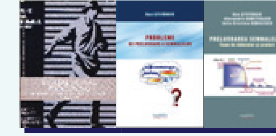
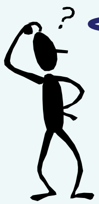
❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare

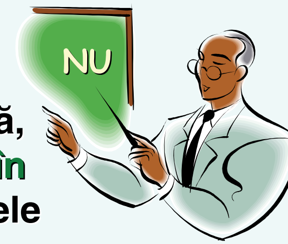


Efectul în frecvenţă al eşantionării

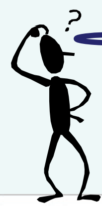
Se va analiza maniera în care semnalul eşantionat **poate conserva informaţia** semnalului continual de la care provine.

Pentru conservarea informaţiei prin eşantionare este suficient ca semnalul discret obţinut să "îl redea cît mai fidel" în domeniul timpului pe cel continual ?

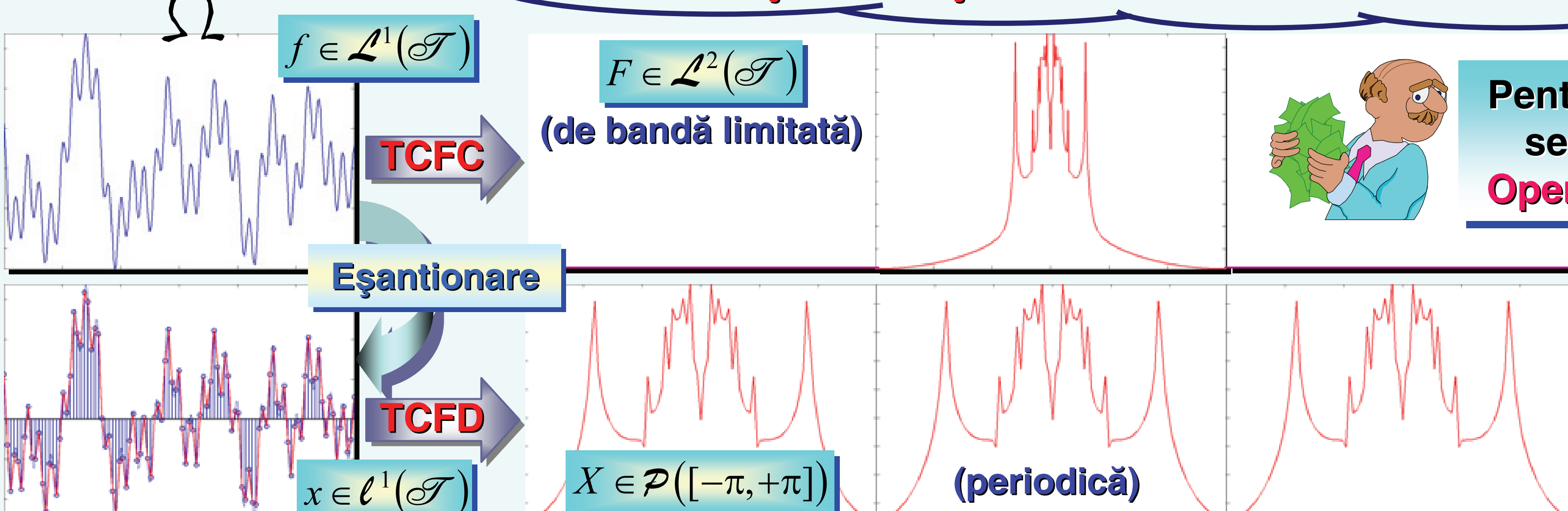




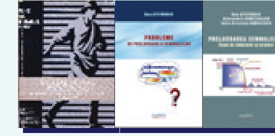
- O serie de semnale practice (vocale, seismice, audio-video) au relevat faptul că, deşi semnalul eşantionat **poate conduce la un interpolator suficient de precis în domeniul timpului**, **caracteristicile sale în frecvenţă pot fi sensibil diferite** de cele ale semnalului continual original.



Care este raportul dintre caracteristicile în frecvenţă ale semnalului eşantionat şi cele ale semnalului continual ?



Pentru a răspunde, se poate utiliza **Operatorul Fourier**.

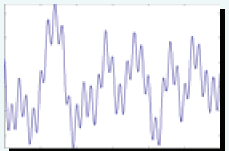


Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

- **Se consideră următoarea operaţie generală de eşantionare:**

Eşantionare

T_s



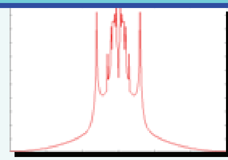
$f \in \mathcal{L}^1(\mathcal{T})$

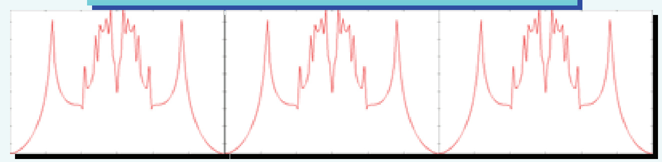
$x \in \ell^1(\mathcal{T})$

$x[n] \overset{def}{=} f(nT_s)$ $\forall\, n \in \mathbb{Z}$

$\mathrm{TCFC}(f) \in \mathcal{L}^2(\mathcal{T})$

$\mathrm{TCFD}(x) \in \mathcal{P}([-\pi,+\pi])$





Analiză

$$\mathcal{F}(f)(j\Omega) \overset{def}{=} F(j\Omega) \overset{def}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\mathrm{e}^{-j\Omega t}\,dt \quad \forall\, \Omega \in \mathbb{R}$$

Analiză

$$\mathcal{F}(x)\left(\mathrm{e}^{j\omega}\right) \overset{def}{=} X\left(\mathrm{e}^{j\omega}\right) \overset{def}{=} \sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\mathrm{e}^{-j\omega n} = \sum_{n\in\mathbb{Z}} f(nT_s)\mathrm{e}^{-j\omega n} \quad \forall\, \omega \in \mathbb{R}$$

Sinteză

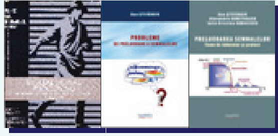
$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}(F)(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\Omega)\mathrm{e}^{+j\Omega t}\,d\Omega \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$$

Sinteză

$$x[n] = \mathcal{F}^{-1}(X)[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} X\left(\mathrm{e}^{j\omega}\right)\mathrm{e}^{+j\omega n}\,d\omega \quad \forall\, n \in \mathbb{Z}$$

Ce relaţie există între *X* şi *F* ?

