



TADI

RAPPORT

---

## Morphologie mathématique

---

*Étudiant :*  
Robin SOARES

*Supervisé par :*  
Isabelle BLOCH

Repository GitHub : <https://github.com/srsrb/TADI>

## Table des matières

<b>1 Morphologie mathématique sur des images à niveaux de gris</b>	<b>2</b>
1.1 Q1 & Q2 . . . . .	2
1.1.1 Dilatation . . . . .	2
1.1.2 Érosion . . . . .	3
1.1.3 Ouverture . . . . .	3
1.1.4 Fermeture . . . . .	4
1.2 Q3 . . . . .	5
1.3 Q4 . . . . .	5
1.4 Q5 . . . . .	6
<b>2 Les filtres séquentiels alternés</b>	<b>7</b>
<b>3 Reconstruction</b>	<b>7</b>
3.1 Q1 . . . . .	7
3.2 Q2 . . . . .	8
3.3 Q3 . . . . .	9
<b>4 Segmentation</b>	<b>10</b>
4.1 Q1 . . . . .	10
4.2 Q2 . . . . .	11
4.3 Q3 . . . . .	11
4.4 Q4 . . . . .	12
4.5 Q5 . . . . .	12
4.6 Q6 . . . . .	13

# 1 Morphologie mathématique sur des images à niveaux de gris

Une opération morphologique est fortement affectée par la taille et la forme de l'élément structurant.

## 1.1 Q1 & Q2

### 1.1.1 Dilatation

La taille de l'élément structurant augmente ou diminue l'étendue de la dilatation. La forme quant à elle modifie la façon dont l'objet s'étend. On observe que la dilatation éclaircit les objets présents.

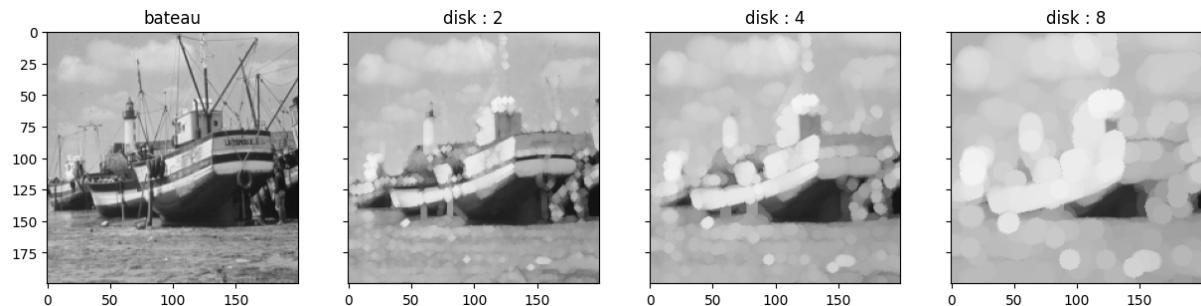


FIGURE 1 – Dilatation - disque

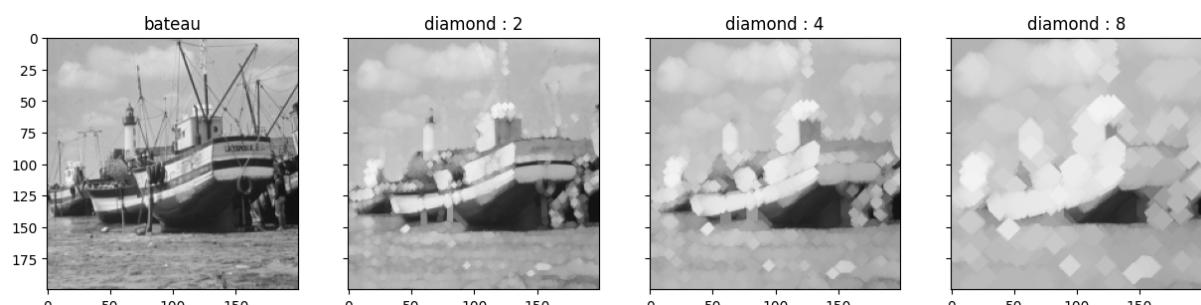


FIGURE 2 – Dilatation - diamant

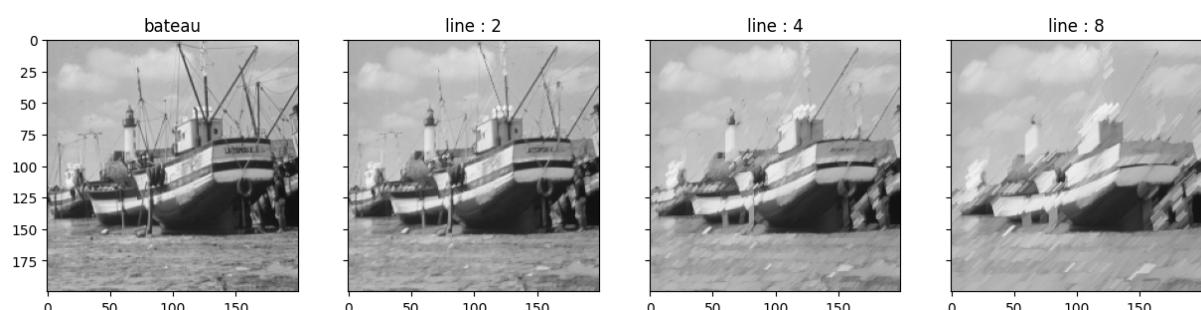


FIGURE 3 – Dilatation - ligne

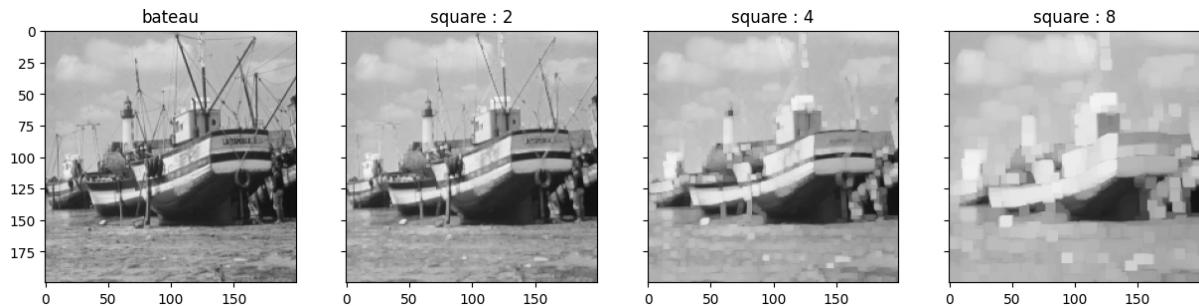


FIGURE 4 – Dilatation - carré

### 1.1.2 Érosion

On peut constater sur la figure 5 que la taille de l'élément structurant influe sur l'impact de l'érosion. En comparant la figure 5 et la figure 6 on observe que la forme de l'érosion à un impacte sur la manière dont l'objet est érodé.

