Institut Supérieur d’Informatique et de Mathématiques	
Examen de la Session Principale	
***Classe* : CPI 2** ***Matière* : Logique Formelle** ***Enseignant* : Sakka Rouis Taoufik** ***Documents* Autorisés : Non**	**A.U. : 2021/2022** **Durée : 1H 30** **Nombre de pages : 2**

Exercice 1 : (4 Points)

1/ Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats sans utilisez les quantificateurs.

- **a)** Jean est plus grand que Marie
- **b)** Paul a vu Léa et elle ne l’a pas vu c.

2/ Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats en utilisant les quantificateurs.

- **a)** Quelqu’un regarde tout le monde
- **b)** Tous les petits oiseaux volent.
- **c)** Certains enfants ne sont pas malades
- **d)** Tous les hommes n’aiment pas Marie

Exercice 2 : (3 Points)

Soit l’interprétation suivante du calcul des prédicats :

- Constantes : a, b, c : Ali, Basma, Chourouk
- Prédicat : E (x, y) = {<a, b>, <a, c>, <b, a>, <c, a>, <b, c>}
- Nous dirons que la relation « E (x, y) = x embrasse y ».

1/ Dites si les formules suivantes sont vraies dans cette interprétation :

A: $\exists y\ \forall x\ E(x, y)$

B: $\forall x\ \exists y\ E(x, y)$

C: $\forall x \forall y\ (E(x, y) \vee E(y, x))$

Exercice 3 : (7 Points)

Sachant que x, y et z sont **des entiers** et que $P(x, y)$ = vrai si $x=y^2$ et $Q(x)$= vrai lorsque $x > 0$

1) Pour chacune des formules ci-dessous, déterminer **(sans explication)** la liste des variables libres (Var) et celle des variables liées (BVar). **(2 p)**

2) Pour chacune des formules ci-dessous, déterminer, si la formule est une formule close ou non. Si la formule est non close, déterminer sa clôture universelle et sa clôture existentielle. **(2 p)**

3) Déterminer si **la formule C** est satisfaisable ou valide **(1 p)**
4) Déterminer si **la formule D** est satisfaisable, valide ou valide universellement **(2 p)**

A: $\forall x\ (Q(x) \rightarrow \exists y\ P(x, y))$

B: $\forall y\ \ P(x, y) \rightarrow (\exists z\ (Q(z) \wedge P(z, x)))$

C: $\exists x\ P(x, x)$

D: $\exists x\ P(x, y)$

Exercice 4 : (6 Points)

1/ Utiliser la méthode des arbres pour montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

A : $\forall x\ (\ \mathrm{P}(x, x) \rightarrow \exists y\ (P(x, y) \vee \mathrm{R}(x,y))\ )$

B : $\forall x\ (\ \mathrm{P}(x, x) \rightarrow \exists y\ (P(x, y) \wedge \mathrm{R}(x,y))\ )$

C : $\forall x\ (\ \forall y\ (P(x, y) \vee \mathrm{R}(x,y)) \rightarrow \mathrm{P}(x, x)\ )$

D : $\forall x\ (\ \forall y\ (P(x, y) \wedge \mathrm{R}(x,y)) \rightarrow \mathrm{P}(x, x)\ )$