



# Fortgeschrittenen Praktikum I:

## Lange Halbwertszeiten

Moritz Bültmann  
Jessica Schäper

Durchgeführt am 25.09. und 28.09.2015

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
2.1 Zählrohrcharakteristik mit $^{238}\text{Uran}$ . . . . .	2
2.2 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{147}\text{Samarium}$ ( $\alpha$ -Strahlung) . . . . .	2
2.3 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{40}\text{Kalium}$ ( $\beta$ -Strahlung) . . . . .	2
<b>3 Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
3.1 Zerfallsge setz . . . . .	3
3.2 Radioaktiver Zerfall . . . . .	3
3.2.1 $\alpha$ -Zerfall . . . . .	3
3.2.2 $\beta$ -Zerfall . . . . .	3
3.2.3 $\gamma$ -Zerfall . . . . .	4
3.3 Wechselwirkung von geladenen Teilchen mit Materie . . . . .	4
3.4 Detektor/Zählrohr . . . . .	5
3.5 Selbstabsorbtion und Korrekturformel . . . . .	6
3.5.1 Korrektur bei $\alpha$ -Strahlung . . . . .	6
3.5.2 Korrektur bei $\beta$ -Strahlung . . . . .	7
<b>4 Versuchsaufbau</b>	<b>9</b>
4.1 Verwendete Proben . . . . .	9
4.1.1 Zählrohrcharakteristik . . . . .	9
4.1.2 $\alpha$ -Strahler . . . . .	10
4.1.3 $\beta$ -Strahler . . . . .	10
<b>5 Versuchsdurchführung</b>	<b>11</b>
5.1 Zählrohrcharakteristik mit $^{238}\text{Uran}$ . . . . .	11
5.2 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{147}\text{Samarium}$ . . . . .	11
5.3 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{40}\text{Kalium}$ . . . . .	11
<b>6 Auswertung</b>	<b>12</b>
6.1 Zählrohrcharakteristika . . . . .	12
6.1.1 $^{238}\text{Uran}$ . . . . .	12
6.1.2 $^{147}\text{Samarium}$ . . . . .	13
6.1.3 $^{40}\text{Kalium}$ . . . . .	14
6.2 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{147}\text{Sm}$ . . . . .	14
6.3 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{40}\text{K}$ . . . . .	16
<b>7 Zusammenfassung/Diskussion</b>	<b>18</b>
<b>8 Anhang</b>	<b>19</b>
8.1 Tabellen . . . . .	19
8.1.1 $\alpha$ -Plateau Samarium . . . . .	19
8.1.2 $\beta$ -Plateau Samarium . . . . .	19
8.1.3 Aluschale . . . . .	19
8.1.4 Uran . . . . .	20
8.1.5 Kalium . . . . .	20
8.1.6 Samarium 3800s . . . . .	22

## Inhaltsverzeichnis

---

8.1.7	Samarium 1800s . . . . .	23
8.1.8	Untergrund . . . . .	23
8.2	Quellcode (MATLAB) . . . . .	28
8.3	Laborheft . . . . .	31

# 1 Einleitung

Zur Bestimmung von Halbwertszeiten radioaktiver Elemente wird oft die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit mit einem Detektor aufgenommen und die Änderung der Impulsrate bestimmt. Aus dem für Radioaktivität typischen exponentiellem Verlauf lässt sich dann die Halbwertszeit bestimmen. Handelt es sich bei den zu untersuchenden Proben jedoch um sehr langlebige Nuklide (z.B.  $^{238}\text{Uran}$  mit einer Halbwertszeit von  $T_{1/2}=4,468 \cdot 10^9$  Jahren), ist dieses Verfahren nichtmehr möglich, da sich die Impulsrate über die mögliche Messdauer hinweg kaum ändert. Hier verwendet man die Aktivität eines Präparats, welche die Ableitung des Zerfallsgesetzes darstellt. Aus dieser kann über den Zusammenhang  $A=\dot{N}=\ln 2 N/T_{1/2}$  bei bekannter Anzahl radioaktiver Nuklide  $N$  die Halbwertszeit ermittelt werden.

In diesem Versuch soll dieses Verfahren mit Hilfe eines Proportionalzählrohrs anhand des  $\alpha$ -Strahlers  $^{147}\text{Samarium}$  und des  $\beta$ -Strahlers  $^{40}\text{Kalium}$ , die beide sehr lange Halbwertszeiten besitzen, angewandt werden. Außerdem sollen dabei zwei Korrekturverfahren angewendet werden um die Rückstreuung und Selbstabsorption der Proben zu berücksichtigen. Bei Samarium wird die konstante Reichweite der  $\alpha$ -Strahlung und die bekannte Oberflächengröße ausgenutzt und bei Kalium die Massenabhängigkeit.

## 2 Aufgabenstellung<sup>[2]</sup>

### 2.1 Zählrohrcharakteristik mit $^{238}\text{Uran}$

- Wählen von geeigneten Elektronik-Einstellungen.
- Aufnehmen der Zählrohrcharakteristik des Durchflusszählrohrs mit  $^{238}\text{Uran}$ .
- Durchführen der Untergrundmessung mit einem leeren Aluminiumschälchen, mit der die Zählrohrcharakteristik und die Plateau-Messungen für Samarium und Kalium (siehe unten) korrigiert werden.

### 2.2 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{147}\text{Samarium}$ ( $\alpha$ -Strahlung)

- Aufnahme des  $\alpha$ -Plateaus mit  $^{147}\text{Sm}$ . Die Plateau-Messung wird mit der Untergrund-Messung korrigiert.
- Bei einer Arbeitsspannung in der Mitte des  $\alpha$ -Plateaus wird die Aktivität von  $^{147}\text{Sm}$  und der Untergrund gemessen. Die Messzeit soll so gewählt werden, dass der relative statistische Fehler etwa 2% beträgt und der Fehler des Untergrunds zu vernachlässigen ist. Dazu wird der Erwartungswert der Zählrate aus der Plateaumessung genutzt. Außerdem wird der Schälchendurchmesser (durch mehrfaches Messen) ermittelt. Daraus wird die Halbwertszeit von  $^{147}\text{Sm}$  bestimmt, der Fehler berechnet und mit dem Literaturwert verglichen.

### 2.3 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{40}\text{Kalium}$ ( $\beta$ -Strahlung)

- Aufnahme des  $\beta$ -Plateaus mit  $^{40}\text{K}$ . Als Anfangsspannung wird die Einsatzspannung des  $\beta$ -Plateaus der Zählrohrcharakteristik und als Endspannung  $U_{end}=4000\text{V}$  gewählt. Auch diese Plateaumessung wird mit der Untergrundmessung korrigiert.
- Bei einer Arbeitsspannung in der Mitte des  $\beta$ -Plateaus wird für 10 verschiedene Massen eine Aktivitätsmessung von  $^{40}\text{K}$  durchgeführt (Wiegen mit der Präzisionswaage) und eine weitere Untergrundmessung vorgenommen. Auch hier wird die Messzeit so gewählt dass der relative statistische Fehler ca. 2% beträgt und der Fehler des Untergrunds zu vernachlässigen ist. Die Aktivität wird gegen die Masse aufgetragen und an die Daten eine Funktion folgender Form angepasst:

$$n(m) = a \left(1 - e^{-\frac{b}{m}}\right)$$

Aus den Parametern a und b wird die Halbwertszeit von  $^{40}\text{K}$ , der Fehler unter Berücksichtigung einer möglichen Korrelation von a und b berechnet und mit dem Literaturwert verglichen.

### 3 Theoretische Grundlagen

#### 3.1 Zerfallsgesetz

Da es sich beim radioaktiven Zerfall um eine statistischen Prozess handelt, kann nicht vorhergesagt werden, wann ein Kern zerfällt. Hier kann lediglich mit Wahrscheinlichkeiten gearbeitet werden. Die Rate  $dN/dt$  des Zerfalls ist abhängig von der momentanen Anzahl  $N$  Atome:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$\lambda$  stellt dabei die sog. Zerfallskonstante dar. Sie gibt den Bruchteil der anfangs vorhandenen Kerne an, welcher pro Zeiteinheit zerfällt. Zerfällt ein Kern auf mehrere Arten, so addieren sich die Zerfallskonstanten der einzelnen Zerfälle.

Durch Integrieren der Zerfallsrate erhält man die Anzahl Kerne zum Zeitpunkt  $t$ :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Mit der anfänglichen Anzahl Kerne  $N_0 = N(t=0)$ . Für die mittlere Lebensdauer  $\tau$  ergibt sich:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Die Halbwertszeit  $T_{1/2}$  hängt mit dieser zusammen über:

$$T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Die Anzahl Zerfälle pro Zeiteinheit nennt man Aktivität A. Es gilt:

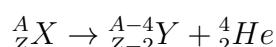
$$A = \lambda N = \frac{N}{\tau} = \frac{\ln 2 N}{T_{1/2}}$$

Sie wird in Einheit Becquerel  $Bq = 1/s$  gemessen.

#### 3.2 Radioaktiver Zerfall

##### 3.2.1 $\alpha$ -Zerfall

Beim  $\alpha$ -Zerfall geht ein instabiler, schwerer Kern unter der Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens, welches aus 2 Protonen und 2 Neutronen besteht (Helium-Kern) in einen stabileren Kern über. Das  $\alpha$ -Teilchen tunnelt dabei durch den Coulomb-Wall des Kerns durch, den es klassisch nicht überwinden könnte. Die Massenzahl sinkt dabei um 4, die Kernladungszahl um zwei:

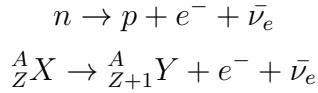


Dabei stellt X das Mutternuklid und Y das Tochternuklid dar, A entspricht der Massenzahl und Z der Kernladungszahl. Da es sich um einen Zwei-Körper-Zerfall handelt, ist das Spektrum des  $\alpha$ -Zerfalls diskret.

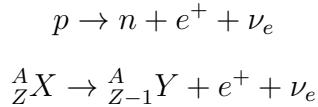
##### 3.2.2 $\beta$ -Zerfall

Unter  $\beta$ -Zerfall versteht man eine Reihe von Prozessen der schwachen Wechselwirkung unter Beteiligung von Elektronen bzw. Positronen. Dabei findet durch W-Boson-Austausch die Umwandlung eines Protons in ein Neutron bzw. umgekehrt statt. Das Spektrum ist hier kontinuierlich (Drei-Körper-Zerfall).