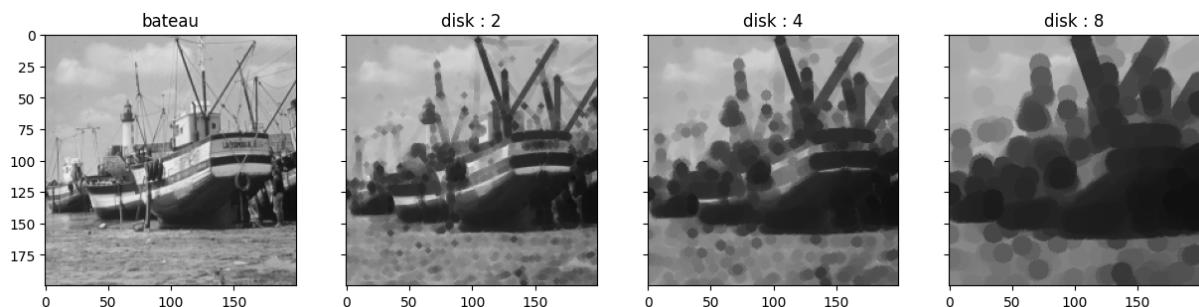


FIGURE 5 – Érosion - disque

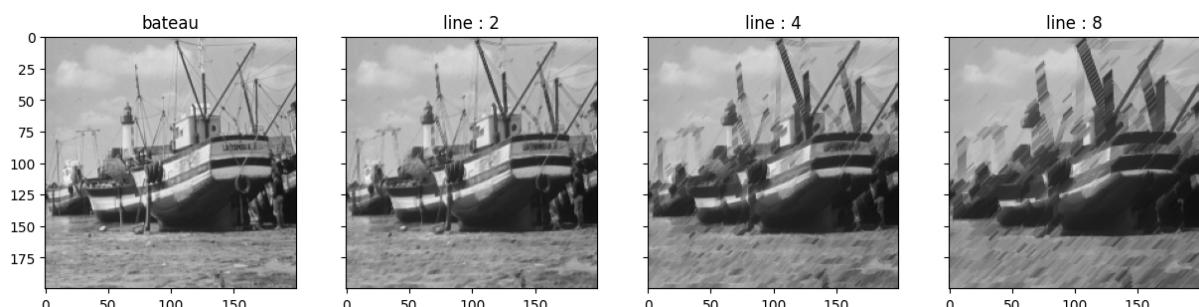


FIGURE 6 – Érosion - ligne

### 1.1.3 Ouverture

Les éléments structurants plus grands lissent davantage les contours. L'ouverture permet de réduire le bruit en supprimant les petites régions isolées. On remarque sur les figures ci-dessous une sorte de flou, créée par l'ouverture. La forme de l'élément structurant influence les caractéristiques qui sont supprimées. Un élément structurant en forme de disque peut arrondir les angles vifs, tandis qu'un élément rectangulaire peut les préserver.

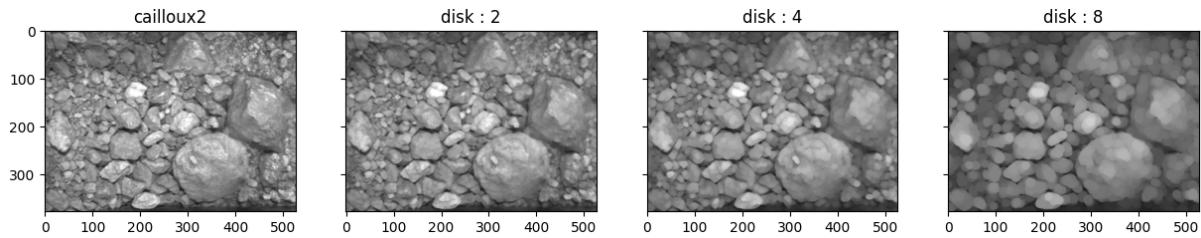


FIGURE 7 – Ouverture - disque

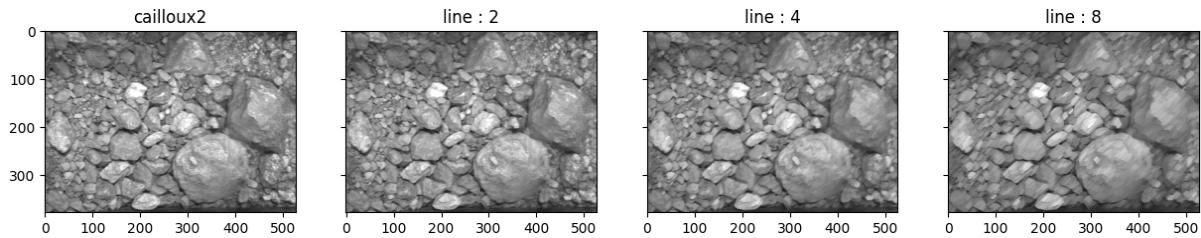


FIGURE 8 – Ouverture - ligne

#### 1.1.4 Fermeture

Les éléments structurants plus grands peuvent combler des espaces ou des trous plus importants dans les objets du premier plan, connectant ainsi des composants séparés s'ils sont suffisamment proches. La forme elle, influence la manière dont les espaces sont comblés.

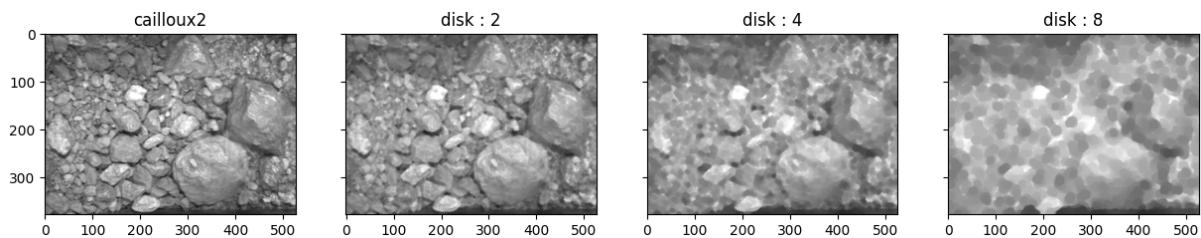


FIGURE 9 – Fermeture - disque

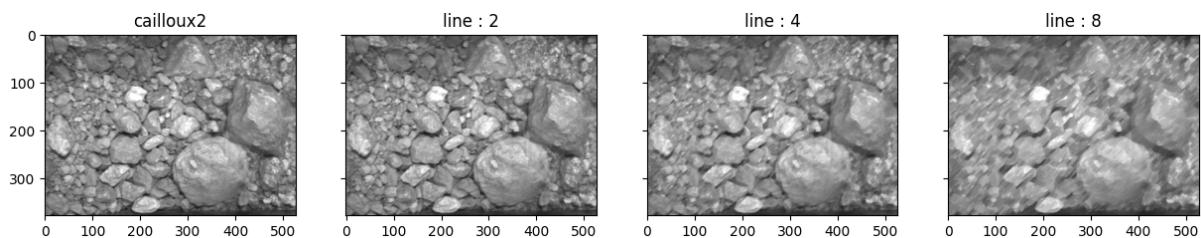


FIGURE 10 – Fermeture - ligne

La taille détermine l'échelle de l'opération et la forme oriente la transformation.

