

Einrichtung des Versuches „SQUID“

Wissenschaftliche Arbeit für die Zulassung
zur Prüfung für das Lehramt an Gymnasien

vorgelegt von

Volker Bange

geb. in Wehr/Baden

Fakultät für Physik

Albert-Ludwigs-Universität

Freiburg im Breisgau

Mai 2000

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
0.1 Inhalt der Arbeit	2
1 Supraleitung	3
1.1 Historischer Rückblick	3
1.2 Anwendungen der Supraleitung	6
1.3 Theorie zur Supraleitung	10
1.3.1 Cooper-Paare	10
1.3.2 Der BCS-Grundzustand	12
1.4 Makroskopische Eigenschaften der Supraleitung	17
1.5 Die Hochtemperatur-Supraleitung	18
2 Physikalische Grundlagen des SQUID	21
2.1 Die Flußquantisierung	21
2.2 Der Josephson-Effekt	23
3 Das SQUID	29
3.1 Das DC-SQUID	29
3.2 Das RF-SQUID	31
3.2.1 Die Signalerzeugung des SQUID	32
3.2.2 Der elektronische Aufbau des Magnetfelddetektors	37

4 Versuchsaufbau und Komponenten	42
4.1 Aufbau des Versuches	42
4.2 Komponenten	43
4.2.1 Der SQUID-Sensor und seine Halterung (Dewar)	43
4.2.2 Die Control Unit	44
4.2.3 Die Probenhalterung mit Motor und Impulsgeber	47
4.2.4 Die Software „WinSQUID“	48
5 Messungen und Ergebnisse	49
5.1 Die Supraleitung	49
5.2 Das SQUID-Pattern	50
5.3 Das Magnetfeld einer Leiterschleife	51
5.3.1 Berechnungen des Magnetfeldes einer Leiterschleife	52
5.3.2 Magnetfeldmeßergebnisse für die Leiterschleife	57
5.4 Das Magnetfeld diverser Proben	62
6 Problem „SQUID-Stabilität“	68
Zusammenfassung	69
A Prozeduren in „WinSQUID“	70
B Versuchsanleitung	73
B.1 Vorwort zum Versuch	73
B.2 Vorkenntnisse	73
B.3 Aufgabenstellung	73
B.4 Versuchsdurchführung und Auswertung	74
C Technische Hinweise	77
C.1 Geräteliste	77
C.2 Versuchsausbau	78
C.2.1 Messung der Supraleitung	78
C.2.2 Magnetfeldmessungen	78

D Literatur	79
D.1 Wissenschaftliche Arbeiten	79
D.2 Weiterführende Literatur	79
Literaturverzeichnis	80
Danksagung	82

Abbildungsverzeichnis

1	Das RF- und DC-SQUID	1
1.1	Meßkurve, mit der die Supraleitung entdeckt wurde	4
1.2	Meissner-Ochsenfeld-Effekt	5
1.3	Phononinduzierte Wechselwirkung	10
1.4	Die Fermi-Energie im k -Raum	11
1.5	Veranschaulichung eines Stoßes $(k, -k) \rightarrow (k', -k')$	13
1.6	Energielücke Δ	16
1.7	Abhängigkeit der Sprungtemperatur bei Hochtemperatur-Supraleitern von der Sauerstoffverarmung	20
2.1	Experimentelle Ergebnisse zur Flußquantisierung	23
2.2	Schaltung zur Beobachtung der Josephson-Effekte	24
2.3	Tunneleffekt: Vielteilchenwellenfunktionen in den jeweiligen Supraleitern	24
2.4	Tunnelgleichstromcharakteristik eines symmetrischen Josephson-Kontaktes	27
2.5	Abhängigkeit des maximalen Josephson-Stromes von einem Magnetfeld	28
2.6	Tunnelkontakt im Magnetfeld	28
3.1	Prinzipschaltung des DC-SQUIDs	30
3.2	Abhängigkeiten verschiedener Meßgrößen vom magnetischen Fluß in einem DC-SQUID	31
3.3	Prinzipschaltung des RF-SQUIDs	32
3.4	Hystereseschleife des totalen Flußes aufgetragen gegen den externen Fluß	33

3.5	Signalerzeugung des SQUID	35
3.6	Strom-Spannungs-Abhängigkeit und Flus-Spannungs-Abhängigkeit des Resonanzschwingkreises	36
3.7	SQUID-Pattern	36
3.8	Blockdiagramm der Control Unit im „Set-Modus“	37
3.9	Blockdiagramm der Control Unit im „Meß-Modus“	38
3.10	Spannungsmodulation für den Fall $\Phi^{ext} = n\Phi_0$	40
3.11	Spannungsmodulation für den Fall $\Phi^{ext} = (n + 1/4)\Phi_0$	40
3.12	Spannungsmodulation für den Fall $\Phi^{ext} = (n - 1/4)\Phi_0$	40
3.13	Abhängigkeit der Ausgangsspannung vom externen Flus	41
4.1	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus	43
4.2	Frontplatte der Control Unit	45
4.3	Frontplatte der Motorsteuerung	47
5.1	Schaltung zur Messung des elektrischen Widerstandes eines Supraleiters	50
5.2	Das SQUID-Pattern	51
5.3	Zum Biot-Savart-Gesetz	52
5.4	Abstand SQUID-Sonde zur Probenrotationsachse	53
5.5	Zur Berechnung des Magnetfeldes einer Leierschleife	54
5.6	Schematische Darstellung der Magnetfeldlinien durch das SQUID .	56
5.7	Theoretische graphische Darstellung der Meßergebnisse eines Dipols .	57
5.8	Graphische Darstellungen der Meßergebnisse der Leiterschleife bei einem Strom von $I = 30mA$	59
5.9	Graphische Darstellungen der Meßergebnisse der Leiterschleife bei einem Strom von $I = 3mA$	59
5.10	Graphische Darstellungen der Meßergebnisse der Leiterschleife bei einem Strom von $I = 0,3mA$	60
5.11	Graphische Darstellungen der Nullmessung	62
5.12	Graphische Darstellungen der Meßergebnisse eines Dipols	63
5.13	Graphische Darstellungen der Meßergebnisse eines Eisenspans	64

5.14 Graphische Darstellungen der Meßergebnisse eines Bolzens	65
5.15 Graphische Darstellungen der Meßergebnisse eines Kieselsteins	66
C.1 Versuchsaufbau zur Messung des elektrischen Widerstandes eines Supraleiters	78
C.2 Versuchsaufbau zur Messung von Magnetfeldern	78

Tabellenverzeichnis

1.1	Sprungtemperaturen T_c einiger Supraleiter	4
1.2	Familien von Hochtemperatur-Supraleitern	19
4.1	Getriebeübersetzungen	47
5.1	Meßergebnisse der Widerstandsmessung	50
5.2	Proportionalitätsfaktor	55
5.3	Wählbare Widerstände für die Leiterschleife	58
5.4	Einstellungen für die Messungen mit der Leiterschleife	58
5.5	Einstellungen für die Messungen mit der Leiterschleife	60
5.6	Ergebnisse der Ausmessungen für die Leiterschleife	61
5.7	Einstellungen für die Nullmessung	62
5.8	Einstellungen für die Messung mit dem Eisenspan	64
5.9	Einstellungen für die Messung mit einem Bolzen	65
5.10	Einstellungen für die Messung mit einem Kieselstein	66
B.1	Werte für die zwischenschaltbaren Widerstände	75
B.2	An der Control Unit wählbare Proportionalitätsfaktoren	76

Einleitung

SQUIDs (Superconducting QUantum Interference Devices) sind sehr kleine höchst empfindliche Magnetfelddetektoren, mit denen sich äußerst geringe Magnetfeldschwankungen registrieren lassen. Ihre Nachweisgenauigkeit ist nur durch Quanteneffekte begrenzt. Diese Fähigkeit, solche extrem kleinen magnetischen Felder messen zu können, wird von keinem anderen Magnetfelddetektor übertrffen. Dabei ist die Anordnung eines solchen SQUIDs im Prinzip einfach: Ein Supraleiterring wird an einer oder zwei Stellen durch eine isolierende Schicht unterbrochen, wie es Abbildung 1 zeigt. Mit Hilfe von elektrischen Schaltungen können somit kleine magnetische Flußänderungen im Innern des Ringes erkannt werden.

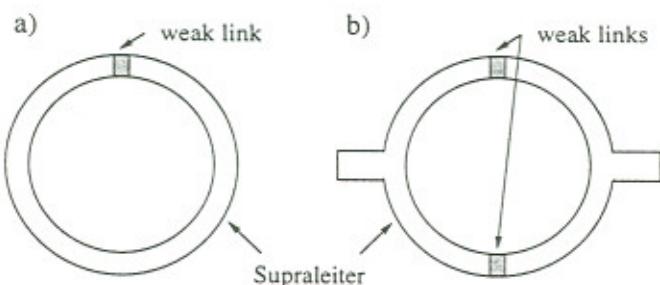


Abbildung 1: Schematische Anordnungen der beiden SQUIDs: a) Das RF-SQUID besitzt einen sogenannten weak link (dünne Isolatorschicht) und ist mit einem elektrischen Hochfrequenz-Schwingkreis gekoppelt (RF für „radio frequency“). b) Zum DC-SQUID gehören zwei weak links. Es wird an einen Gleichstrom geschaltet und hat daher seinen Namen (DC für „direct current“). Die Größe solcher SQUIDs liegt im Bereich von wenigen Quadratmillimetern.

Die SQUID-Technologie beinhaltet mehrere physikalische Phänomene wie die Supraleitung, die Flußquantisierung und den Josephson-Effekt. Um mit SQUIDs arbeiten zu können, werden sie daher je nach Art der verwendeten Supraleiter im SQUID entweder auf ca. -269 °C (konventionelle Supraleiter) oder auf ca. -196 °C (Hochtemperatur-Supraleiter) abgekühlt.

SQUIDs sind in ihren Einsatzmöglichkeiten vielseitig, da sie jede physikalische Größe, die in einen magnetischen Fluß umgewandelt werden kann, messen können, so zum Beispiel magnetische Felder, elektrischen Strom, elektrische Spannung oder magnetische Suszeptibilität.

0.1 Inhalt der Arbeit

Basierend auf dem High-T_C Magnetometer „HM2“ der Forschungsgesellschaft für Informationstechnik mbH (F.I.T), der eine Control Unit, einen SQUID-Sensor und ein magnetisch abgeschirmtes Gehäuse (Dewar) mit Kryostat beinhaltet, wurde eigenständig ein Versuch für das Fortgeschrittene Praktikum Teil I aufgebaut. Neben einer rotierenden Probenhalterung mit variabler Probenaufnahme galt es, eine geeignete Datenauswertung herzustellen, die eine einfache Analyse der Meßsignale ermöglicht. So können Magnetfelder verschiedener Proben wie zum Beispiel einer Leiterschleife, eines Eisenspans, eines Kieselsteins usw. ermittelt und verglichen werden.

In dieser schriftlichen Arbeit werden neben den Einsatzmöglichkeiten der SQUIDs die verschiedenen physikalischen Phänomene beschrieben, die für die SQUID-Technologie erforderlich sind. Dies sind die (Hochtemperatur-) Supraleitung, die Flußquantisierung und die Josephsoneffekte. Um die Arbeitsweise eines SQUIDs und die Signalerzeugung zu verdeutlichen, wurde näher auf die Effekte des SQUIDs und der Meßelektronik eingegangen. Zuletzt sollen die Messungen und Auswertungen das Ergebnis dieser Arbeit repräsentieren.

Kapitel 1

Supraleitung

Flußquantisierung und Josephson-Effekte (Kapitel 2.2) bilden im Wesentlichen die Basis für die SQUID-Technologie. Diese Phänomene aber finden ihren Ursprung in den Theorien der Supraleitung. Um also ein Verständnis über die Arbeitsweise eines SQUIDs zu erlangen, ist es daher nötig, sich grundlegend mit der Supraleitung, einem Teilgebiet der Festkörperphysik, vertraut zu machen.