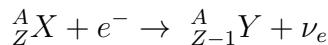
**$\beta^-$ -Zerfall** Beim  $\beta^-$ -Zerfall wandelt sich ein Neutron im Kern unter Aussendung eines Elektrons und eines Anti-Neutrinos in ein Elektron um. Dabei bleibt die Massenzahl gleich und die Kernladungszahl steigt um eins:



**$\beta^+$ -Zerfall** Der  $\beta^+$ -Zerfall ist dem  $\beta^-$ -Zerfall sehr ähnlich. Hier wird ein Proton unter Aussendung eines Positrons (Anti-Elektron) und eines Neutrinos in ein Neutron umgewandelt. Dabei sinkt die Kernladungszahl um eins während die Massenzahl wieder gleich bleibt:



**Electron Capture** Bei einer weiteren Art des  $\beta$ -Zerfalls geht der Kern in einen stabileren Kern über, indem er ein Elektron der Atomhülle einfängt (daher *electron capture*). Dabei wandeln sich das Elektron und ein Proton unter Aussendung eines Neutrinos in ein Neutron um wodurch die Kernladungszahl um 1 abnimmt während die Massenzahl gleich bleibt:



### 3.2.3 $\gamma$ -Zerfall

$\gamma$ -Strahlung tritt auf wenn ein angeregter Kern unter Aussendung eines Photons ( $\gamma$ -Quant) in einen tieferen Zustand übergeht. Oft ist sie eine Begleiterscheinung der  $\alpha$ -Strahlung bei der sich das Tochternuklid nach dem Zerfall in einem angeregten Zustand befindet. Die Energie der Photonen liegt dabei im Bereich von keV bis MeV. In Materie klingt die Intensität von  $\gamma$ -Strahlung exponentiell ab.

## 3.3 Wechselwirkung von geladenen Teilchen mit Materie

Geladene Teilchen können Atome und Moleküle ionisieren oder anregen. Die maximale Energie, die auf ein Elektron übertragen werden kann ist dabei von der Geschwindigkeit des Teilchens und seiner Masse abhängig.

Es muss hier zwischen  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung unterschieden werden, da  $\alpha$ -Teilchen wesentlich mehr Teilchen pro Wegstrecke ionisieren als  $\beta$ -Teilchen.

Leichte Teilchen können zusätzlich durch Ablenkung im Coulomb-Feld von Kernen Energie verlieren. Außerdem werden schnelle Teilchen in Materie unter Aussendung von Photonen gebremst.

Insgesamt ergibt sich für den Energieverlust von geladenen Teilchen in Materie:

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_{total} = -\frac{dE}{dx} \Big|_{Ionisation} - \frac{dE}{dx} \Big|_{Brems} - \frac{dE}{dx} \Big|_{Cherenkov}$$

Bei niedrigen Temperaturen überwiegt der Energieverlust durch Ionisation. Der Verlust durch Bremsstrahlung steigt proportional zur Energie des einfallenden Teilchens an. Einen sehr geringen Anteil macht die Cherenkov-Strahlung bei der sich geladenen Teilchen in Materie schneller bewegen als Licht in diesem Medium.

Die Strecke nach der ein Teilchen aufgrund dieses Energieverlusts zur Ruhe kommt bezeichnet man als Reichweite:

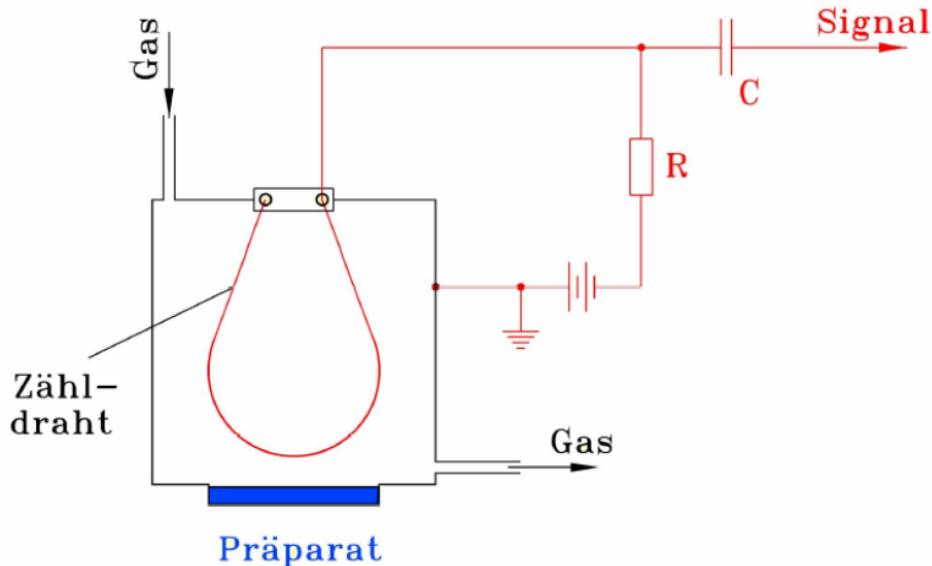
$$R = \int_E^0 -\frac{dE}{dE/dx}$$

Die typische Reichweite von  $\alpha$ -Strahlung in Luft beträgt einige Zentimeter, in Materie einige Mikrometer, sie kann sehr einfach (z.B. mit einem Blatt Papier) abgeschirmt werden.  $\beta$ -Strahlung kommt in Luft einige Meter weit, in Materie hingegen nur einige Millimeter.

### 3.4 Detektor/Zählrohr

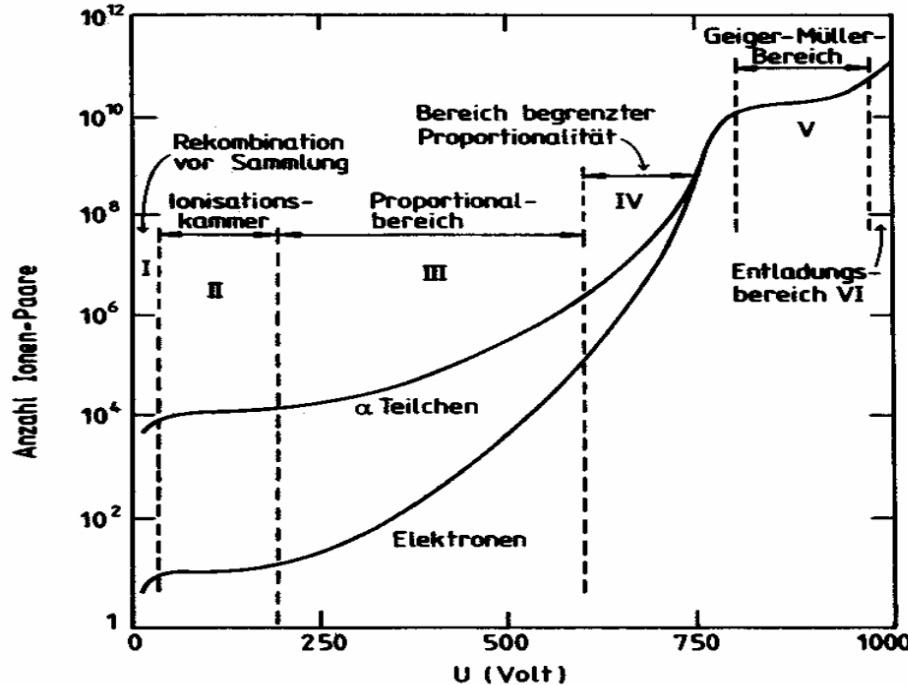
Bei dem im Versuch verwendeten Detektor handelt es sich um ein Methan-Durchflusszähler. In einem Zylinder der als Kathode dient ist ein Zähldraht (Molybdän) angebracht, welcher die Anode darstellt. Durch Anlegen einer Hochspannung wird ein elektrisches Feld zwischen Zähldraht und Zylinder-Mantel erzeugt. Werden durch Strahlung Moleküle des Zählgases (Methan) ionisiert, so wandern die Elektronen zur Anode und die positiven Ionen zur Kathode. Der dadurch erzeugte Strom wird mit einem Wechselkopplungskondensator und einem Vorverstärker in ein Spannungssignal umgewandelt. Da sich das Methan aufgrund der Ionisation nach und nach zersetzt, muss es ständig ausgetauscht werden, damit konstante Zähleigenschaften gewährleistet sind.

Da die untersuchte Strahlung nur eine geringe Reichweite hat, wird die Probe direkt in das Zählrohr eingebracht und strahlt dort im Raumwinkel  $2\pi$  in das Zählrohr ab.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung eines Durchflusszählrohrs

Das Zählrohr wird als Proportionalzählrohr betrieben. Im Gegensatz zur Ionisationskammer, bei der lediglich die primär erzeugten Ladungen eingesammelt werden, findet hier eine Verstärkung durch das Zählgas statt. Diese Gasverstärkung ist proportional zur angelegten Spannung. Sie kann außerdem durch Verkleinern des Zähldrahtes (Verdichtung der Feldlinien in der Nähe des Drahtes) erhöht werden. In einem solchen Zählrohr werden die von der Strahlung erzeugten Elektronen so stark beschleunigt, dass sie genug Energie erhalten um weitere Moleküle zu ionisieren. Die Anzahl Ladungsträger die zum Strom beitragen erhöht sich also stark.



**Abbildung 2:** Charakteristik eines Zählrohrs. Das verwendete Methan-Durchflusszählrohr arbeitet in Bereich III, dem Proportionalbereich

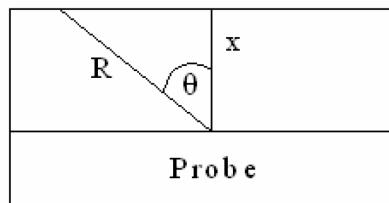
### 3.5 Selbstabsorption und Korrekturformel

Da die Probe eine endliche Dicke besitzt und die Strahlungs-Teilchen nur eine gewisse Reichweite in Materie haben, kommt es innerhalb der Probe bereits zur Absorption von Strahlung (Selbstabsorption). Diese absorbierten Teilchen tragen natürlich nicht zur Zählrate bei und müssen deshalb mit Korrekturen in der Formel zur Bestimmung der Halbwertszeit berücksichtigt werden. Außerdem wird ein Teil der Strahlung, welcher nicht in das Zählrohr sondern in die andere Richtung emittiert wird, am Aluminiumschälchen auf welchem sich die Probe befindet reflektiert (Rückstreuung) und trägt zusätzlich zur Zählrate bei.

Der erste Effekt tritt dabei hauptsächlich bei  $\alpha$ - und der zweite bei  $\beta$ -Strahlung auf.