Se poate evalua cu ajutorul ecuaţiilor lui Fourier.



Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

Propoziţia 4 (relaţia de aliere în frecvenţă)

În contextul descris la pagina anterioară, între TCFC a semnalului continual şi TCFD a semnalului discret obţinut prin eşantionare se stabileşte următoarea relaţie de "aliere" (dedublare) în frecvenţă:

$$X\left(e^{j\omega}\right) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{T_s}\sum_{k\in\mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega+2k\pi}{T_s}\right), \quad \forall\,\omega\in\mathbb{R}.$$

Demonstraţie

Plecînd de la operatorul Fourier invers exprimat pentru fiecare din cele două semnale, se poate exprima următoarea egalitate:

$$x[n] = \underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} X\left(e^{j\omega}\right)e^{+j\omega n}\,d\omega}_{\text{TCFD}^{-1}} = \underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\Omega)e^{+jn\Omega T_s}\,d\Omega}_{\text{TCFC}^{-1}}, \quad \forall\,n\in\mathbb{Z}.$$

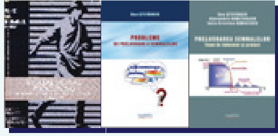
$$x[n] \overset{def}{=} f(nT_s), \ \forall\,n\in\mathbb{Z}$$

Deoarece operatorul Fourier este inversabil, recuperarea fiecărui eşantion al semnalului discret se poate efectua cu ajutorul unei Transformate Fourier unic determinate, în sensul egalităţii apt.

Egalitatea integrală la care s-a ajuns poate fi atunci exploatată pentru a obţine o exprimare echivalentă a TCFD – ca element integrat în relaţia de inversiune.

Pentru aceasta, limitele integralei termenului din dreapta egalităţii trebuie egalate cu cele ale integralei termenului din stînga.

❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

Propoziția 4 (relația de aliere în frecvență)

Demonstrație (continuare)

Axa reală închisă poate fi segmentată într-o familie numărabilă de intervale compacte:

$$\overline{\mathbb{R}} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left[\frac{(2k-1)\pi}{T_s}, \frac{(2k+1)\pi}{T_s} \right].$$

Integrala TCFC^{-1} se poate atunci evalua cu ajutorul acestei proprietăți de segmentare:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left(\int_{\frac{(2k-1)\pi}{T_s}}^{\frac{(2k+1)\pi}{T_s}} F(j\Omega) e^{+jn\Omega T_s} \, d\Omega \right), \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

Integrala din interiorul sumei trebuie transformată astfel încît limitele sale să fie $-\pi$ şi $+\pi$. Este uşor de observat că, pentru a obține acest efect, se poate aplica schimbarea de variabilă care urmează:

pulsație absolută [rad/s] factor de normalizare [s]

pulsație relativă, normalizată [rad]

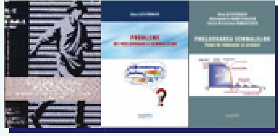
$$\omega \overset{def}{=} \Omega \boxed{T_s} - 2k\pi, \quad \forall \Omega \in \left[\frac{(2k-1)\pi}{T_s}, \frac{(2k+1)\pi}{T_s} \right].$$

Expresia eşantionului curent al semnalului discret devine:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi T_s} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left[\int_{-\pi}^{+\pi} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s} \right) e^{+jn(\omega+2k\pi)} \, d\omega \right] = \frac{1}{2\pi T_s} \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left[\int_{-\pi}^{+\pi} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s} \right) e^{+j\omega n} \, d\omega \right], \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

$$e^{2nk\pi j} = 1, \quad \forall n,k \in \mathbb{Z}$$

❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

Propoziţia 4 (relaţia de aliere în frecvenţă)

Demonstraţie (continuare)

Integralele care definesc Operatorii Fourier inverşi fiind convergente, rezultă că suma infinită comută cu integrala (suma fiind la rîndul ei convergentă):

$$x[n] = \frac{1}{2\pi T_s} \int_{-\pi}^{+\pi} \left[\sum_{k\in\mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s} \right) \right] \mathrm{e}^{+j\omega n}\, d\omega, \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

S-a obţinut, astfel, următoarea identitate:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X\left(\mathrm{e}^{j\omega}\right) \mathrm{e}^{+j\omega n}\, d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \left[\frac{1}{T_s} \sum_{k\in\mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s} \right) \right] \mathrm{e}^{+j\omega n}\, d\omega, \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

Ea este echivalentă cu:

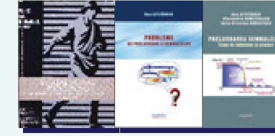
$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \left[X(e^{j\omega}) - \frac{1}{T_s} \sum_{k\in\mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s} \right) \right] \mathrm{e}^{+j\omega n}\, d\omega = 0, \quad \forall n \in \mathbb{Z}.$$

Cum Transformata Fourier a secvenţei discrete identic nule este nulă apt, rezultă:

$$X\left(\mathrm{e}^{j\omega}\right) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{T_s} \sum_{k\in\mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s} \right) \quad \forall \omega \in \mathbb{R}$$

☝ **Formulă de aliere în frecvenţă.**

❾ Noțiuni de eşantionare şi interpolare



Efectul în frecvență al eşantionării (continuare)

Aşadar

$$X\left(e^{j\omega}\right) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{T_s} \sum_{k \in \mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s}\right)$$

$$\forall\, \omega \in \mathbb{R}$$

Aliere în frecvență?

Termenul este sugerat de fenomenul de **combinare** (**aliere**) între liniile spectrale din benzi diferite de frecvență.

- În limba engleză, termenul consacrat este cel de ***aliasing***…
  … care s-ar traduce prin… "**travestire**", "**deghizare**", "**poreclire**" … sau, mai elegant, prin "**dedublare**". ☺
- Linii spectrale dintr-o bandă de frecvențe se "**dedublează**" pentru putea a interveni în altă bandă.

Prin eşantionare, informația transportată de semnalul original se conservă dacă în suma de aliere în frecvență **un singur termen este nenul pentru fiecare pulsație specificată**.