1.1 Historischer Rückblick

Die Supraleitung ist ein Gebiet der Physik, welches im 20. Jahrhundert entdeckt wurde. Erstmals gefunden und beobachtet wurde die Supraleitung im Jahre 1911 von Heike Kamerlingh Onnes (1853 bis 1926) in Leiden, als er die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes von Metallen und den Einfluß von Fremdatomen in ihnen untersuchen wollte, nachdem es ihm 1908 gelungen war, das Helium als letztes der Edelgase zu verflüssigen und somit einen neuen Temperaturbereich nahe dem absoluten Nullpunkt zu erschließen. In seinen Experimenten kühlte Onnes Quecksilber, geeignet wegen eines durch Destillation erreichbaren hohen Reinheitsgrades, mittels verflüssigtem Helium auf Temperaturen um 4 Kelvin ab. Dabei stellte er fest, daß der Widerstand seiner Probe bei dieser Temperatur null¹ wurde (Abbildung 1.1). Dieses Phänomen nannte er Supraleitung, ein Ereignis, welches auch bei anderen Stoffen mit unterschiedlichen Sprungtemperaturen (die Temperatur, bei der eine Substanz vom normalleitenden in den supraleitenden Zustand übergeht) beobachtet werden konnte. Diese supraleitenden Materialien hatten alle ihre

¹Der spezifische elektrische Widerstand $\rho(T)$ von Supraleitern sinkt beim Abkühlen auf einen Wert ab, der experimentell nur durch eine obere Schranke angegeben werden kann. So ist nachgewiesen, daß $\rho < 10^{-20} \Omega m$ beträgt (vgl. Kupfer im normalleitenden Zustand: $\rho_{Cu}(0^\circ C) = 0,016 \cdot 10^{-6} \Omega m$). Es kann jedoch ohne Bedenken $\rho = 0$ angenommen werden.

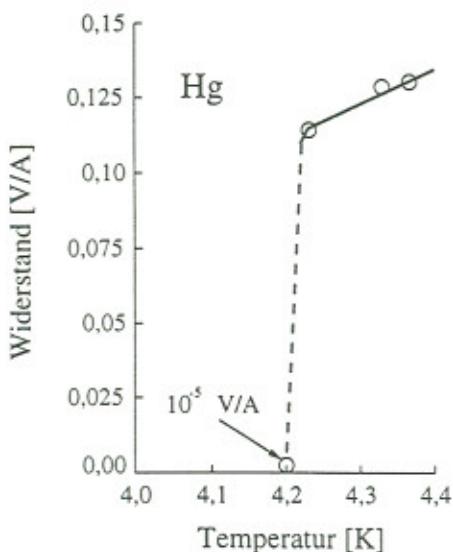


Abbildung 1.1: Originalmeßkurve, mit der 1911 zum ersten Mal das Phänomen der Supraleitung an Quecksilber entdeckt wurde. Beim Abkühlen unter 4,2 K fällt der elektrische Widerstand unter die Meßbarkeitsgrenze (damals $\sim 10^{-5}\Omega$). (Nach [1])

Sprungtemperaturen unterhalb 30 Kelvin und konnten deshalb nur mit flüssigem Helium realisiert werden (Tabelle 1.1).

Bei der Untersuchung weiterer Materialeigenschaften haben W. Meißner und R.

Element	T_c [K]
Hg	4,16
Al	1,2
In	3,4
Pb	7,22
Zn	0,9
Nb	9,25

Tabelle 1.1: Sprungtemperaturen T_c einiger Supraleiter.

Ochsenfeld 1933 experimentell entdeckt, daß ein homogener Supraleiter nicht nur ein idealer Leiter ($\rho \equiv 0$) sondern auch ein idealer Diamagnet ($\chi \equiv -1$) ist. Das bedeutet, daß ein unter seine kritische Temperatur abgekühlter homogener Supraleiter im Inneren kein magnetisches Feld hat, auch wenn von außen ein Magnetfeld anliegt. Dieser Zustand ist eine charakteristische Eigenschaft homogener Supraleiter (Abbildung 1.2).

Die theoretische Erklärung der Supraleitung ließ lange auf sich warten. Um 1935 lieferten C. J. Gorter, H. G. B. Casimir und F. und H. London eine makroskopische

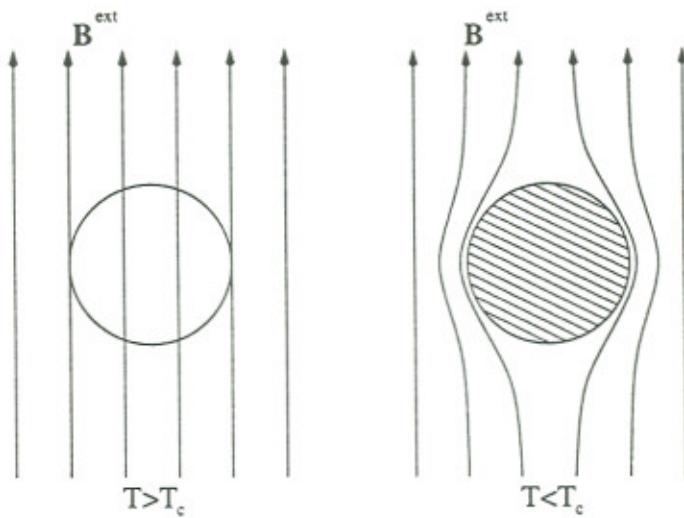


Abbildung 1.2: *Übergang einer Kugel vom homogenen normalleitenden in den supraleitenden Zustand bei einem äußerem Feld B^{ext} : Das magnetische Feld wird aus dem Supraleiter bei $T < T_c$ „herausgedrängt“ (Randeffekte vernachlässigt).*

theoretische Beschreibung und etwa 40 Jahre nach der Entdeckung der Supraleitung konnten die Amerikaner J. Bardeen, L.N. Cooper und J. R. Schrieffer ein Modell aufstellen, welches die meisten experimentellen Beobachtungen erklären konnte. Sie lieferten 1957 eine mikrophysikalische theoretische Beschreibung der Supraleitung, die nach den Initialen der drei Physiker benannte BCS-Theorie. Für diese richtungsweisende Beschreibung des Phänomens der Supraleitung wurden Bardeen, Cooper und Schrieffer 1972 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet (wie auch Onnes 1913). Der Kern der BCS-Theorie ist das sogenannte Cooper-Paar: Zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin und Impuls ($\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow$) koppeln zu einem Quasiteilchen, das anderen - vorteilhafteren - Regeln unterliegt, als das Elektron als einzelnes Teilchen. Der verlustfreie Stromfluß läßt sich mit dem Instrumentarium der Quantenmechanik erklären (Kapitel 1.3).

Das so entstandene Modell benutzte der englische Physiker Brian D. Josephson, um den nach ihm benannten Effekt in einer theoretischen Arbeit aus dem Jahre 1962 vorherzusagen (Kapitel 2.2). Dafür erhielt er 1973 den Nobelpreis. In seiner Arbeit betrachtete er zwei Supraleiter, die durch eine dünne Isolierschicht getrennt waren, die eine Barriere für den Stromfluß bilden sollte. Die zu den Cooper-Paaren gehörenden quantenmechanischen Wellenfunktionen reichen jedoch von beiden Seiten in diese Barriere hinein und können sogar, wenn die Isolationsschicht genügend dünn ist (etwa 1 bis 2 nm), einander überlagern. Dies bedeutet aus der Sicht des Teilchenmodells, daß die Cooper-Paare die Isolationsschicht durchtunneln können. Somit sind die Supraleiter schwach gekoppelt (weak link) - der sogenannte Josephson-Kontakt. Er verhält sich wie ein schwacher Supraleiter. Dieser Josephson-Kontakt spielt bei der Existenz des SQUID eine entscheidende Rolle (Kapitel 2 und 3.2).

Durch die Notwendigkeit, das Material zur Erreichung des supraleitenden Zustandes unter die kritische Temperatur abzukühlen, konnten bisher großtechnische Anwendungen der Supraleitung wie zum Beispiel ihre Nutzung beim Transport hoher elektrischer Leistung über große Entfernungen nicht realisiert werden, obwohl die technische Realisierung von sehr großem Interesse wäre.

Erst im Jahre 1986 gelang durch Johannes Georg Bednorz und Karl Alex Müller vom IBM-Forschungslaboratorium in Zürich ein entscheidender Durchbruch in der Supraleiterforschung: Sie entdeckten, daß metallische, sauerstoffarme Kupferoxidverbindungen Sprungtemperaturen um 30 Kelvin zeigen. Damit haben Bednorz und Müller das Tor zur Erforschung einer neuen Materialklasse aufgestoßen. Für ihre Arbeit erhielten sie 1987 den Nobelpreis (es war der vierte Nobelpreis, der auf dem Gebiet der Supraleitung vergeben wurde). In kurzer Zeit erreichten andere Wissenschaftler durch die Entwicklung spezieller Oxidkeramiken immer höhere Sprungtemperaturen bis mehr als 100 Kelvin. Das Abkühlen dieser supraleitenden Keramikproben auf bzw. unter die Sprungtemperatur war jetzt mit flüssigem Stickstoff (Siedetemperatur ca. 77 Kelvin) möglich, d.h. technisch einfacher zu realisieren und viel kostengünstiger. Die Hochtemperatur-Supraleitung (HTS) war geboren. Obwohl sie in den verschiedenen keramischen Materialien verstanden und erklärt werden kann, ist eine (eindeutige) einheitliche theoretische Beschreibung ihres Mechanismus bisher jedoch nicht möglich (Kapitel 1.5).

1.2 Anwendungen der Supraleitung

So alt wie die Supraleitung selbst sind auch die Überlegungen zu technischen Anwendungen dieser Erscheinung. So werden zum Beispiel Möglichkeiten studiert, supraleitende Kabel im Bereich der Energieübertragung einzusetzen. Aufgrund des immer größer werdenden Energiebedarfs unserer Gesellschaft insbesondere in Ballungszentren könnte es in Zukunft von Vorteil sein, supraleitende Kabel wegen ihrer viel besseren Leistungsübertragung zu verwenden.

Die Supraleitung kann grundsätzlich auch für Schalt- und Speicherelemente in elektronischen Rechenanlagen Verwendung finden. Die Begründung ihrer Einsätze in solchen Gebieten ist allerdings von Wirtschaftlichkeitsfragen abhängig, bei denen der Nutzen wie zum Beispiel Energieeinsparungen gegen die technische Realisierung (Konstruktion und Kühlung als Beispiele) aufgewogen wird.

Ihren sinnvollen Einsatz findet die Supraleitung im Bereich der Magnetfelderzeugung. Supraleitende Magnete werden für die kontrollierte Kernfusion, für supraleitende Motoren und Generatoren mit hohen Leistungen, für Energiespeicher und die magnetische Lagerung zum Beispiel von Zügen geplant. In der Forschung werden sie bereits in der Hochenergiephysik und der Festkörperphysik eingesetzt.

- In der Festkörperphysik ist die Kernspinresonanz ein Hilfsmittel für die Aufklärung der Struktur von organischen Molekülen. Dabei beobachtet man ein Absorptionssignal, das entsteht, wenn man die zu untersuchende Substanz in ein äußeres Magnetfeld bringt und in dieses System eine elektromagnetische Welle einstrahlt. Die Resonanzfrequenzen, die das Absorptionssignal hervorrufen, sind je nach Molekül verschieden. Man erhält also molekulahängige Frequenzverschiebungen, die proportional zum äußeren Magnetfeld sind. Das bedeutet aber, daß man eine verbesserte Auflösung erhält, wenn das äußere Magnetfeld verstärkt wird. Hier bieten die Supraleiter einen Fortschritt.
- Im Bereich der Hochenergiephysik finden neben supraleitenden Hohlraumresonatoren (s.u.) supraleitende Magnete ein großes Anwendungsgebiet. Hier halten sie als Ablenkungsmagnete geladene Teilchen auf den ihnen bestimmten Bahnen (zum Beispiel in Ringbeschleunigern) und führen Teilchenstrahlen nach dem Verlassen der Beschleuniger. Auch erzeugen sie genügend große Magnetfelder, um in Teilchendetektoren geladene Teilchen mit sehr großen Impulsen abzulenken, um somit mit Hilfe von Spurenkammern Rückschlüsse auf Ladung, Vorzeichen der Ladung und auch Impuls zu geben.

Der Grund für einen solchen Einsatz supraleitender Magnete liegt besonders nahe. Sobald ein magnetisches Feld aufgebaut ist, ist im Prinzip keine elektrische Leistung mehr erforderlich, um das Magnetfeld aufrecht zu erhalten. Es ist lediglich die Leistung zur Erhaltung der tiefen Temperatur erforderlich. Ein Zahlenbeispiel läßt die Wirtschaftlichkeit supraleitender Magnete erahnen: Eine Kupferspule mit innerem Radius von 4 cm und einer Länge von 10 cm benötigt mindestens 5000 kW elektrische Leistung, um ein Feld von 10 Tesla aufrecht zu erhalten. Die hier verbrauchte Leistung wird vollständig durch Kühlwasser abgeführt, in diesem Beispiel mindestens ein Kubikmeter Kühlwasser pro Minute, das durch den Magneten und anschließend in einen Kühlurm gepumpt werden muß. Dem gegenüber ist die Leistung, die bei der Verwendung eines supraleitenden Magneten zur Aufrechterhaltung der tiefen Temperatur nötig ist, vernachlässigbar klein.

