

# Òptica

## Pràctica 1. Disseny i construcció d'instruments òptics.

Marc Ballesteró Ribó - Grup D2

28 d'octubre de 2020

### 1 Determinació de la potència de les lents

Per a determinar la potència de les diferents lents usades en la pràctica, s'ha usat un frontofocòmetre, aparell que ens permet determinar aquest paràmetre, així com el centre òptic i la curvatura de les lents, tot enfocant un reticle prefixat. Atès que tots els experiments s'han realitzat sota el supòsit de l'aproximació paraxial, l'única dada que s'ha mesurat de les lents és la seva potència  $P$ . La incertesa associada a aquesta mesura depèn del propi valor de  $P$  segons

$$\delta P = \begin{cases} 0.13 \text{ D}, & \text{si } P \sim 1 \text{ D} \\ 0.3 \text{ D}, & \text{si } P \sim 10 \text{ D} \end{cases} \quad (1)$$

### 2 Ullera astronòmica

Una ullera astronòmica és un telescopi que consta de dues lents convergents, anomenades *objectiu* i *ocular* posicionades de tal manera que coincideixin el pla focal imatge de l'*objectiu* i el pla focal objecte de l'*ocular*. L'*objectiu* és alhora el diafragma d'obertura (DA) i la pupil·la d'entrada (PE), i la seva imatge a través de l'*ocular* ens dóna la pupil·la de sortida (PS).

Per a la construcció de la ullera astronòmica hem usat, doncs, dues lents convergents, una de potència  $P_{\text{obj}} = (2.00 \pm 0.13) \text{ D}$  per a l'*objectiu* i una de  $P_{\text{ocu}} = (9.5 \pm 0.3) \text{ D}$  per a l'*ocular*, i de diàmetres respectius  $\varnothing_{\text{obj}} = (6.5 \pm 0.1) \text{ cm}$  i  $\varnothing_{\text{ocu}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ .

Les focals de les lents vindran donades per

$$f'_i = \frac{1}{P_i}, \quad \delta f'_i = \frac{\delta P_i}{P_i^2} \quad (2)$$

d'on obtenim que  $f'_{\text{obj}} = (52 \pm 3) \text{ cm}$  i  $f'_{\text{ocu}} = (10.5 \pm 0.3) \text{ cm}$ .

Per al muntatge del sistema, hem ajustat la posició de les lents observant en quina disposició les imatges a través del telescopi està enfocada. La distància entre les lents mesurada amb una cinta mètrica és  $d = (60.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ , valor que observem que és compatible amb la suma de les focals de les lents  $f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}} = (63 \pm 3) \text{ cm}$ .

L'emergència de la pupil·la de sortida  $e$ , amb la seva corresponent incertesa  $\delta e$ , la podem calcular segons

$$-\frac{1}{(f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}})} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f'_{\text{ocu}}} \Rightarrow e = \frac{f'_{\text{ocu}}}{f'_{\text{obj}}} (f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}}) \quad (3)$$

$$\delta e = \sqrt{\left(\frac{f'_{\text{ocu}}}{f'_{\text{obj}}}\right)^4 (\delta f'_{\text{obj}})^2 + \left[\left(2 \frac{f'_{\text{ocu}}}{f'_{\text{obj}}} + 1\right) \delta f'_{\text{ocu}}\right]^2} \quad (4)$$

i obtenim que  $e = (12.6 \pm 0.4) \text{ cm}$ .

Per calcular l'augment fem servir que

$$\Gamma' = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{ocu}}}, \quad \delta\Gamma' = \sqrt{\left(\frac{\delta f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{ocu}}}\right)^2 + \left[\frac{f'_{\text{obj}}}{(f'_{\text{ocu}})^2} \delta f'_{\text{ocu}}\right]^2} \quad (5)$$

i obtenim que val  $\Gamma' = -5.0 \pm 0.3$ .

