

OTIMIZAÇÃO HEURÍSTICA

TRABALHO DE GRUPO

Elaborado por:

- André Novo n° 93343
 - Luís Pereira n° 98398
 - Mariana Semedo n° 98322
 - Sebastião Rosalino n° 98437
 - Tiago Pratas n° 98952

Licenciatura em Ciência de Dados

Docente: Anabela Costa



Conteúdo

a)	Descrição de uma solução admissível para o problema	.3
	Desenvolvimento de uma heurística para determinar as unidades de duto que devem ser transportadas a partir dos locais L1 e L3 para cada a das regiões	.4
c)	Definição de um cromossoma	.6
d)	Proposta de operador de <i>crossover</i>	.6
	O operador proposto em d) garante a obtenção de soluções admissíveis a o problema da empresa Lusa? Caso não garanta, indique como pode apassar esta situação na implementação do algoritmo genético	.7
f)	Proposta de operador de mutação	.8
•	O operador proposto em f) garante a obtenção de soluções admissívei: a o problema da empresa Lusa? Caso não garanta, indique como pode apassar esta situação na implementação do algoritmo genético	
h)	Implementação do algoritmo genético	.9
i)	Execução do código em Python e análise da solução obtida	12

a) Descrição de uma solução admissível para o problema

Tendo em conta o problema inicial, pode considerar-se que uma solução admissível para a escolha dos locais de instalação dos armazéns será aquela que satisfaça as procuras das regiões, respeite a capacidade dos armazéns instalados e minimize o custo total de instalação e de transporte.

Calculando a procura total do produto nas dez regiões, obteve-se o valor de 1740 unidades. Uma vez que cada armazém tem uma capacidade de armazenamento fixa de 900 unidades do produto, é possível que 2 armazéns sejam suficientes.

Local de instalação	Custo Total
LI	77
L2	54
L3	70
L4	71
L5	72

Com base nos custos de transporte totais de cada local (para todas as regiões), definiu-se uma heurística que consiste em escolher os dois locais cujos custos totais de transportes fossem os menores. Assim, escolheram-se os locais L2 e L3 para instalação dos armazéns.

Seguindo a lógica anterior, escolheram-se as ligações de transporte com base nos custos mínimos, sem exceder a capacidade de cada armazém.

A procura na R1 vai ser garantida pelo armazém instalado em L2 (900-80), ou seja, terá nova capacidade de 820;

A procura na R2 vai ser garantida pelo armazém instalado em L2 (820-270), ou seja, terá nova capacidade de 550;

A procura na R3 vai ser garantida pelo armazém instalado em L2 (550-250), ou seja, terá nova capacidade de 300;

A procura na R4 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (900-160), ou seja, terá nova capacidade de 740;

A procura na R5 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (740-180), ou seja, terá nova capacidade de 560;

A procura na R6 vai ser garantida pelo armazém instalado em L2 (300-230), ou seja, terá nova capacidade de 70;

A procura na R7 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (560-120), ou seja, terá nova capacidade de 440;

A procura na R8 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (440-90), ou seja, terá nova capacidade de 350;

A procura na R9 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (350-150), ou seja, terá nova capacidade de 200;

A procura na R10 vai ser garantida pelo armazém instalado em L4 por falta de capacidade em ambos os armazéns.

Assim, satisfaz-se a procura desta região instalando um armazém em L4, cujo custo de transporte era o menor

entre os possíveis.

Segue-se a tabela que representa a explicação anterior:

Região	Local de instalação	Custo unitário	N° de unidades	Nova capacidade do armazém
R1	L2	6	80	820
R2	R2 L2		270	550
R3	R3 L2		250	300
R4	L3	3	160	740
R5	L3	4	180	560
R6	R6 L2		230	70
R7	L3	5	120	440
R8	L3	7	90	350
R9	L3	8	150	200
R10	L4	3	210	690

O custo total associado a esta solução é traduzido pela equação:

Obtendo como resultado 10720 unidades monetárias.

Foram então instalados armazéns nos locais 2,3 e 4.

b) Desenvolvimento de uma heurística para determinar as unidades de produto que devem ser transportadas a partir dos locais L1 e L3 para cada uma das regiões

Uma vez que vão ser instalados armazéns em dois locais (L1 e L3), o custo de instalação será 2000 unidades monetárias.