Exemplu

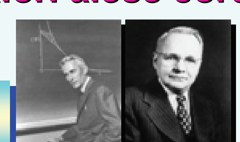
$$X\left(e^{j\omega}\right) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{T_s} F\left(j\frac{\omega}{T_s}\right)$$

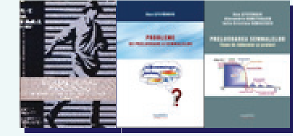
$$\forall\, \omega \in [-\pi, +\pi]$$

☜ **Transformatele Fourier sunt practic proporționale, deci "alurile" lor sunt identice.**

- Cu alte cuvinte, termenii sumei de aliere nu se suprapun, adică **nu se aliază (nu coalizează)** în evaluarea valorilor **TCFD**.
- Alierea termenilor sumei conduce la distorsionarea **Transformatei Fourier** şi, în consecință, la alterarea informației transportate de semnalul original.
- În cazul **semnalelor de bandă nelimitată**, ne-alierea termenilor sumei **este imposibilă**.
- În cazul **semnalelor de bandă limitată**, ne-alierea termenilor sumei este posibilă **numai dacă perioada de eşantionare are valori alese corespunzător**.

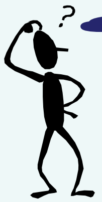
Regula Shannon-Nyquist





❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare

Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

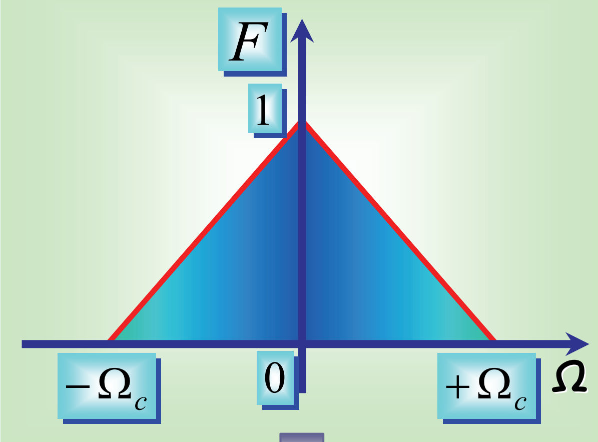


Metodă de alegere a perioadei de eşantionare pentru semnalele continuale de bandă limitată.

$$Supp(F) \subseteq [-\Omega_c, +\Omega_c]$$

pulsaţie absolută de tăiere [rad/s]

Exemplu — Un semnal continual cu TF triunghiulară



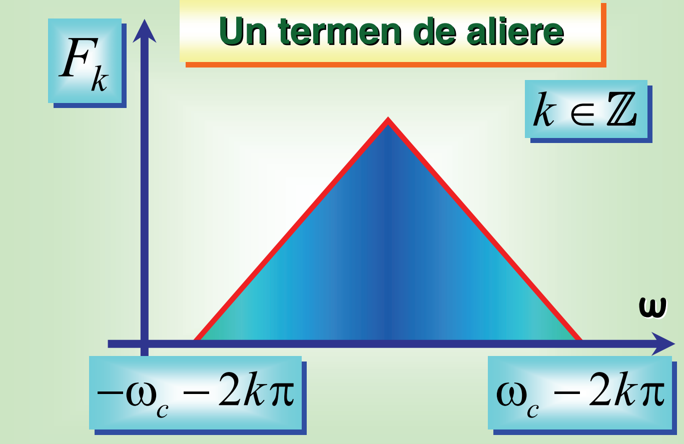
$$F(j\Omega) \overset{def}{=} \begin{cases} 0 & , \ \Omega \in \mathbb{R} \setminus [-\Omega_c, +\Omega_c] \\ 1 + \dfrac{\Omega}{\Omega_c} & , \ \Omega \in [-\Omega_c, 0) \\ 1 - \dfrac{\Omega}{\Omega_c} & , \ \Omega \in [0, +\Omega_c] \end{cases}$$

Exerciţiu

$$f = ?$$

pulsaţie normalizată de tăiere [rad]

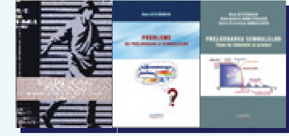
$$\omega_c \overset{def}{=} \Omega_c T_s$$



$$\underbrace{F\left(j\frac{\omega + 2k\pi}{T_s}\right)}_{F_k(j\omega)} = \begin{cases} 0 & , \ \omega \in \mathbb{R} \setminus [-\omega_c - 2k\pi, \omega_c - 2k\pi] \\ 1 + \dfrac{2k\pi}{\omega_c} + \dfrac{\omega}{\omega_c} & , \ \omega \in [-\omega_c - 2k\pi, -2k\pi) \\ 1 - \dfrac{2k\pi}{\omega_c} - \dfrac{\omega}{\omega_c} & , \ \omega \in [-2k\pi, \omega_c - 2k\pi] \end{cases}$$

