

Lista 2

Problema 1

Uma partícula numa caixa unidimensional de largura a está no estado:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{10a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + A\sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) + \frac{3}{\sqrt{5a}} \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right)$$

- Determine o valor de A que normaliza a função de onda.
- Quais são as possibilidades de resultados de medidas da energia, e quais suas respectivas probabilidades?
- Se uma medida da energia resultar em $(2\pi^2\hbar^2)/(ma^2)$, qual é o estado do sistema imediatamente após essa medida?

Problema 2

Uma partícula de massa m está confinada na região $0 \leq x \leq a$ e sabe-se que está no segundo estado excitado do sistema. De repente, de uma maneira abrupta e instantânea, a região de confinamento é estendida para o dobro do tamanho original, sem perturbar o estado da partícula. Se for realizada uma medida da energia, quais são as probabilidades de achar o sistema no seu estado fundamental e no primeiro estado excitado.

Problema 3

Considerando a partícula do problema 2, antes de alterar o tamanho da caixa, se ela estivesse inicialmente no estado fundamental, quais seriam os valores de $\langle x \rangle$ e $\langle p \rangle$?

Quais seriam esses valores no segundo estado excitado?

Escreva as relações de incertezas nos dois casos.

Problema 4

Considerando a função de onda:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}, \quad -a \leq x \leq a$$

- Determine a correspondente função de onda no espaço dos momentos $\phi(p)$.
- Faça um gráfico de $\phi(p)$ e veja como ele varia com o valor de a . Discuta o significado e interpretação física desses resultados.

Problema 5

Considere um feixe de partículas de massa m restritas ao movimento unidimensional, inicialmente lançado no sentido de x positivo, e sujeito a um potencial degrau:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ V_0 > 0, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- Se a energia total E de cada partícula é tal que $E > V_0$, encontre a forma geral da solução da equação de Schrödinger independente do tempo nas duas regiões do potencial.
- Na Mecânica Clássica, quando $E > V_0$ todas as partículas passam pelo degrau de potencial, entretanto, na Mecânica Quântica algumas partículas são refletidas. Qual é o percentual de partículas refletidas pelo degrau de potencial?
- Considere agora que $E < V_0$. Qual é a forma geral da solução da equação de Schrödinger independente do tempo para $x > 0$?
- Determine a probabilidade de reflexão quando $E = V_0/2$
- Considere a situação onde o potencial é modificado de forma a ser novamente nulo para $x > a$. Isto é, ao invés de um degrau, passa a ser uma barreira finita de altura V_0 e largura a . Calcule a transmissão do feixe quando $E = V_0/2$.

Problema 6

Considere uma partícula de massa m sujeita a um potencial de poço finito dado por

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 < x < a \\ V_0 > 0, & \text{se } x < 0 \text{ ou } x > a \end{cases}$$

Nos itens abaixo considere a situação em que a energia E é tal que $E < V_0$.

- Escreva a equação de Schrödinger independente do tempo nas três regiões do espaço e suas soluções gerais.
- Quais são as condições de contorno que a função de onda deve satisfazer em $x = 0$ e $x = a$?
- Existe uma probabilidade não nula de encontrar a partícula no intervalo entre $x = a$ e $x = a + b$, onde $b > 0$? Justifique sua resposta.
- Em uma medida de energia total da partícula, é possível encontrar qualquer valor pertencente ao intervalo $[0, V_0]$? Justifique sua resposta.