A heurística definida consiste em começar a garantir a satisfação da procura nas regiões por ordem decrescente dessa mesma procura, selecionando para as mesmas o local que apresentar o custo de transporte unitário mínimo (de forma a minimizar os custos de transporte), respeitando as capacidades dos armazéns.

A procura na R2 vai ser garantida pelo armazém instalado em L1 (900-270), ou seja, terá nova capacidade de 630;

A procura na R3 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (900-250), ou seja, terá nova capacidade de 650;

A procura na R6 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (650-230), ou seja, terá nova capacidade de 420;

A procura na R10 vai ser garantida pelo armazém instalado em L1 (630-210), ou seja, terá nova capacidade de 420;

A procura na R5 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (420-180), ou seja, terá nova capacidade de 240;

A procura na R4 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 (240-160), ou seja, terá nova capacidade de 80;

A procura na R9 vai ser garantida pelo armazém instalado em L1 (420-150), ou seja, terá nova capacidade de 270;

A procura na R7 vai ser garantida pelo armazém instalado em L1 por falta de capacidade em L3 (270-120), ou seja, terá nova capacidade de 150;

A procura na R8 vai ser garantida pelo armazém instalado em L1 por falta de capacidade em L3 (150-90), ou seja, terá nova capacidade de 60;

A procura na R1 vai ser garantida pelo armazém instalado em L3 por falta de capacidade em L1 (80-80), ou seja, o armazém atinge a sua capacidade total.

Segue-se a tabela que representa a explicação anterior:

Região	Local de instalação	Custo unitário	N° de unidades
R1	R1 L3		80
R2 L1		5	270
R3	R3 L3		250
R4	L3	3	160
R5	L3	4	180
R6	L3	9	230
R7	Lī	7	120
R8	Lī	9	90
R9	Lī	7	150
R10	Lī	9	210

O custo total associado a esta solução é traduzido pela equação:

Obtendo como resultado 12930 unidades monetárias.

Comentário à solução obtida:

Nesta solução foram instalados armazéns em dois locais (L1 e L3) com um custo associado de 12930 unidades monetárias. É importante referir que caso a heurística aplicada nesta alínea tivesse sido também aplicada à solução encontrada em a) (instalação de armazéns nos locais L2, L3 e L4) o custo obtido seria 9230 unidades monetárias, representando uma redução no custo de cerca de 1490 unidades monetárias.

É possível denotar pelo verificado que nem sempre uma solução com menores custos fixos de instalação de armazéns leva a soluções melhores já que o fator **custo unitário de transporte** pesa bastante no resultado de um custo total final de uma determinada solução, devido à disparidade de procuras a garantir entre as várias cidades (a procura oscila entre 80 e 270 unidades).

c) Definição de um cromossoma

Definimos o cromossoma como contendo 5 genes (correspondendo a cada local de armazenamento), que vão tomar valores binários (0 caso não tenha sido instalado um armazém no local e 1 caso tenha sido instalado).

Por exemplo, na alínea b), o cromossoma corresponderia a:

Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
1	0	1	0	0

O valor de aptidão de um cromossoma corresponde ao somatório do custo total de instalação dos armazéns e do custo total de transporte.

d) Proposta de operador de *crossover*

O operador de *crossover* proposto para implementação do algoritmo genético será o "*crossover* a um ponto".

Este operador consiste em escolher aleatoriamente um número, m, entre 1 e a dimensão do cromossoma (n) e dividir cada cromossoma pai em duas "caudas":

- a "cauda" esquerda que contem os genes de 1 a m
- a "cauda" direita de m + 1 até n. Cada filho irá ficar com uma das "caudas" dos cromossomas pai.

Segue-se um exemplo da realização do "*crossover* a um ponto" em que m=3, a partir de dois cromossomas pais admissíveis:

Cromossoma pai

Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
1	0	1	0	0

Cromossoma pai

Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
0	1	1	1	0

=

Cromossoma filho

Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
1	0	1	1	0

+

Cromossoma filho

Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
0	1	1	0	0

e) O operador proposto em d) garante a obtenção de soluções admissíveis para o problema da empresa Lusa? Caso não garanta, indique como pode ultrapassar esta situação na implementação do algoritmo genético.