$$\mathrm{Supp}(F_k) \subseteq [-\omega_c - 2k\pi, \omega_c - 2k\pi]$$

➒ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



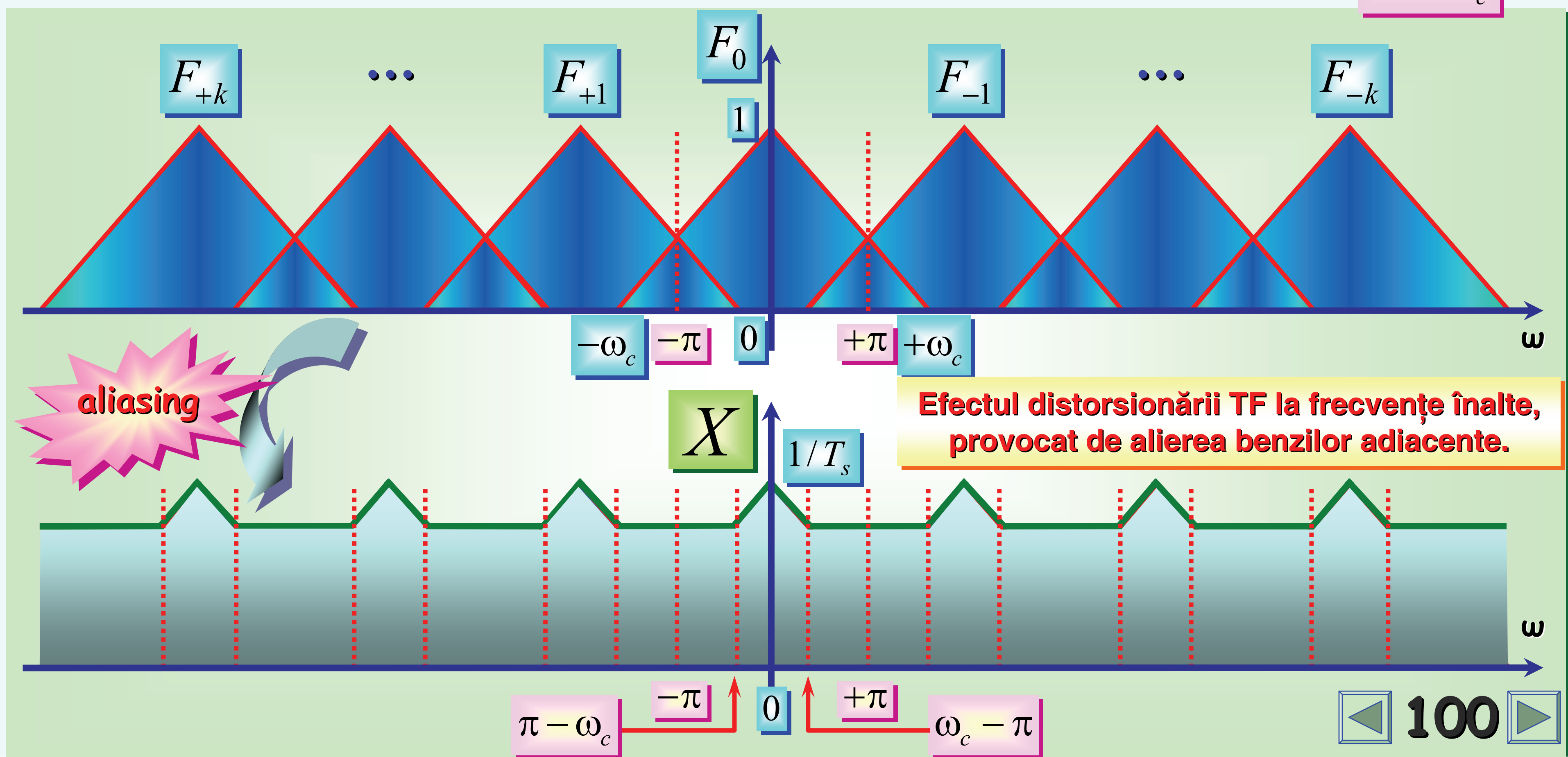
Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

Exemplu (continuare) — Un semnal continual cu TF triunghiulară

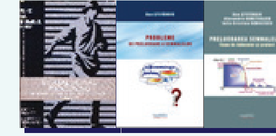
☝ Distorsiuni mai severe pentru suprapuneri de mai mult de două benzi.

Două cazuri
- ➔ Suprapunerea benzilor de frecvenţă ale termenilor de aliere.
- ➔ Dihotomia benzilor de frecvenţă ale termenilor de aliere.

$$Supp(F_k)\cap Supp(F_{k+1})\neq\varnothing \Leftrightarrow \omega_c-2(k+1)\pi>-\omega_c-2k\pi \Leftrightarrow \omega_c=\Omega_c T_s>\pi \Leftrightarrow T_s>\frac{\pi}{\Omega_c}$$



❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



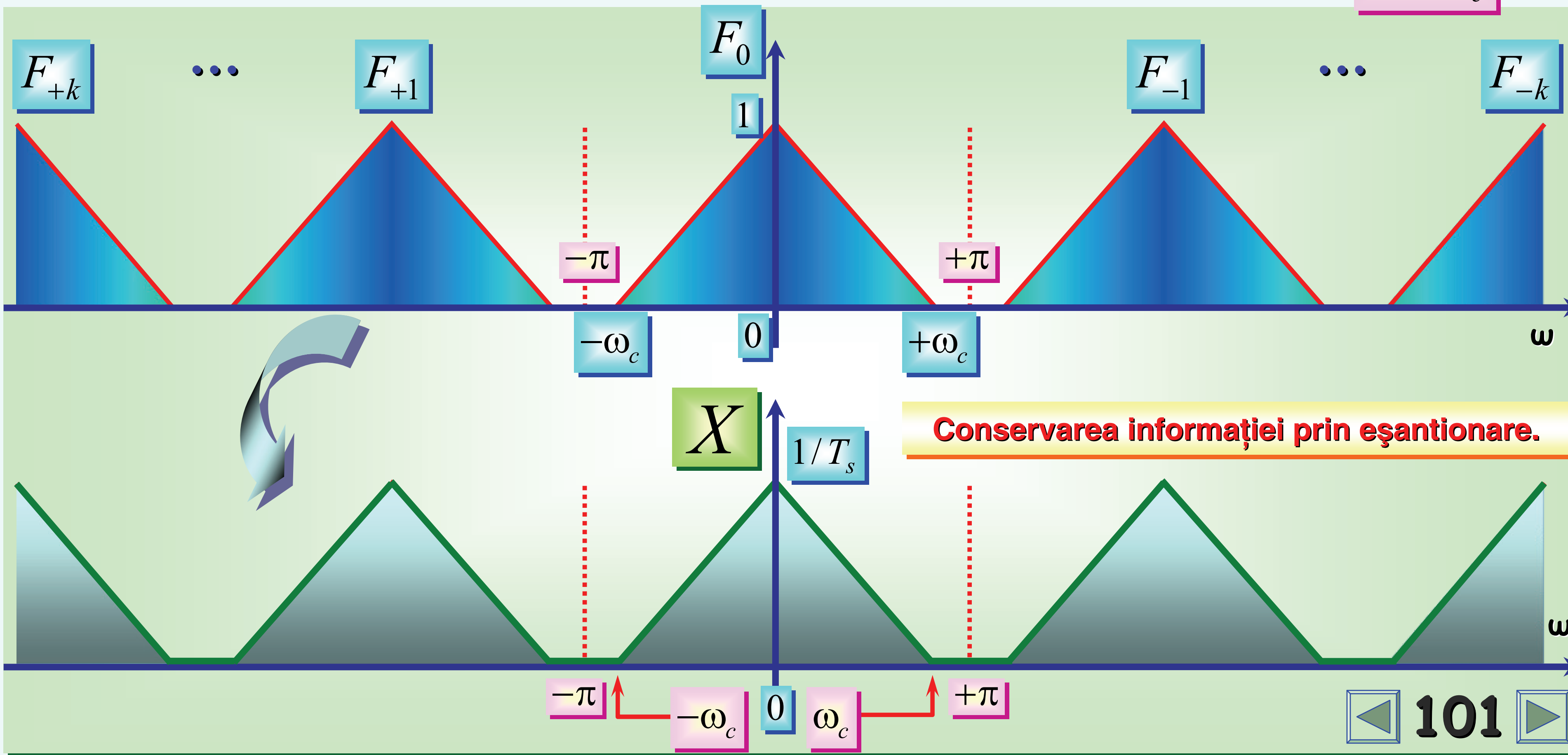
Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