## 1.2 Q3

En ce qui concerne la dilatation, la taille de l'élément structurant résultant est égale à la somme des tailles des éléments structurants successifs moins un.

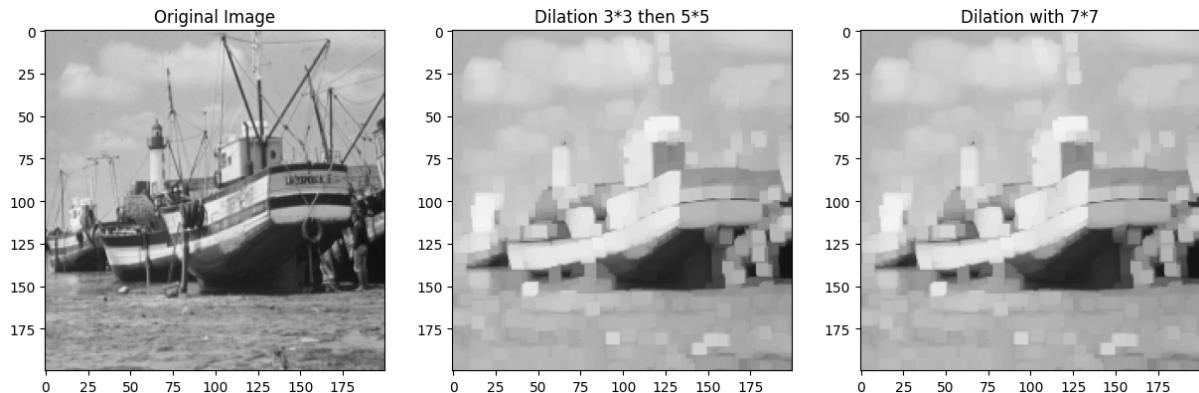


FIGURE 11 – Démonstration de l'extensivité de la dilatation

Pour l'ouverture, le résultat d'une ouverture avec un élément structurant de  $3 \times 3$  suivie d'une ouverture avec un élément de  $5 \times 5$  n'est généralement pas équivalent à une ouverture unique avec un élément structurant de taille  $7 \times 7$ . On observe via la figure 12 que la succession d'une ouverture  $3 \times 3$  puis  $5 \times 5$  résulte en une simple ouverture  $5 \times 5$ .

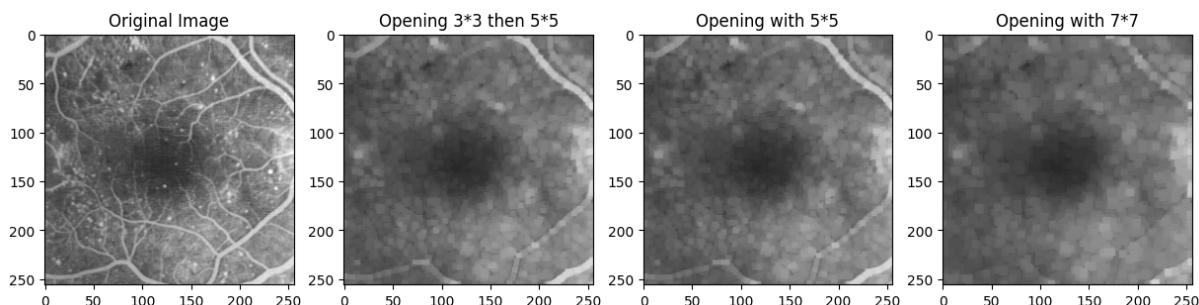


FIGURE 12 – Démonstration de l'indempotence de l'ouverture

L'ouverture est une opération idempotente, ce qui signifie qu'une fois qu'une image a été ouverte avec un élément structurant donné, répéter l'opération avec le même élément ne changera plus le résultat.

## 1.3 Q4

La transformation Top-Hat est la résultante d'une soustraction de l'ouverture de l'image à l'image d'origine.

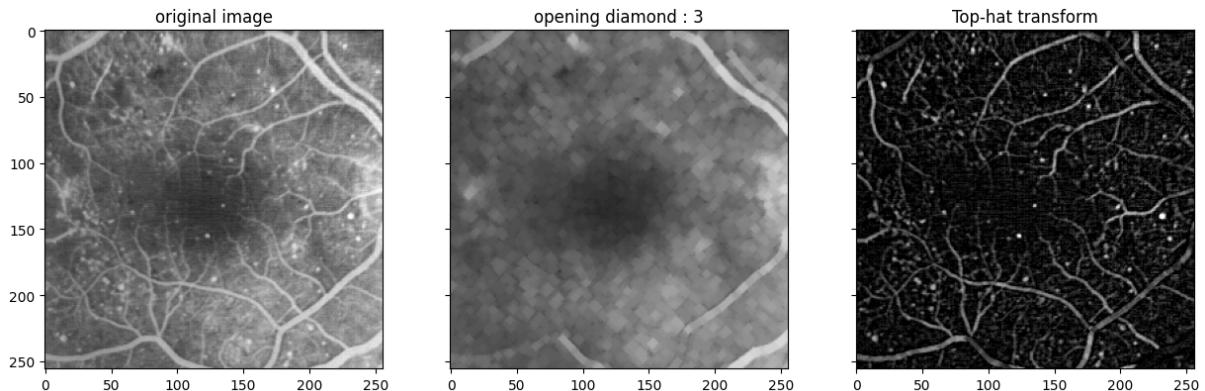


FIGURE 13 – Transformation Top-Hat

La transformation Bottom-Hat est l’opération duale de la Top-Hat. Elle est définie comme la différence entre la fermeture de l’image et l’image d’origine.