#### 3.5.1 Korrektur bei $\alpha$ -Strahlung

Da  $\alpha$ -Teilchen eine sehr geringe Reichweite in Materie haben, ist der Effekt der Selbstabsorption hier besonders stark. Die Probe verlassen können nur Teilchen deren Wegstrecke  $r$  kürzer ist als die maximale Reichweite  $R$  der  $\alpha$ -Teilchen in der zu untersuchenden Probe.



**Abbildung 3:** Bei einer maximalen Reichweite  $R$  von  $\alpha$ -Teilchen in der Probe gibt es einen maximalen Winkel  $\theta_{max}$  unter dem die Teilchen noch die Probe verlassen und detektiert werden können.

Wenn  $\theta_{max} = \arccos\left(\frac{x}{R}\right)$  der maximale Winkel ist, unter dem  $\alpha$ -Strahlung die Probe verlassen kann, erhält man für den Raumwinkel  $\Omega$  in dem Strahlung emittiert wird:

$$\Omega(x) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_{max}(x)} \sin \theta d\theta = 2\pi \left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

Für die Impulsrate n gilt dann:

$$n = \frac{A}{d} \int_0^R \frac{\Omega(x)}{4\pi} dx = \frac{A_v F}{4\pi} \int_0^R \Omega(x) dx = \frac{A_v F R}{4}$$

Mit der Dicke  $d=\frac{V}{F}$ , der Oberfläche F, dem Volumen V, der Aktivität A und der Aktivität pro Volumen  $A=\frac{A}{V}$

### 3.5.2 Korrektur bei $\beta$ -Strahlung

Zur Berücksichtigung der Selbstabsorption von  $\beta$ -Strahlung wird die Impulsrate des Präparats in Abhängigkeit der Masse aufgenommen, also die spezifische Aktivität  $A_s = A/m$  (Einheit Bq/mol). Die Impulsrate n, die von einem Volumenelement  $F \cdot dx$  im Abstand x herrührt hängt ab von der Oberfläche F, der spezifischen Aktivität  $A_s$ , der Dichte  $\rho$  und dem Absorptionskoeffizienten  $\mu$ :

$$dn \sim A_s \cdot F \cdot \rho \cdot e^{-\mu x} dx$$

Durch Vernachlässigung der Energie- (und damit x-) Abhängigkeit von  $\mu$  und Integration über die Höhe  $h=\frac{m}{\rho F}$  erhält man:

$$n(m) \sim \int_0^{\frac{m}{\rho F}} A_s F \rho e^{-\mu x} dx = \frac{A_s F \rho}{\mu} \left(1 - \exp\left[-\frac{\mu}{F \rho} m\right]\right)$$

Man erhält also den Zusammenhang:

$$n(m) = a \left(1 - e^{-bm}\right)$$

Um die Rückstreuung der Strahlung am Aluminiumbehälter zu berücksichtigen, betrachtet man die Ableitung der Funktion also die Steigung der Tangente am Punkt  $m=0$ . Es muss gelten:

$$\left.\frac{dn}{dm}\right|_{m=0} = A_s f_B \frac{\Omega}{4\pi}$$

Dabei ist  $\omega$  der Raumwinkel, in diesem Versuch also  $2\pi$  und  $f_B=1.29$  der Rückstref faktor für Aluminium.

Es folgt also:

$$\left.\frac{dn}{dm}\right|_{m=0} = ab = \frac{A_s f_B}{2}$$

Und damit durch Auflösen nach dem Parameter a und Einsetzen:

$$n(m) = f_B \frac{\Omega}{4\pi} A_s \frac{F \rho}{\mu} \left(1 - \exp\left[-\frac{\mu}{F \rho} m\right]\right)$$

Weiterhin muss berücksichtigt werden, dass das Zählrohr nur den  $\beta^-$ -Zerfall der Probe detektiert, diese allerdings auch über Elektroneneinfang zerfallen kann. Dies geschieht in einem Verhältnis von

$EC/\beta^- = 0.12$ .

Da für die Zerfallskonstante  $\lambda_{ges}$  gilt

$$\lambda_{ges} = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{EC} = \lambda_{\beta^-} + 0.12\lambda_{\beta^-} = 1.12\lambda_{\beta^-}$$

erhält man für die wirkliche Halbwertszeit mit dieser Korrektur also:

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2,\beta^-}}{1.12}$$

## 4 Versuchsaufbau

Die vom Zählrohr erfassten Impulse, welche proportional zur Primärionisation sind, werden mit einem Vorverstärker (Amplifier 142PC, Firma Ortec) in Spannungsimpulse (ebenfalls proportional zur Primärspannung) umgewandelt und im Verstärker (Amplifier 571, Ortec) durch Differentiation und Integration mit einer bestimmten Zeitkonstanten  $\mu$  (shaping time) in ein Rechtecksignal umgewandelt. Dieses wird weitergeleitet an einen Einkanalanalysator (TSCA 551, Ortec) an dem mit Einstellung von lower level und upper level bestimmt werden kann, in welchem Bereich der Signallstärke ein count an den Zähler gegeben wird. Der Zähler (BNC 2120, National Instrument) ist mit dem Programm LabView am Computer verbunden, in dem alle nötigen Einstellungen für Spannung, Zählzeit und -intervalle vorgenommen werden können.

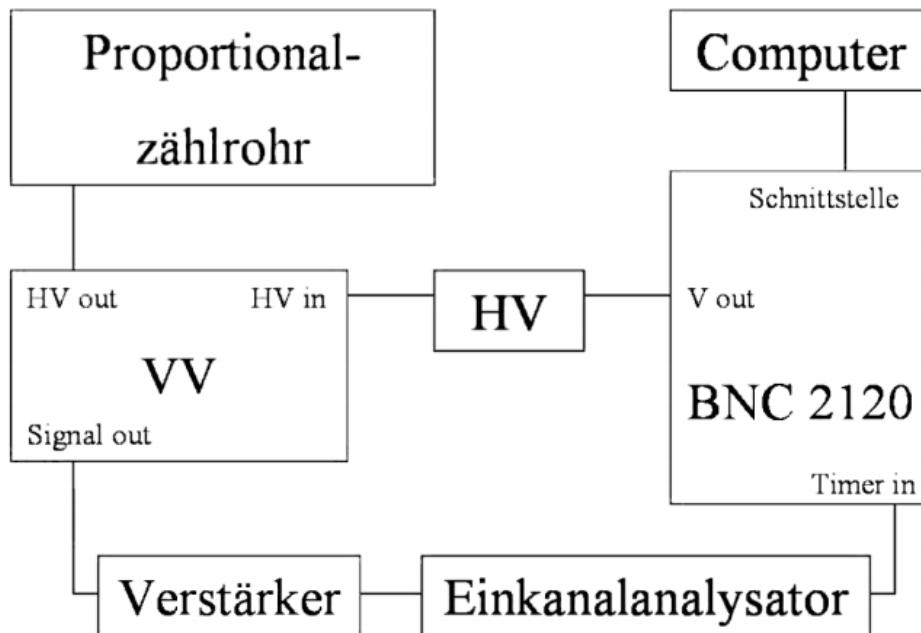
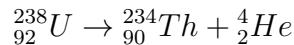


Abbildung 4: Schaltskizze des Versuchs. VV:Vorverstärker, HV: Hochspannung

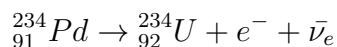
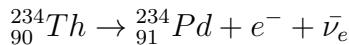
### 4.1 Verwendete Proben

#### 4.1.1 Zählrohrcharakteristik

Für die Zählrohrcharakteristik wird  $^{238}\text{U}$ ran verwendet. Es macht 99.275% des natürlichen Urans aus. Mit einer Halbwertszeit von  $T_{1/2}(^{238}\text{U}) = 4.468 \cdot 10^9 \text{ a}$  zerfällt es über  $\alpha$ -Strahlung in  $^{234}\text{Th}$ orium. Die Energie der  $\alpha$ -Teilchen beträgt dabei ca. 4MeV.



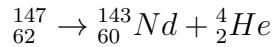
Thorium zerfällt seinerseits über  $\beta$ -Zerfall mit einer Halbwertszeit von  $T_{1/2}(^{234}\text{Th})=24,1\text{d}$  in  $^{234}\text{Pd}$ alladium, welches ebenfalls über  $\beta$ -Zerfall in  $^{234}\text{U}$ ran zerfällt:



Die Energie der beiden Zerfälle beträgt dabei 80keV-200keV für den Thorium-Zerfall, bzw. bis max. 1250keV für Palladium.

#### 4.1.2 $\alpha$ -Strahler

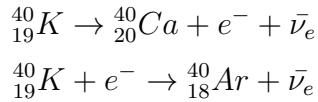
Als  $\alpha$ -Strahler dient  $^{147}\text{Samarium}$  welches zu 15% in natürlichem Samarium vorkommt. Im Versuch verwendet wird  $\text{Sm}_2\text{O}_3$  (Reinheit 99%) Samarium zerfällt mit  $T_{1/2}(^{147}\text{Sm}) = 1.06 \cdot 10^{11}\text{a}$  und einer  $\alpha$ -Teilchen-Energie von ca.2MeV zu stabilem  $^{143}\text{Neodym}$ :



#### 4.1.3 $\beta$ -Strahler

Als  $\beta$ -Strahler dient  $^{40}\text{Kalium}$  mit einem relativen Massenanteil von 0.0118%. Im Versuch wird KCl als Probe verwendet.

$^{40}\text{Kalium}$  kann über zwei Prozesse  $\beta$ -zerfallen. Über  $\beta^-$ -Zerfall nach  $^{40}\text{Calcium}$  oder electron capture nach  $^{40}\text{Argon}$ :



Das Verhältnis beträgt dabei  $\frac{EC}{\beta^-} = 0.12$ .

## 5 Versuchsdurchführung

### 5.1 Zählrohrcharakteristik mit $^{238}\text{Uran}$

- Zunächst müssen die verstellbaren Einstellungen an der Elektronik so gewählt werden dass ein sinnvolles Signal entsteht. Dazu wird das Signal nach dem Vorverstärker, dem Hauptverstärker und dem Einkanalanalysator auf einem Oszilloskop beobachtet. Für eine bestmögliche Trennung von Signal und Rauschen muss die untere Schwelle am Einkanalanalysator hoch genug sein um Pulse durch Rauschen auszuschließen und gleichzeitig niedrig genug, um auch kleine Signalpulse zu registrieren. Bei niedrigen Spannungen sollte die Kondensatorentladung des shaping amplifiers auf dem Oszilloskop schön zu sehen sein, bei höheren Spannungen verlässt das Signal oft den Bildschirm. Außerdem sollte die Zählrate des Detektors nicht bei zu hohen Spannungen erst einsetzen (ein Einsatz bei 1200V erschien uns sinnvoll).