Exemplu (continuare) — **Un semnal continual cu TF triunghiulară**

☝ **Cu cît T_s este mai redusă, cu atît deschiderea lobilor TCFD este mai mică.**

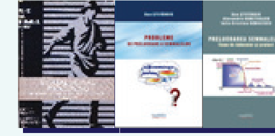
Două cazuri
- ➔ **Suprapunerea benzilor de frecvenţă ale termenilor de aliere.**
- ➔ **Dihotomia benzilor de frecvenţă ale termenilor de aliere.**

$$Supp(F_k)\cap Supp(F_{k+1})=\varnothing \iff \omega_c-2(k+1)\pi\le-\omega_c-2k\pi \iff \omega_c=\Omega_c T_s\le\pi \iff T_s\le\frac{\pi}{\Omega_c}$$



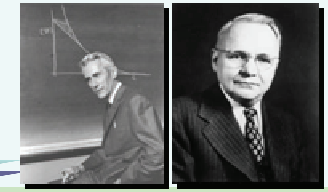
Conservarea informaţiei prin eşantionare.

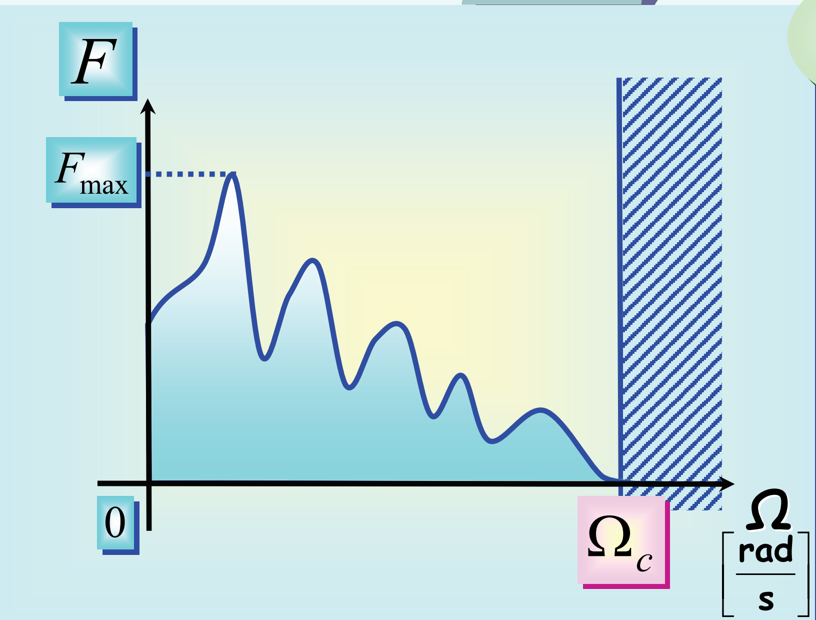
❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



Efectul în frecvenţă al eşantionării (continuare)

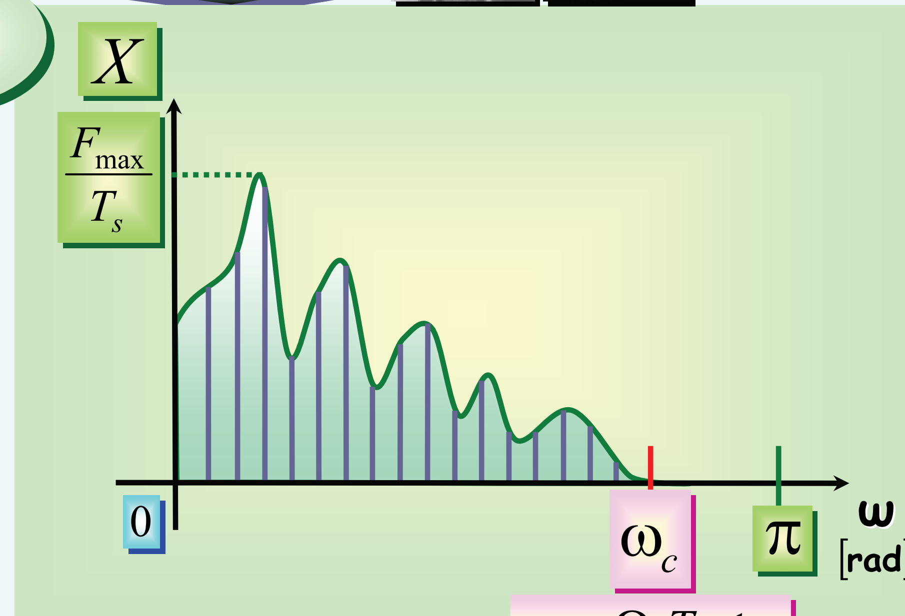
Regula Shannon-Nyquist





Eşantionare

T_s



$$\omega_c = \Omega_c T_s \le \pi$$

☝ **Pentru a conserva informaţia transportată de semnalul original, frecvenţa de eşantionare trebuie să fie cel puţin egală cu dublul frecvenţei de tăiere.**

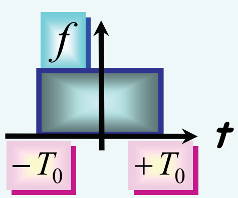
$$T_s \le \frac{\pi}{\Omega_c} \iff F_s = \frac{1}{T_s} \ge \frac{\Omega_c}{\pi} = 2F_c$$

Rata de eşantionare a lui Nyquist [Hz]