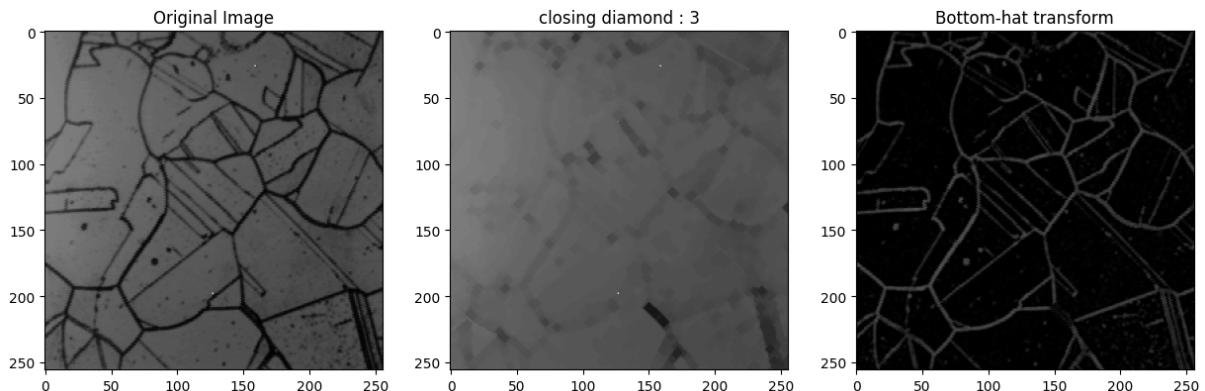


FIGURE 14 – Transformation Bottom-Hat

On observe clairement que la transformation top-Hat met en évidence les zones lumineuses et qu’à l’inverse, la transformation Bottom-Hat met en évidence les zones sombres.

## 1.4 Q5

On remarque que l’utilisation du maximum point à point sur plusieurs ouverture avec des angles différents semble être similaire à une dilatation de l’image d’origine.

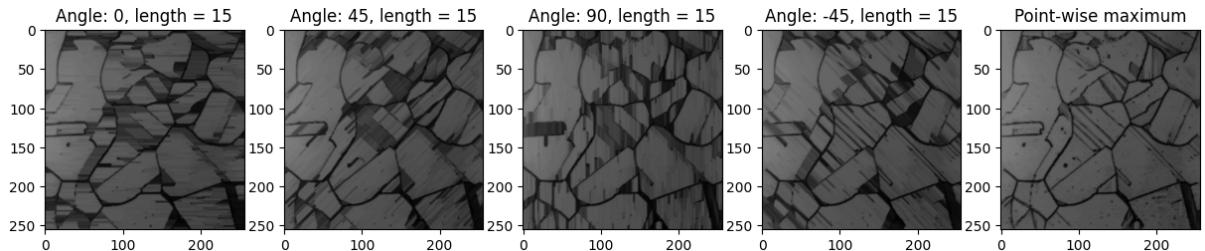


FIGURE 15 – Point-Wise maximum

## 2 Les filtres séquentiels alternés

Le filtre séquentiel alterné implémenté ici est une succession de la même opération, qui consiste à appliquer l'ouverture à une image, puis à effectuer la fermeture sur le résultat de cette ouverture.

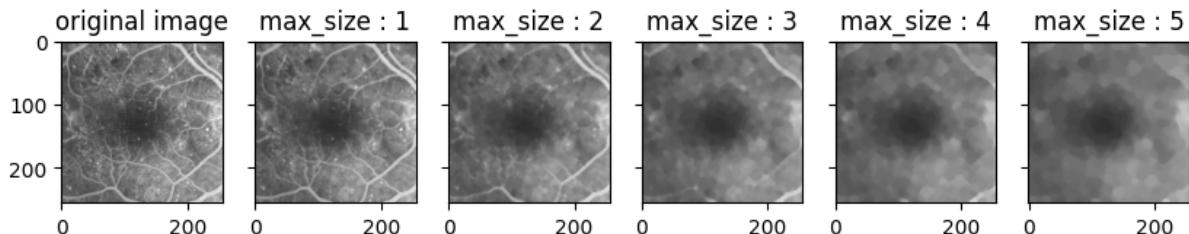


FIGURE 16 – Filtre séquentiel alterné avec disque de taille 1 à 5

Plus on avance dans la séquence, plus l'image se lisse et perd de ses détails. Plus on avance, plus on converge donc vers une image uniforme, comme on peut l'observer dans la figure 17.

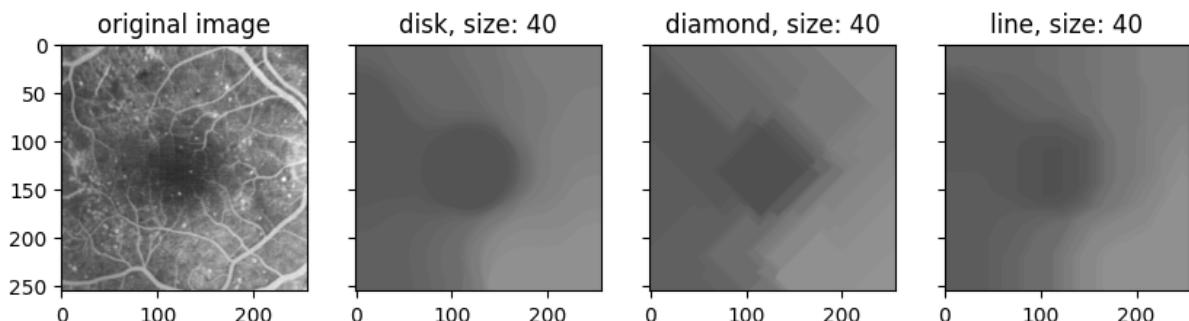


FIGURE 17 – Filtre séquentiel alterné avec disque, diamant et ligne de taille 40

## 3 Reconstruction

### 3.1 Q1

Le processus de reconstruction restaure l'image originale à partir de l'image obtenue après l'ouverture. Il permet de maintenir les formes et les structures des objets présents tout en éliminant le bruit et les petites imperfections.

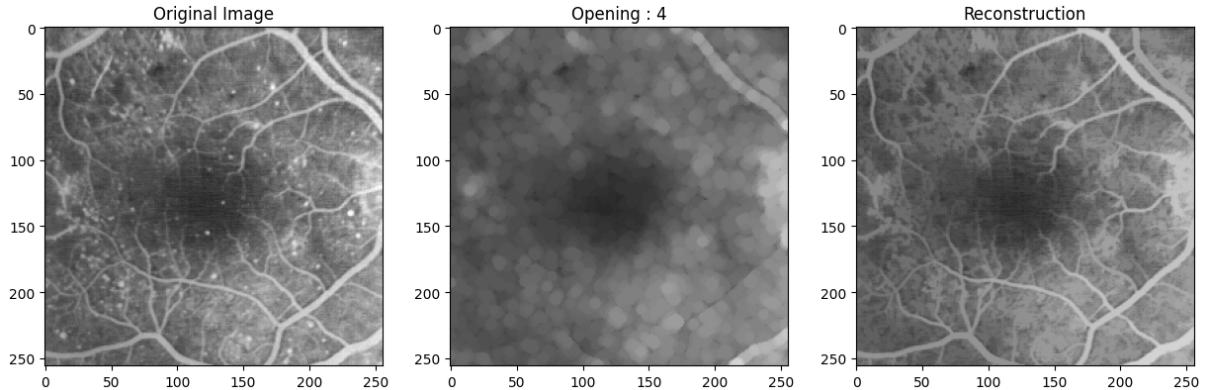


FIGURE 18 – Reconstruction d'une image suite à une ouverture

### 3.2 Q2

La reconstruction par érosion est définie par les étapes suivantes : on commence par définir une image marqueur (version érodée de l'image originale) et une image masque (image originale). Ensuite, l'opération d'érosion est appliquée de manière itérative sur l'image marqueur, tout en étant contrainte par l'image masque, jusqu'à ce que la stabilité soit atteinte.

