TD N°2
Sémantique des Formes propositionnelles

Exercice 1 **:** *Tautologie ?*

Utiliser la méthode des tables de vérité pour montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

1/ $(p\wedge q) \rightarrow p$
2/ $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
3/ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
4/ $p \rightarrow (p \vee q)$
5/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$
6/ $p \rightarrow (p \rightarrow q)$
7/ $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
8/ $(p \rightarrow (\neg p)) \rightarrow (\neg p)$
9/ $p \rightarrow (p \rightarrow p)$
10/ $(p \vee q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$
11/ $(p \wedge (\neg q)) \vee (p \wedge q)$
12/$(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 2 **:** *f est une conséquence de g*

Dans chacun des cas ci-dessous déterminer si la première forme propositionnelle à pour conséquence la forme propositionnelle qui est sur la même ligne :

1/ $(p\wedge q)$	p
2/ q	$(p \rightarrow q)$
3/ $\neg (p \rightarrow q)$	p
4/ $(p \wedge q) \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$
6/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$
7/ $p \rightarrow (q \wedge r)$	$p \rightarrow q$
8/ $(p \wedge q) \rightarrow r$	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
9/ $p \rightarrow (q \vee r)$	$(p\rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

Exercice 3 **:** *synonymes*

Dans chacun des cas suivants dire si les deux formes propositionnelles sont synonymes.

1/ $p \rightarrow q$	$(\neg p) \vee (p \wedge q)$
2/ $p \rightarrow q$	$(\neg p) \rightarrow (\neg q)$
3/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$
4/ $(p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (r \wedge p)$	$(p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge (r \vee p)$

Exercice 4 **:**

Répéter l'exercice 1 en utilisant la méthode des arbres.

Exercice 5 **:** *Validité des arguments*

Dans chacun des cas suivants déterminer, par la méthode des arbres, si les arguments sont valides.1/ $p \rightarrow q,\ p \rightarrow \neg q \vdash (\neg p)$
2/ $p \leftrightarrow (q \vee r) \vdash ((p\wedge(\neg q)) \rightarrow r)$
3/ $p \rightarrow r,\ q \rightarrow r \vdash (p \rightarrow q)$
4/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)\ ,\ r \vee (\neg q) \vdash (\neg p)$
5/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)\ ,\ q \rightarrow (r \rightarrow p) \vdash (p \rightarrow r)$

Exercice 6 **:**

En utilisant les **tableaux de Karnaugh**, déterminer les formules en FND équivalentes aux formules N, P, Q, R, S et T représentées par les tableaux suivants :

N		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c d	0 0	1	1	1	1
	0 1	1	1	1	1
	1 1	0	1	1	0
	1 0	0	1	1	0

P		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c d	0 0	1	0	0	1
	0 1	0	1	1	0
	1 1	0	1	1	0
	1 0	1	0	0	1

Q		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c d	0 0	1	0	0	1
	0 1	1	1	1	1
	1 1	1	1	0	0
	1 0	0	0	0	0

R		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c d	0 0	0	0	1	0
	0 1	1	0	1	1
	1 1	1	1	1	1
	1 0	0	0	1	0

S		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c d	0 0	0	1	1	0
	0 1	1	0	0	1
	1 1	1	0	0	1
	1 0	0	1	1	0

T		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c d	0 0	0	1	0	1
	0 1	1	0	1	1
	1 1	0	1	0	1
	1 0	1	1	1	1