De acordo com o operador de *crossover* escolhido, é possível obterem-se soluções não admissíveis para o problema, ou seja, podem ser produzidas soluções nas quais são instalados menos de dois armazéns o que resulta na insuficiência da garantia da procura para as diversas regiões (procura

total=1740 e capacidade de armazenamento de 1 armazém=900). Assim aplica-se um operador de mutação para tentar solucionar este problema.

f) Proposta de operador de mutação

O operador de mutação escolhido é o *Bit Flip*. A Mutação *Bit Flip* é utilizada em algoritmos genéticos codificados em binários (0/1), como é o caso. Este operador consiste em:

- para cada gene, gerar aleatoriamente um número com distribuição uniforme no intervalo [0,1]: **u**.
- Se o número gerado, \boldsymbol{u} , for inferior à probabilidade de mutação (\boldsymbol{pm}) então troca-se o valor do gene (seja de 0 para 1 ou o contrário)
- g) O operador proposto em f) garante a obtenção de soluções admissíveis para o problema da empresa Lusa? Caso não garanta, indique como pode ultrapassar esta situação na implementação do algoritmo genético.

Apesar da definição do operador de mutação *Bit Flip*, ainda é possível serem obtidas soluções não admissíveis na medida em que qualquer número (0 ou 1) pode ser trocado, podendo resultar em soluções com instalação de um único armazém ou mesmo nenhum.

Para garantir a admissibilidade da solução após aplicação do operador de *crossover* e de mutação, se esta continuar a não ser admissível aplicar-se-á novamente o operador de mutação até que a solução obtida seja admissível (possua 2 ou mais locais de armazenamento).

Exemplificação da correção da não admissibilidade pelo operador de mutação *Bit Flip,* com **pm** =0.1 ou 10%:

Solução Não Admissível:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
Cromossoma	0	1	0	0	0
VGA	0.47	0.62	0.39	0.23	0.74

Após operação de mutação, como todos os V.G.A' s (valores gerados aleatoriamente) foram acima de 0.1 nenhum gene foi mutado, mantendo-se o cromossoma igual:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
Cromossoma	0	1	0	0	0

A solução continua não admissível, aplicação do operador de mutação novamente:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
Cromossoma	0	1	0	0	0
VGA	0.69	0.33	0.51	0.82	0.07

1.0 > **1**

Solução mutada, agora admissível, o valor do gene 5 foi flipped.

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5
Cromossoma	0	1	0	0	1

h) Implementação do algoritmo genético

• Etapa 1 - População inicial:

Como forma de gerar a população inicial, extraíram-se todas as combinações distintas de soluções em que são instalados 2 armazéns, de onde resultam 10 combinações únicas correspondendo à dimensão da população inicial.

• Etapa 2 - Aplicação da Heurística da alínea b) para cálculo dos valores de aptidão:

Aplicar-se-á a Heurística criada na alínea b) (garantir o cumprimento da procura das diversas regiões por ordem decrescente das mesmas procuras, selecionando para as mesmas o local que apresentar o custo de transporte unitário mínimo, respeitando as capacidades dos armazéns) a todas as 10 soluções pertencentes à **população inicial**, de modo a calcular o respetivo valor de aptidão.

O valor de aptidão de uma solução é tido como o custo associado a esta (somatório dos custos de transporte e instalação dos armazéns).

Etapa 3 - Comparação do valor de aptidão das soluções:

Uma solução terá tanto um melhor valor de aptidão quanto menor for o seu custo.

• Etapa 4 - Método de seleção:

Pelo método de **Seleção por Torneio** selecionam-se 3 cromossomas da população inicial aleatoriamente e destes escolhe-se aquele cujo custo é o menor. Este processo é repetido para ambos os pais. Garante-se também que os dois pais são diferentes entre si.

