

TD N°1

Logique propositionnelle

Exercice 1 : Affirmation et proposition

Dans chacun des cas ci-dessous dire si les affirmations sont des propositions ?

- 1/ « Toutes les voitures rapides sont rouges »
- 2/ « π est compris entre 4 et 5 »
- 3/ « 15 plus 13 font 34 »
- 4/ « Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $x^2 < 0$ »
- 5/ « Quel temps fait-il ? »
- 6/ « Tout triangle rectangle possède un angle droit »
- 7/ « Pour tout entier x il existe un entier y tel que $x < y$ implique la relation $x < y + 1$ »
- 8/ « Pour tout réel x il existe un réel y tel que $x < y$ implique la relation $x^2 < y^2$ »
- 9/ « Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré »
- 10/ « 23 est divisible par 4 »

Exercice 2 : forme symbolique

Soient p , q et r les trois affirmations suivantes :

- p = "Jean est fort en mathématiques",
- q = "Jean est fort en informatique",
- r = "Jean est fort en anglais".

Représenter les affirmations qui suivent sous forme symbolique, à l'aide des variables p , q , r et des connecteurs usuels.

- $P1$ = "Jean est fort en mathématiques mais faible en anglais",
- $P2$ = "Jean n'est ni fort en mathématiques ni fort en informatique",
- $P3$ = "Jean est fort en informatique ou il est à la fois faible en anglais et fort en mathématiques",
- $P4$ = "Jean est fort en informatique s'il est fort en mathématiques",
- $P5$ = "Jean ne peut être fort en informatique sans être fort en anglais"

Exercice 3 : forme symbolique

On considère les quatre assertions suivantes :

- F : je fume,
- B : je bois,
- J : je mange du jambon,
- M : j'ai des moustaches.

Exprimer sous forme symbolique les phrases suivantes :

- 1) Je fume et je bois, mais je n'ai pas de moustache.
- 2) Quand je fume, je ne bois pas.
- 3) Chaque fois que je mange du jambon, je ne fume pas mais je bois.
- 4) Si je mange du jambon ou si je bois, alors je ne fume pas.
- 5) Il suffit que j'aie des moustaches pour que je mange du jambon.
- 6) Il faut que je mange du jambon et que je boive pour que je fume.
- 7) Une condition nécessaire pour que je boive et que je fume est que je mange du jambon.
- 8) Je fume et je bois, si et seulement si je mange du jambon ou j'ai des moustaches.
- 9) De deux choses l'une : soit je bois et je mange du jambon, soit si j'ai une moustache alors je ne fume pas.

Exercice 4 : connecteur implique \rightarrow

Quelles sont les valeurs de vérité des propositions suivantes ?

1/ « π vaut 3,1415... implique que la somme des angles d'un triangle vaut 180° »

2/ « π vaut 4 implique que la somme des angles d'un triangle vaut 182° »

3/ « si 7 est plus grand que 8 alors l'eau bout à 100°C »

4/ « si 15 est plus petit que 16 alors 16 est plus petit que 15 »

5/ « si 16 est plus petit que 15 alors 15 est plus petit que 16 »

6/ « 82 est divisible par 7 implique que 9 est divisible par 3 »

7/ « si $330^{33}+5$ est divisible par 2 alors $330^{33}+5$ est plus grand que 5 »

Exercice 5 : Questions générales

1/ Combien de lignes contient la table de vérité d'une forme propositionnelle qui dépend de n variables ?

2/ A l'aide de deux propositions p et q on peut construire une autre, notée $p \downarrow q$, bâtie sur le modèle : « ni p , ni q ». Cette opération est-elle une connexion ? Si oui quelle est sa table de vérité ?

Exercice 6 : table de vérité

1/ $(\neg p) \wedge q$

2/ $(\neg p) \rightarrow (p \vee q)$

3/ $\neg ((\neg p) \wedge (\neg q))$

4/ $(p \wedge q) \rightarrow (\neg q)$

5/ $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

6/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \rightarrow (\neg p))$

7/ $(p \vee (\neg q)) \wedge ((\neg p) \vee q)$

8/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$

9/ $(p \vee q) \vee (\neg r)$

10/ $p \vee (\neg(q \wedge r))$

11/ $(\neg p) \rightarrow ((\neg q) \vee r)$

12/ $(p \vee r) \rightarrow (r \vee (\neg p))$

13/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \wedge r)$

14/ $(p \vee (\neg q)) \rightarrow ((\neg p) \vee r)$

15/ $(p \rightarrow (\neg r)) \vee (q \wedge (\neg r))$

16/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$