Institut Supérieur d'Informatique et de Mathématiques

Examen de la Session Principale

Classe : L1 Info
Matière : Logique Formelle

A.U. : 2021/2022

Durée : 1H 30

Enseignant : Sakka Rouis Taoufik

Documents Autorisés : Non

Nombre total de page : 1

Exercice 1: (4 Points)

1/ Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats sans utilisez les quantificateurs.

- a) Samia viendra, mais pas Nadia.
- **b**) Si Ali joue avec le feu, il va se faire mal.

2/ Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats en utilisant les quantificateurs.

- a) Tout le monde aime les glaces
- **b)** Il n'y a personne qui ne se regarde pas lui-même.

Exercice 2: (4 Points)

Soit l'interprétation suivante du calcul des prédicats :

- Constantes : a, b, c : Ali, Basma, Chourouk
- Prédicat : $E(x, y) = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, a \rangle, \langle b, c \rangle \}$
- Nous dirons que la relation « E(x, y) = x est plus sympathique y ».

1/Dites si les formules suivantes sont vraies dans cette interprétation :

A:
$$\exists x \ \forall y \ E(x, y)$$

B:
$$\forall y \exists x E(x, y)$$

$$C: \forall x \ \forall y \ (E(x, y) \rightarrow E(y, x))$$

D:
$$\neg \forall x P(x, x)$$

Exercice 3: (4 Points)

1/ Donner (sans explication) la liste des variables libres (Var) et celle des variables liées (BVar) pour chacune des quatre formules suivantes.

A:
$$\exists x ((\neg(\exists y Q(x, y))) \rightarrow (\exists z Q(z, x) \rightarrow P(c)))$$

B:
$$((\forall x (P(x) \lor P(z)) \rightarrow \exists y Q(y, x)) \rightarrow \exists z R(z)) \rightarrow \exists u Q(u, x)$$

Exercice 4: (2+3+3 Points)

1/ Utiliser la méthode des arbres pour montrer que les formules A et B suivantes sont ou non des tautologies ?

A: $\forall x (R(x,x) \rightarrow \exists y R(x,y))$

B: $\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$

C: $(\exists x \ P(x) \land \exists x, Q(x)) \rightarrow \neg \forall x (Q(x) \rightarrow \neg P(x))$