Ara, col·loquem un diafragma iris en diverses posicions i analitzem el comportament del sistema òptic. Si posicionem el diafragma en el pla focal comú entre les dues lenses, aquest actua com a diafragma de camp (DC). En aquest cas, observem que a mesura que reduïm l'obertura del diafragma es perd camp d'observació, però no il·luminació. El semicamp d'observació  $\omega$  ve donat per

$$\omega = \arctan \frac{\varnothing_{\text{DC}}}{2f'_{\text{obj}}}, \quad \delta\omega = \frac{2}{\varnothing_{\text{DC}}^2 + (2f'_{\text{obj}})^2} \sqrt{\left(f'_{\text{obj}} \delta\varnothing_{\text{DC}}\right)^2 + \left(\varnothing_{\text{DC}} \delta f'_{\text{obj}}\right)^2} \quad (6)$$

on  $\varnothing_{\text{DC}}$  és el diàmetre del diafragma de camp, que hem prèvs com  $\varnothing_{\text{DC}} = (2.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ . Per tant, tenim que el camp d'observació val  $2\omega = (0.048 \pm 0.003) \text{ rad}$ .

Per contra, observem que si col·loquem el diafragma just davant de l'objectiu no es perd camp d'observació però sí que es redueix la il·luminació de la imatge; cosa que s'explica tenint en compte que el diafragma limita la quantitat de llum que entra al sistema. El mateix passa si col·loquem el diafragma en la pupil·la de sortida, vist que aquesta és la imatge de la pupil·la d'entrada, que en aquest cas és l'objectiu.

Finalment, canviem l'ocular per un de potència  $\tilde{P}_{\text{ocu}} = (20.0 \pm 0.3) \text{ D}$  i diàmetre  $\tilde{\varnothing}_{\text{ocu}} = (5.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ . Fent ús de les fòrmules de la (2) a la (5), obtenim que en aquest cas, l'emergència de la pupil·la de sortida és  $\tilde{e} = (5.50 \pm 0.10) \text{ cm}$ , l'augment  $\tilde{\Gamma}' = -10.4 \pm 0.6$ . La col·locació d'un diafragma en les mateixes posicions que en el cas anterior exhibeix un comportament anàleg i, en particular, inserint-ne un de  $\varnothing_{\text{DC}} = (2.5 \pm 0.1) \text{ cm}$  en el pla focal comú es té el mateix camp d'observació que en el cas anterior, vist que l'equació (6) no depèn de la focal de l'ocular.

En tots dos casos la imatge a través del sistema presenta aberració cromàtica, causada pel fet que l'índex de refracció de la llum en un medi material depèn de la seva longitud d'ona, per tant les lenses del sistema dispersen la llum que s'hi transmet.

### 3 Ullera de Galileu

Una ullera de Galileu és un telescopi en el qual l'objectiu és una lens convergent i l'ocular una lens divergent, amb la qual cosa s'aconsegueix un augment angular positiu. En aquest cas la imatge de la pupil·la d'entrada es forma a l'interior del telescopi, de manera que es limita el camp i esdevé lluerna de sortida (LS), actuant l'objectiu com a diafragma de camp (DC). La pupil·la de sortida (PS) és la pupil·la de l'ull de l'observador.

Per a construir la ullera de Galileu hem usat un objectiu de potència  $P_{\text{obj}} = (2.25 \pm 0.13) \text{ D}$  i diàmetre  $\varnothing_{\text{obj}} = (6.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ , i un ocular de potència  $P_{\text{ocu}} = (-8.3 \pm 0.3) \text{ D}$  i diàmetre  $\varnothing_{\text{ocu}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ . Usant (2) obtenim les focals,  $f'_{\text{obj}} = (44 \pm 3) \text{ cm}$  i  $f'_{\text{ocu}} = (-12.1 \pm 0.4) \text{ cm}$ .

Per a muntar el sistema hem procedit de manera similar a la secció 2, comprovant en quina posició les imatges observades a través del telescopi s'efoquen, obtenint que la separació adequada entre les lenses és  $d = (33.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ , valor compatible amb la suma de les focals  $f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}} = (32 \pm 3) \text{ cm}$ .

Fent servir les fòrmules (3) i (5) obtenim que, en aquest cas, l'emergència de la pupil·la de sortida és  $e = (-8.8 \pm 0.3) \text{ cm}$  i els augmentos valen  $\Gamma' = 3.6 \pm 0.3$ . Notem que per a aquest telescopi es

compleix que, efectivament,  $e < 0$ , per tant la imatge de la pupila d'entrada es forma dins del tub, i  $\Gamma' > 0$ , per tant la imatge no s'inverteix.

