $A_1, A_2$  són els semieixos de l'el·ipse de polarització.

Per fixar l'origen de fases i trobar els semieixos de l'el·ipse, s'han mesurat els punts on la intensitat és extrema, obtenint

$$\begin{aligned} [\beta_{\max}, I_{\max}] &= [(75 \pm 1)^\circ, (5.8 \pm 0.1) \text{ u.a.}] \\ [\beta_{\min}, I_{\min}] &= [(165 \pm 1)^\circ, (1.2 \pm 0.1) \text{ u.a.}] \end{aligned}$$

Així doncs, l'origen de fases correspon al punt pel qual la intensitat és màxima,  $\phi_0 = (75 \pm 1)^\circ$ , i introduint a (3) els valors mesurats, obtenim les longituds dels semieixos  $A_1 = (1.10 \pm 0.05) \text{ u.a.}$  i  $A_2 = (2.41 \pm 0.02) \text{ u.a.}$ . L'angle  $\phi$  l'obtindrem fent la transformació

$$\phi := \beta - \phi_0 \quad (4)$$

on  $\beta$  és l'angle mesurat en l'escala de l'analitzador.

Amb aquests valors s'ha ajustat la corba teòrica superposada als punts de la figura 3, que, atès que talla tots els punts i barres d'error, ens indica que les dades experimentals s'ajusten al model teòric (3).

Encara més, podem calcular l'excentricitat de l'el·lipse segons

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}} \quad (5)$$

d'on s'obté que  $\varepsilon = 0.891 \pm 0.010$ .

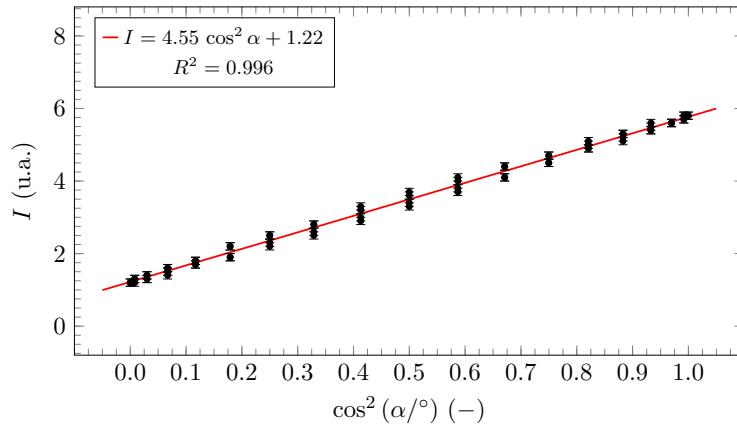


FIGURA 4: Intensitat detectada pel diòde en funció de cosinus al quadrat de l'angle entre l'eix de l'analitzador i l'eix major de l'el·lipse de polarització.

Finalment, s'han representat els punts  $I(\cos^2 \phi)$  a la figura 4 i s'han ajustat a una recta de regressió de la forma  $I = (A_2^2 - A_1^2)' \cos^2 \phi + (A_1^2)'$ , obtenint els paràmetres de la taula 2.

$(A_2^2 - A_1^2)'$ (u.a.)	$4.55 \pm 0.04$
$(A_1^2)'$ (u.a.)	$1.22 \pm 0.02$
$R^2$	0.996
$(\delta I)_{\text{reg}}$ (u.a.)	0.11

TAULA 2: Paràmetres de l'ajust lineal  $I = (A_2^2 - A_1^2)' \cos^2 \phi + (A_1^2)'$ , amb les corresponents incerteses.

Observem que es compleix que

$$0.05 \text{ u.a.} = \left| (A_2^2 - A_1^2) - (A_2^2 - A_1^2)' \right| \leq \sqrt{[(\delta(A_2^2 - A_1^2))]^2 + [\delta(A_2^2 - A_1^2)']^2} = 0.15 \text{ u.a.}$$

$$0.02 \text{ u.a.} = \left| A_1^2 - (A_1^2)' \right| \leq \sqrt{[\delta A_1^2]^2 + [\delta (A_1^2)']^2} = 0.10 \text{ u.a.}$$

i per tant els valors obtinguts mitjançant l'ajust són compatibles amb els predicts amb l'equació (3).

### 3 Polartització circular

En aquest últim apartat estudiem el comportament de la llum quan es polaritza circularment. Aquest estat de polarització s'ha aconseguit col·locant la làmina quart d'ona de manera que la

direcció de polarització de la llum lineal que hi incideix formi un angle de  $45^\circ$  amb els eixos de la làmina. Empíricament, s'ha determinat que l'angle adequat per obtenir llum polaritzada circularment és de  $(47 \pm 1)^\circ$  en l'escala de la làmina.