Die gewählten Einstellungen müssen für die gesamte Dauer des Versuchs beibehalten werden.

**shaping amplifier:** coarse gain: 200      gain: 1.5      shaping time:  $6\mu\text{s}$

**timing SCA:**      lower level: 3.6      upper level: 10      delay: 1.4

- Mit der Anfangsspannung  $U_{anf}=1000\text{V}$ , Endspannung  $U_{end}=4000\text{V}$ , Schrittweite  $U_{step}=100\text{V}$  und Messzeit pro Spannungswert  $t=50\text{s}$  wird die Zählrohrcharakteristik des Durchflusszählrohrs mit  $^{238}\text{Uran}$  aufgenommen.
- Anschließend wird eine Messung mit einem leeren Aluminiumschälchen vorgenommen bei der genauso vorgegangen wird wie bei der Messung mit Uran, allerdings mit der Messzeit pro Messung  $t=100\text{s}$ .

### 5.2 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{147}\text{Samarium}$

- Bei einer Spannung von  $U_{anf}=1700\text{V}$  (Anfangsspannung  $\alpha$ -Plateau) bis  $U_{end}=3200\text{V}$  (etwas größer als Einsatzspannung  $\beta$ -Plateau) wird das  $\alpha$ -Plateau von  $^{147}\text{Sm}$  in 100V-Schritten und Messdauern  $t=200\text{s}$  durchgefahren.
- Bei einer Arbeitsspannung von  $U=2500\text{V}$  wird die Aktivität von  $^{147}\text{Sm}$  und der Untergrund gemessen. Um einen relativen statistischen Fehler von ca. 2% zu erhalten wird der Erwartungswert der Zählrate aus der Plateau-Messung verwendet ( $n_{2500}=0.665\text{s}^{-1}$ ) und 4000s lang gemessen<sup>1</sup>. Da uns das Wochenende zur Verfügung stand, wurde die Untergrundmessung über einen Tag lang (24h) in Messabschnitten von  $t=600\text{s}$  durchgeführt.
- Der Durchmesser des Schälchens wird mit einer Schieblehre drei Mal gemessen.

### 5.3 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{40}\text{Kalium}$

- Das  $\beta$ -Plateau wird mit  $^{40}\text{K}$  von  $U_{anf}=3100\text{V}$  bis  $U_{end}=4000\text{V}$  in 100V-Schritten und  $t=100\text{s}$  durchgefahrene.
- Bei einer Arbeitsspannung von  $U=3500\text{V}$  wird für 10 verschiedene Massen die Aktivität von  $^{40}\text{K}$  gemessen. Die Masse wird dabei mit einer Präzisionswaage bestimmt. Zum Erhalten eines relativen statistischen Fehlers von 2% wird hier genauso verfahren wie bei  $^{147}\text{Sm}$ . Auch diese Untergrundmessung wird genauso wie die für  $^{147}\text{Sm}$  über einen Tag lang durchgeführt.

---

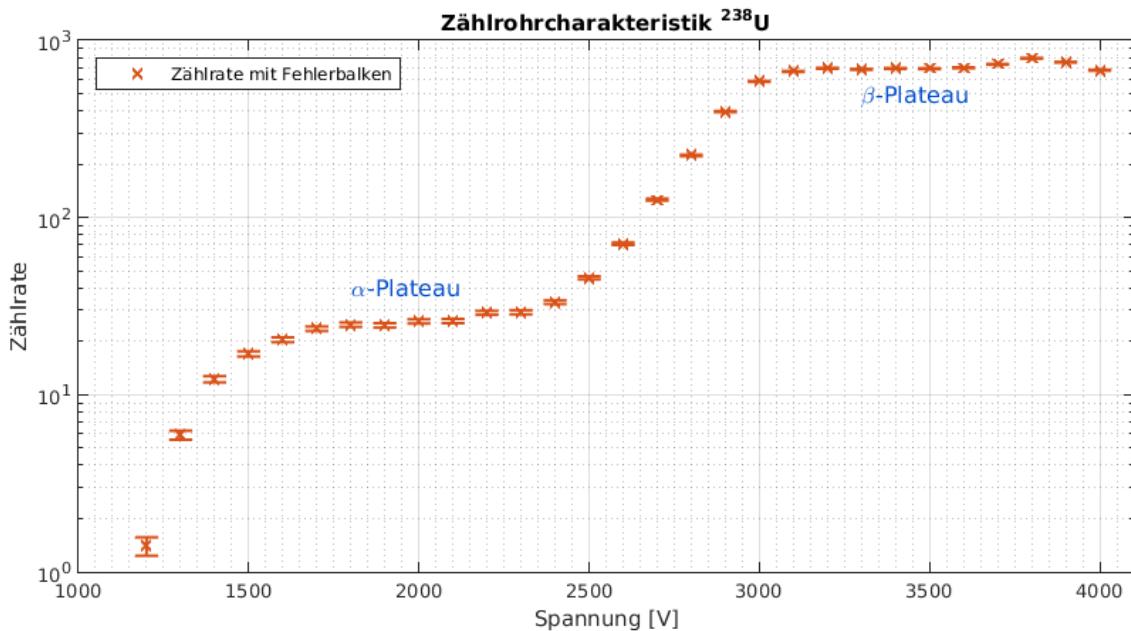
<sup>1</sup>Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit der Ergebnisse wurde drei Tage später eine zweite Messung für Samarium durchgeführt

## 6 Auswertung

### 6.1 Zählrohrcharakteristika

#### 6.1.1 $^{238}\text{Uran}$

Da die Uran-Probe ein  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahler ist, können die Proportionalzählohrbereiche beider Zerfälle ermittelt werden. Die Untergrundmessung mit leerer Aluminiumschale wurde abgezogen.



**Abbildung 5:** Uran Zählrohrcharakteristik im Bereich von 1kV – 4kV; logarithmische Darstellung der Zählraten zur Basis 10

Die Fehlerbalken aller folgenden Zählraten resultieren aus der Poisson-Statistik, die bei kleinen Wahrscheinlichkeiten  $p$  und großer Anzahl an Atomen  $n$  relevant wird. Hierbei ist  $\lambda$  die Rate.

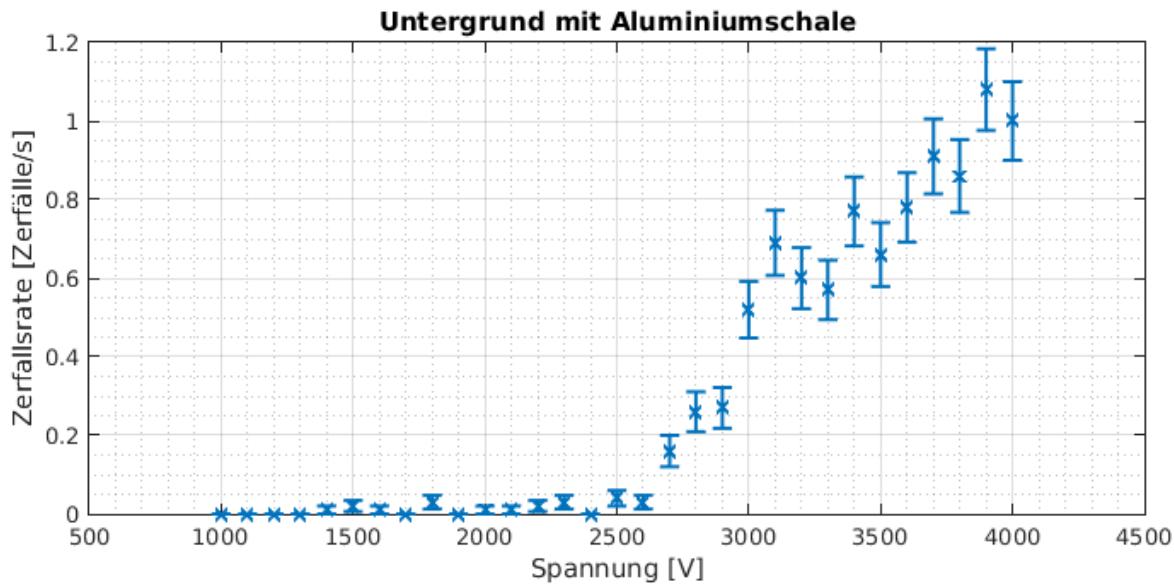
$$\begin{aligned} n \cdot p &= \lambda = \text{const.} \\ P(k, \lambda) &= \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \\ \sigma^2 &= E(k^2) - E(k)^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (k - E(k))^2 = \lambda \end{aligned}$$

Daraus folgt für die Fehler der Zählraten  $n$ :

$$\begin{aligned} s_N &= \sqrt{N} = \sqrt{n \cdot t} \\ \Rightarrow s_n &= s_N/t = \sqrt{\frac{n}{t}} \end{aligned}$$

Da der Fehler auf die Zeit  $t$  zu gering ist, um Einfluss zu nehmen, kann die Zeit als fehlerlos betrachtet werden. Wenn der Untergrund von einer Messung abgezogen wird, werden die Fehlerquadrate addiert.

$$s_n = \sqrt{s_{n,\text{Untergr.}}^2 + s_{n,\text{Exp.}}^2}$$



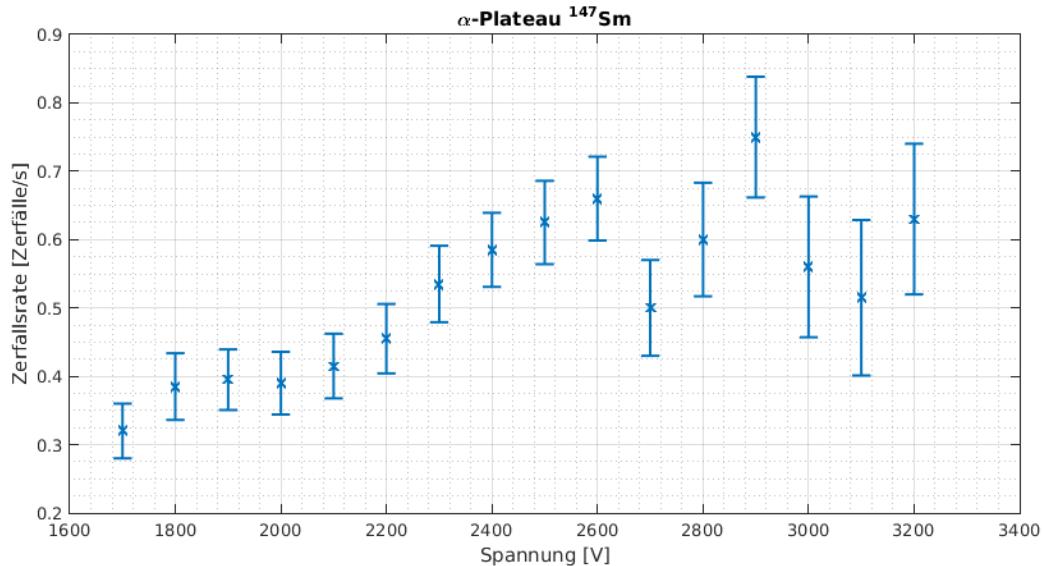
**Abbildung 6:** Aluminiumschale Zählrohrcharakteristik im Bereich von 1kV – 4kV; keine logarithmische Darstellung der Zählraten

Bei der Aluminiumschale bringt die logarithmische Darstellung keinen visuellen Vorteil und die Fehlerbalken für kleine Werte werden unanschaulich groß. Daher wird die lineare Darstellung verwendet.