În aplicaţii

$$F_s \ge 2.1 \cdot F_c$$

Exerciţiu



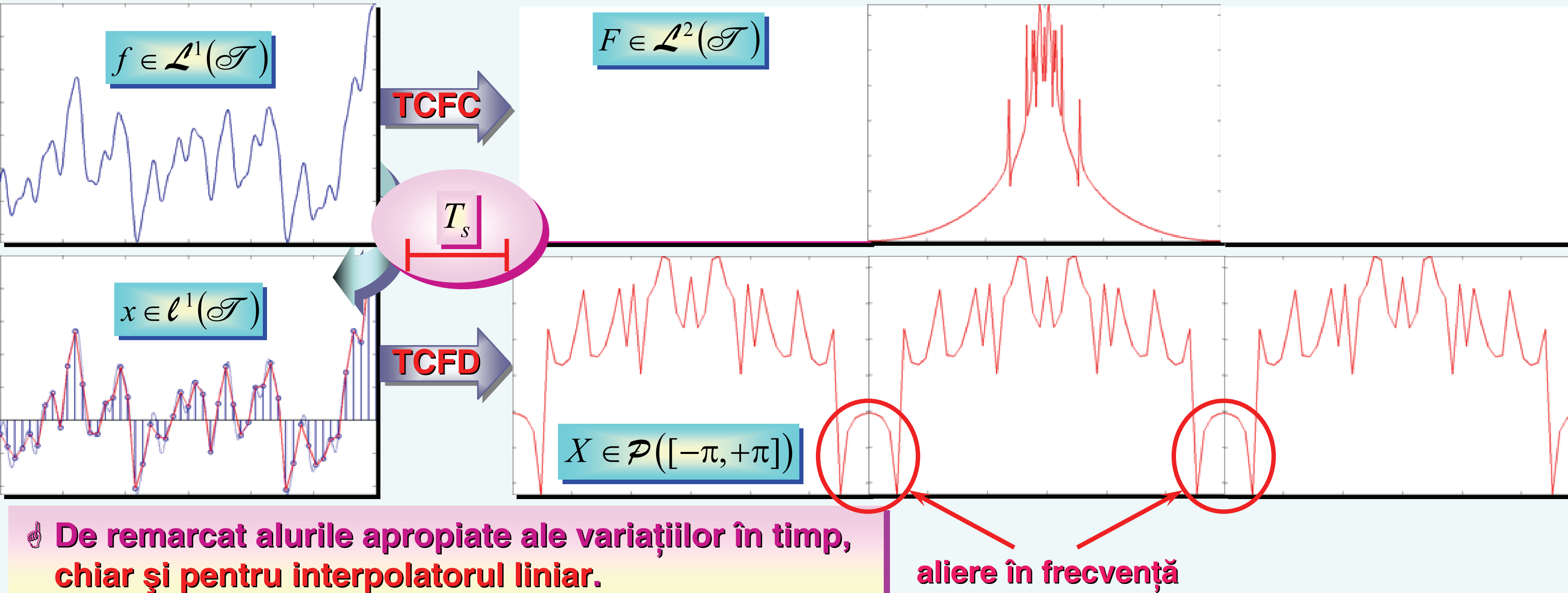
- Încercaţi să eşantionaţi un semnal continual dreptunghiular simetric. Care ar fi F_s ?

❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare

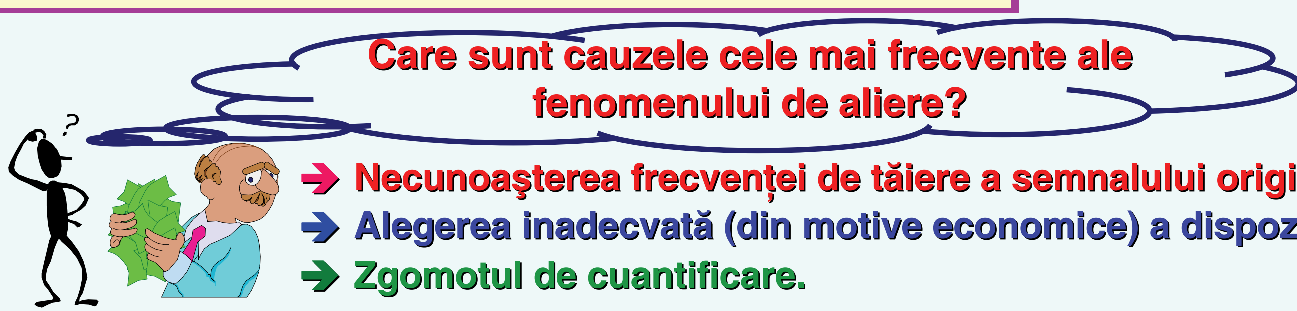
Efectul în frecvență al eşantionării (continuare)

Atunci cînd spectrul semnalului discret conține puteri spectrale nenule în vecinătatea pulsațiilor (2k+1)π, este posibilă apariția fenomenului de aliere în frecvență.

Exemplu



☝ **De remarcat alurile apropiate ale variațiilor în timp, chiar şi pentru interpolatorul liniar.**

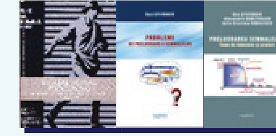


➔ **Necunoaşterea frecvenței de tăiere a semnalului original.**

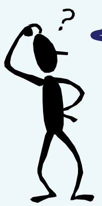
➔ **Alegerea inadecvată (din motive economice) a dispozitivului de eşantionare.**

➔ **Zgomotul de cuantificare.**

❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



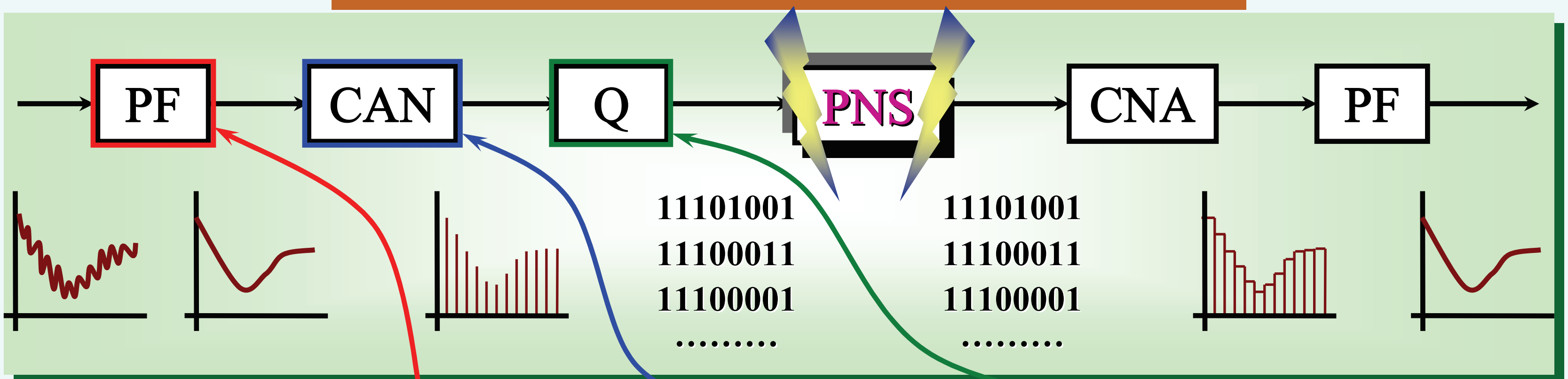
Efectul în frecvenţă al eşantionării (final)

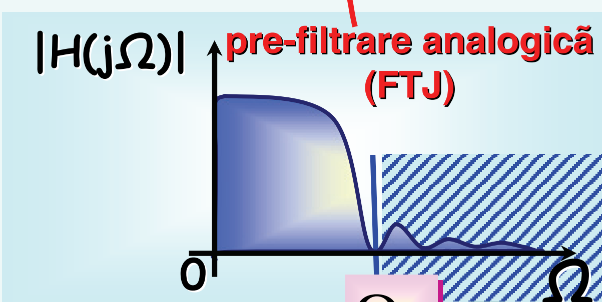


Cum se poate preveni /diminua fenomenul de aliere în frecvenţă?

