CURS 2 $\boxed{PS}$

Nume, Prenume, Semnătura
Grupă

- În spațiul Hilbert $\mathcal{L}^2([-\pi,+\pi])$, există o familie remarcabilă de armonice elementare: $\mathcal{B}_a = \left\{\frac{1}{e_0}, \frac{\sin t}{e_{s1}}, \frac{\cos t}{e_{c1}}, \ldots, \frac{\sin nt}{e_{sn}}, \frac{\cos nt}{e_{cn}}, \ldots\right\}$.

TEST/QUIZ

- Folosind formulele trigonometrice:

$$\begin{cases} \sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right] \\ \cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right] \\ \sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right] \end{cases},$$

demonstrați următoarele relații de ortogonalitate verificate de armonicele familiei $\mathcal{B}a$:

$$\|e_0\|^2 = 2\pi \;, \quad \langle e_0, e_{sn}\rangle = 0 \;, \quad \langle e_0, e_{cn}\rangle = 0,$$

$$\langle e_{sn}, e_{sm}\rangle = \pi\,\delta_0[n-m] = \langle e_{cn}, e_{cm}\rangle, \quad \langle e_{sn}, e_{cm}\rangle = 0,$$

$$\forall n, m \in \mathbb{N}^*.$$