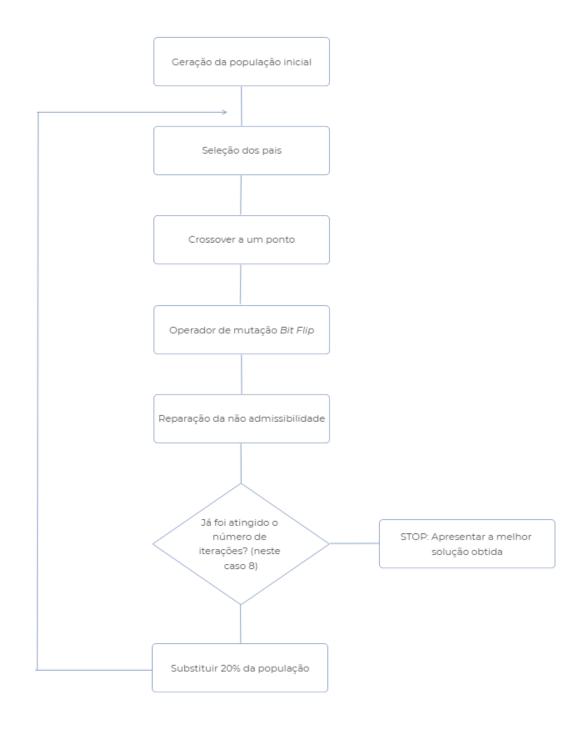
Após a escolha dos dois cromossomas pais, será aplicado o operador *crossover* a um ponto, visando originar dois cromossomas filhos. Se pelos menos um deles não for admissível, proceder-se-á à mutação do mesmo com a finalidade de o tornar admissível com recurso ao operador de mutação *Bit Flip*. No caso de uma mutação não ser suficiente para corrigir a admissibilidade do cromossoma submetê-lo-emos a consecutivas mutações para corrigir esta situação e torná-lo admissível.

• Etapa 5 – Método de substituição:

Como **método de substituição** da população inicial, definiu-se que os dois filhos gerados substituirão os dois pais com pior valor de aptidão (maiores custos associados) na população anterior, ou seja, haverá uma substituição de 20% da população.

• Etapa 6 – Critérios de paragem do algoritmo:

Adotou-se como **critério de paragem** um número de 8 iterações efetuadas.



i) Execução do código em Python e análise da solução obtida

Como foi definido anteriormente, gerou-se a população inicial a partir de várias permutações de uma solução admissível com dois locais de instalação selecionados. Obtiveram-se permutações duplicadas, que foram eliminadas, de modo a garantir a unicidade das soluções admissíveis para a instalação de dois locais, que apresentamos de seguida:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Solução 1	1	0	1	0	0	12930
Solução 2	1	0	0	1	0	11240
Solução 3	1	0	0	0	1	12700
Solução 4	1	1	0	0	0	12820
Solução 5	0	1	1	0	0	11970
Solução 6	0	1	0	1	0	9990
Solução 7	0	1	0	0	1	9850
Solução 8	0	0	1	1	0	9110
Solução 9	0	0	1	0	1	12130
Solução 10	0	0	0	1	1	9210

Realizou-se a seleção dos pais por torneio e de seguida aplicou-se o *crossover* a um ponto e posteriormente o operador de mutação *Bit Flip*, caso pelo menos um dos filhos gerados fosse não admissível. Caso a 1ª mutação não resolva a não admissibilidade das soluções, aplicar-se-á um processo recursivo de mutações *Bit Flip* até garantir essa mesma admissibilidade. Por fim passou-se à substituição da população.

Segue-se a exemplificação da 1ª iteração da implementação do algoritmo genético:

Seleção dos pais por torneio

Após a realização dos torneios, obteve-se como Pai I o cromossoma 36 e como Pai II o cromossoma 24.

• Crossover a um ponto

Aplicando o operador de *crossover*, foram obtidos os cromossomas filhos apresentados na tabela. Uma vez que um dos filhos corresponde a uma solução não admissível, o seu custo associado não é calculado até ser reparada a admissibilidade numa fase posterior.

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Pai 1	0	0	1	1	0	9110
Pai 2	0	1	1	0	0	11970
Filho 1	0	0	1	0	0	NaN
Filho 2	0	1	1	1	0	9230

• Mutação Bit Flipe reparação da não admissibilidade

Procedeu-se à aplicação do operador de mutação *Bit Flip* apenas na solução não admissível (ou seja, no Filho 1) e repetiu-se esta operação recursivamente até a mesma se tornar admissível- critério definido para reparação da não admissibilidade.