Per calcular el camp d'observació, notem que en aquest cas tenim que  $\varnothing_{DC} = \varnothing_{obj}$ , vist que l'objectiu actua com a diafragma de camp; aplicant (6) obtenim  $2\omega = (0.073 \pm 0.005)$  rad. Evidentment, col·locant un diafragma iris de diàmetre inferior al davant de l'objectiu, limitem el camp i la lluminació del sistema.

Finalment, cal remarcar que a les imatges a través d'aquest telescopi presenten una petita aberració esfèrica en els punts imatge allunyats del centre de la lent.

## 4 Microscopi compost

### 4.1 Il·luminació Köhler

El sistema d'il·luminació Köhler ens permet, a partir d'una font de llum, il·luminar l'objecte a observar a través d'un microscopi amb un feix de llum col·limada. Això s'aconsegueix mitjançant dues lents convergents, anomenades *condensador* i *lent de camp* o *col·limador*, disposades de manera que el colimador se situa al pla on es forma la imatge del condensador, la qual cosa fa que la llum provenint de la font surti del sistema paral·lela, uniforme i col·limada.

Per a la construcció del sistema Köhler s'ha usat com a condensador una lent de potència  $P_{cond} = (19.5 \pm 0.3)$  D i diàmetre  $\varnothing_{cond} = (4.0 \pm 0.1)$  cm i com a col·limador una lent de potència  $P_{col} = (9.5 \pm 0.3)$  D i diàmetre  $\varnothing_{col} = (5.5 \pm 0.1)$  cm. Mitjançant (2) obtenim les focals de les lents,  $f'_{cond} = (5.13 \pm 0.08)$  cm i  $f'_{col} = (10.5 \pm 0.3)$  cm. S'ha escollit una lent de focal curta per al condensador per a poder captar el màxim con de llum provenint de la font. A més a més, s'ha equipat la font de llum amb un difusor per tal de reduir la il·luminació del sistema.

Per al muntatge del sistema, s'ha col·locat el condensador tan a prop de la font com és possible. Mitjançant una pantalla, s'ha observat en quina posició es forma la imatge de la font a través del condensador, i s'ha col·locat el col·limador de manera que el seu pla focal objecte coincideixi amb la posició determinada amb la pantalla.

### 4.2 Microscopi

Un microscopi compost està format per dues lents convergents, anomenades *objectiu* i *ocular*, de manera que l'objectiu forma una imatge engrandida de l'objecte, i l'ocular, actuant com a lupa, augmenta un segon cop la imatge. Atès que la distància del punt proper de l'ull humà és aproximadament 25 cm, s'ha d'escollir un ocular de focal inferior a aquesta xifra, ja que l'augment angular de la imatge ve donat per

$$\Gamma'_{ocu} = \frac{25 \text{ cm}}{f'_{ocu}} \quad (7)$$

Un cop dissenyat el sistema d'il·luminació, s'ha col·locat l'objecte a observar a poca distància de la lent col·limadora (per tal d'estalviar espai en el banc) i s'ha procedit a muntar les lents del microscopi. Com a objectiu s'ha escollit una lent de potència  $P_{obj} = (9.5 \pm 0.3)$  D i diàmetre  $\varnothing_{obj} = (5.5 \pm 0.1)$  cm i per a l'ocular una altra lent de potència  $P_{ocu} = (20.5 \pm 0.3)$  D i diàmetre  $\varnothing_{ocu} = (5.0 \pm 0.1)$  cm. Així doncs, aplicant (2) obtenim que les focals de les lents són  $f'_{obj} = (10.5 \pm 0.3)$  cm i  $f'_{ocu} = (4.93 \pm 0.07)$  cm.