Daraufhin kann man mit der Information, wo das jeweilige Plateau ist, genauere Aufnahmen mit separaten Zerfällen erstellen. Hierbei wird der Spannungsbereich entsprechend eingeschränkt. Das  $\alpha$ -Plateau findet sich ab einer Spannung von 1.5kV. Ab 2.5kV geht das Plateau über 0.5kV hinweg in das  $\beta$ -Plateau über (ab 3kV).

### 6.1.2 $^{147}\text{Sm}$

Man kann erkennen, dass man sich im Proportionalzählohrbereich befindet, da die Zählrate mit steigender Spannung größer wird. Für die Messung zur Bestimmung der Halbwertszeit von Samarium wählten wir eine Spannung von 2.5kV.



**Abbildung 7:** Samarium Zählrohrcharakteristik im Bereich von 1.5kV – 3.2kV

Es empfieilt sich eine Spannung zu wählen, bei der man eine gute Zählrate misst und der Untergrund im Verhältnis dazu klein ist. Jedoch sollte er noch messbar groß sein, um einen akzeptablen Fehler zu erzielen.

### 6.1.3 $^{40}\text{K}$

Wie bei Samarium, kann man auch hier erkennen, dass es sich um den Proportionalzählrohrbereich handelt. Für das Bestimmen eines sinnvollen Arbeitspunktes sind die Kriterien analog zu Samarium. Es wurde eine Spannung von 3.5kV für die Messung zur Bestimmung der Halbwertszeit gewählt.

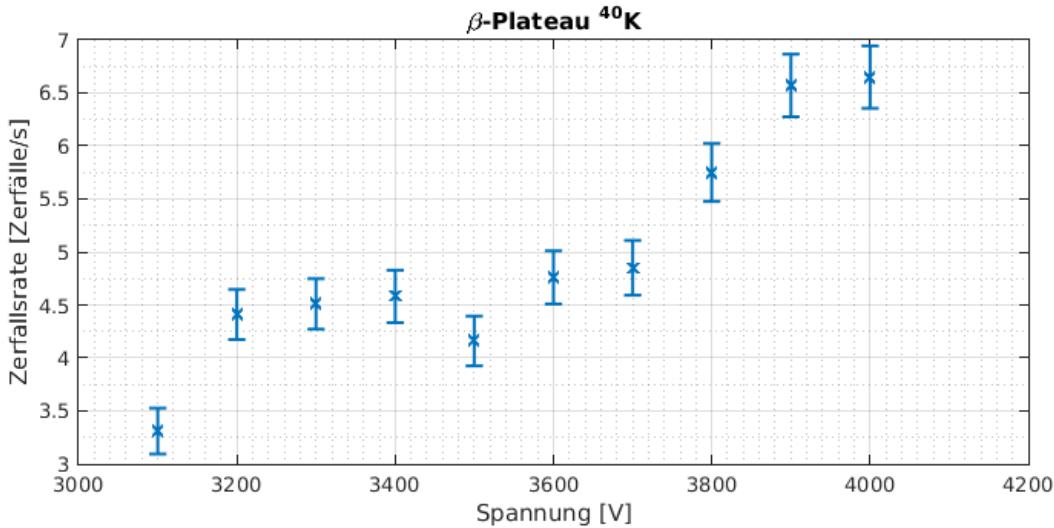


Abbildung 8: Kalium Zählrohrcharakteristik im Bereich von 3.1kV – 4kV

## 6.2 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{147}\text{Sm}$

In den theoretischen Grundlagen wurde der Ausdruck zur Bestimmung der Halbwertszeit von  $\alpha$ -Strahlern hergeleitet.

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)N}{A} = \frac{\ln(2)NR_{Sm_2O_3}}{4nd}$$

Da die Reichweite R und die Dichte der Probe im Versuch nicht bekannt sind, wird die Näherung von Bragg und Cleeman genutzt um diese durch bekannte Größen in Luft zu ersetzen:

$$R \cdot \rho = const \cdot \sqrt{m_A}$$

Dabei ist  $m_A$  das effektive Atomgewicht, welches sich aus dem Atomgewicht eines Elements  $m_{A_i}$  und dem relativen Anteil  $p_i$  an dieser berechnet über:

$$\sqrt{m_A} = \sum_i p_i \cdot \sqrt{m_{A_i}}$$

Wendet man diese Gleichung auf Luft und das im Versuch verwendete Samariumoxid ( $Sm_2O_3$ ) an und bildet das Verhältnis, so erhält man:

$$R_{Sm_2O_3} \cdot \rho_{Sm_2O_3} = 4.025 \cdot 10^{-3} \frac{g}{cm^2}$$

Mit der relativen Häufigkeit  $h_{rel} = 0.1487$  von  $^{147}\text{Sm}$  in natürlichem Samarium erhält man die Anzahl N  $^{147}\text{Sm}$ -Kerne:

$$N = 2 \cdot N_{Sm_2O_3} \cdot h_{rel}$$

Um die Anzahl an  $\text{Sm}_2\text{O}_3$  Molekülen zu bestimmen benutzt man die folgende Formel, wobei  $m_{mol,\text{Sm}_2\text{O}_3}$  die molare Masse des  $\text{Sm}_2\text{O}_3$  Moleküls ist und  $N_A$  die Avogadrozahl.

$$N_{\text{Sm}_2\text{O}_3} = \frac{m N_A}{m_{mol,\text{Sm}_2\text{O}_3}}$$

Daraus folgt eine Formel, die nur noch bekannte Größen fordert.

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)(R_{\text{Sm}_2\text{O}_3}\rho_{\text{Sm}_2\text{O}_3})N_A h_{rel}F}{2n m_{mol,\text{Sm}_2\text{O}_3}}$$

Um die Oberfläche  $F$  der Probe zu bestimmen, nahmen wir an, dass die Aluminiumschale kreisrund ist. Die unabhängigen Messungen des Schalendurchmessers geben der Annahme recht, da diese nur um 0.01cm variieren. Aus den Durchmessern wurde der Mittelwert gebildet.

$$\begin{aligned} s_d &= 0.005\text{cm} \\ d &= (2,877 \pm 0.003)\text{cm} \\ \implies F &= \frac{\pi d^2}{4} = (6.50 \pm 0.03)\text{cm}^2 \end{aligned}$$

Die Zählraten von Samarium wurden in 100 Sekunden Intervallen aufgenommen. Die Einzelnen Zählraten wurden mit dieser Intervallzeit multipliziert, danach aufaddiert und durch die Gesamtzeit geteilt, was der Bildung des Mittelwerts gleichkommt. Man kann die Einzelmessungen auch als eine große Messung auffassen, da diese direkt nacheinander durchgeführt wurden, wodurch obiges vorgenommen begründet wird.

Die Samarium-Messung wurde an einem Freitag durchgeführt und am darauffolgenden Montag wiederholt. Die Messung am Montag dient der Veranschaulichung der Reproduzierbarkeit der Ergebnisse und wurde kürzer als die Messung am Freitag durchgeführt, weshalb der relative Fehler auf die Zählrate größer ist.

Aus den Ergebnissen der einzelnen Intervalle der Untergrundmessung wird ein Mittelwert gebildet, welcher von der Zählrate der Probe abgezogen wird.

$$n = n_{\text{Sm}} - n_{\text{unter}}$$

$$\begin{aligned} n &= (0.352 \pm 0.010)\text{s}^{-1} \\ n_{test} &= (0.531 \pm 0.02)\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Schlussendlich erhält man die Halbwertszeiten der beiden Messungen.

$T_{1/2} = (2.09 \pm 0.06)10^{11}\text{Jahre}$
$T_{1/2,test} = (1.39 \pm 0.05)10^{11}\text{Jahre}$

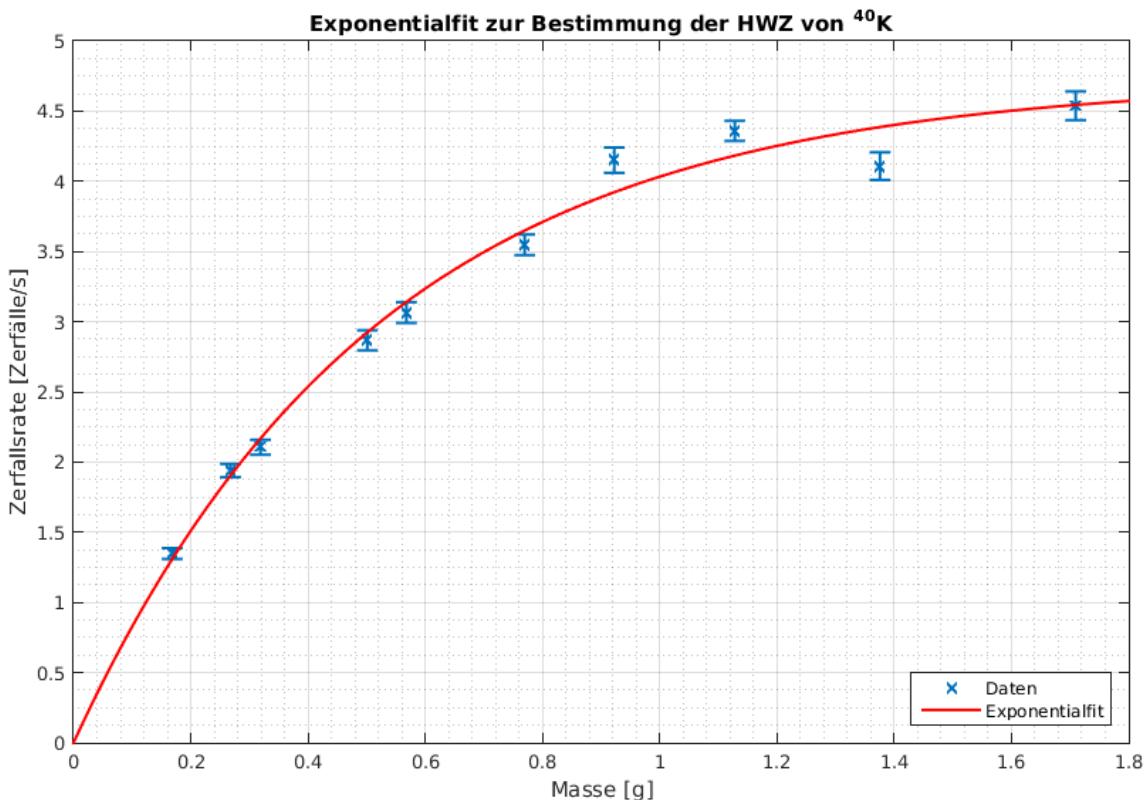
### 6.3 Bestimmung der Halbwertszeit von $^{40}\text{K}$

