

Université de Monastir

Cours: Conception et Analyse d'algorithmes

Chapitre 1: La récursivité (Parie 2)

Réalisé par:

Dr. Sakka Rouis Taoufik

1

Chapitre 1: La récursivité

I. La déré cursivation

- Au niveau de l'utilisateur: la récursivité permet d'écrire des algorithmes simples et élégants.
- Au niveau de la machine: le compilateur élimine toujours la récursivité ("Déré cursiver") en construisant un programme itératif. Ceci permet d'économiser l'espace de la pile d'exécution.
- ➔ **Déré cursiver**: c'est transformer un algorithme récursif en un algorithme itératif équivalent.

2

Chapitre 1: La récursivité

II. Élimination de la récursivité terminale simple

Rappel: un algorithme est dit récursif terminal s'il ne contient aucun traitement après un appel récursif.

```

Procédure ALGO (X) // Liste des paramètres
Si (condition) alors // condition portant sur X
<Traitement 1> // traitement de base de l'algorithme (dépendant de X)
ALGO (F(X)) // F(X) représente la transformation des paramètres
// Rien
Sinon
<Traitement 2> // Traitement de terminaison (dépendant de X)
Finsi
  
```

3

Chapitre 1: La récursivité

II. Élimination de la récursivité terminale simple

Algorithme Récursif	Algorithme Itératif
Proc Algo-Rec (... , resultat) Début Si (condition) alors {traitement de réduction du prob } Algo-Rec (... , F(resultat)) {Attention : pas d'autres instructions ici sinon la sol n'est pas terminale } Sinon {traitement de la condition d'arrêt } Finsi Fin proc.	Proc ALgo-lter(...,resultat) Début Tant que (condition) faire {traitement de réduction du prob } resultat ← F (resultat) FinTQ {traitement de la condition d'arrêt } Fin proc.

4

Chapitre 1: La récursivité

II. Élimination de la récursivité terminale simple

Algorithme Récursif	Algorithme Itératif
Fonction Facto1 (n: entier, resultat: entier): entier {précond: initialement resultat = 1} Début Si (n>1) alors retourne Facto1 (n-1, n* resultat) Sinon retourne resultat Fin Fn	Fonction Facto2 (n: entier, resultat: entier): entier {précond: initialement resultat = 1} Début Tant que (n>1) faire resultat ← n * resultat n ← n-1 FTQ retourne resultat Fin Fn.

5

Chapitre 1: La récursivité

II. Élimination de la récursivité terminale simple

Exercice 1:

- 1) Ecrire une fonction récursive permettant de calculer le PGCD de deux nombres naturels non nul (a, b) en utilisant l'algorithme d'Euclide.
- 2) Dérécursiver cette fonction.

$$\text{PGCD}(a,b) = \begin{cases} a & \text{si } a=b \\ \text{PGCD}(a-b, b) & \text{si } a>b \\ \text{PGCD}(a, b-a) & \text{si } b>a \end{cases}$$

6

Chapitre 1: La récursivité**II. Élimination de la récursivité terminale simple****Solution de l'exercice 1:**

7

Chapitre 1: La récursivité**II. Élimination de la récursivité terminale simple****Exercice 2:**

- 1) Ecrire une fonction récursive (basée sur l'algorithme d'Euclide) permettant de vérifier si a est un diviseur de b .
- 2) Dérécursiver cette fonction.

8

Chapitre 1: La récursivité

II. Élimination de la récursivité terminale simple

Solution de l'exercice 2:

Algorithme Récursif

```

Fonction Diviseur (a,b) : Bool
Si (a <=0) Alors
    Retourner(Faux)
Sinon
    Si (a>=b) Retourner (a=b)
    Sinon
        Retourner (Diviseur (a,b-a))
    Fin Si
Fin Si
Fin
  
```

Algorithme Itératif

9

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

➤ **Rappel:** Dans un algorithme récursif **non terminal**, l'appel récursif est suivi d'un traitement.

➔ Traitement des instructions situées après l'appel récursif.