$$\begin{aligned} m_0 &= m \vee I \\ m_1 &= E(m_0, B_1) \vee I \\ &\vdots \\ m_n &= E(m_{n-1}, B_1) \vee I \end{aligned}$$

Le principe de dualité stipule que les opérations peuvent être transformées en leurs duals en prenant le complément des images et en échangeant les rôles de la dilatation et de l'érosion. Selon le principe de dualité, nous avons :

$$E(m, B_1) = (D(m^C, B_1))^C$$

En utilisant ce principe, la reconstruction par érosion peut être dérivée de la reconstruction par dilatation.

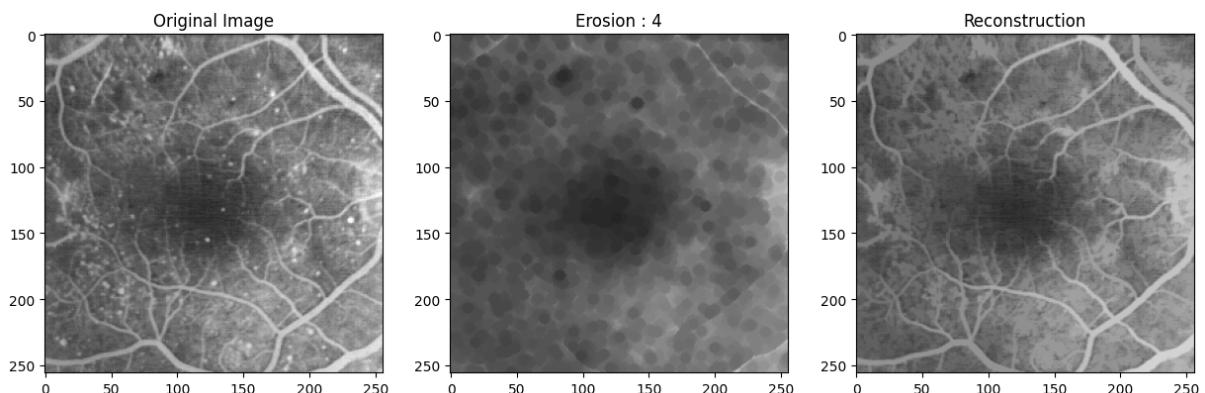


FIGURE 19 – Reconstruction d'une image suite à une érosion

### 3.3 Q3

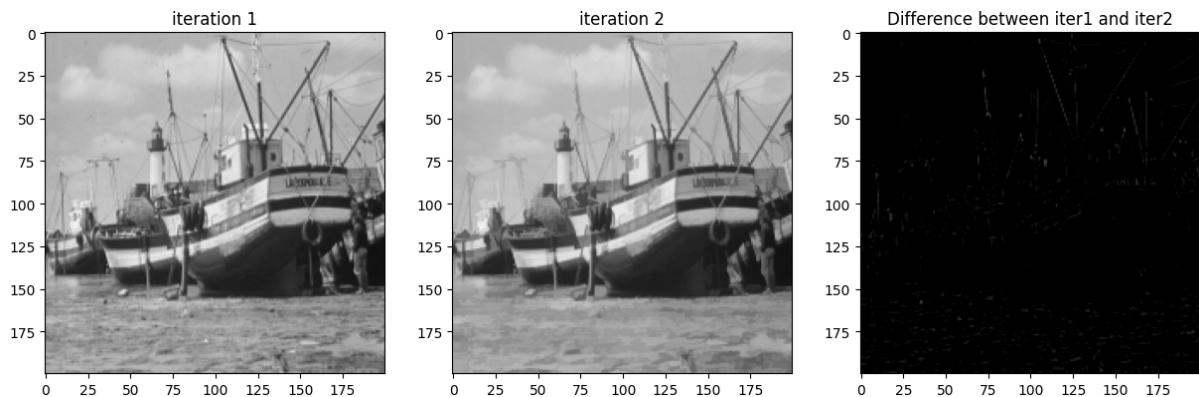


FIGURE 20 – Reconstruction par dilatation après ouverture et reconstruction par érosion après fermeture

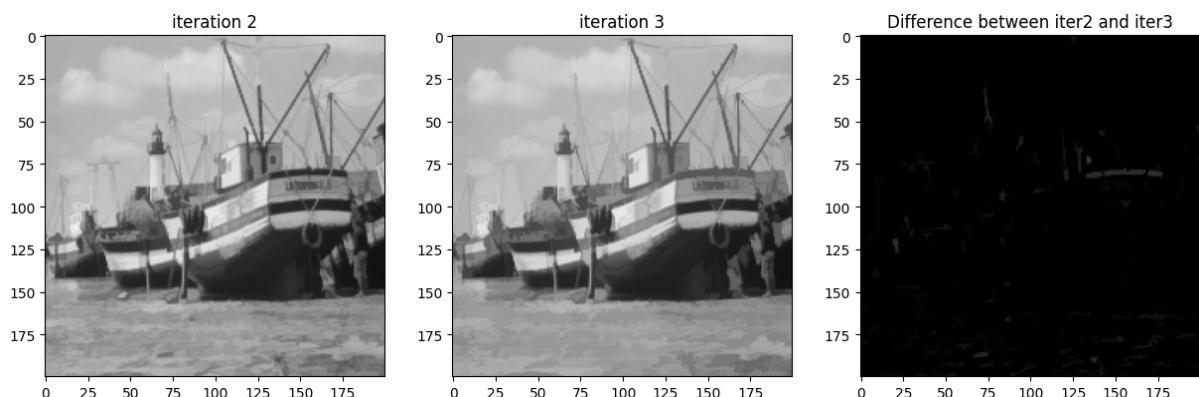


FIGURE 21 – Reconstruction par dilatation après ouverture et reconstruction par érosion après fermeture