Zur Bestimmung der Halbwertszeit von Kalium dient der Zusammenhang

$$n(m) = f_B \frac{\Omega}{4\pi} A_s \frac{F\rho}{\mu} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{\mu}{F\rho} m \right] \right)$$

Die Zählrate wurde mit verschiedenen Massen von Kaliumchlorid gemessen, sodass man durch einen Exponentialfit die spezifische Aktivität erhält. Aus den einzelnen Zählraten der 100 Sekunden Intervalle wird wie oben der Mittelwert gebildet. Hier wird wie bei Samarium der Untergrund abgezogen. Die Fehler auf die Massen  $s_m = 0.001\text{g}$ , welche aus einer Abschätzung der Genauigkeit der Waage resultieren, sind sehr klein und können vernachlässigt werden. Es wurden die Massen der leeren Aluminiumschale ermittelt und von der Masse der gefüllten Aluminiumschalen abgezogen, um so auf das eigentliche Gewicht von Kaliumchlorid zu kommen.

$$n(m) = a \left( 1 - e^{-bm} \right)$$



**Abbildung 9:** Exponentialfit der Zählraten zur Bestimmung der spezifischen Aktivität

Es ist leicht ersichtlich, dass in diesem Fit starke Kovarianzen zwischen  $a$  und  $b$  entstehen.

$a = (4.72 \pm 0.16)\text{s}^{-1}$
$b = (1.93 \pm 0.13)\text{g}^{-1}$

$$\text{cov}(a, b) = \begin{pmatrix} 0.026 & -0.014 \\ -0.014 & 0.017 \end{pmatrix}$$

Der Goodness of Fit Test liefert

$$\frac{\chi^2}{ndf} = 3.4$$

Die spezifische Aktivität  $A_s$  ergibt sich mit

$$A_s = \frac{2ab}{f_B} \quad f_B = 1.29 \text{ Rückstreu faktor}$$

$$s_{A_s} = \sqrt{\sum_{i,j}^2 \frac{\partial A_s}{\partial a_i} \frac{\partial A_s}{\partial a_j} cov(a_i, a_j)} \quad a_{i,j} \text{ sind Koeff. } a \text{ und } b$$

$$A_s = (14.1 \pm 0.5)(\text{gs})^{-1}$$

Schlussendlich erhält man die mittlere Lebensdauer mit

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)f_B N_A h_{rel}}{1.12 \cdot 2ab m_{mol, KCl}} = \frac{\ln(2)N_A h_{rel}}{1.12 A_s m_{mol, KCl}}$$

$$s_{T_{1/2}} = T_{1/2} \frac{s_{A_s}}{A_s}$$

$$T_{1/2} = (1.33 \pm 0.05)10^9 \text{ Jahre}$$

## 7 Zusammenfassung/Diskussion

Die berechnete Halbwertszeit von  $^{40}\text{K}$  liegt innerhalb von einer Standardabweichung am Literaturwert. Zudem beträgt der relative Fehler nur 4% und das  $\chi^2/ndf = 3.4$  des Exponentialfits liegt nahe an 1, sodass die Daten (inklusive Fehler) gut zum Modell des beschränkten Wachstums passt. Die berechneten Kovarianzen der Parameter  $a$  und  $b$  reduzieren den Fehler auf die spezifische Aktivität  $A_s$  um ca. 30%.

Element	betrachtete Verbindung	Halbwertszeit [a]
$^{147}\text{Sm}$	$\text{Sm}_2\text{O}_3$	$(2.09 \pm 0.06)10^{11}$
$^{147}\text{Sm}$ (Test)	$\text{Sm}_2\text{O}_3$	$(1.39 \pm 0.05)10^{11}$
$^{147}\text{Sm}$	Literaturwert [2]	$1.06 \cdot 10^{11}$
$^{40}\text{K}$	KCl	$(1.33 \pm 0.05)10^9$
$^{40}\text{K}$	Literaturwert [2]	$1.28 \cdot 10^9$

Bei  $^{147}\text{Sm}$  zeigen sich mehrere Ungereimtheiten. Zunächst fällt auf, dass die Reproduzierbarkeit der Zählrate nicht gewährleistet ist, da diese wesentlich höher ausfiel. Dabei wurden keine Einstellungen verändert und über den ganzen Verlauf des Versuchs alle Geräte permanent betrieben. Durch die höhere Zählrate der zweiten Messung ist auch der Fehler akzeptabel ausgefallen. Als zweites fällt auf, dass beide Werte zu hoch liegen, um noch mit dem Fehler zu argumentieren. Es liegt ein nicht beachteter systematischer Fehler vor, der im folgenden diskutiert wird.

Je nachdem wie der wirkliche Aufbau der Drehscheibe ist, kann es sein, dass durch falsche Drehung das Präparat zum Teil abgedeckt ist, und somit die Fläche in Wirklichkeit kleiner ist, als die Abmessungen der Aluminiumschale. Dies würde auf die große Diskrepanz zwischen den beiden Messwerten erklären. Wir halten diesen Fehler allerdings für äußerst unwahrscheinlich.

Da die Samarium-Probe nach dem Versuch wieder zurück gefüllt wird, kann es durchaus sein, dass es sich nicht mehr um reines  $\text{Sm}_2\text{O}_3$  handelt. Dies würde nicht den Unterschied zwischen den Messwerten erklären, aber durchaus, dass beide Werte zu hoch sind.

Die Massen, die laut Modell keinen Einfluss haben sollten, waren unterschiedlich gewählt.

$$m = (2.2381 \pm 0.0014)\text{g} \quad m_{test} = (1.7024 \pm 0.0014)\text{g}$$

Um eine Massenabhängigkeit zu bestätigen, bräuchte man jedoch mehr Messwerte. Wenn man davon ausgeht, dass beide Aluminiumschalen gleich hoch befüllt waren, so könnte die Dichte variiert haben und somit auch die Selbstabsorption in der Probe, da die angesetzte Näherung von  $\rho \cdot R$  in diesem Fall eventuell nicht vollkommen richtig ist.

Die Totzeit der Aparatur kann keine Rolle gespielt haben, da sonst vor allem beim viel aktiveren  $^{40}\text{K}$  ein systematischer Fehler aufgetreten wäre. Auch die Diskriminatorschwelle kann nicht das Problem sein, da ansonsten die Auswirkung auf den nicht so energetischen  $\beta$ -Zerfall viel höher wäre als auf den  $\alpha$ -Zerfall.

## 8 Anhang

### 8.1 Tabellen

#### 8.1.1 $\alpha$ -Plateau Samarium

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
1700,000	200,000	0,320
1800,000	200,000	0,415
1900,000	200,000	0,395
2000,000	200,000	0,400
2100,000	200,000	0,425
2200,000	200,000	0,475
2300,000	200,000	0,565
2400,000	200,000	0,585
2500,000	200,000	0,665
2600,000	200,000	0,690
2700,000	200,000	0,660
2800,000	200,000	0,860
2900,000	200,000	1,020
3000,000	200,000	1,080
3100,000	200,000	1,205
3200,000	200,000	1,230

#### 8.1.2 $\beta$ -Plateau Samarium

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3100,000	100,000	4,000
3200,000	100,000	5,010
3300,000	100,000	5,080
3400,000	100,000	5,350
3500,000	100,000	4,820
3600,000	100,000	5,540
3700,000	100,000	5,760
3800,000	100,000	6,610
3900,000	100,000	7,650
4000,000	100,000	7,650

#### 8.1.3 Aluschale

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
1000,000	100,000	0,000
1100,000	100,000	0,000
1200,000	100,000	0,000
1300,000	100,000	0,000
1400,000	100,000	0,010
1500,000	100,000	0,020
1600,000	100,000	0,010
1700,000	100,000	0,000
1800,000	100,000	0,030
1900,000	100,000	0,000
2000,000	100,000	0,010
2100,000	100,000	0,010
2200,000	100,000	0,020
2300,000	100,000	0,030
2400,000	100,000	0,000
2500,000	100,000	0,040
2600,000	100,000	0,030
2700,000	100,000	0,160
2800,000	100,000	0,260
2900,000	100,000	0,270
3000,000	100,000	0,520
3100,000	100,000	0,690
3200,000	100,000	0,600
3300,000	100,000	0,570
3400,000	100,000	0,770
3500,000	100,000	0,660
3600,000	100,000	0,780
3700,000	100,000	0,910
3800,000	100,000	0,860

3900,000	100,000	1,080
4000,000	100,000	1,000

### 8.1.4 Uran

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
1000,000	50,000	0,000
1100,000	50,000	0,000
1200,000	50,000	1,400
1300,000	50,000	5,920
1400,000	50,000	12,240
1500,000	50,000	17,020
1600,000	50,000	20,440
1700,000	50,000	23,560
1800,000	50,000	24,880
1900,000	50,000	24,640
2000,000	50,000	25,920
2100,000	50,000	26,080
2200,000	50,000	29,000
2300,000	50,000	29,260
2400,000	50,000	33,340
2500,000	50,000	45,680
2600,000	50,000	71,180
2700,000	50,000	126,440
2800,000	50,000	224,340
2900,000	50,000	396,640
3000,000	50,000	586,420
3100,000	50,000	667,280
3200,000	50,000	696,060
3300,000	50,000	685,860
3400,000	50,000	694,800
3500,000	50,000	692,320
3600,000	50,000	701,080
3700,000	50,000	732,960
3800,000	50,000	792,760
3900,000	50,000	753,800
4000,000	50,000	678,620