L'objectiu, que treballa com un projector, s'ha col·locat davant de la diapositiva a una distància superior a la seva focal. Mitjançant una pantalla, s'ha trobat la posició en què s'obté una imatge prou augmentada de la diapositiva a través de l'objectiu, que ha de correspondre a la posició

del pla objecte de l'ocular per tal que els raigs surtin paral·lels i l'ull els pugui acomodar. En definitiva, tenim que

- la distància entre l'objectiu i l'ocular és  $d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}} = (82.3 \pm 0.1) \text{ cm}$ ,
- la distància entre el col·limador i l'objectiu és  $d_{\text{col} \rightarrow \text{obj}} = (17.3 \pm 0.1) \text{ cm}$  i
- la distància entre l'objectiu i la diapositiva  $d_{\text{obj} \rightarrow \text{dia}} = (11.3 \pm 0.1) \text{ cm}$ .

Així doncs, tenim que la longitud òptica del tub, que no és més que la distància entre el focus imatge de l'objectiu i el focus objecte de l'ocular, vindrà donada per

$$t = d_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}} - (f'_{\text{obj}} + f'_{\text{ocu}}) \quad (8)$$

i val  $t = (66.9 \pm 0.3) \text{ cm}$ .

Ara, ens proposem calcular l'augment angular del microscopi  $\Gamma'$ . Per fer-ho, primer calculem l'augment lateral de l'objectiu, segons

$$\beta'_{\text{obj}} = -\frac{t}{f'_{\text{obj}}}, \quad \delta\beta'_{\text{obj}} = \sqrt{\left(\frac{\delta t}{f'_{\text{obj}}}\right)^2 + \left[\frac{t}{(f'_{\text{obj}})^2} \delta f'_{\text{obj}}\right]^2} \quad (9)$$

i obtenim que  $\beta'_{\text{obj}} = -6.37 \pm 0.18$ . Així mateix, calculem l'augment angular de l'ocular segons (7) i obtenim  $\Gamma'_{\text{ocu}} = 5.1 \pm 0.07$ . Conegudes aquestes dades, podem expressar l'augment angular total del sistema com

$$\Gamma' = \beta'_{\text{obj}} \Gamma'_{\text{ocu}} \quad \delta\Gamma' = \sqrt{\left(\Gamma'_{\text{ocu}} \delta\beta'_{\text{obj}}\right)^2 + \left(\beta'_{\text{obj}} \delta\Gamma'_{\text{ocu}}\right)^2} \quad (10)$$

que resulta  $\Gamma' = -32.0 \pm 1.0$ .

L'emergència de la pupil·la de sortida vindrà donada per (3) i val  $e = (7.25 \pm 0.15) \text{ cm}$ .

Cal remarcar que s'ha observat una notable aberració esfèrica en els punts de l'espai imatge més allunyats de l'eix òptic. Així mateix, la coloració de la imatge resultava estranya, fet que s'atribueix a la font lumínica.

Finalment, s'ha repetit el muntatge usant un altre ocular de potència  $\tilde{P}_{\text{ocu}} = (9.5 \pm 0.3) \text{ D}$  i diàmetre  $\tilde{\varnothing}_{\text{ocu}} = (5.5 \pm 0.1) \text{ cm}$ . La focal calculada segons (2) resulta  $\tilde{f}'_{\text{ocu}} = (10.5 \pm 0.3) \text{ cm}$ . La distància entre l'objectiu i l'ocular és de  $\tilde{d}_{\text{obj} \rightarrow \text{ocu}} = (90.6 \pm 0.1) \text{ cm}$ .

En aquest cas obtenim que la longitud òptica del tub és  $\tilde{t} = (69.6 \pm 0.4) \text{ cm}$ , l'augment lateral de l'objectiu es manté constant, l'augment angular de l'ocular és  $\tilde{\Gamma}'_{\text{ocu}} = 2.38 \pm 0.07$ , l'augment angular total del sistema  $\tilde{\Gamma}' = -15.2 \pm 0.6$  i l'emergència de la pupil·la de sortida  $e = (21.0 \pm 1.0) \text{ cm}$ .

Notem que ara s'obté aproximadament la meitat d'augments que en el cas anterior, a canvi de tenir menys aberració esfèrica.

En tots els casos, la col·locació d'un diafragma iris en el punt focal objecte de l'ocular limita el camp del sistema.