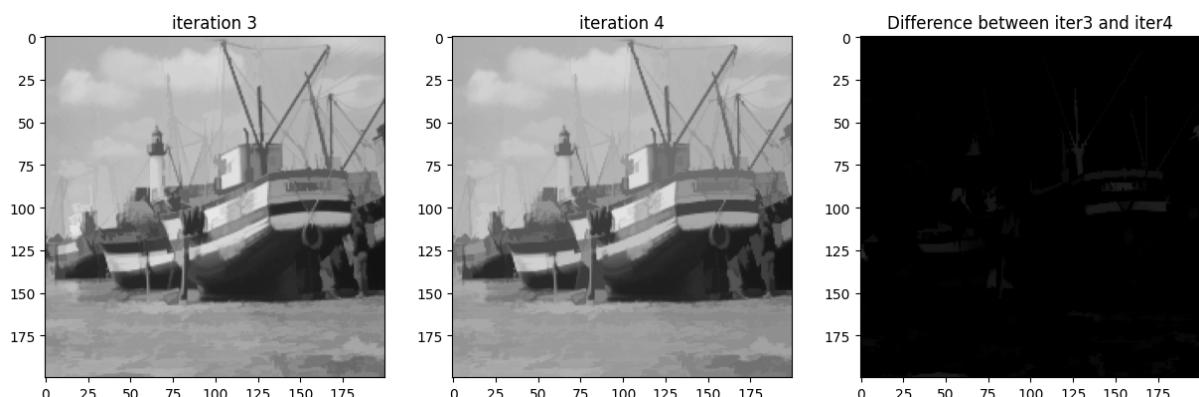


FIGURE 22 – Reconstruction par dilatation après ouverture et reconstruction par érosion après fermeture

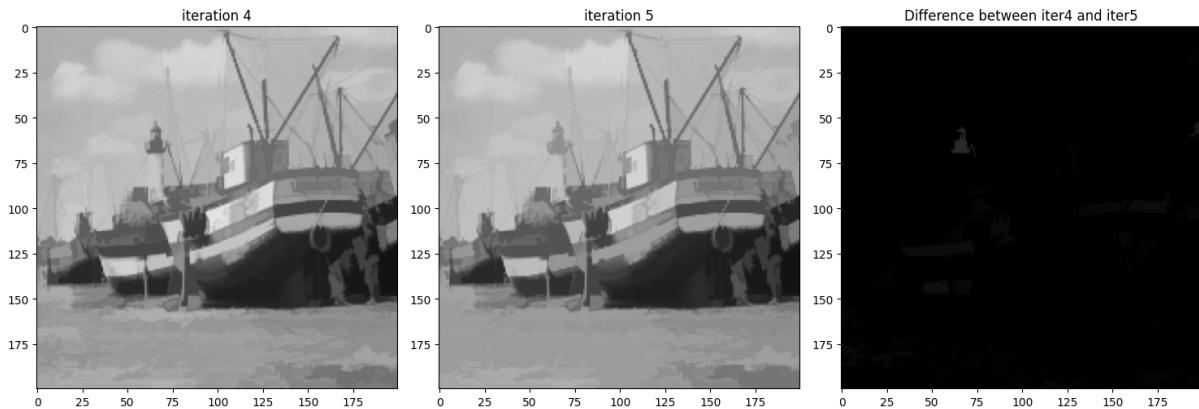


FIGURE 23 – Reconstruction par dilatation après ouverture et reconstruction par érosion après fermeture

On peut observer que la structure principale est gardée après plusieurs iteration de reconstruction par dilatation après ouverture et reconstruction par érosion après fermeture. On remarque aussi que les détails sont effacés au fur et à mesure que l'on itère.

## 4 Segmentation

### 4.1 Q1

Le gradient morphologique est une méthode permettant de détecter les contours dans une image. On observe dans la figure 24 que les contours sont bien distingués et qu'il y a une atténuation des petits détails.

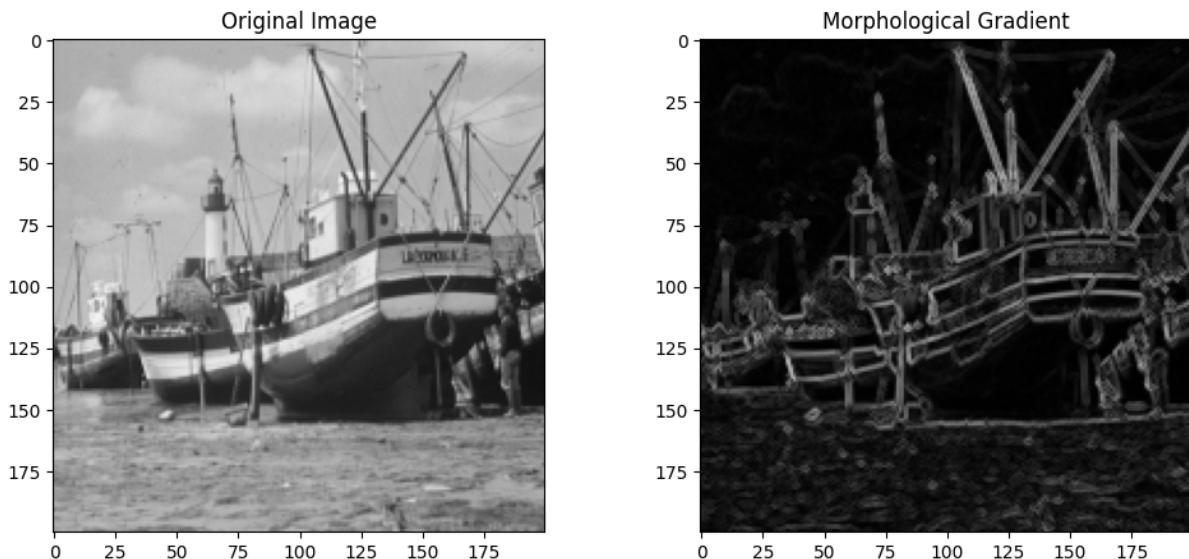


FIGURE 24 – Gradient morphologique

## 4.2 Q2

La transformation du watershed est une technique puissante pour la segmentation d'image, particulièrement utile lorsqu'il s'agit de séparer des objets adjacents ou de délimiter les contours d'objets complexes. Cependant, il pourrait être préférable d'avoir une segmentation plus précise que celle de la figure 25, pour cela il faut appliquer un filtre à l'image d'origine préalablement.

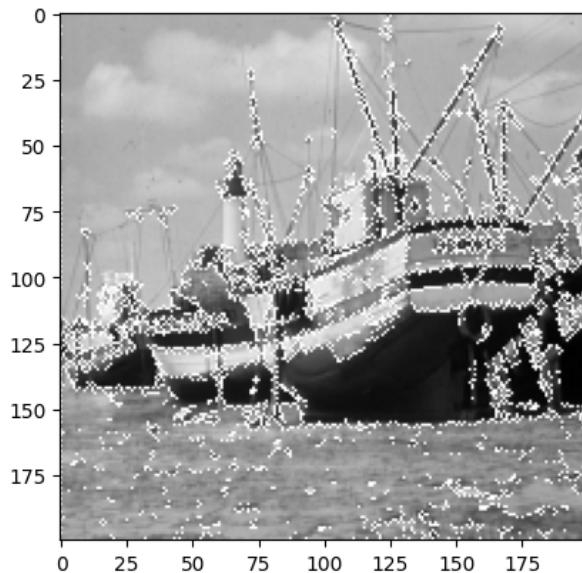


FIGURE 25 – Segmentation des contours

## 4.3 Q3

On observe que via la figure 26b que la segmentation des contours est plus efficace lorsque l'image a été filtrée au préalable. Ici on a filtré via un filtre séquentiel avec reconstruction par dilatation et érosion.