Neben den eben erwähnten Magneten wird die Supraleitung im Bereich der Hochenergiephysik in Hohlraumresonatoren verwendet. Ein elektromagnetischer Hohlraumresonator (cavity) ist ein mit leitenden Wänden versehener Hohlraum. In ihm werden elektromagnetische Schwingungen angeregt. Es entstehen im Innern des Hohlraumes Wechselfelder und in den Wänden hochfrequente Wechselströme. Die physikalischen Merkmale eines Hohlraumresonators hängen von den geometrischen Abmessungen des Hohlraums und der Dämpfung des Wechselstroms ab. Supraleiter als Wandmaterial verbessern die Eigenschaften des Resonators. Hohlraumresonatoren werden als Linearbeschleuniger verwendet. Teilchen durchlaufen in solchen Beschleunigern nacheinander eine Reihe von schwingenden Hohlräumen, deren Schwingungen durch die Geometrie so abgestimmt sind, daß die Teilchen gerade immer beschleunigt werden (bildlich gesprochen surfen sie auf einer Welle durch die An-

ordnung der Hohlräume). Die Beschleunigungsfeldstärke liegt bei einigen Millionen Volt pro Meter.

Meßtechnik

Die Anwendung der Supraleitung in der Meßtechnik ist revolutionierend. Sie ermöglicht, die Empfindlichkeit für viele Beobachtungen um Größenordnungen gegenüber dem zu steigern, was mit normalleitenden Stromkreisen erreicht werden kann. Neben der Möglichkeit, Supraleiter in Verstärkern und Modulatoren zu verwenden, kann man mit ihnen auch hochempfindliche Strahlungsmesser (Bolometer) bauen. Wegen der enormen Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes werden Widerstandsänderungen unter dem Einfluß der Strahlungswärme zur Messung benutzt. Diese Strahlungsmesser werden besonders für den Wellenlängenbereich des „fernen Ultrarot“ verwendet. Ein weiterer Anwendungsbereich der Supraleitung liegt in der Herstellung von Galvanometern, die wegen ihres extrem kleinen Innenwiderstandes eine sehr große Spannungsempfindlichkeit erreichen (ca. 10^{-11} V).

Ein besonderer meßtechnischer Durchbruch fand in der Erzeugung von Magnetfelddetektoren statt, als eine Meßgenauigkeitsverbesserung um mindestens vier Größenordnungen zu bisherigen Meßverfahren erreicht wurde. Das Herz des Detektors ist das SQUID, ein Supraleiterring mit eingesetzten Isolatorschichten (Abb. 1). Es gibt zahlreiche Anwendungsgebiete, bei denen die SQUID-Technologie zum Einsatz kommen kann:

- Werkstoffprüfung

Bei der zerstörungsfreien Untersuchung und Prüfung von Werkstoffen können SQUIDs eingesetzt werden. Dazu wird mit oszillierenden Magnetfeldern die Änderung der elektrischen Leitfähigkeit untersucht, die Aufschlüsse auf Defekte wie zum Beispiel Risse, Lunker (Hohlräume oder Poren), Korrosionsstellen, mechanische Spannungen oder plastische Deformationen geben können. Es lassen sich auch neben Korrosionsvorgängen weitere elektro-chemische Prozesse untersuchen, wie sie etwa in Batterien auftreten.

Eine weitere Möglichkeit für den Einsatz eines SQUID-Systems bildet das Erzeugen „magnetischer“ Bilder. Dabei wird das SQUID wie ein Raster-Mikroskop verwendet. Es dient zur Untersuchung von magnetischen Materialien und zur Prüfung von Metallen und elektronischen Schaltungen, in denen elektrische Ströme magnetische Felder erzeugen.

- Geophysik

Bei der Untersuchung von Strukturen in der Erdkruste ist ein Einsatz der SQUID-Technologie denkbar. Sonnenwind erzeugt in der Magnetosphäre und der Ionosphäre elektromagnetische Wellen, die sich bis zu Erdoberfläche ausbreiten. Dort dringen sie teilweise in den Boden ein und Messungen der winzigen fluktuiierenden magnetischen und elektrischen Felder geben Aufschlüsse

über Hydrologie und Porosität des Untergrundes. So ließen sich Ölvorkommen und geothermische Energiequellen orten.

- Elektromedizin

In der Medizin senkt eine Untersuchung, die kein invasives Verfahren verwendet, die Belastung für den Patienten und die Kosten. Deshalb bieten SQUIDs für die Medizin große Einsatzmöglichkeiten, weil die im Körper fließenden elektrischen Ströme genügend große Magnetfelder und rasche Magnetfeldänderungen erzeugen, um mit einem SQUID gemessen werden zu können. Die Stärke der magnetischen Felder reicht von wenigen Femtotesla beim Gehirn bis hin zu 50 000 Femtotesla beim Herzen. Solche kleinen Feldänderungen konnte man nicht messen, weil sie von Fluktuationen im Magnetfeld der Erde, Netzbrummen, Autos usw. überdeckt wurden. Das SQUID ist ein Gradiometer, mißt also Feldstärkeänderungen und ist weitgehend unempfindlich gegen die Stör- und Rauschquellen, die gewöhnlich in einiger Entfernung vom Patienten sind und nahezu homogene Felder erzeugen.

Eine Anordnung von mehreren SQUID-Sensoren erfaßt die räumlichen Veränderungen der vom Körper erzeugten Magnetfelder. Aus den Daten wird der Ort berechnet, von dem die Signale stammen. So lassen sich Anomalien im Gehirn wie zum Beispiel Narbengewebe und Epilepsie-Herde lokalisieren und dement sprechen weiterbehandeln.

Von sehr großem Interesse bei der medizinischen Anwendung von SQUIDs ist die Herz-Diagnostik. Fehlfunktionen bei Reizleitungen sind die Ursache für Herzrhythmusstörungen. Mit SQUIDs lassen sich diese Fehlfunktionen lokalisieren und der Fehler kann, wenn es möglich ist, wesentlich schneller korrigiert werden.

Sehr bedeutende Vorteile der Verwendung der SQUID-Technologie in der Medizin sind somit die nichtinvasive Lokalisierung von Anomalien, die keine Infektionsrisiken birgt und die Kosten niedriger hält, und der zeitliche Aspekt, weil SQUIDs unmittelbar messen und somit die Daten sofort zur Auswertung zur Verfügung stellen. Speziell die Geschwindigkeit, mit der SQUIDs Meßergebnisse liefern, ist von Bedeutung für die Medizin: Mit diesem Verfahren lassen sich Reize und ihre Ursachen unmittelbar in Verbindung bringen.

1.3 Theorie zur Supraleitung

1.3.1 Cooper-Paare

Das grundlegende Phänomen der Supraleitung im Metall ist eine Wechselwirkung zwischen je zwei Elektronen, die über Gitterschwingungen vermittelt wird. Doch wie ist diese Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen, die sich aufgrund ihrer negativen Ladungen eigentlich abstoßen sollten, zu verstehen? Ein Elektron, das sich durch ein Kristallgitter mit seiner Fermi-Geschwindigkeit ($v_F \approx 10^6 m/s$) bewegt, polarisiert wegen seiner negativen Ladung das Gitter, indem es eine Deformationsspur im Ionengitter hinterlässt. Aufgrund seiner Geschwindigkeit und der Trägheit der Ionen bewegen diese sich verzögert erst nach Passieren des Elektrons zur Bahn des Elektrons hin und bewirken somit eine Polarisation des Gitters. Die Gitterdeformation erreicht ihr Maximum bei einer Entfernung hinter dem Elektron, die durch die Phononenfrequenz ω_D (Debye-Frequenz) gegeben ist (Phonon-Schwingungsdauer $2\pi/\omega_D \approx 10^{-13} s$). Sie lässt sich als eine Verdichtung der positiv geladenen Ionenrümpfe beschreiben. Diese Spur bewirkt eine schwache Anziehung eines zweiten Elektrons (Abbildung 1.3). Die so miteinander gekoppelten Elektronen werden Cooper-Paar genannt. Eine Kopplung zu einem Cooper-Paar geschieht also über Entfernungen von 1000\AA , über die die Coulomb-Abstoßung weitgehend abgeschirmt ist. Die Gitterschwingungen lassen sich quantenmechanisch auch als Überlagerungen von Phononen verstehen, die das Elektron durch seine Wechselwirkung mit dem Gitter ständig emittiert und absorbiert. Da diese Phononen nur während einer kurzen Zeitspanne existieren dürfen, spricht man auch von „virtuellen“ Phononen.

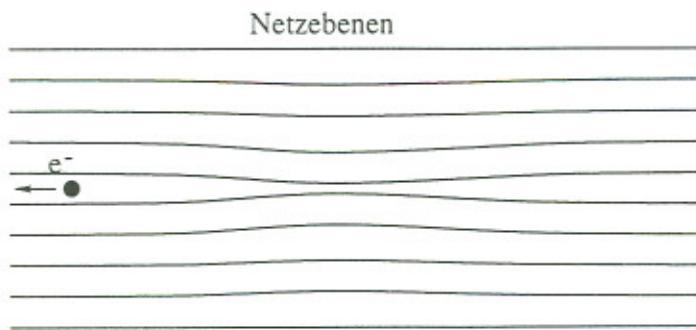


Abbildung 1.3: Schematische Veranschaulichung der phononinduzierten Wechselwirkung zwischen Elektronen, die zur Cooper-Paar-Bildung führt. Ein durch das Kristallgitter fliegendes Elektron e^- hinterlässt eine Deformationsspur, die ein Gebiet erhöhter positiver Ladung (im Vergleich zum sonst neutralen Kristall) bewirkt, das anziehend auf ein weiteres Elektron wirkt.

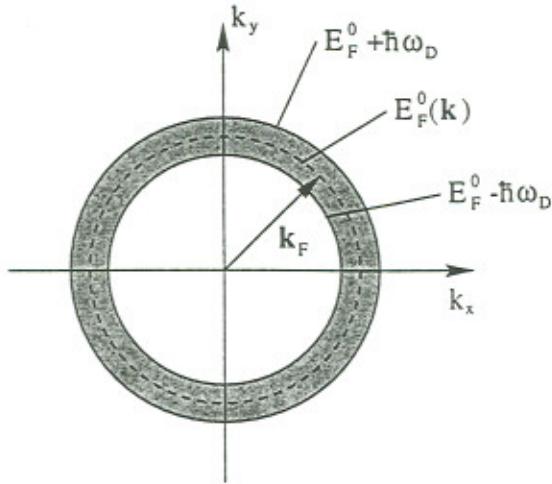


Abbildung 1.4: Das Wechselwirkungspotential ist im gestrichelten Bereich des \mathbf{k} -Raumes, d.h. zwischen den Energieschalen $E_F^0 + \hbar\omega_D$ und $E_F^0 - \hbar\omega_D$ als konstant ($= -V_0$) angenommen. ω_D ist die Debye-Frequenz des Materials. (Nach [2])

Für ein nicht wechselwirkendes Fermi-Gas der Elektronen im Potentialtopf ist der Grundzustand, d.h. bei $T = 0K$ wie folgt gegeben: Alle Elektronenzustände mit Wellenvektor \mathbf{k} sind bis zur Fermi-Kante $E_F^0(T = 0K) = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ aufgefüllt und alle Zustände mit $E > E_F^0$ sind unbesetzt (Abbildung 1.4). In einem Gedankenexperiment werden diesem System zwei Elektronen $[\mathbf{k}_1, E(\mathbf{k}_1)]$ und $[\mathbf{k}_2, E(\mathbf{k}_2)]$ auf Zustände gerade oberhalb von E_F^0 hinzugefügt. Das Ausschließungsprinzip verhindert eine weitere Besetzung der Zustände mit $|\mathbf{k}| < k_F$. Des weiteren soll die oben beschriebene Wechselwirkung vorhanden sein. Die Wechselwirkung zwischen den beiden Elektronen, die im \mathbf{k} -Raum auf eine Schale der Energiebreite $\hbar\omega_D$ oberhalb von E_F^0 beschränkt ist, ist nach Cooper maximal, wenn sie entgegengesetzt gleiche \mathbf{k} -Vektoren und Spins besitzen. Die zugehörige Zweiteilchen-Wellenfunktion $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ muß die Schrödinger-Gleichung

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}(\Delta_1 + \Delta_2)\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= E\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ &= (\varepsilon + 2E_F^0)\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (1.1) \end{aligned}$$

erfüllen. ε ist die Energie des Elektronenpaars bezogen auf den wechselwirkungsfreien Zustand ($V = 0$), bei dem jedes der beiden Elektronen an der Fermi-Kante eine Energie $E_F^0 = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ besitzen würde. Die Lösung der Schrödinger-Gleichung hat folgendes Ergebnis:

$$\varepsilon \approx -2\hbar\omega_D e^{-\frac{2}{V_0 Z(E_F^0)}} \quad (1.2)$$

mit:

$$-V_0 = \int V(\mathbf{r})e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{r}}d\mathbf{r} \quad \text{für} \quad E_F^0 < \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \frac{\hbar^2 k'^2}{2m}\right) < E_F^0 + \hbar\omega_D$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \\ Z(E_F^0) &\approx \frac{(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} (E_F^0)^{1/2} \end{aligned} \tag{1.3}$$

Die Konstante V_0 ist das Wechselwirkungsmatrixelement, das Stöße des Elektronenpaars von $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ nach $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$ beschreibt. $Z(E_F^0)$ ist die Zustandsdichte an der Fermi-Kante. Es existiert also ein gebundener Zweielektronenzustand, dessen Energie niedriger als die tiefstmögliche Energie $2E_F^0$ der beiden Elektronen ohne Wechselwirkung ist. Der Grundzustand eines nicht-wechselwirkenden freien Elektronengases wird somit instabil, wenn die noch so kleine Wechselwirkung zwischen den Elektronen eintritt.

