Institut Supérieur d'Informatique et de Mathématiques	
Examen de la session principale	
Classe **: CPI2**	**A.U. : 2022-2023**
Matière **: Logique Formelle**	**Durée : 1H 30**
Nom et Prénom:…………………………………………………	**Nombre Total de Pages : 4**
Identifiant : ……………………………………………..	**Documents Autorisés : Non**

Exercice 1 : (4 Points)

1/ Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats sans utilisez les quantificateurs.

a) Isabelle est une femme heureuse.

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

b) Marc et Jérémie sont de vrais jumeaux.

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

2/ Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats en utilisant les quantificateurs.

a) Tous les coiffeurs blonds sont intelligents.

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

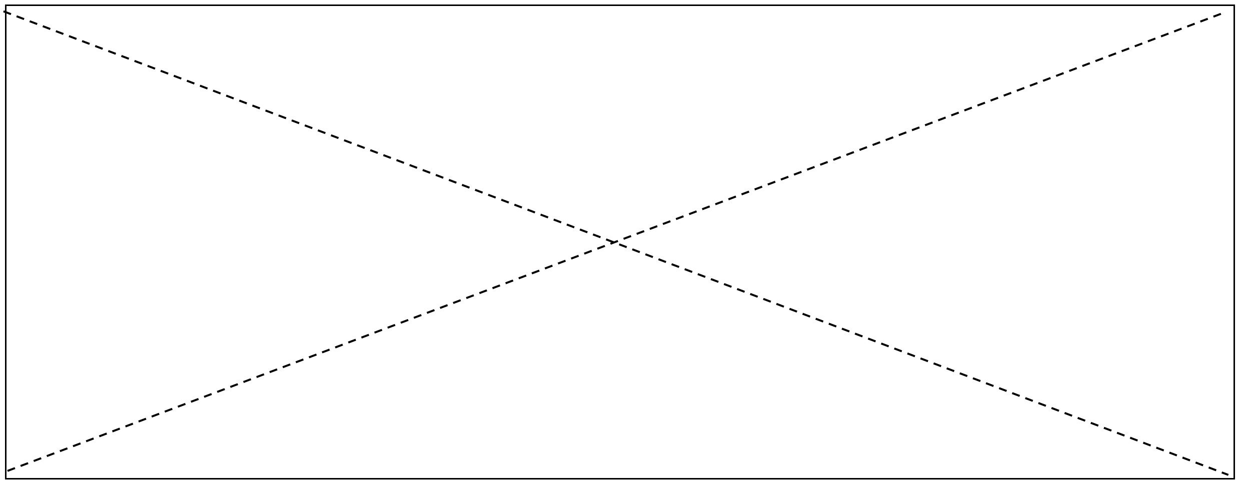
b) Il y a une chanson qu'aucun enfant ne chante.

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………..



<u>Exercice 2 : (4 Points)</u>

Soit l'interprétation suivante du calcul des prédicats :

- Constantes : a, b, c : Ali, Basma, Chakira
- Prédicats : $A(x, y) = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, a\rangle, \langle c, a\rangle, \langle b, c\rangle\}$

  $R(x, y) = \{\langle a, c\rangle, \langle c, a\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, c\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- Nous dirons que la relation « A (x, y) = x aime y ».
- Nous dirons que la relation « R (x, y) = x regarde y ».

1/ Dites si les formules suivantes sont vraies dans cette interprétation **(sans explication)**:

A: $\forall x \; \forall y \quad A(x, y) \rightarrow R(y, x)$

……………………………………………………………………………………………..

B: $\forall x \; \exists y \quad A(x, y) \rightarrow R(y, x)$

……………………………………………………………………………………………..

C: $\exists y \; \forall x \quad A(x, y) \rightarrow R(x, y)$

……………………………………………………………………………………………..

D: $\exists x \; \exists y \quad A(x, y) \rightarrow R(y, x)$

……………………………………………………………………………………………..

Exercice 3 : (8 Points)

Sachant que x, y et z sont **des entiers relatifs** et que

- P (x, y) = vrai si $x > y$
- Q (x, y)= vrai si $x + y = 0$
- R (x)= vrai si $x \geq 0$

1) Pour chacune des formules ci-dessous, donner **(sans explication)** la liste des variables libres (Var) et celle des variables liées (BVar). Si la formule est non close, déterminer sa clôture universelle et sa clôture existentielle. **(1+2+2 p)**

- A: $\forall x\ (R(x) \rightarrow \exists y\ (P(x, y) \wedge Q(y, x)\ )\ )$

  Var (A) =………………………………… BVar (A)=…………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

- B: $(\forall x\ R(x)\ ) \rightarrow (\exists y\ (P(x, y) \wedge Q(y, x)\ )$

  Var (B) =………………………………… BVar (B)=…………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

- C: $\exists x\ (R(x) \wedge Q(x, y)\ )$

  Var (C) =………………………………… BVar (C)=…………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

2) Déterminer si **la formule A** est satisfaisable ou valide **(1 p)**

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

3) Déterminer si **la formule C** est satisfaisable, valide ou valide universellement **(2 p)**

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

  ……………………………………………………………………………………..

Exercice 4 : (4 Points)

Soient P et Q deux prédicats de poids 2. On vous demande d'utiliser la méthode des arbres pour montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

A : $\forall x \ (P(x, x) \rightarrow \exists y \ (P(x, y) \wedge Q(y, x)))$

……………………………………………………………………………………………..

B : $\forall x \ (\forall y \ (P(x, y) \wedge P(y, x)) \leftrightarrow P(x, x))$

……………………………………………………………………………………………..