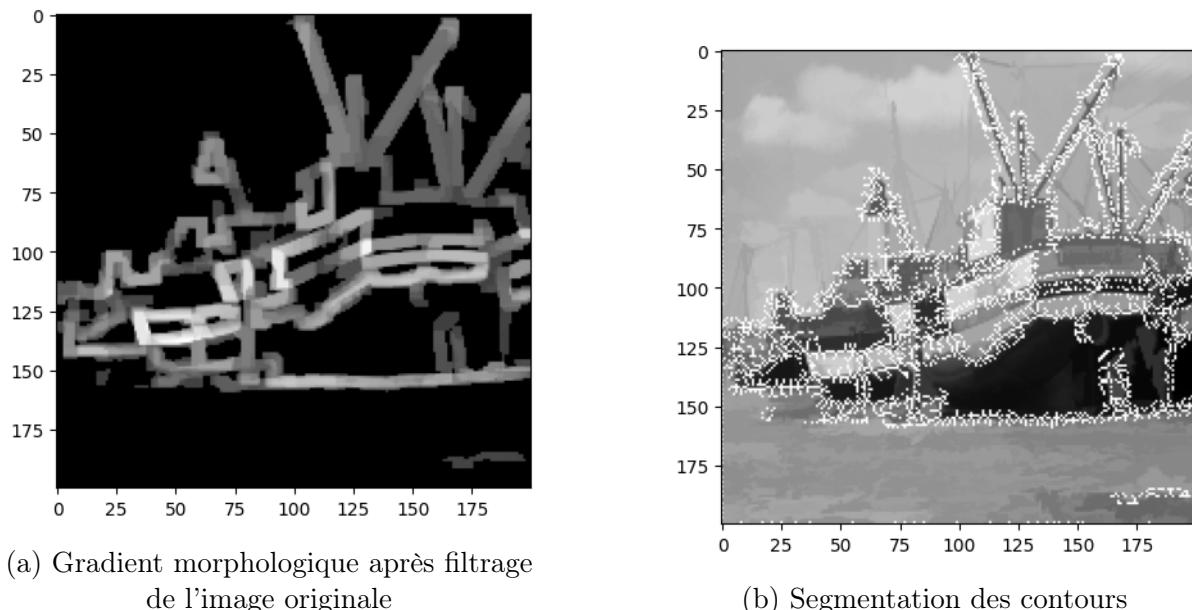


FIGURE 26 – Segmentation des contours avec un filtre séquentiel utilisé au préalable

#### 4.4 Q4

La soustraction du gradient morphologique suivie de son ouverture correspond à la transformation Top Hat. En appliquant cette transformation sur le gradient morphologique, on parvient à éliminer les faux contours créés par le bruit, ce qui permet d'obtenir un résultat de watershed plus précis.

Plus la taille de l'élément structurant utilisé pour l'ouverture est grande, plus l'effet de la transformation Top Hat est moins prononcé. En revanche, une plus trop petite de l'élément structurant lisse davantage l'image, ce qui réduit le nombre de régions détectées par le watershed.

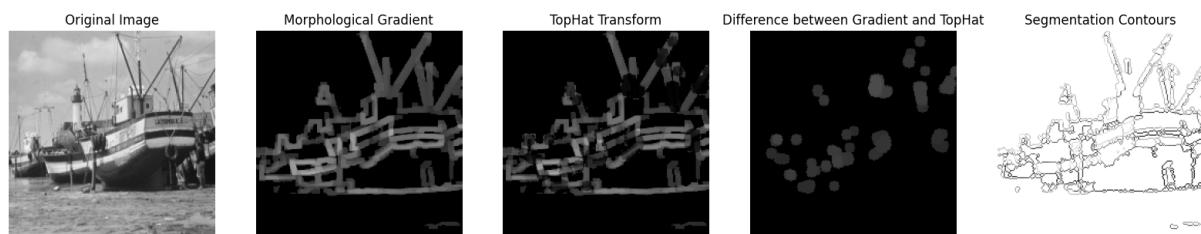


FIGURE 27 – Retrait du minima régional avec Top-Hat

#### 4.5 Q5

L'utilisation de marqueurs permet à l'algorithme de watershed d'obtenir des résultats plus efficaces. En effet, les marqueurs agissent comme des points de départ, car leur valeur à 0 dans l'image du gradient morphologique permet à l'algorithme de commencer l'inondation à ces endroits.

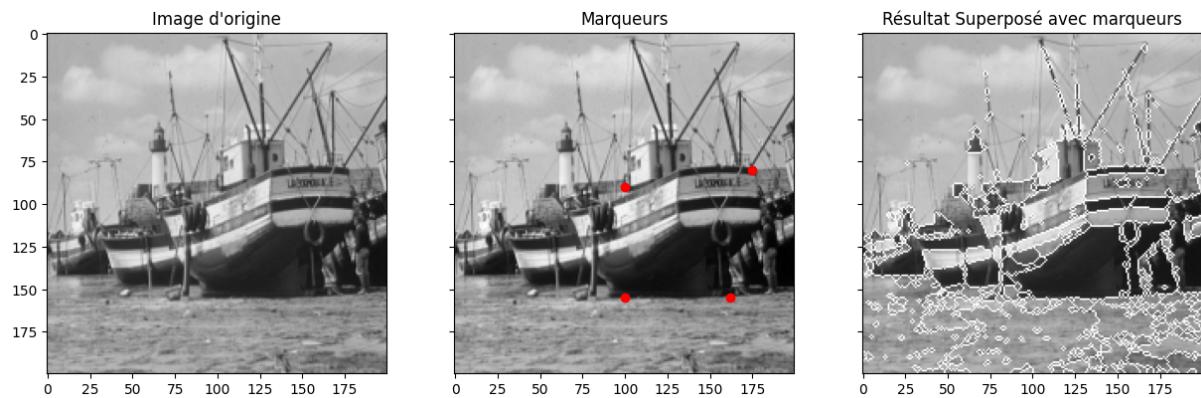


FIGURE 28 – Segmentation des contours à l'aide de marqueurs

## 4.6 Q6

Pour les images bulles et laiton, il sera préférable d'utiliser la transformation Top-Hat car ce sont des images homogènes et sombres. On observe des résultats très satisfaisants dans les figures 30 et 32.