Das Ergebnis, d.h. die Energieabsenkung ε , stammt aus einem Gedankenexperiment, bei dem der Fermi-See für Zustände mit $\hbar^2 k^2 / 2m < E_F^0$ als fixiert angenommen wurde. Dabei wurde nur die Wirkung der Attraktion auf zwei Elektronen in Gegenwart des Fermi-Sees betrachtet. In der Realität führt die Instabilität dazu, daß sich eine hohe Dichte solcher Elektronenpaare, nämlich der Cooper-Paare $(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$ bildet und das System einem neuen Grundzustand niedrigerer Energie zustrebt (Kapitel 1.3.2). Die Cooper-Paare sind Quasiteilchen, die ganzzahligen Spin besitzen und deshalb nicht mehr wie Spin- $1/2$ -Teilchen dem Pauli-Prinzip unterliegen sondern als Bosonen der Bose-Einstein-Statistik gehorchen. Der neue Grundzustand dieses Systems ist identisch mit der supraleitenden Phase.

1.3.2 Der BCS-Grundzustand

Wie in Kapitel 1.3.1 beschrieben bewirkt die schwache attraktive Wechselwirkung, die aus der Elektron-Phonon-Wechselwirkung resultiert, eine Paarung von Elektronen zu Cooper-Paaren. Dabei wird die Energieabsenkung, die der Fermi-See durch Bildung eines einzigen Paares erfährt, ausgerechnet (1.2). In einem solchen Cooper-Paar besetzen die Elektronen andauernd Zustände $(\mathbf{k} \uparrow, -\mathbf{k} \downarrow)$, $(\mathbf{k}' \uparrow, -\mathbf{k}' \downarrow)$ usw. mit entgegengesetztem \mathbf{k} -Vektor und Spin. Das Matrixelement V_0 vermittelt diese Art der Wechselwirkung, beschreibt also eine Zustandsänderung von $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ nach $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$, die zu der Energieabsenkung bei Bildung eines Cooper-Paares führen. Durch die Energieabsenkung werden sich immer mehr Cooper-Paare bilden. Dafür ist für jedes Paar zunächst eine Zunahme an kinetischer Energie erforderlich, um den Fermi-See verlassen zu können, d.h. um im Grundzustand eine Anregung über E_F^0 hinaus zu erfahren. Demnach entsteht ein kompliziertes Wechselspiel zwischen den Elektronen, das einen neuen Grundzustand des Fermi Sees durch die Paarbildung entstehen läßt. Für diesen neuen Zustand muß das Minimum der Gesamtenergie des Systems für den Grenzfall $T = 0K$ bestimmt werden. Es genügt nicht, für die Energieabsenkung die Beiträge einzelner Cooper-Paare zu berücksichtigen. Der Effekt eines einzelnen Cooper-Paares hängt von den schon vorhandenen Paaren ab. So

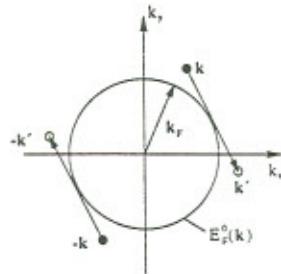


Abbildung 1.5: Veranschaulichung eines Stoßes eines Elektronenpaars mit den Wellenvektoren $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ und $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$.

müssen der Einelektronenanteil und die durch „Paarstöße“, d.h. durch die Elektron-Phonon-Wechselwirkung, vermittelte Energieabsenkung Berücksichtigung finden.

Der kinetische Anteil lässt sich folgendermaßen angeben: Mit w_k als Wahrscheinlichkeit, daß der Paarzustand $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ besetzt ist und $\varepsilon_k = E(\mathbf{k}) - E_F^0 = \hbar^2 k^2 / 2m - E_F^0$, d.h. alle Einteilchenenergien sind auf das Fermi-Niveau bezogen, erhält man für den kinetischen Anteil E_{kin}

$$E_{kin} = 2 \sum_k w_k \varepsilon_k. \quad (1.4)$$

Die Energieabsenkung, die durch die Paarstöße $(\mathbf{k}, -\mathbf{k}) \rightleftharpoons (\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$ zustande kommt, errechnet man über den Hamilton-Operator \mathcal{H} , der bei Vernichtung eines Paares $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ und „gleichzeitiger Erzeugung“ eines Paares $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$ (Abb. 1.5) die Energieabsenkung um V_0 in Rechnung trägt. Da ein Paarzustand entweder besetzt oder unbesetzt sein kann, wird eine Darstellung durch zwei orthogonale Zustände $|1\rangle_k$ und $|0\rangle_k$ gewählt: $|1\rangle_k$ ist der Zustand, bei dem $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ besetzt ist, $|0\rangle_k$ der Zustand der Nichtbesetzung. Somit ergibt sich der allgemeinste Zustand des Paares $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ durch

$$|\psi\rangle_k = u_k |0\rangle_k + v_k |1\rangle_k. \quad (1.5)$$

In dieser Darstellung der Cooper-Paar-Wellenfunktion ist $w_k = v_k^2$ die Wahrscheinlichkeit, daß der Paarzustand besetzt ist und $1 - w_k = u_k^2$ die Wahrscheinlichkeit der Nichtbesetzung dieses Zustandes. Die Wahrscheinlichkeitsamplituden können als reell angenommen werden. Der Gesamtzustandsvektor des Vielteilchensystems aller Cooper-Paare für den Grundzustand ergibt sich als Produkt der Zustandsvektoren der einzelnen Paare zu

$$|\phi_{BCS}\rangle_k \approx \prod_k (u_k |0\rangle_k + v_k |1\rangle_k). \quad (1.6)$$

Die Näherung besteht darin, Wechselwirkungen zwischen den Paaren im Zustandsvektor zu vernachlässigen. Das „Erzeugen“ und „Vernichten“ eines Cooper-Paares $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ in der normierten zweidimensionalen Darstellung

$$|1\rangle_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_k, \quad |0\rangle_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_k \quad (1.7)$$

lässt sich durch die Pauli-Matrizen

$$\sigma_k^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_k, \quad \sigma_k^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_k \quad (1.8)$$

folgendermaßen darstellen: Der Operator

$$\sigma_k^+ = \frac{1}{2} (\sigma_k^{(1)} + i\sigma_k^{(2)}) \quad (1.9)$$

verwandelt den Zustand der Nichtbesetzung $|0\rangle_k$ in den der Besetzung $|1\rangle_k$, während

$$\sigma_k^- = \frac{1}{2} (\sigma_k^{(1)} - i\sigma_k^{(2)}) \quad (1.10)$$

den Zustand $|1\rangle_k$ in $|0\rangle_k$ überführt. Aus diesen Darstellungen folgen die Eigenschaften

$$\begin{aligned} \sigma_k^+ |1\rangle_k &= 0, & \sigma_k^+ |0\rangle_k &= |1\rangle_k, \\ \sigma_k^- |1\rangle_k &= |0\rangle_k, & \sigma_k^- |0\rangle_k &= 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Die Matrizen σ_k^+ und σ_k^- werden physikalisch als Erzeuger- bzw. Vernichter-Operatoren von Cooper-Paaren interpretiert (die physikalische Interpretation ist verschieden von den Spin-Operatoren, die das Umklappen des Spins beschreiben). Der Streuprozess von $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ nach $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$ wird in der zweidimensionalen Darstellung als Vernichtung von \mathbf{k} und Erzeugung von \mathbf{k}' beschrieben. Die Wechselwirkung, die eine Energieabsenkung um das Matrixelement V_0 , das unabhängig von \mathbf{k}, \mathbf{k}' und deshalb konstant ist, bewirkt, soll nur in einer Kugelschale der Dicke $2\hbar\omega_D$ symmetrisch um E_F^0 herum existieren. Bezogen auf das Normierungsvolumen L^3 des Kristalls setzt man die Wechselwirkung gleich V_0/L^3 . In Operatorschreibweise ergibt sich somit die gesamte Energieabsenkung, die aus Paarstößen $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$ und $\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}$ resultieren, durch Summation über alle Stöße

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{L^3} V_0 \sum_{kk'} \frac{1}{2} (\sigma_{k'}^+ \sigma_k^- + \sigma_k^+ \sigma_{k'}^-) = -\frac{V_0}{L^3} \sum_{kk'} \sigma_k^+ \sigma_{k'}^- . \quad (1.12)$$

Die Summe über \mathbf{k}, \mathbf{k}' erfaßt wegen der Beschränkung von V_0 auf die Kugelschale $\pm\hbar\omega_D$ um E_F^0 herum nur Paarzustände aus dieser Schale.

Die Energieabsenkung, die durch die Streuung, d.h dem Überführen des Teilchens \mathbf{k}' nach \mathbf{k} , bewirkt wird, folgt störungstheoretisch als Erwartungswert des Operators \mathcal{H} im Zustand $|\phi_{BCS}\rangle$ (Gl.(1.6)) des Vielteilchensystems

$$\langle \phi_{BCS} | \mathcal{H} | \phi_{BCS} \rangle = -\frac{V_0}{L^3} \left[\prod_p (u_p |0\rangle + v_p |1\rangle) \sum_{kk'} \sigma_k^+ \sigma_{k'}^- \prod_q (u_q |0\rangle_q + v_q |1\rangle_q) \right] . \quad (1.13)$$

Die Gesamtenergie des Systems der Cooper-Paare stellt sich somit dar als

$$W_{BCS} = 2 \sum_k v_k^2 \varepsilon_k - \frac{V_0}{L^3} \sum_{kk'} v_k u_k v_{k'} u_{k'}. \quad (1.14)$$

Der BCS-Grundzustand bei $T = 0K$ ist gegeben durch das Minimum W_{BCS}^0 der Energiedichte W_{BCS} . Es ergeben sich die Energie des Grundzustandes W_{BCS}^0 und die im Grundzustand vorliegenden Besetzungs- bzw. die Nichtbesetzungswahrscheinlichkeiten v_k^2 bzw. u_k^2 . Als Ergebnis der Rechnung, die hier nicht vorgeführt werden soll (nachlesbar in [2]), erhält man für die Besetzungswahrscheinlichkeit $w_k = v_k^2$ eines Paars $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ im BCS-Grundzustand bei $T = 0K$

$$w_k = v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} \right) \quad (1.15)$$

mit²:

$$\Delta = \frac{V_0}{L^3} \sum_{k'} u_{k'} v_{k'}$$

und einer neuen Definition:

$$E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}$$

Daraus (Gl. (1.14) und (1.15)) ergibt sich für das Minimum der Energie des supraleitenden BCS-Grundzustandes

$$W_{BCS}^0 = \sum_k \varepsilon_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k} \right) - L^3 \frac{\Delta^2}{V_0}. \quad (1.16)$$

Um die Bedeutung des Parameters Δ zu erkennen, wird der erste Anregungszustand über dem BCS-Grundzustand betrachtet. Dieser besteht darin, daß ein Cooper-Paar durch äußeren Einfluß aufgebrochen wird. Um die hierzu nötige Anregungsenergie zu bestimmen, wird die Grundzustandsenergie W_{BCS}^0 umgeschrieben (Rechnung nachzulesen in [2]):

$$\begin{aligned} W_{BCS}^0 &= \sum_k \varepsilon_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k} \right) - L^3 \frac{\Delta^2}{V_0} \\ &= -2 \sum_k E_k v_k^4. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Wenn $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$ durch ein Cooper-Paar besetzt ist, d.h. $v_{k'} = 1$ ist, dann erreicht man den ersten angeregten Zustand W_{BCS}^1 durch Aufbrechen dieses Paars, d.h. $v_{k'}^2 = 0$ und somit

$$W_{BCS}^1 = -2 \sum_{k \neq k'} E_k v_k^4. \quad (1.18)$$

² Δ wurde während der hier nicht aufgeführten Rechnungen definiert.