Agora já é possível calcular o custo associado à solução anteriormente não admissível, apresentando os resultados na seguinte tabela:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Pai 1	0	0	1	1	0	9110
Pai 2	0	1	1	0	0	11970
Filho 1	0	0	1	0	1	12130
Filho 2	0	1	1	1	0	9230

• Substituição da população inicial

Seguiu-se para a substituição de 20% da população inicial pelos cromossomas filhos obtidos nesta iteração. Estes 20% correspondem aos cromossomas pais com maiores custos associados.

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Solução 1	1	0	1	0	0	12930
Solução 2	1	0	0	1	0	11240
Solução 3	1	0	0	0	1	12700
Solução 4	1	1	0	0	0	12820
Solução 5	0	1	1	0	0	11970
Solução 6	0	1	0	1	0	9990
Solução 7	0	1	0	0	1	9850
Solução 8	0	0	1	1	0	9110
Solução 9	0	0	1	0	1	12130
Solução 10	0	0	0	1	1	9210



	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Solução 1	0	0	1	0	1	12130
Solução 2	1	0	0	1	0	11240
Solução 3	1	0	0	0	1	12700
Solução 4	0	1	1	1	0	9230
Solução 5	0	1	1	0	0	11970
Solução 6	0	1	0	1	0	9990
Solução 7	0	1	0	0	1	9850
Solução 8	0	0	1	1	0	9110
Solução 9	0	0	1	0	1	12130
Solução 10	0	0	0	1	1	9210

Os procedimentos do algoritmo genético são repetidos mais 7 vezes até se atingir o critério de paragem das 8 iterações. Apresenta-se a população final obtida:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Solução 1	0	1	0	1	1	9000
Solução 2	0	1	0	1	1	9000
Solução 3	0	1	0	1	1	9000
Solução 4	0	1	0	1	1	9000
Solução 5	0	1	0	1	1	9000
Solução 6	0	1	0	1	1	9000
Solução 7	0	1	0	1	1	9000
Solução 8	0	1	0	1	1	9000
Solução 9	0	1	0	1	1	9000
Solução 10	0	1	0	1	1	9000

Uma vez que a população final corresponde inteiramente à mesma solução, com a instalação de armazéns nos locais 2,4 e 5 e com um custo associado de **9000** unidades monetárias, pode-se concluir que estamos perante um custo mínimo, ou seja, a melhor solução possível para o problema de acordo com a heurística inicialmente definida.

Para esta solução obtiveram-se os seguintes resultados relativamente à distribuição da procura do produto pelas várias regiões:

Local de instalação	Capacidade Utilizada	Regiões Servidas (Por ordem de procura)	
L2	460	3 e 10	
L4	650	2, 6 e 9	
L5	810	5, 4, 7, 8 e 1	

Aplicação do mesmo algoritmo genético para uma população inicial distinta:

Aplicou-se o algoritmo genético previamente definido agora para uma população inicial correspondendo às combinações únicas de 3 locais de instalação de armazéns.

Apresentando a população inicial:

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Solução 1	1	1	1	0	0	11940
Solução 2	1	1	0	1	0	10440
Solução 3	1	1	0	0	1	11800
Solução 4	1	0	1	1	0	10340
Solução 5	1	0	1	0	1	12160
Solução 6	1	0	0	1	1	9960
Solução 7	0	1	1	1	0	9230
Solução 8	0	1	1	0	1	12040
Solução 9	0	1	0	1	1	9000
Solução 10	0	0	1	1	1	9180

Os resultados são exatamente os mesmos que foram obtidos aquando da aplicação do algoritmo genético na população inicial de combinações únicas de 2 locais de instalação, sendo a solução com custo mínimo final obtida ao fim de um menor número de iterações neste caso.

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Custo
Solução 1	0	1	0	1	1	9000
Solução 2	0	1	0	1	1	9000
Solução 3	0	1	0	1	1	9000
Solução 4	0	1	0	1	1	9000
Solução 5	0	1	0	1	1	9000
Solução 6	0	1	0	1	1	9000
Solução 7	0	1	0	1	1	9000
Solução 8	0	1	0	1	1	9000
Solução 9	0	1	0	1	1	9000
Solução 10	0	1	0	1	1	9000