Cu ajutorul unei filtrări analogice preliminare.

O schemă clasică de prelucrare a semnalelor





pre-filtrare analogică (FTJ)

suficient de mare ➔ Ω_a

$$F_s \geq 2.1 \cdot \frac{\Omega_a}{2\pi} = 1.05\,\frac{\Omega_a}{\pi}$$

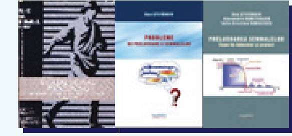
Diminuarea zgomotului de cuantificare se poate realiza prin:
- ➔ Alegerea unui număr cît mai mare de biţi/eşantion.
- ➔ Alocarea neuniformă a numărului de biţi/eşantion.

☝ Alegerea pulsaţiei de tăiere analogice este totuşi limitată din raţiuni economice.

☝ Imperfecţiunile filtrului analogic (lobii paraziţi) nu permit eliminarea totală a fenomenului de aliere.

- Acesta poate fi, însă, puternic atenuat.

Alierea în frecvenţă conduce la diminuarea performanţelor schemei de prelucrare a semnalelor.

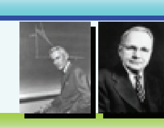


Interpolarea secvenţelor discrete de semnal

Două cazuri
- ➔ Semnalul a fost obţinut prin eşantionare.
- ➔ Semnalul a fost generat de un sistem discret sau nu se cunoaşte perioada de eşantionare.

- Dacă eşantionarea este de tip **ne-uniform**, **se recomandă** utilizarea unei metode de interpolare corespunzătoare **cazului al doilea**.
- Dacă eşantionarea este de tip **uniform**, **se face presupunerea** că **s-a evitat/diminuat fenomenul de aliere în frecvenţă**.

Regula Shannon-Nyquist

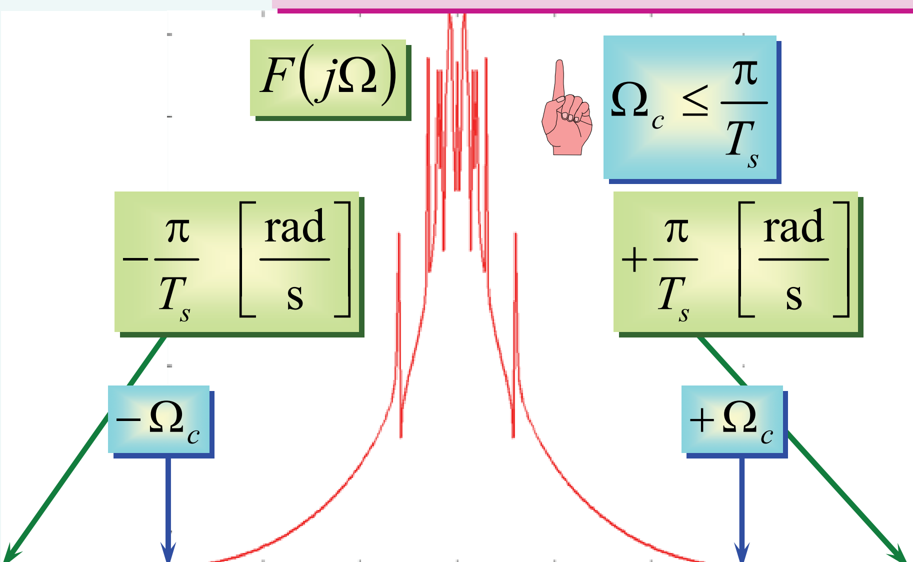


$$T_s \le \frac{\pi}{\Omega_c}$$

Propoziţia 4 (relaţia de aliere în frecvenţă)

$$X\left(e^{j\omega}\right) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{T_s}\sum_{k\in\mathbb{Z}} F\left(j\frac{\omega+2k\pi}{T_s}\right) \quad \forall\,\omega\in\mathbb{R}$$

$$X\left(e^{j\omega}\right) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{T_s} F\left(j\frac{\omega}{T_s}\right) \quad \forall\,\omega\in[-\pi,+\pi]$$



$F(j\Omega)$

$\Omega_c \le \dfrac{\pi}{T_s}$

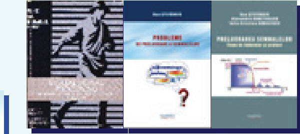
$-\dfrac{\pi}{T_s}\left[\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$ $\quad +\dfrac{\pi}{T_s}\left[\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$

$-\Omega_c$ $\quad +\Omega_c$

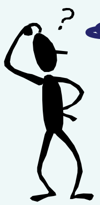
$$F(j\Omega) \overset{\text{apt}}{=} \begin{cases} T_s X\left(e^{j\Omega T_s}\right) & , \ \Omega\in\left[-\dfrac{\pi}{T_s},+\dfrac{\pi}{T_s}\right] \\ 0 & , \ \Omega\in\mathbb{R}\setminus\left[-\dfrac{\pi}{T_s},+\dfrac{\pi}{T_s}\right] \end{cases}$$

$$\text{Supp}(F)\subseteq\left[-\frac{\pi}{T_s},+\frac{\pi}{T_s}\right]$$

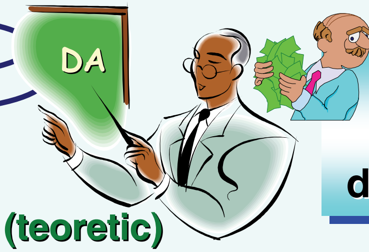
❾ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



Interpolarea secvenţelor discrete de semnal (continuare)



Se poate reconstrui semnalul continual original?