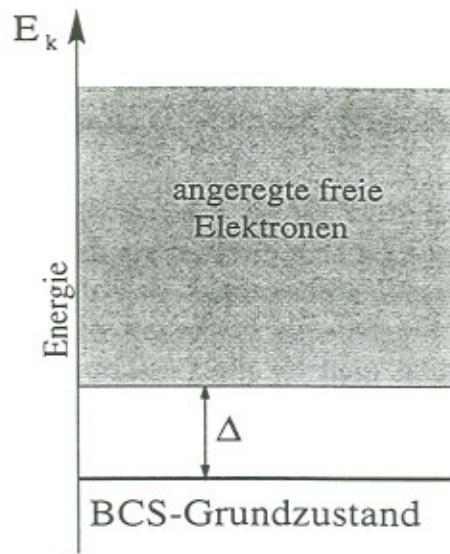


Abbildung 1.6: Vereinfachte Darstellung des Anregungsspektrums eines Supraleiters. Im BCS-Grundzustand sind alle Cooper-Paare im gleichen Zustand. Zum Aufbrechen eines Cooper-Paares ist die Minimalenergie 2Δ erforderlich. (Nach [2])

Die nötige Anregungsenergie ergibt sich aus der Differenz der Energien des Anfangs- und Endzustandes zu

$$\Delta E = W_{BCS}^1 - W_{BCS}^0 = 2E_{k'} = 2\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta^2}. \quad (1.19)$$

Der erste Term $\varepsilon_{k'}^2$ unter der Wurzel beschreibt die kinetische Energie der beiden aus der Cooper-Paarung herausgestreuten Elektronen. Er kann wegen $\varepsilon_{k'} = \hbar k'^2 / 2m - E_k^0$ (siehe Einführung der Gl (1.4)) beliebig klein sein, d.h. die Anregung erfordert eine minimale endliche Energie (Abbildung 1.6)

$$\Delta E_{min} = 2\Delta. \quad (1.20)$$

Das Anregungsspektrum des supraleitenden Zustandes besitzt also eine Lücke 2Δ , die dem Aufbrechen eines Cooper-Paares entspricht. Somit ist Δ ein Maß für die Größe der Energieabsenkung.

Als letztes sei nun noch die Energielücke Δ bzw. 2Δ im Anregungsspektrum angegeben, deren Existenz eine wesentliche Aussage der BCS-Theorie ist. Man erhält sie aus folgender Gleichung, die ihren Ursprung in der Definition des Parameters Δ bei seiner Einführung und in Zwischenergebnissen aus Rechnungen zur Bestimmung von W_{BCS}^0 hat:

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{V_0}{L^3} \sum_k \frac{\Delta}{E_k} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{L^3} \sum_k \frac{\Delta}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}}. \quad (1.21)$$

So erhält man als Ergebnis für die Lückenenergie

$$\Delta \approx 2\hbar\omega_D e^{-\frac{1}{V_0 Z(E_k^0)}}. \quad (1.22)$$

Man erkennt, daß ein noch so kleines positives V_0 eine endliche Lückenenergie ergibt ($V_0 Z(E_k^0)$ liegt ungefähr im Intervall [3,4] (nach [7])). Aus einer Störungsrechnung hätte man Δ allerdings nicht mit diesem Ergebnis gewonnen, weil Δ sich nicht in einer Reihe entwickeln läßt für kleine V_0 .

Ein Vergleich mit Gleichung (1.2) läßt die Ähnlichkeit der erhaltenen Ergebnisse erkennen. Im Gegensatz zu Kapitel 1.3.1, wo sich unsere Rechnung auf ein Gedankenexperiment (ein einzelnes Cooper-Paar) stützt, haben wir jetzt den Zustand des Vielteilchensystems betrachtet. Dabei hat sich durch eine Störungsrechnung die Grundzustandsenergie geändert, somit auch der Energiezustand des Fermi-Sees. Daraus weichen die Ergebnisse voneinander ab.

1.4 Makroskopische Eigenschaften der Supraleitung

Mit Hilfe der Quantenmechanik und der Vorüberlegung, daß es aufgrund der schwachen attraktiven Wechselwirkung zwischen Elektronen zur Cooper-Paarbildung kommt, haben wir als Ergebnis die Existenz einer Lücke 2Δ im Anregungsspektrum eines Supraleiters erhalten. Daraus können wir für die Gesamtheit aller Cooper-Paare in einem Metall die Aussage machen, daß der BCS-Grundzustand der Supraleitung stabil ist. Des weiteren sind diese Paare besonders starr korreliert, sie befinden sich alle im gleichen Quantenzustand, d.h. daß alle Paare in allen physikalischen Größen übereinstimmen. Der Gesamtimpuls eines Cooper-Paares ohne äußeren Einfluß ist gleich null. Das Erzeugen einer Stromdichte zum Beispiel durch ein elektrisches Feld kann auch als Erhöhung des Impulses der den Strom tragenden Ladungsträger beschrieben werden. Für den BCS-Grundzustand bedeutet dies, daß dem Cooper-Paar als Ganzem ein zusätzlicher Impuls zugeschrieben werden muß. Der erzeugte Stromfluß ändert allerdings die Cooper-Paar-Wellenfunktion nur um einen Phasenfaktor, nicht aber die Wechselwirkung zwischen den Elektronen. Daraus ergibt sich bei Stromfluß die gleiche Lückenenergie Δ . Und somit existiert auch weiterhin die Lücke im Anregungsspektrum. Eine Änderung des Zustandes eines Supraleiters, in dem ein Suprastrom angeregt wurde, kann also nur durch Anregung über die Lücke 2Δ hinaus geschehen, also durch das Aufbrechen mindestens eines Cooper-Paares zum Beispiel durch inelastische Elektronenstreuung (Phononen). Somit ist eine Stromabnahme solange ausgeschlossen, wie der Gesamtimpuls der Cooper-Paare nicht mit einer Energiezunahme verknüpft ist, die Anregungen über 2Δ hinaus ermöglicht. Dies beschreibt also das Verschwinden des elektrischen Widerstandes und impliziert die Existenz einer kritischen Stromstärke, bei der der Impuls und somit die Energie der Cooper-Paare so groß wird, daß diese aufgebrochen werden können (z.B. durch Stöße mit dem Gitter).

Mit Hilfe des kritischen Stromes lässt sich über die Maxwell-Gleichung

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (1.23)$$

bzw.

$$\int \text{rot} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{F} = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{F} \quad (1.24)$$

die Existenz des kritischen Magnetfeldes H_c erklären. Das Magnetfeld längs eines geschlossenen Umlaufs ist eindeutig mit der diesen Umlauf durchdringenden elektrischen Stromdichte verknüpft. Das gilt besonders auch für einen supraleitenden Draht, bei dem man sich den Umlauf unmittelbar auf der Oberfläche des Drahtes denkt. Damit lässt sich aus einer kritischen Stromdichte j_c ein kritisches Magnetfeld H_c bestimmen, oberhalb dessen die Supraleitung zusammenbricht.

Die BCS-Theorie erklärt auch den Meißner-Ochsenfeld-Effekt, bei dem im Innern eines Supraleiters kein magnetisches Feld vorhanden ist unabhängig von der Existenz eines äußeren Magnetfeldes. Die Rechnungen werden hier nicht reproduziert. Ihr Ergebnis ist, daß unterhalb der Sprungtemperatur des Supraleiters eine von Cooper-Paaren getragene verlustlose Stromdichte existiert, die einem anliegenden Magnetfeld nur eine gewisse Eindringtiefe ermöglicht und den Supraleiter im Innern feldfrei hält.

1.5 Die Hochtemperatur-Supraleitung

Mit der Hochtemperatur-Supraleitung begann 1986 ein neuer Abschnitt auf dem Gebiet der Supraleitung. Die Hauptrolle bei dieser Entwicklung spielt eine neue Klasse von Supraleitern, die keramischen Supraleiter. Ein wichtiger Vertreter dieser neuen Materialien ist eine $YBa_2Cu_3O_{7-x}$, auch YBCO genannte Legierung, ein Element einer Klasse von nach der Stöchiometrie benannten 123 Materialien mit kritischen Temperaturen um 90 Kelvin. Dabei kann das Y-Atom durch andere Seltene Erden wie Eu, Gd und ähnlichen ersetzt werden. Die Sauerstoffverarmung x ist von großer Bedeutung für die Materialeigenschaften. Für $0 \leq x \leq 0,8$ wechseln die Materialeigenschaften vom supraleitenden Zustand bis hin zu isolierendem Verhalten (Abbildung 1.7). Eine andere Klasse von Elementen mit Sprungtemperaturen größer als 90 Kelvin wurde mit Bi- und Tl-haltigen Materialien entdeckt (Tab. 1.2).

Auch wenn die Supraleitung in den einzelnen Substanzen verstanden ist und erklärt werden kann, gibt es allerdings noch keine allgemeingültige theoretische Erklärung des Supraleitungsmechanismus in diesen keramischen Materialien. Aus Beobachtungen weiß man, daß Cooper-Paare ähnlich wie in metallenen BCS-Supraleitern die Supraleitung tragen. Jedoch werden im Unterschied zu Tief temperatur-Supraleitern die Cooper-Paare meistens nicht aus Elektronen, sondern aus Löchern, d.h. zwei Defektelektronen gebildet. Diese wirken im Leitungsprozeß wie positive Ladungen.

Formel	Bisher erreichtes T_c [K]
$SEBa_2Cu_3O_{7-x}$ ($SE = \text{„Seltene Erden“ wie } Y, Eu, Gd, \dots$)	92 (YBCO)
$Bi_2Sr_2Ca_{n-1}Cu_nO_{2n+4}$	90 (Bi-2212) 122 (Bi-2223)
$Tl_2Ba_2Ca_{n-1}Cu_nO_{2n+4}$	127 (Tl-2223) 119 (Tl-2234)
$HgBa_2Ca_{n-1}Cu_nO_{2n+2}$	96 (Hg-1201) 128 (Hg-1212) 135 (Hg-1223)

Tabelle 1.2: Einige Familien von Hochtemperatur-Supraleitern. Die entsprechend verwendeten Kurzbezeichnungen stehen in Klammern hinter den zugehörigen Sprungtemperaturen. (Nach [2])

Trotz im Detail unterschiedlicher Kristallstrukturen der YBCO und der (Bi, Tl)-Keramiken, haben beide Klassen einen charakteristischen Schichtaufbau, der für die Supraleitung wichtig ist. Im YBCO-Gitter geben die Metallionen (Y und Ba) Elektronen an die CuO_2 -Ebenen wegen der hohen Elektronegativität der Sauerstoffatome ab. Je weniger Sauerstoffmangel (d.h. kleines x) es gibt, desto mehr Sauerstoff als Elektronenakzeptor steht zu Verfügung. Dadurch werden mehr Defektelektronen geliefert, die zu Cooper-Paaren koppeln können. Daraus ergibt sich folgende Vorstellung für die Funktionen der Schichten in den verschiedenen Keramiken: Die CuO_2 -Ebenen sind für den Ladungstransport über Löcher, zu Cooper-Paaren gebildet, verantwortlich. Zwischen diesen Ebenen liegen Schichten aus Alkalimetall- bzw. Seltenen Erdionen und Sauerstoff oder Halogenen, die Elektronen von den CuO_2 -Ebenen aufnehmen können, dadurch Cooper-Paare erzeugen, und somit dienen diese Schichten als „Ladungsträgerreservoir“.

