

TD N°5

La récursivité

Exercice 1

Écrire une fonction récursive permettant de calculer la somme $S1$ pour un entier n donné.

$$S1 = 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/n$$

Exercice 2

1. On se propose d'écrire une fonction qui permet de déterminer le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) de deux entiers positifs non nuls A et B en utilisant l'algorithme d'Euclide : Sachant que $\text{PGCD}(a, b) = \text{PGCD}(b, r)$, avec $r = a \bmod b$.

Tant que le reste r est non nul, on remplace a par b et b par r . Le dernier reste r non nul est alors le PGCD des deux nombres

Exemple : $\text{PGCD}(32, 12) = \text{PGCD}(12, 8) = \text{PGCD}(8, 4) = \text{PGCD}(4, 0) = 4$.

2. On se propose d'Écrire un programme C qui permet de déterminer le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) de deux entiers positifs non nuls A et B en utilisant la méthode de la différence :

Tant que $(a \neq b)$ on répète la recherche : $\text{PGCD}(a, b) = \text{PGCD}(a-b, b)$ si $a > b$, Sinon $\text{PGCD}(a, b) = \text{PGCD}(a, b-a)$

Exemple : $\text{PGCD}(10, 16) = \text{PGCD}(10, 6) = \text{PGCD}(4, 6) = \text{PGCD}(4, 2) = \text{PGCD}(2, 2) = 2$.

Proposer une solution récursive pour les deux méthodes.

Exercice 3

La suite de Fibonacci est définie mathématiquement par la formule ci dessous :

$\text{Fib}(n) = 1$ si $n = 1$ ou $n = 2$

$\text{Fib}(n) = \text{Fib}(n-1) + \text{Fib}(n-2)$ si non (somme des deux derniers termes si $n \geq 3$)

- Proposer une solution récursive non terminale pour cette suite
- Proposer une solution récursive terminale pour cette suite
- Proposer une solution itérative pour cette suite