(teoretic)

Se poate demonstra o relaţie de **interpolare exactă** similară celei din **Teorema Kotel'nikov-Shannon**

$$f(t) \overset{\text{PC}}{=} \sum_{k\in\mathbb{Z}} f\left(\frac{k\pi}{\Omega_c}\right)\mathrm{Sc}(\Omega_c t - k\pi) \quad \forall t\in\mathbb{R}$$

$F(j\Omega)$ **TCFC^{-1}** $\Rightarrow$

$$f(t) \overset{\text{apt}}{=} \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\Omega)\mathrm{e}^{+j\Omega t}\,d\Omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{+\frac{\pi}{T_s}} F(j\Omega)\mathrm{e}^{+j\Omega t}\,d\Omega$$

$$\mathrm{Supp}(F) \subseteq \left[-\frac{\pi}{T_s}, +\frac{\pi}{T_s}\right]$$

$$F(j\Omega) \overset{\text{apt}}{=} T_s X\left(\mathrm{e}^{j\Omega T_s}\right)$$

$$X\left(\mathrm{e}^{j\omega}\right) \overset{def}{=} \sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\mathrm{e}^{-j\omega n}$$

$$= \frac{T_s}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{+\frac{\pi}{T_s}} X\left(\mathrm{e}^{j\Omega T_s}\right)\mathrm{e}^{+j\Omega t}\,d\Omega = \frac{T_s}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{+\frac{\pi}{T_s}} \left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\mathrm{e}^{-jn\Omega T_s}\right)\mathrm{e}^{+j\Omega t}\,d\Omega$$

integrala şi suma infinită sunt absolut convergente, deci comută

$$\overset{\text{PC}}{=} \frac{T_s}{2\pi}\sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{+\frac{\pi}{T_s}} \mathrm{e}^{j\Omega(t-nT_s)}\,d\Omega = \frac{T_s}{2\pi}\sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\left.\frac{\mathrm{e}^{j\Omega(t-nT_s)}}{j(t-nT_s)}\right|_{\Omega=-\frac{\pi}{T_s}}^{\Omega=+\frac{\pi}{T_s}}$$

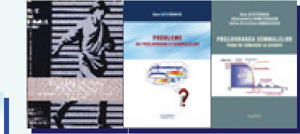
sinus

$$= \sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\frac{\mathrm{e}^{j\frac{\pi}{T_s}(t-nT_s)} - \mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{T_s}(t-nT_s)}}{2j\frac{\pi}{T_s}(t-nT_s)} = \sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]\frac{\sin\left[\frac{\pi}{T_s}(t-nT_s)\right]}{\frac{\pi}{T_s}(t-nT_s)}$$

sinus cardinal (atenuat)

☝ **Dacă semnalul continual este şi continuu (analogic), suma de interpolare este chiar uniform convergentă (UC).**

⑨ Noţiuni de eşantionare şi interpolare



Interpolarea secvenţelor discrete de semnal (continuare)

☝ Poate fi utilizat şi în cazul eşantionării incorecte, dar cu erori.

Interpolatorul exact

perioada de eşantionare a lui Nyquist

Eşantionare corectă: $T_s \le \dfrac{\pi}{\Omega_c}$

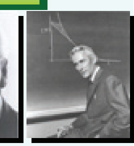
Eşantionare la limită: $T_s = \dfrac{\pi}{\Omega_c}$

$$f(t) \overset{\text{PC}}{=} \sum_{k\in\mathbb{Z}} f(kT_s)\,\mathrm{Sc}\left[\frac{\pi}{T_s}(t-kT_s)\right] \quad \forall t\in\mathbb{R}$$

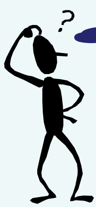
$$f(t) \overset{\text{PC}}{=} \sum_{k\in\mathbb{Z}} f\left(\frac{k\pi}{\Omega_c}\right)\mathrm{Sc}\left(\Omega_c t - k\pi\right) \quad \forall t\in\mathbb{R}$$

Teorema 8 (Kotel'nikov-Shannon)

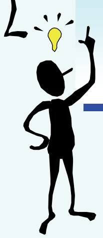
☝ Este un caz particular.



Teoretic. Dar practic?



Practic, suma trebuie trunchiată.



Eşantioanele de semnal se culeg pe un orizont finit de măsură.

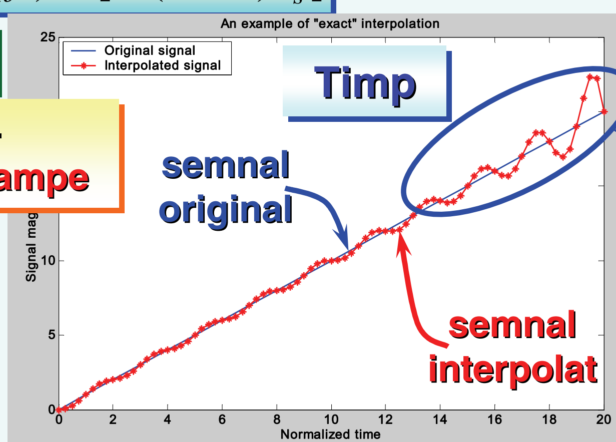
$$Supp(f) \subseteq [0,(N-1)T_s]$$

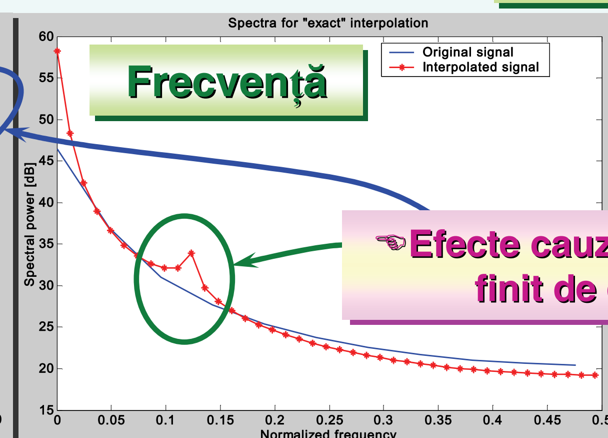
$$f(t) \cong \sum_{k=0}^{N-1} f(kT_s)\,\mathrm{Sc}\left[\frac{\pi}{T_s}(t-kT_s)\right] \quad \forall t\in\mathbb{R}$$

precizia creşte cu numărul de eşantioane

Exemplu

Eşantionarea-interpolarea unei rampe





☞ Efecte cauzate de numărul finit de eşantioane.

Exerciţiu

- Arătaţi de ce nu se poate evalua TCFC pentru o rampă.