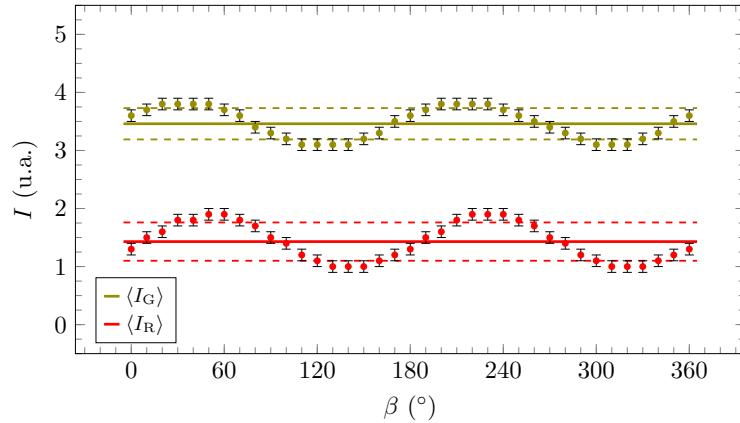


FIGURA 5: Intensitat detectada pel diòde en funció de l'angle de l'escala de l'analitzador, amb la relació teòrica de la llei de Malus superposada.

S'han prèn dades de la intensitat detectada pel diòde en funció de l'angle de l'escala de l'analitzador en intervals de  $(10 \pm 1)^\circ$ , per a llum de color verd i llum de color vermell, tot representant els punts experimentals en la figura 5.

Malgrat esperaríem que la llei de variació de la intensitat vers l'angle de l'analitzador fos constant, observem que els punts oscil·len lleugerament. De fet, la mitjana i la desviació estàndar de les intensitats per cada color, calculades segons (A.1) i (A.2) respectivament, són

$$\begin{aligned} \langle I_G \rangle &= (3.46 \pm 0.04) \text{ u.a.} & \sigma_{I_G} &= 0.27 \text{ u.a.} \\ \langle I_R \rangle &= (1.43 \pm 0.05) \text{ u.a.} & \sigma_{I_R} &= 0.33 \text{ u.a.} \end{aligned}$$

## A Fòrmules estadístiques

### A.1 Paràmetres centrals i de dispersió

Donada una mostra de  $N$  elements  $\{x_1, \dots, x_N\}$ , definim els següents paràmetres estadístics.

- Mitjana aritmètica

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{A.1})$$

- Desviació estàndard<sup>2</sup>

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2} \quad (\text{A.2})$$

- Error estàndard

$$\delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \quad (\text{A.3})$$

### A.2 Estimacions lineals

Per al càlcul de les estimacions lineals s'usa la funció **ESTIMACION.LINEAL** del full de càlcul **Microsoft Excel**, que proporciona el pendent i l'ordenada a l'origen de la recta de regressió amb les seves corresponents incerteses, així com el coeficient de correlació  $R^2$  i l'error estàndard de la regressió.

### A.3 Test $\chi^2$

Donat un ajust lineal  $y = Ax + B$ , amb incertesa en la variable dependent  $\delta y$  i error estàndard de la regressió  $\delta y_{\text{reg}}$ , es defineix el *coeficient*  $\chi^2$  com

$$\chi^2 = \nu \left( \frac{\delta y_{\text{reg}}}{\delta y} \right) \quad (\text{A.4})$$

on  $\nu$  es el nombre de graus de llibertat de l'ajust. Amb això, podem definir el *coeficient reduït*  $\chi_\nu^2$  com

$$\chi_\nu^2 = \frac{\delta y_{\text{reg}}}{\delta y} \quad (\text{A.5})$$

El valor d'aquest paràmetre ens indica la bondat de l'ajust realitzat. Tenim que

- (a) si  $\underline{\delta y_{\text{reg}}} \ll \delta y$  o  $\underline{\chi_\nu^2} \ll 1$ , l'ajust és acceptable i probablement s'hagi sobreestimat  $\delta y$ ;
- (b) si  $\underline{\delta y_{\text{reg}}} \lesssim \delta y$  o  $\underline{\chi_\nu^2} \lesssim 1$ , l'ajust és acceptable; i
- (c) si  $\underline{\delta y_{\text{reg}}} \gg \delta y$  o  $\underline{\chi_\nu^2} \gg 1$  l'ajust no és acceptable.

---

<sup>2</sup>S'ha fet servir la correcció de Bessel  $\sqrt{N/(N-1)}$  de la desviació estàndard poblacional.