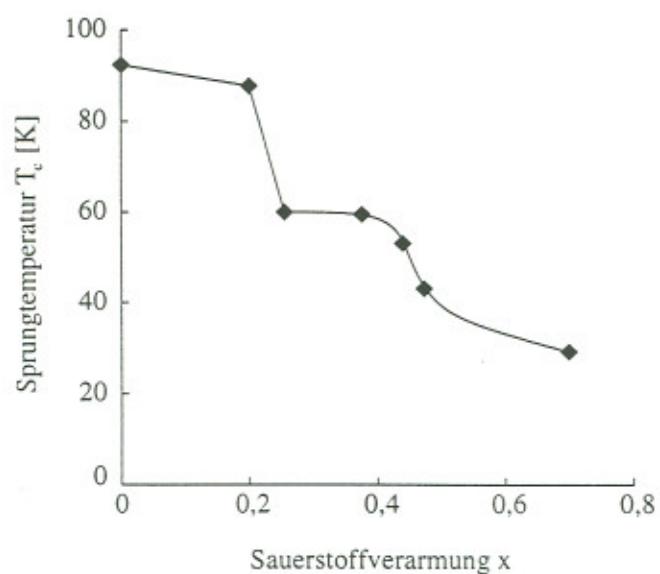


Abbildung 1.7: Experimentell bestimmtes Phasendiagramm der $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ -Keramik. Die Sprungtemperatur T_c ist in der Abhängigkeit von der Sauerstoffverarmung x aufgetragen. (Nach [2])

Kapitel 2

Physikalische Grundlagen des SQUID

SQUIDs sind die sensibelsten Detektoren für magnetischen Fluß. Sie sind vielseitig einsetzbar und sind in der Lage, jede physikalische Größe zu messen, die in einen magnetischen Fluß umgewandelt werden können. Dabei verbinden sie zwei physikalische Phänomene, beruhend auf der Supraleitung. Dies sind zum Einen die Flußquantisierung, die Tatsache, daß der magnetische Fluß Φ in einem geschlossenen supraleitenden Ring quantisiert ist, zum Anderen der Josephson-Effekt. Um also die Funktionsweise eines SQUID verstehen zu können, ist es nötig, sich mit der Flußquantisierung und den Josephson-Effekten auseinanderzusetzen.

2.1 Die Flußquantisierung

Betrachten wir zunächst ein Experiment, bei dem durch einen Induktionsvorgang in einem supraleitenden Ring ein Dauerstrom angeworfen wurde¹. Solange der Ring supraleitend bleibt, klingt der Dauerstrom nicht ab, das System ist in einem stabilen Zustand (der energetisch tiefste Zustand ist der ohne jeden Dauerstrom). Der Zustand des supraleitenden Ringes lässt sich ändern, wenn man bei entsprechend anderen Magnetfeldern die Supraleitung einleitet (durch Abkühlung unter die Sprungtemperatur) und dann das Magnetfeld wegnimmt. Nun könnte man erwarten, daß man durch geeignete Wahl des Magnetfeldes jeden beliebigen Dauerstrom erzeugen kann. Andererseits schreibt die Quantenmechanik vor, daß stationäre Zustände durch Quantenbedingungen festgelegt sind. Demnach muß auch unser Ring mit dem

¹Man erzeugt einen Dauerstrom in einem Supraleiter, indem man den Supraleiter in einem „Einfrier“-Magnetfeld B_e unter seine Sprungtemperatur T_c abkühlt und danach das Magnetfeld B_e abschaltet. Mit dem so induzierten Dauerstrom im Supraleiter ist auch die Existenz eines Magnetfeldes verbunden.

induzierten Dauerstrom diskrete Zustände annehmen. Das legt die Vermutung nahe, daß ein magnetischer Fluß, der durch den supraleitenden Ring geht, nur gequantelt vorkommen kann. Die Bohr-Sommerfeldsche Quantisierungsbedingung für die den Dauerstrom tragenden Cooper-Paare muß die Form

$$\oint \mathbf{p}_{Co} \cdot d\mathbf{s} = nh \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

haben. Der Impuls p_{Co} der Cooper-Paare muß also ein ganzes Vielfaches von h (Planksches Wirkungsquantum) sein. Nehmen wir nun Teilchen im Magnetfeld an, die die Ladung q und die Dichte n_q haben und die Stromdichte j_q tragen, so gilt nun für den Impuls eines Teilchens

$$\mathbf{p}_q = m_q \mathbf{v}_q + q \mathbf{A} = \frac{m_q}{n_q q} \mathbf{j}_q + q \mathbf{A}. \quad (2.2)$$

m_q ist die Masse des ladungstragenden Teilchens. $m_q \mathbf{v}_q$ liefert somit den kinetischen Impuls des Teilchens. \mathbf{A} ist das Vektorpotential, das mit q multipliziert den Feldimpuls (Stichwort: „Lorentz-Kraft“) angibt (nach [5]) und wie folgt mit dem Magnetfeld verknüpft ist:

$$\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}. \quad (2.3)$$

Daraus folgt für die Quantisierungsbedingung:

$$nh = q \oint \frac{m_q}{n_q q^2} \mathbf{j}_q \cdot d\mathbf{s} + q \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}. \quad (2.4)$$

Weil Supraströme nur in einer sehr dünnen Schicht an der Oberfläche des Supraleiters fließen, ist auch nur dort $\mathbf{j}_q \neq 0$, und das erste Integral verschwindet somit für alle Integrationswege, die etwas tiefer im Innern des Supraleiters liegen. Man erhält

$$\frac{nh}{q} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \iint_F \mathbf{B} \cdot d\mathbf{F} = n\Phi_0. \quad (2.5)$$

Φ_0 wird Flußquant genannt. Weil der Suprastrom von den Cooper-Paaren getragen wird, die die Ladung $q = 2e$ besitzen², ergibt der Wert für ein Flußquant $\Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15} Vs$.

Die Flußquantisierung zeigt uns auch die starre Phasenkorrelation der Cooper-Paare untereinander. Könnte ein einzelnes Cooper-Paar seinen Zustand ändern (durch Änderung seiner Quantenzahl), so würde damit eine um viele Zehnerpotenzen kleinere Änderung des Flusses verknüpft sein. Die Größe des elementaren Flußquants zeigt uns also, daß beim Übergang eines supraleitenden Ringes zwischen zwei Zuständen, die sich um ein Flußquant durch den Ring unterscheiden, alle Cooper-Paarwellen ihre Phase längs eines geschlossenen Weges um die Ringöffnung um 2π ändern müssen.

²Auf das Vorzeichen kommt es hier nicht an.

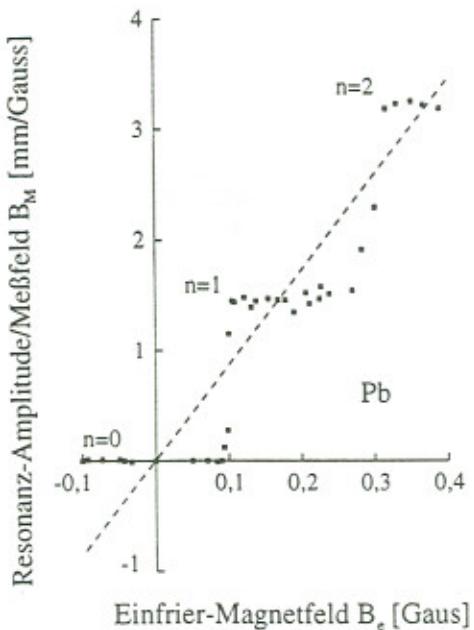


Abbildung 2.1: Experimentelle Ergebnisse zur Flußquantisierung. In einem Pb-Zylinder, der an einem Torsionsfaden aufgehängt ist, wird mit einem Einfrier-Magnetfeld B_e ein Supra-Dauerstrom angeworfen und das daraus resultierende Magnetfeld im Zylinder über Schwingungen in einem Meßfeld B_M bestimmt. Trotz stetiger Veränderung des Einfrierfeldes werden nur ganzzahlige Vielfache des Flußquants Φ_0 durch den Zylinder gemessen. Ohne Quantelung sollten die Meßpunkte auf der gestrichelten Geraden liegen. (Nach [3])

2.2 Der Josephson-Effekt

Das BCS-Modell der Supraleitung benutzend beschrieb Josephson Effekte, die an dünnen Isolierschichten zwischen zwei Supraleitern (ein solches System wird „Josephson-Kontakt“ oder auch „weak link“ genannt) auftreten. Hierbei handelt es sich im Wesentlichen um das Tunneln von Cooper-Paaren durch die Isolierschicht, die eine Breite kleiner als 30\AA hat. Dazu betrachten wir die Grundschaltung aus Abb. 2.2. Wie in der Schaltung dargestellt wird eine äußere Spannung über einen äußeren Widerstand an den Tunnelkontakt S_1/S_2 gelegt. Des weiteren können die Spannung U , die über der Tunnelbarriere abfällt, und der Strom I durch den Kontakt gemessen werden. Die beiden Supraleiter S_1 und S_2 sind aus dem selben Material und so tief abgekühlt, daß die Elektronen im BCS-Grundzustand sind. Die Vielteilchenwellenfunktionen ϕ_1 und ϕ_2 beschreiben dann in den entsprechenden Supraleitern S_1 und S_2 die Cooper-Paar-Zustände, die jeweils im anderen Supraleiter nicht völlig verschwinden, d.h. tunneln können (Abb. 2.3). Es gilt für das System:

$$i\hbar \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \mathcal{H}_1 \phi_1 + K \phi_2 ,$$

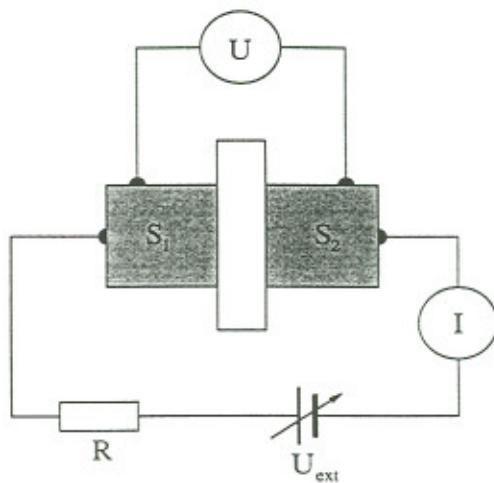


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Schaltung zur Beobachtung des Josephson-Effekts an einem Kontakt, der aus zwei Supraleitern (S_1, S_2) und einer isolierenden Barriere dazwischen besteht. Gemessen werden können der Tunnelstrom I und die Spannung U , die über der Barriere abfällt. (Nach [2])

$$i\hbar \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \mathcal{H}_2 \phi_2 + K \phi_1. \quad (2.6)$$

K beschreibt in diesen Gleichungen die für den Tunnelübergang charakteristische Kopplung. Die Hamilton-Operatoren \mathcal{H}_1 und \mathcal{H}_2 können durch die Energien der einzelnen supraleitenden Zustände ersetzt werden, wenn man annimmt, daß ϕ_1 und ϕ_2 näherungsweise \mathcal{H}_1 und \mathcal{H}_2 als Eigenlösungen haben. Eine Spannung U über dem Tunnelkontakt bedeutet eine Energiedifferenz um qU ($q = -2e$) zwischen den beiden Supraleitern. Bei gewählter Lage des Nullpunktes symmetrisch zwischen beiden Supraleitern in der Barriere erhält man aus (2.6)

$$\begin{aligned} i\hbar \dot{\phi}_1 &= \frac{qU}{2} \phi_1 + K \phi_2, \\ i\hbar \dot{\phi}_2 &= \frac{qU}{2} \phi_2 + K \phi_1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

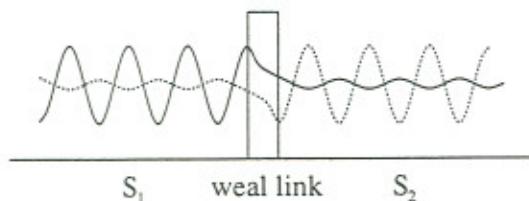


Abbildung 2.3: Tunneleffekt: Die Vielteilchenwellenfunktionen in den jeweiligen Supraleitern.

