Inteligencia Artificial — Probl. de redes bayesianas

1. Redes bayesianas: central nuclear

En su central nuclear local, hay una alarma que detecta cuando un medidor de temperatura excede un umbral determinado. El medidor mide la temperatura del núcleo. Considera las variables booleanas A (suena la alarma), F_A (la alarma está defectuosa) y F_G (el medidor está defectuoso) y los nodos multivalor G (lectura del medidor) y T (temperatura real de núcleo).

(a) Dibuja una red bayesiana para este dominio, dado que es más probable que el medidor falle cuando la temperatura del núcleo es demasiado alta.

(b) Supón que sólo hay dos posibles temperaturas reales y medidas: normal y alta; la probabilidad de que el medidor dé la temperatura correcta es x cuando está funcionando, pero y cuando está defectuoso. Proporciona la tabla de probabilidad condicional asociada con G.

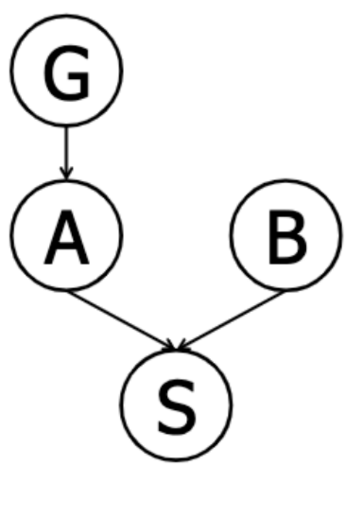
(c) Supón que la alarma funciona correctamente a menos que sea defectuosa, en cuyo caso nunca suena. Proporciona la tabla de probabilidad condicional asociada con A.

2. Probabilidad

Supongamos que un paciente puede tener un síntoma (S) que puede estar causado por dos enfermedades diferentes e independientes (A y B). Se sabe que la variación del gen G desempeña un papel importante en la manifestación de la enfermedad A. A continuación, se muestra un modelo y algunas tablas de probabilidad condicional para esta situación. Para cada parte, puede dejar su respuesta como una expresión aritmética.

$P(G)$	
$+g$	0.1
$-g$	0.9

$P(A\|G)$		
$+g$	$+a$	1.0
$+g$	$-a$	0.0
$-g$	$+a$	0.1
$-g$	$-a$	0.9



$P(B)$	
$+b$	0.4
$-b$	0.6

$P(S\|A,B)$			
$+a$	$+b$	$+s$	1.0
$+a$	$+b$	$-s$	0.0
$+a$	$-b$	$+s$	0.9
$+a$	$-b$	$-s$	0.1
$-a$	$+b$	$+s$	0.8
$-a$	$+b$	$-s$	0.2
$-a$	$-b$	$+s$	0.1
$-a$	$-b$	$-s$	0.9

(a) Calcula la siguiente entrada de la distribución conjunta: $P(+g, +a, +b, +s)$

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente tenga la enfermedad A?

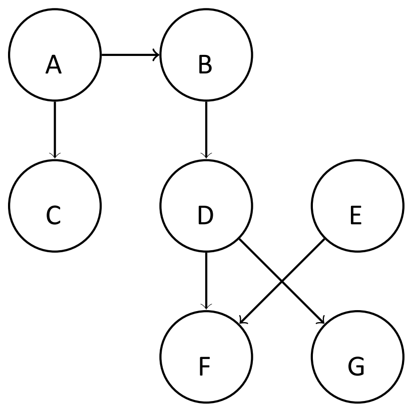
(c) ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente tenga la enfermedad A si tiene la enfermedad B?

(d) ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente tenga la enfermedad A si tiene el síntoma S y la enfermedad B?

(e) ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente porte la variación del gen G si tiene la enfermedad A?

3. Redes bayesianas: representación e independencia

Las partes (a) y (b) corresponden a la siguiente red bayesiana:



(a) Exprese la distribución de probabilidad conjunta como un producto de términos que representan tablas de probabilidades condicionales individuales asociadas a la Red de Bayes.

(b) Supongamos que cada nodo puede tomar 4 valores. ¿Cuántas entradas tienen los factores en A, D y F?

Considere las siguientes tablas de distribución de probabilidad. La distribución conjunta P(A,B,C,D) es igual al producto de estas tablas de distribución de probabilidad.

A	$P(A)$
+a	0.8
–a	0.2

A	B	$P(B\|A)$
+a	+b	0.9
+a	–b	0.1
–a	+b	0.6
–a	–b	0.4

B	C	$P(C\|B)$
+b	+c	0.8
+b	–c	0.2
–b	+c	0.8
–b	–c	0.2

C	D	$P(D\|C)$
+c	+d	0.25
+c	–d	0.75
–c	+d	0.5
–c	–d	0.5

Se están creando dispositivos de seguridad avanzados para coches que pueden avisar al conductor si se está quedando dormido (A) y también calcular la probabilidad de colisión (C) en tiempo real. Tienes a tu disposición 6 sensores (variables aleatorias):

- E: si el conductor tiene los ojos abiertos o cerrados

- W: si se toca o no el volante

- L: si el coche está en el carril o no

- S: si el coche va rápido o no

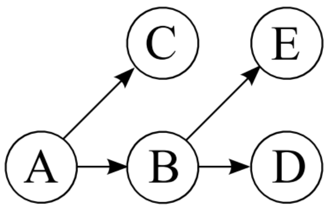
- H: si la frecuencia cardiaca del conductor es algo elevada o está en reposo

- R: si el radar del coche detecta un objeto cercano o no

A influye en {E, W, H, L, C}. C está influido por {A, S, L, R}.

(c) Dibuje la red bayesiana asociada a la descripción anterior añadiendo arcos entre los nodos proporcionados cuando proceda.

4. Eliminación de variables



	$P(A)$
$+a$	0.25
$-a$	0.75

$P(B\|A)$	$+b$	$-b$
$+a$	0.5	0.5
$-a$	0.25	0.75

$P(C\|A)$	$+c$	$-c$
$+a$	0.2	0.8
$-a$	0.6	0.4

$P(D\|B)$	$+d$	$-d$
$+b$	0.6	0.4
$-b$	0.8	0.2

$P(E\|B)$	$+e$	$-e$
$+b$	0.25	0.75
$-b$	0.1	0.9

(a) Utilizando la red de Bayes y las tablas de probabilidad condicional anteriores, calcula las siguientes cantidades:

- **(i)** $P\ (+b \mid +a)$
- **(ii)** $P\ (+a,+b)$
- **(iii)** $P\ (+a \mid +b)$

(b) Ahora vamos a considerar la eliminación de variables en la red de Bayes anterior

- **(i)** Supongamos que tenemos la evidencia $+c$ y deseamos calcular $P\ (E \mid +\text{c})$. ¿Qué factores tenemos inicialmente?
- **(ii)** Si eliminamos la variable B, creamos un nuevo factor. ¿Cuál es la ecuación para calcular el factor que creamos al eliminar la variable B?
- **(iii)** Tras eliminar la variable B, ¿cuál es el nuevo conjunto de factores? Para cada factor, indique también su tamaño.
- **(iv)** Supongamos ahora que tenemos la prueba $-c$ y estamos tratando de calcular $P\ (A \mid -c)$. ¿Cuál es el orden de eliminación más eficiente? Si más de una ordenación es la más eficiente, proporcione cualquiera de ellas
- **(v)** Una vez que hemos ejecutado la eliminación de variables y tenemos $f(A,-c)$ ¿cómo calculamos $P\ (+a \mid -c)$?