### 8.1.5 Kalium

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	4,480
3500,000	100,000	4,700
3500,000	100,000	5,160
3500,000	100,000	5,050
3500,000	100,000	4,850

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	4,610
3500,000	100,000	5,180
3500,000	100,000	4,840
3500,000	100,000	4,880
3500,000	100,000	4,710
3500,000	100,000	5,120

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	3,160
3500,000	100,000	3,880
3500,000	100,000	3,360
3500,000	100,000	3,810
3500,000	100,000	3,690
3500,000	100,000	3,670
3500,000	100,000	3,680

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	2,460
3500,000	100,000	2,650
3500,000	100,000	2,710
3500,000	100,000	2,590
3500,000	100,000	2,980
3500,000	100,000	3,110
3500,000	100,000	2,700
3500,000	100,000	2,520
3500,000	100,000	2,500
3500,000	100,000	2,560
3500,000	100,000	2,740
3500,000	100,000	2,620

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	3,590
3500,000	100,000	3,940
3500,000	100,000	3,600
3500,000	100,000	3,710
3500,000	100,000	4,010
3500,000	100,000	3,680
3500,000	100,000	4,100

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	2,380
3500,000	100,000	2,760
3500,000	100,000	3,160
3500,000	100,000	3,160
3500,000	100,000	2,770
3500,000	100,000	2,950
3500,000	100,000	2,830
3500,000	100,000	2,770
3500,000	100,000	2,860
3500,000	100,000	2,810

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	1,930
3500,000	100,000	2,040
3500,000	100,000	2,180
3500,000	100,000	1,950
3500,000	100,000	1,920
3500,000	100,000	2,120
3500,000	100,000	2,110
3500,000	100,000	2,060
3500,000	100,000	2,270
3500,000	100,000	1,990
3500,000	100,000	2,200
3500,000	100,000	2,170
3500,000	100,000	2,150
3500,000	100,000	2,130

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	3,920
3500,000	100,000	4,420
3500,000	100,000	4,740
3500,000	100,000	4,480
3500,000	100,000	4,270
3500,000	100,000	3,790
3500,000	100,000	4,390
3500,000	100,000	4,290

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	5,040
3500,000	100,000	5,300
3500,000	100,000	5,770
3500,000	100,000	5,140
3500,000	100,000	5,140

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
3500,000	100,000	5,130
3500,000	100,000	5,630
3500,000	100,000	4,930
3500,000	100,000	5,390
3500,000	100,000	5,090
3500,000	100,000	5,110
3500,000	100,000	5,290
3500,000	100,000	5,140
3500,000	100,000	4,470
3500,000	100,000	4,810

### 8.1.6 Samarium 3800s

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
2500,000	100,000	0,360
2500,000	100,000	0,390
2500,000	100,000	0,410
2500,000	100,000	0,390
2500,000	100,000	0,400
2500,000	100,000	0,440
2500,000	100,000	0,410
2500,000	100,000	0,360
2500,000	100,000	0,470
2500,000	100,000	0,430
2500,000	100,000	0,440
2500,000	100,000	0,360
2500,000	100,000	0,480
2500,000	100,000	0,420
2500,000	100,000	0,350
2500,000	100,000	0,410
2500,000	100,000	0,250
2500,000	100,000	0,340
2500,000	100,000	0,540
2500,000	100,000	0,460
2500,000	100,000	0,420
2500,000	100,000	0,400
2500,000	100,000	0,470
2500,000	100,000	0,310
2500,000	100,000	0,380
2500,000	100,000	0,360
2500,000	100,000	0,450
2500,000	100,000	0,350
2500,000	100,000	0,380
2500,000	100,000	0,580
2500,000	100,000	0,440
2500,000	100,000	0,380
2500,000	100,000	0,390
2500,000	100,000	0,450
2500,000	100,000	0,410
2500,000	100,000	0,470
2500,000	100,000	0,380
2500,000	100,000	0,300

### 8.1.7 Samarium 1800s

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
2500,000	100,000	0,600
2500,000	100,000	0,600
2500,000	100,000	0,570
2500,000	100,000	0,670
2500,000	100,000	0,490
2500,000	100,000	0,570
2500,000	100,000	0,630
2500,000	100,000	0,690
2500,000	100,000	0,500
2500,000	100,000	0,750
2500,000	100,000	0,570
2500,000	100,000	0,620
2500,000	100,000	0,490
2500,000	100,000	0,600
2500,000	100,000	0,370
2500,000	100,000	0,480
2500,000	100,000	0,680
2500,000	100,000	0,640

### 8.1.8 Untergrund

Spannung	Zeit [s]	Zählrate [ $s^{-1}$ ]
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,065
2500,000	600,000	0,042
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,047
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,075
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,038
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,065
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,063
2500,000	600,000	0,040
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,047
2500,000	600,000	0,033
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,038
2500,000	600,000	0,065
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,047
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,063
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,067
2500,000	600,000	0,047
2500,000	600,000	0,060
2500,000	600,000	0,040
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,057

2500,000	600,000	0,038
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,045
2500,000	600,000	0,070
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,040
2500,000	600,000	0,037
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,043
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,073
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,043
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,045
2500,000	600,000	0,075
2500,000	600,000	0,067
2500,000	600,000	0,043
2500,000	600,000	0,063
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,043
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,060
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,043
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,040
2500,000	600,000	0,045
2500,000	600,000	0,040
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,073
2500,000	600,000	0,060
2500,000	600,000	0,045
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,045
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,032
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,043
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,057
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,072
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,050
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,060
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,048

2500,000	600,000	0,037
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,060
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,078
2500,000	600,000	0,053
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,068
2500,000	600,000	0,060
2500,000	600,000	0,052
2500,000	600,000	0,055
2500,000	600,000	0,040
2500,000	600,000	0,067
2500,000	600,000	0,047
2500,000	600,000	0,063
2500,000	600,000	0,045
2500,000	600,000	0,058
2500,000	600,000	0,048
2500,000	600,000	0,035
2500,000	600,000	0,047
2500,000	600,000	0,062
2500,000	600,000	0,048
3500,000	600,000	0,820
3500,000	600,000	0,747
3500,000	600,000	0,780
3500,000	600,000	0,767
3500,000	600,000	0,713
3500,000	600,000	0,728
3500,000	600,000	0,780
3500,000	600,000	0,793
3500,000	600,000	0,738
3500,000	600,000	0,773
3500,000	600,000	0,707
3500,000	600,000	0,753
3500,000	600,000	0,730
3500,000	600,000	0,760
3500,000	600,000	0,772
3500,000	600,000	0,738
3500,000	600,000	0,763
3500,000	600,000	0,725
3500,000	600,000	0,687
3500,000	600,000	0,690
3500,000	600,000	0,760
3500,000	600,000	0,717
3500,000	600,000	0,775
3500,000	600,000	0,750
3500,000	600,000	0,753
3500,000	600,000	0,738
3500,000	600,000	0,738
3500,000	600,000	0,722
3500,000	600,000	0,748
3500,000	600,000	0,717
3500,000	600,000	0,725
3500,000	600,000	0,788
3500,000	600,000	0,742
3500,000	600,000	0,722
3500,000	600,000	0,707
3500,000	600,000	0,832
3500,000	600,000	0,752
3500,000	600,000	0,733
3500,000	600,000	0,717
3500,000	600,000	0,783
3500,000	600,000	0,787
3500,000	600,000	0,768
3500,000	600,000	0,763
3500,000	600,000	0,755
3500,000	600,000	0,778
3500,000	600,000	0,715
3500,000	600,000	0,847
3500,000	600,000	0,757
3500,000	600,000	0,715
3500,000	600,000	0,728

3500,000	600,000	0,780
3500,000	600,000	0,773
3500,000	600,000	0,770
3500,000	600,000	0,760
3500,000	600,000	0,790
3500,000	600,000	0,777
3500,000	600,000	0,720
3500,000	600,000	0,692
3500,000	600,000	0,778
3500,000	600,000	0,705
3500,000	600,000	0,715
3500,000	600,000	0,698
3500,000	600,000	0,768
3500,000	600,000	0,797
3500,000	600,000	0,750
3500,000	600,000	0,703
3500,000	600,000	0,745
3500,000	600,000	0,687
3500,000	600,000	0,740
3500,000	600,000	0,657
3500,000	600,000	0,760
3500,000	600,000	0,663
3500,000	600,000	0,782
3500,000	600,000	0,740
3500,000	600,000	0,765
3500,000	600,000	0,683
3500,000	600,000	0,765
3500,000	600,000	0,725
3500,000	600,000	0,740
3500,000	600,000	0,725
3500,000	600,000	0,740
3500,000	600,000	0,765
3500,000	600,000	0,673
3500,000	600,000	0,700
3500,000	600,000	0,753
3500,000	600,000	0,715
3500,000	600,000	0,673
3500,000	600,000	0,692
3500,000	600,000	0,677
3500,000	600,000	0,770
3500,000	600,000	0,675
3500,000	600,000	0,727
3500,000	600,000	0,767
3500,000	600,000	0,748
3500,000	600,000	0,720
3500,000	600,000	0,743
3500,000	600,000	0,738
3500,000	600,000	0,742
3500,000	600,000	0,673
3500,000	600,000	0,697
3500,000	600,000	0,803
3500,000	600,000	0,775
3500,000	600,000	0,733
3500,000	600,000	0,752
3500,000	600,000	0,750
3500,000	600,000	0,695
3500,000	600,000	0,710
3500,000	600,000	0,698
3500,000	600,000	0,730
3500,000	600,000	0,825
3500,000	600,000	0,717
3500,000	600,000	0,803
3500,000	600,000	0,730
3500,000	600,000	0,758
3500,000	600,000	0,757
3500,000	600,000	0,737
3500,000	600,000	0,742
3500,000	600,000	0,720
3500,000	600,000	0,685
3500,000	600,000	0,740
3500,000	600,000	0,773
3500,000	600,000	0,687

