



1

Rysunek 1: Relacje między idealami

Objaśnienia

Dla każdego $A \subseteq \mathbb{N}$ (skończonego lub nie) niech $FS(A) = \{\sum_{n \in B} n : B \subseteq A \wedge 0 < |B| < \aleph_0\}$.

$$\mathcal{I}_{\frac{1}{n}} = \{A \subseteq \mathbb{N} : \sum_{n \in A} \frac{1}{n} < \infty\}$$

$$\mathcal{I}_d = \{A \subseteq \mathbb{N} : \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|A \cap \{0, \dots, n-1\}|}{n} = 0\}$$

F - ideał Folkmana:

Wyjaśnienie: jest to rodzina zbiorów które nie są ip-rich: zbiór $A \subseteq \mathbb{N}$ jest ip-rich

gdy zawiera wszystkie skończone (i niepuste) sumy elementów zbiorów skończonych o dowolnie dużym rozmiarze. Folkman-Rado-Sanders de facto wykazali że rodzina zbiorów nie ip-rich tworzy ideał. Symbolicznie: $\mathcal{F} = \{A \subseteq \mathbb{N} : \exists_{n>1} \forall_{\substack{B \subseteq \mathbb{N} \\ |B|=n}} FS(B) \not\subseteq A\}$

\mathcal{W} - ideał Van der Waerdena - jest to rodzina podzbiorów liczb naturalnych które nie zawierają ciągów arytmetycznych dowolnej skończonej długości (to nie jest równoważne ze zdaniem że zbiór nie zawiera nieskończonego ciągu arytmetycznego). Symbolicznie: $W = \{A \subseteq \mathbb{N} : \exists_{n \in \mathbb{N}} \forall_{\substack{a \in \mathbb{N} \\ r > 0}} \exists_{k < n} a + k \cdot r \notin A\}$

\mathcal{H} - ideał Hindmana, czyli $\mathcal{H} = \{A \subseteq \mathbb{N} : \forall_{\substack{B \subseteq \mathbb{N} \\ |B|=\aleph_0}} FS(B) \not\subseteq A\}$

Diff - ideał Diff (co to jest?)

MonLac - ideał Monotonic Lacunary

nPS - ideał zbiorów not Piecewise Syndetic

\mathcal{I}_u - ideał „jednorodny”: czyli rodzina $\{A \subseteq \omega : \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n(A)}{n} = 0\}$, gdzie
 $S_n(A) = \max\{|[k, k+n) \cap A|\}$.