➔ Traitement de la phase de la remontée (Phase de retour arrière :calculs)

Procédure **ALGO (X)** // Liste des paramètres

Si (**condition**) alors // condition portant sur X

 <Traitement 1> // traitement de base de l'algorithme (dépendant de X)

ALGO (F(X)) // F(X) représente la transformation des paramètres

 <Traitement 2>

Sinon

 <Traitement 3> // Traitement de terminaison (dépendant de X)

Finsi

10

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

- Il faut donc **sauvegarder le contexte de l'appel récursif** (typiquement les paramètres de l'appel engendrant l'appel récursif) **sur une pile**.
- Les piles sont des structures de stockage qui fonctionnent sur le principe LIFO " Last In First Out ": le dernier entré est le premier sorti »
- Le principe est de simuler **la pile d'appels des processus** pour éliminer la récursivité non terminale.

11

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

Algorithme Récursif	Algorithme Itératif
Procédure ALGO-Rec (n) Début Si (condition) alors <Traitement 1> ALGO-Rec (F(n)) <Traitement 2> Sinon {traitement de la condition d'arrêt } <Traitement 3> Finsi Fin	Procédure ALGO-Iter (n) Var Res:... Début créer_pile () Tant que (condition) faire Empiler (n) <Traitement 1> n ← F(n) FinTQ <Traitement 3> Tant que (Non PileVide ()) faire {calcul du résultat en fonction du résultat et du dernier élément de la pile} Res ← Calcul_Dépend (Res , dernier ()) ; dépiler () <Traitement 2> FinTQ Fin

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

Algorithme Récursif	Algorithme Itératif
<pre> Fonction Facto (n : Entier) : Entier Var Res: entier Début Si (n > 1) Alors Res ← n * Facto (n-1) Sinon Res ← 1 FinSi retourne Res Fin Fn.</pre>	<pre> Fonction Facto (n : Entier) : Entier Var Res: entier Début créer_pile () Tant que (n>1) faire empiler (n) n ← n-1 FinTQ Res ← 1 Tant que (Non Pilevide ()) faire Res ← Res *dernier () dépiler () FinTQ retourne Res ; Fin Fn.</pre>

13

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

Exercice 3:

- 1) Proposer une procédure récursive non terminale qui permet d'afficher les éléments d'un tableau d'entier de droite à gauche.
- 2) Dérécursiver cette procédure.

Exercice 4:

- 1) Proposer une procédure récursive non terminale qui permet d'afficher les éléments d'un tableau d'entier de gauche à droite.
- 2) Dérécursiver cette procédure.

14

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

Solution de l'exercice 3:

Algorithme Récursif

Proc AfficherDroiteGauche (T : Tab
entier, n: entier, i: entier)

Début

Si (i<=n) **alors**

AfficherDroiteGauche (T, n, i+1)

Ecrire (T[i])

Fin Si

Fin

{Remarque:

<Traitement 1>= Vide

<Traitement 2>= Ecrire (T[i])

<Traitement 3>= vide }

Algorithme Itératif

Proc AfficherDroiteGauche (T : Tab
entier, n: entier, i: entier)

Début

créer_pile ()

Tant que (i<=n) **faire**

empiler (T[i])

i ← i+1

FinTQ

Tant que (Non **PileVide ()**) **faire**

Écrire (**dernier ()**)

dépiler ()

FinTQ

Fin Proc.

Chapitre 1: La récursivité

III. Élimination de la récursivité non terminale simple

Solution de l'exercice 4:

Algorithme Récursif

Proc Afficher (T : Tab entier, n: entier)

Début

Si (n>0) **alors**

Afficher (T, n-1)

Ecrire (T[n])

Fin Si

Fin

{Remarque:

<Traitement 1>= Vide

<Traitement 2>= Ecrire (T[i])

<Traitement 3>= vide }

Algorithme Itératif

Proc Afficher (T : Tab entier, n: entier)

Début

créer_pile ()

Tant que (n>0) **faire**

empiler (n)

n ← n-1

FinTQ

Tant que (Non **PileVide ()**) **faire**

Écrire (**T[dernier ()]**)

dépiler ()

FinTQ

Fin Proc.

Chapitre 1: La récursivité

IV. La dérécursivation....conclusion

Les programmes itératifs sont souvent plus efficaces,
mais les programmes récursifs sont plus faciles à écrire.

Les compilateurs savent, la plupart du temps, reconnaître les appels récursifs terminaux, et ceux-ci n'engendrent pas de surcoût par rapport à la version itérative du même programme.

Il est toujours possible de dérécursiver un algorithme récursif.