Die Zustandsgleichungen ϕ_1 und ϕ_2 lassen sich, weil $|\phi|^2 = n_{Co}$ die Dichte der Cooper-Paare ist, als

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \sqrt{n_{Co1}} e^{i\varphi_1}, \\ \phi_2 &= \sqrt{n_{Co2}} e^{i\varphi_2}.\end{aligned}\quad (2.8)$$

darstellen. φ_1 und φ_2 sind die Phasen der Vielteilchen-Wellenfunktionen. Mit (2.7) zusammen erhält man

$$\begin{aligned}\dot{n}_{Co1} &= \frac{2}{\hbar} K \sqrt{n_{Co1} n_{Co2}} \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \dot{n}_{Co2} &= -\frac{2}{\hbar} K \sqrt{n_{Co1} n_{Co2}} \sin(\varphi_2 - \varphi_1),\end{aligned}\quad (2.9)$$

bzw.

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1 &= \frac{1}{\hbar} K \sqrt{\frac{n_{Co2}}{n_{Co1}}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{qU}{2\hbar}, \\ \dot{\varphi}_2 &= \frac{1}{\hbar} K \sqrt{\frac{n_{Co1}}{n_{Co2}}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{qU}{2\hbar}.\end{aligned}\quad (2.10)$$

Weil wir zu Beginn eine symmetrische Anordnung gewählt haben (zwei gleiche Supraleiter), vereinfachen sich die Gleichungen mit $n_{Co1} = n_{Co2} = n_{Co}$ zu

$$\dot{n}_{Co1} = \frac{2K}{\hbar} n_{Co} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = -\dot{n}_{Co2}, \quad (2.11)$$

$$\hbar(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = -qU. \quad (2.12)$$

Mit diesen beiden Gleichungen ist es jetzt möglich, die Josephson-Effekte zu erklären.

1. Der Josephson-Gleichstrom

Solange ein Maximalstrom I_{Co}^{max} von Cooper-Paaren in der Barriere nicht überschritten wird, hat die Spannung U über dem Tunnelkontakt den Wert null. Die Gleichungen (2.11) und (2.12) haben trotz der verschwindenden Spannung einen Stromfluß $\dot{n}_{Co} \neq 0$ als Lösung. Für unsere Grundschatzung bedeutet das, daß ein Tunnelstrom I_{Co} von Cooper-Paaren zwischen den beiden Supraleitern fließt, dessen Richtung von der Phasendifferenz $\varphi_2 - \varphi_1$ der BCS-Vielteilchenzustände abhängt:

$$I_{Co} = I_{Co}^{max} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (2.13)$$

Die extern angelegte Spannung U_{ext} verhindert durch Abführen von Ladung auf der einen Seite und Ersetzen auf der anderen Seite eine Ladungsasymmetrie, die sonst den Tunnelstrom verhindern würde. So aber bleibt dieser Strom stationär. Es fließt ein Gleichstrom, solange der Tunnelstrom I_{Co} , der mit U_{ext} anwächst, nicht seinen Maximalwert übersteigt (Abb. 2.4).

2. Der Josephson-Wechselstrom

Wird der maximale Josephson-Strom I_{Co}^{max} durch eine genügend große Spannung U_{ext} überschritten, so wird der Zustand instabil. Es tritt eine Spannung $U \neq 0$ an der Tunnelbarriere auf. Der Strom, der durch diese Barriere fließt, wird nun von tunnelnden Einzelelektronen getragen, die durch das Aufbrechen der Cooper-Paare entstehen. Betrachtet man in diesem Zustand die $U - I$ Kennlinie, so zeigt sie quasi-ohmsches Verhalten (Abbildung 2.4).

Solange sich die Phasenverschiebung $(\varphi_2 - \varphi_1)$ zeitlich nicht ändert, fällt keine Spannung über den Josephson-Kontakt ab. Bricht allerdings der Josephson-Gleichstrom I_{Co} bei Überschreitung des Maximalwertes zusammen, baut sich eine Spannung U auf und die Phasenverschiebung zwischen den beiden Zuständen beginnt sich zu verändern. Die Integration von Gleichung (2.12) ergibt

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{\hbar} 2eUt + \Delta\varphi_{init}. \quad (2.14)$$

Dieses Ergebnis in (2.11) eingesetzt liefert einen Wechselstrom im Tunnelkontakt, der dem Gleichstrom vom Einelektronen-Tunnellen überlagert ist,

$$I_{Co}^{\approx} \sim \dot{n}_{Co1} = \frac{1}{\hbar} 2Kn_{Co} \sin(\omega_{Co}t + \Delta\varphi_{init}), \quad (2.15)$$

mit

$$\omega_{Co} = \frac{1}{\hbar} 2eU. \quad (2.16)$$

Mit der Gleichung (2.16) läßt sich \hbar/e bestimmen, indem man die Spannung U und die Frequenz ω_{Co} ermittelt.

Eine besondere Bedeutung für die Effekte eines Josephson-Kontaktes hat der Einfluß eines äußeren Magnetfeldes parallel zur Isolierschicht. Der Maximalwert I_{Co}^{max} des Josephson-Gleichstroms hängt in sehr charakteristischer Weise von der Größe des Magnetfeldes ab. Abbildung 2.5 zeigt die Wirkung eines magnetischen Feldes auf den maximalen Josephson-Strom. Dabei treten Nullstellen dieses Stromes gerade bei Magnetfeldern mit ganzem Vielfachen des elementaren Flußquants auf. Diese dargestellte Abhängigkeit hat groß Ähnlichkeit mit einem Interferenzmuster, das entsteht beim Durchgang einer Welle durch einen Spalt (daher das „I“ in „SQUID“ für „Interference“).

Der Grund für diesen Effekt liegt darin, daß das Magnetfeld im Bereich des Josephson-Kontaktes das Material des Isolators durchdringen kann³ (Abbildung 2.6). Es beeinflußt somit direkt die Phasendifferenz, die eine Funktion des Ortes auf der Isolatorebene wird. Mit Kenntnis der ortsabhängigen Phasendifferenz kennen wir auch

³Genaugenommen durchdringt das Magnetfeld auch den Supraleiter bis zur Eindringtiefe λ .

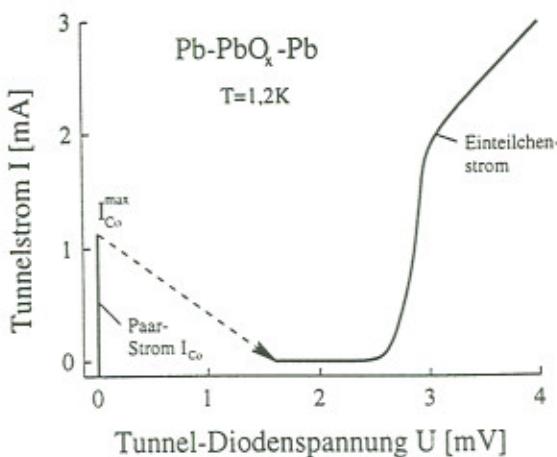


Abbildung 2.4: Tunnelgleichstromcharakteristik eines symmetrischen Josephson-Kontaktes ($Pb/PbO_x/Pb$): Der Cooper-Paar-Tunnelstrom springt beim Überschreiten des maximalen Josephson-Paar-Stroms I_{Co}^{max} über auf die stabile charakteristische Einteilchenkennlinie. (Nach [4])

die Stromdichte des Josephson-Stromes am jeweiligen Ort⁴ und können durch Integration über die gesamte Ebene den resultierenden Josephson-Strom durch den ganzen Kontakt errechnen. Als Ergebnis für den maximalen Cooper-Paar-Strom als Funktion des magnetischen Flusses durch den Josephson-Kontakt erhält man

$$I_{Co}^{max}(B^{ext}) = I_{Co}^{max}(0) \frac{\sin \frac{\pi \Phi^{ext}}{\Phi_0}}{\frac{\pi \Phi^{ext}}{\Phi_0}}. \quad (2.17)$$

Φ^{ext} ist der vom \mathbf{B} -Feld in dem Kontakt erzeugte magnetische Fluss, Φ_0 das elementare Flussquant.

⁴Die Stromdichte kann je nach Magnetfeld innerhalb der Ebene das Vorzeichen wechseln und somit Strome mit entgegengesetzter Richtung bewirken. Diese Stromdichten können sich je nach Magnetfeld zu null aufintegrieren oder einen Maximalstrom bewirken.

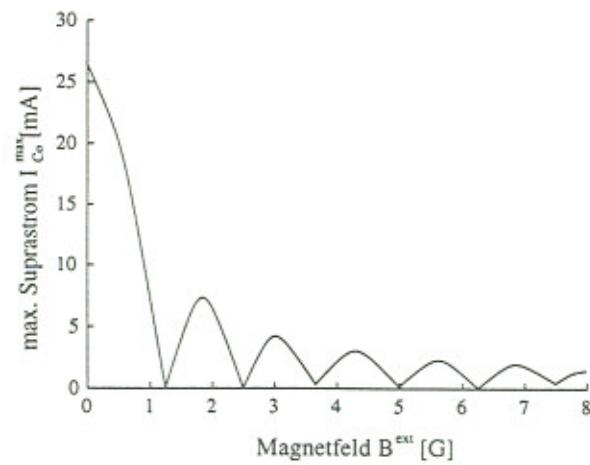


Abbildung 2.5: Mit einer Anordnung nach Abb. 2.2 gemessene Abhängigkeit des maximalen Josephson-Stromes von einem Magnetfeld, das parallel zur Isolierschicht angelegt ist. (Nach [4])

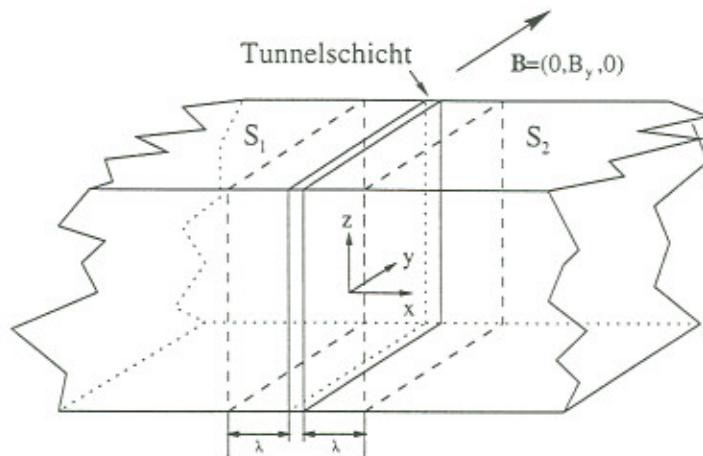


Abbildung 2.6: Tunnelkontakt im Magnetfeld. Die Eindringtiefe λ beträgt einige hundert \AA .

Kapitel 3

Das SQUID

Nach den Erläuterungen der physikalischen Grundlagen in den vorhergehenden Kapiteln kommen wir nun zum SQUID selbst, seinem Aufbau und seiner Funktionsweise innerhalb der Elektronik, in die es eingegliedert ist.

Wie wir in Kapitel 2.2 gesehen haben, bestimmt der Widerstand eines Josephson-Kontaktes das Strom-Spannungs-Verhältnis. Um also ein Magnetfeld zu bestimmen, mißt man genaugenommen die Impedanz des SQUIDs. Das SQUID selbst als Supraleiterring mit Josephson-Kontakten hilft uns jedoch noch nicht, um Magnetfelder messen zu können bzw. Magnetfeldänderungen festzustellen. Dafür ist noch eine zusätzliche Elektronik nötig, die die im SQUID auftretenden Effekte so verarbeitet, daß sie als auswertbare Signale lesbar sind. Wie in Abbildung 1 angedeutet existieren 2 Arten von SQUIDS, nämlich das DC-SQUID und das RF-SQUID. Sie unterscheiden sich zunächst einmal nur durch die Anzahl der Josephson-Kontakte (weak links). Doch in ihrer Einbindung in eine elektrische Schaltung weichen sie voneinander ab. Weil in diesem Versuch ein RF-SQUID verwendet wird, möchte ich das DC-SQUID nur kurz erwähnen.