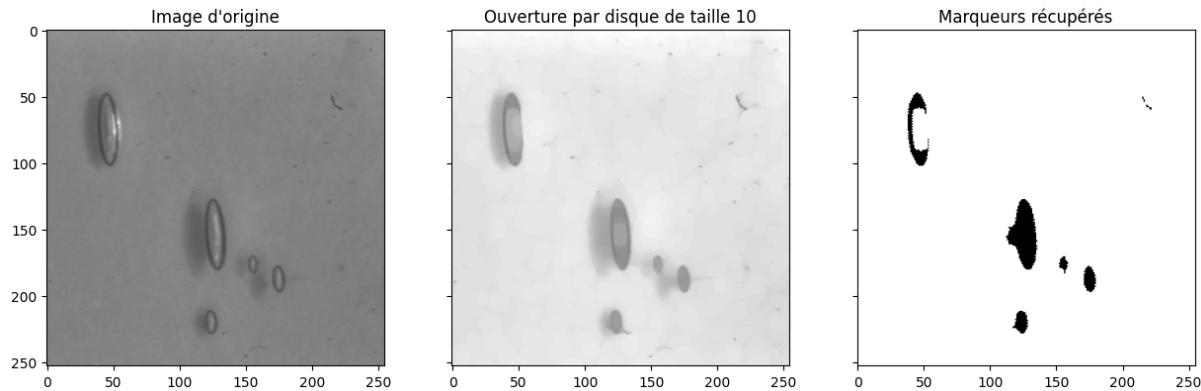


FIGURE 29 – Retrait de marqueurs efficaces  
Retrait de marqueurs efficaces

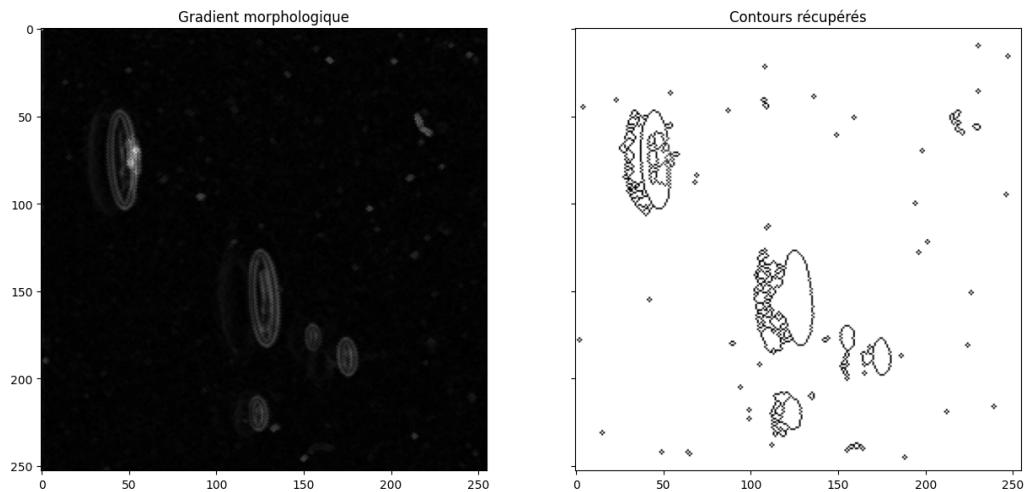


FIGURE 30 – Segmentation des contours à l'aide de marqueurs

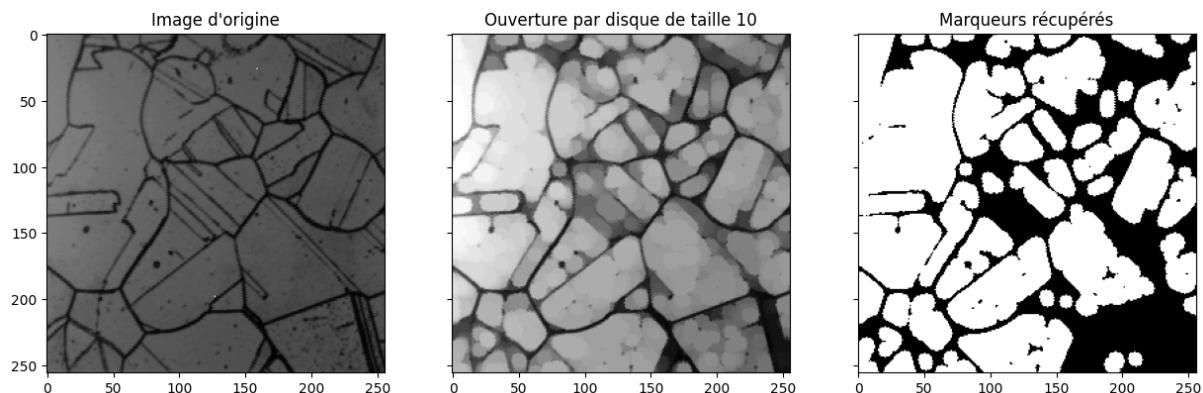


FIGURE 31 – Retrait de marqueurs efficaces

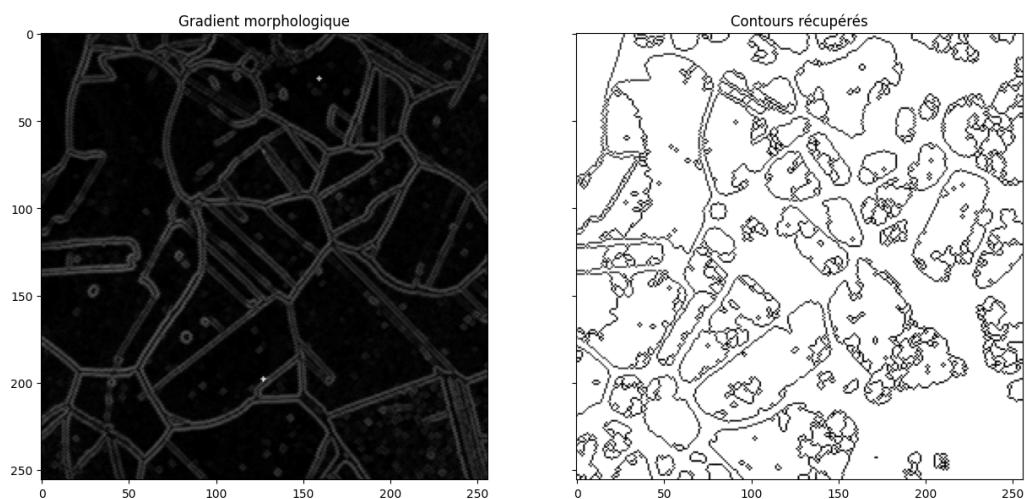


FIGURE 32 – Segmentation des contours à l'aide de marqueurs