3500,000	600,000	0,668
3500,000	600,000	0,757
3500,000	600,000	0,730
3500,000	600,000	0,817
3500,000	600,000	0,693
3500,000	600,000	0,735
3500,000	600,000	0,680
3500,000	600,000	0,697
3500,000	600,000	0,718
3500,000	600,000	0,778
3500,000	600,000	0,743
3500,000	600,000	0,698
3500,000	600,000	0,730
3500,000	600,000	0,730
3500,000	600,000	0,758
3500,000	600,000	0,715
3500,000	600,000	0,755
3500,000	600,000	0,743
3500,000	600,000	0,682
3500,000	600,000	0,802
3500,000	600,000	0,728

## 8.2 Quellcode (MATLAB)

```

clear all

%-----IMPORT-----
load alpha_workspace.mat

%-----Untergrund-----
backa=(sum(backalpha (:,2))*backalpha (1,1))/(backalpha (1,1)*length(backalpha (:,1)));
sbacka=sqrt(backa/(backalpha (1,1)*length(backalpha (:,1))));

backb=(sum(backbeta (:,2))*backbeta (1,1))/(backbeta (1,1)*length(backbeta (:,1)));
sbackb=sqrt(backb/(backbeta (1,1)*length(backbeta (:,1))));

%-----Samarium-----
sama=(sum(sm (:,2))*sm (1,1))./ (sm (1,1)*length(sm (:,1)));
ssama=sqrt(sama./ (sm (1,1)*length(sm (:,1))));

samatest=(sum(smttest (:,2))*smttest (1,1))/(smttest (1,1)*length(smttest (:,1)));
ssamatest=sqrt(samatest/(smttest (1,1)*length(smttest (:,1))));

sama=sama-backa;
ssama=sqrt(ssama^2+sbacka^2);

samatest=samatest-backa;
ssamatest=sqrt(ssamatest^2+sbacka^2);

%-----HWZ-----
rrho=4.026*10^-2;      %kg/m^2
hrel(1)=0.1487;
avo=6.022140857*10^23;
r=[0.0288 0.0288 0.0287]./2;
sr=0.00005;
F=pi*mean(r)^2;
sF=2*pi*mean(r)*sr/sqrt(3);
mmol(1)=0.348702;      %kg/mol
TS=log(2)*rrho*avo*hrel*F./ (2.*[sama samatest].*mmol*(60*60*24*365));
sTS=TS.*sqrt((sF/F)^2+([ssama ssamatest]./[sama samatest]).^2);

%-----Kalium-----
m=1000.*([.0026657 .0022122 .0017912 .0015576 .0018577 .0016088 .0014582 .0020595 .0029994 .0024178] - .0012899);
smm=sqrt(2)*.000001;

kal=zeros(1,10);
skal=zeros(1,10);
for i=1:10
    eval(sprintf('kal(i)=(sum(kalium%d(:,2))*kalium%d(1,1))/(kalium%d(1,1)*length(kalium%d(:,1)));',i,i,i,i));
    eval(sprintf('skal(i)=sqrt(kal(i)/(sm(1,1)*length(kalium%d(:,1))));',i));
end
kal=kal-backb;

%-----Fit-----
%Kovarianz
modelfun=@(a,x)(a(1)*(1-exp(-a(2)*x)));
start=[5;2];
[par R J Cov]=nlinfit(m',kal',modelfun,start,'Weights',(1./skal.^2)');

%Fit
fo=fitoptions('Method','NonlinearLeastSquares','Startpoint',[1 1],'Weights',1./skal.^2);
ft=fittype('a*(1-exp(-b*x))','options',fo);
[fitexp gof]=fit(m',kal',ft);

coefficients=coeffvalues(fitexp);
a=coefficients(1);
b=coefficients(2);

confidence=confint(fitexp);
confidence=confidence(2,:)-confidence(1,:);

```

```

sa=confidence(1)/4;
sb=confidence(2)/4;

%-----Fit-----
syms A
syms B
Asfunc=2*A*B/1.29;
dAsdA=inline('diff(Asfunc,A)');
dAsdB=inline('diff(Asfunc,B)');
Asfunc=inline(Asfunc);

As=Asfunc(a,b);
sAs=sqrt(dAsdA(b)^2*Cov(1,1) + dAsdB(a)^2*Cov(2,2) + 2*dAsdB(a)*dAsdA(b)*Cov(1,2));
hrel(2)=0.000118;
mmol(2)=74.5513;

TK=log(2)*avo*hrel(2)/(1.12*As*mmol(2)*60*60*24*365);
sTK=TK*(sAs/As);
%-----Plateaus-----

uran(:,4)=sqrt(uran(:,3)./uran(1,2));
schale(:,4)=sqrt(schale(:,3)./schale(1,2));
uran(:,3)=uran(:,3)-schale(:,3);
uran(:,4)=sqrt(uran(:,4).^2+schale(:,4).^2);

alphaplateau(:,4)=sqrt(alphaplateau(:,3)./alphaplateau(1,2));
alphaplateau(:,3)=alphaplateau(:,3)-schale((find(schale(:,1)==alphaplateau(1,1))):(find(schale(:,1)==alphaplateau(1,1)))-1);
alphaplateau(:,4)=sqrt(alphaplateau(:,4).^2+schale((find(schale(:,1)==alphaplateau(1,1))):(find(schale(:,1)==alphaplateau(1,1))-1)));
betaplateau(:,4)=sqrt(betaplateau(:,3)./betaplateau(1,2));
betaplateau(:,3)=betaplateau(:,3)-schale((find(schale(:,1)==betaplateau(1,1))):(find(schale(:,1)==betaplateau(1,1))-1));
betaplateau(:,4)=sqrt(betaplateau(:,4).^2+schale((find(schale(:,1)==betaplateau(1,1))):(find(schale(:,1)==betaplateau(1,1))-1)));

%-----PLOT-----

figure(1)
errorbar(m,kal,skal,'x','Linewidth',1.5)
title('Exponentialfit zur Bestimmung der HWZ von {40}K')
hold on
grid on
grid minor
p2=plot(fitexp);
set(p2,'Linewidth',1.5)
hold off
legend('Daten','Exponentialfit','Location','southeast')
xlim([0 1.8])
xlabel('Masse [g]')
ylabel('Zerfallsrate [Zerfälle/s]')

figure(2)
semilogy(uram(:,1),uram(:,3),'x')
xlim([1000 4100])
hold on
p1=errorbar(uram(:,1),uram(:,3),uram(:,4),'x','Linewidth',1.5);
hold off
title('Zährlrohrcharakteristik {238}U')
grid on
grid minor
legend([p1],'Zählrate mit Fehlerbalken','Location','northwest')
xlabel('Spannung [V]')
ylabel('Zerfallsrate [Zerfälle/s]')
t1=text(1800,40,'alpha-Plateau');
t2=text(3300,500,'beta-Plateau');
set(t1,'Color',[0 0.3 0.8],'FontSize',12)
set(t2,'Color',[0 0.3 0.8],'FontSize',12)

figure(3)
errorbar(alphaplateau(:,1),alphaplateau(:,3),alphaplateau(:,4),'x','Linewidth',1.5)
title('\alpha-Plateau {147}Sm')
xlabel('Spannung [V]')
ylabel('Zerfallsrate [Zerfälle/s]')

```

```
grid on
grid minor

figure(4)
errorbar(betaplateau(:,1), betaplateau(:,3), betaplateau(:,4), 'x', 'Linewidth', 1.5)
title('beta-Plateau_{40}K')
xlabel('Spannung[V]')
ylabel('Zerfallsrate[Zerfälle/s]')
grid on
grid minor

figure(5)
errorbar(schale(:,1), schale(:,3), schale(:,4), 'x', 'Linewidth', 1.5)
title('Untergrund mit Aluminiumschale')
xlabel('Spannung[V]')
ylabel('Zerfallsrate[Zerfälle/s]')
grid on
grid minor
```

### 8.3 Laborheft

LHW2

shaping amp.: coarse gain = 200  
gain = 1,5  
shaping time = 6  $\mu$ s

timing SCA: lower level = 3,6  
delay = 1,4

Schale ohne Samarium: 1,2899 g  
mit Sm : 3,5280 g, 2,9923

S-Scale :  $d_1 = 2,880 \text{ cm}$   
 $d_2 = 2,880 \text{ cm}$   
 $d_3 = 2,870 \text{ cm}$        $s_d = 0,035 \text{ cm}$

Schale ohne Kationen

Kalium:

- 1.) Plateau-Messung
- 2.)  $m_1 = 2,6657 \text{ g}$        $m_5 = \cancel{2,0} 1,8577 \text{ g}$   
 $m_2 = 2,2122 \text{ g}$        $m_6 = 1,6088 \text{ g}$   
 $m_3 = 1,7912 \text{ g}$        $m_7 = 1,4582 \text{ g}$   
 ~~$m_4 = 1,6652 \text{ g}$~~        $m_8 = 2,0595 \text{ g}$   
 $m_4 = 1,5576 \text{ g}$        $m_9 = 2,9994 \text{ g}$   
 ~~$m_{10} = 2,4178 \text{ g}$~~

## Abbildungsverzeichnis

1	Schematische Darstellung eines Durchflusszählrohrs . . . . .	5
2	Charakteristik eines Zählrohrs. Das verwendete Methan-Durchflusszählrohr arbeitet in Bereich III, dem Proportionalbereich . . . . .	6
3	Bei einer maximalen Reichweite R von $\alpha$ -Teilchen in der Probe gibt es einen maximalen Winkel $\theta_{max}$ unter dem die Teilchen noch die Probe verlassen und detektiert werden können. . . . .	6
4	Schaltskizze des Versuchs. VV:Vorverstärker, HV: Hochspannung . . . . .	9
5	Uran Zählrohrcharakteristik im Bereich von 1kV – 4kV; logarithmische Darstellung der Zählraten zur Basis 10 . . . . .	12
6	Aluminiumschale Zählrohrcharakteristik im Bereich von 1kV – 4kV; keine logarithmische Darstellung der Zählraten . . . . .	13
7	Samarium Zählrohrcharakteristik im Bereich von 1.5kV – 3.2kV . . . . .	13
8	Kalium Zählrohrcharakteristik im Bereich von 3.1kV – 4kV . . . . .	14
9	Exponentialfit der Zählraten zur Bestimmung der spezifischen Aktivität . . . . .	16

## Literatur

- [1] Tobijas Kotyk, *Versuche zur Radioaktivität im Physikalischen Fortgeschrittenen Praktikum an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg*, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg, 2005
- [2] *Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum I: Lange Halbwertszeiten* Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg, 2012
- [3] <http://www.convertunits.com/molarmass/<ELEMENTNAME AUF ENGLISCH>>, Stand 28.09.2015