3.1 Das DC-SQUID

Die prinzipielle Art der Eingliederung des DC-SQUIDS in eine Meßapparatur ist in Abb. 3.1 dargestellt. Dabei sind die weak links parallel in einem supraleitenden Ring angeordnet. Lassen wir durch das SQUID einen konstanten Gleichstrom $I > 2I_{Co}^{max}$ fließen (I_{Co}^{max} ist die kritische Stromstärke eines Josephson-Kontaktes), so ändert sich bei stetigem Anwachsen eines magnetischen Flußes Φ durch die Schleife die über das SQUID abfallende Spannung V periodisch mit Φ_0 als Periode (Abb. 3.2 a). Betrieben wird das SQUID gewöhnlich in dem Bereich, in dem die Ableitung der $V - \Phi$ -Kurve maximal ist. Man erhält daher als Ausgangssignal eine Spannungsänderung in Abhängigkeit einer kleinen Flußänderung $\delta\Phi$ ($\ll \Phi_0$). Damit ist ein SQUID also

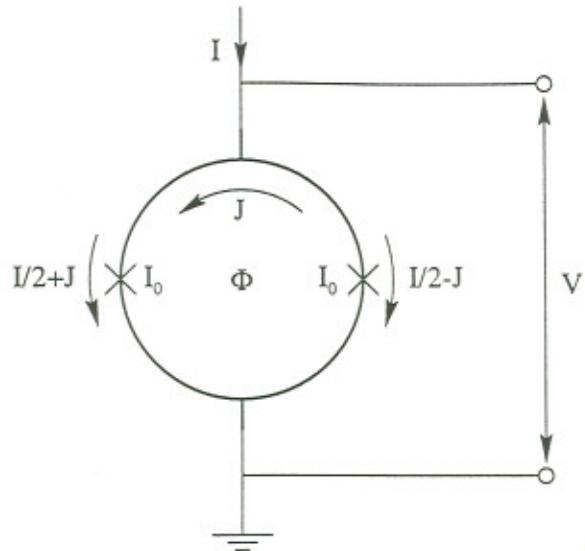


Abbildung 3.1: Prinzipschaltung des DC-SQUIDs

ein „Fluß/Spannungs“-Wandler.

Die Arbeitsweise des SQUIDs werde ich noch kurz erläutern, ohne dabei auf eine detaillierte Beschreibung der Signale mit ihren Eigenschaften einzugehen. Dazu nehmen wir an, daß die weak links, die aktiven Bereiche des SQUIDs, symmetrisch angeordnet und identisch sind (in Abb. 3.1 mit „×“ dargestellt). Der angelegte Strom durch das SQUID teilt sich bei Abwesenheit eines magnetischen Flusses (oder ganzem Vielfachen davon) an den beiden weak links gleichmäßig auf, es existiert kein zirkulierender Strom im Ring (siehe Kapitel 2.2). Die Apparatur besitzt folglich den kritischen Strom $2I_{Co}^{max}$. Erzeugen wir nun einen magnetischen Fluß Φ (Abb. 3.1), so ist der Fluß durch den Ring quantisiert und ein Strom $J = -\Phi/L$ wird hervorgerufen (L ist die Induktivität des Ringes), wobei die Effekte an den weak links unberücksichtigt bleiben (Abb. 3.2 b). In diesem einfachen Bild addieren bzw. subtrahieren sich die Ströme an den beiden Kontakten. An Kontakt 1 ist der kritische Strom erreicht, wenn $I_{Co}^{max} = I/2 + J$, während durch Kontakt 2 ein Strom der Größe $I_{Co}^{max} - 2J$ fließt. Wenn also $I = 2I_{Co}^{max} - 2|J|$ ist, dann fällt über dem SQUID eine Spannung ab. Erhöht man den Fluß auf $\Phi_0/2$, so fällt der kritische Strom für die Schaltung auf $2I_{Co}^{max} - \Phi_0/L$ ab. Erhöht man den Fluß über $\Phi_0/2$, dann ändert das SQUID seinen Zustand, ein Flußquant dringt in den Ring ein und J ändert sein Vorzeichen. Erhöht man Φ weiter, nimmt der Kreisstrom J ab, bis $\Phi = \Phi_0$ wird, J verschwindet und der kritische Strom des SQUID wieder sein Maximum $I_{max} = 2I_{Co}^{max}$ erreicht. Auf diese Weise oszilliert der kritische Strom des SQUIDs als Funktion von Φ (Abb. 3.2 c). Des Weiteren haben wir gesehen, daß sich die Spannung, die über das SQUID abfällt, verändert. Auf diese Weise wird ein Quanteneffekt (Flußquantisierung) makroskopisch sichtbar gemacht.

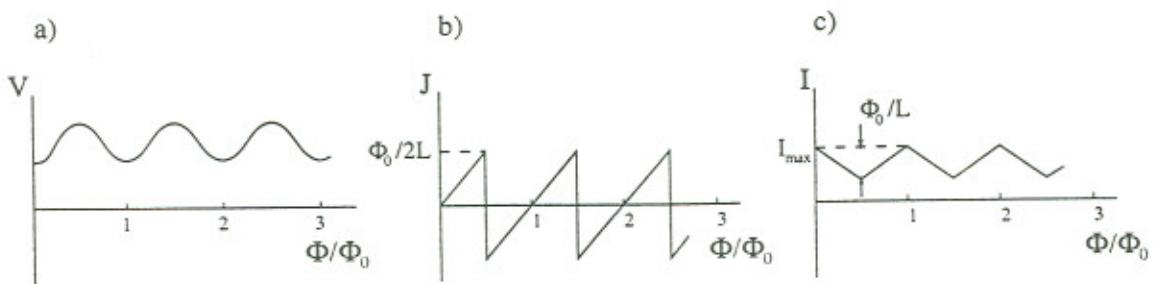


Abbildung 3.2: *DC-SQUID:* a) Abhängigkeit der Spannung vom magnetischen Flus bei konstantem Strom; b) Kreisstrom J erzeugt durch einen magnetischen Flus und c) die Abhängigkeit des maximalen kritischen Stromes I_{\max} des SQUIDs in Abhängigkeit vom magnetischen Flus bzw. von J : $I = 2I_{Co}^{\max} - 2|J|$.

Mit dieser vereinfacht dargestellten Abhandlung der Ereignisse in einem DC-SQUID soll die Funktionsweise etwas veranschaulicht werden. Als meßbare Größen beobachtet man Strom und Spannung, letztendlich wird also die Impedanz des SQUID gemessen, um Magnetfelder bestimmen zu können.

3.2 Das RF-SQUID

Im Gegensatz zum vorher beschriebenen DC-SQUID hat das RF-SQUID keinen direkten Kontakt zur Elektronik. Das RF-SQUID ist lediglich durch magnetische Induktion über eine kupferne Leiterspule gekoppelt, die mit einem parallel geschalteten Kondensator zusammen einen hochfrequenten elektrischen Schwingkreis bildet. Ein Wechselstrom mit ungefähr 19 MHz^1 wir durch diese Spule geführt, der einen oszillierenden magnetischen Flus im SQUID erzeugt. Dieser Flus wiederum ist die Ursache für die Entstehung eines Wechselstromes im SQUID-Ring, der, wenn genugend groß, den Josephson-Kontakt periodisch vom supraleitenden Zustand (Cooper-Paar-Tunneln) in den eines Widerstandes umschaltet. Im „Widerstandszustand“ verbraucht der Josephson-Kontakt Energie, die er aus dem induktiv gekoppelten Schwingkreis zieht, indem er ihn dämpft. Dies bewirkt eine Verminderung der Spannung im Schwingkreis, die mit Hilfe einer Halbleiterelektronik gemessen werden kann. Das Maß der Dämpfung und somit die Spannung im Schwingkreis hängen also vom magnetischen Flus, der durch das SQUID geht, und somit von dem außen anliegenden Magnetfeld ab.

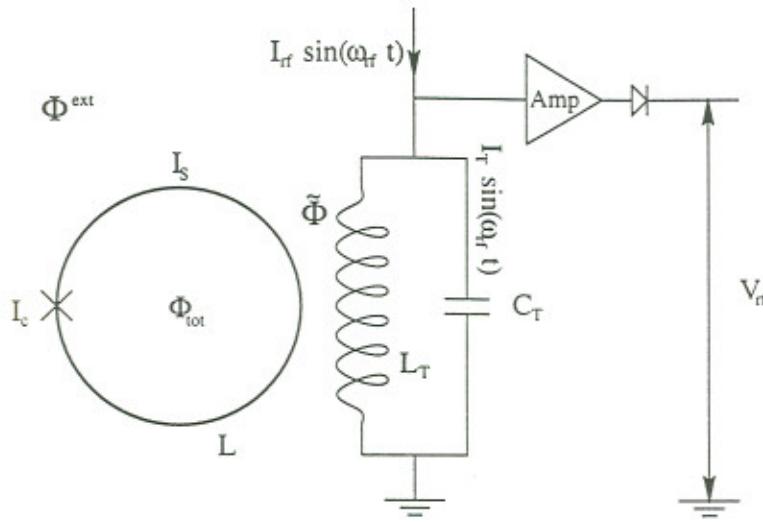


Abbildung 3.3: Prinzipschaltung des RF-SQUIDS. Die Spannung, die über dem Schwingkreis abfällt, wird mit einem Spitzengleichrichter zu V_{rf} umgeformt.

3.2.1 Die Signalerzeugung des SQUID

Das RF-SQUID besteht aus einem Supraleiterring mit der Induktivität L und einem Josephson-Kontakt mit kritischen Strom I_c (Abb. 3.3). Ein extern angelegter (quasistatischer) Fluß Φ , dessen Ursprung zunächst ohne Bedeutung sein soll, bewirkt, daß durch den Ring ein totaler Fluß Φ_{tot} geht. Aufgrund der Flußquantisierung hängen diese beiden Flüsse folgendermaßen miteinander zusammen:

$$\Phi_{tot} = \Phi - LI_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_{tot}}{\Phi_0}\right) \quad (3.1)$$

mit der Definition

$$I_S = I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_{tot}}{\Phi_0}\right), \quad (3.2)$$

wobei $LI_c = 1,25\Phi_0$ ein typischer Wert für das SQUID ist. Die Abhängigkeit Φ_{tot} von Φ ist in Abb. 3.4 „linearisiert“ dargestellt. Lassen wir nun Φ von Null beginnend anwachsen, so wird Φ_{tot} ebenfalls größer, nimmt allerdings nicht so schnell zu wie Φ , weil der Gegenfluß $-LI_S$ diesem entgegengesetzt ist. Sobald der Strom bei einem angelegten Fluß Φ_c den Wert I_c annimmt, fällt am Josephson-Kontakt eine Spannung ungleich Null ab und das SQUID springt vom Quantenzustand $k = 0$ in den Zustand $k = 1$. Wird jetzt Φ verringert, so bleibt das SQUID in seinem $k = 1$ -Zustand bis $\Phi = \Phi_0 - \Phi_c$ wird. Hier erreicht I_S wieder die kritische Stromstärke und das SQUID kehrt zum Zustand $k = 0$ zurück. Man erhält eine zweite Hystereseschleife, wenn man Φ verringert bis $-\Phi_c$ und dann wieder anwachsen läßt. Erwähnt sei, daß die

¹Ein RF-SQUID wird aus elektronischen Gründen normalerweise mit einem elektrischen Schwingkreis betrieben, dessen Resonanzfrequenz bei ca. 20 MHz bis 30 MHz liegt.

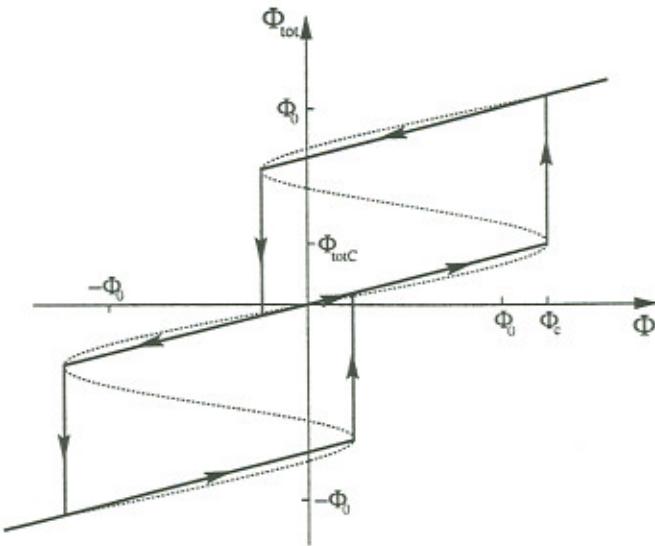


Abbildung 3.4: Die gepunktete Kurve stellt den Wert Φ_{tot} als Funktion von Φ dar. Als linearisierte Abhängigkeit ergibt sich die durchgehend gezeichnete Hystereseschleife, die den Weg beschreibt, den der Wert von Φ_{tot} bei Erhöhung und anschließendem Verringern des externen Flusses Φ annimmt.

Hystereseerscheinung nur auftritt, wenn $LI_c > \Phi_0/2\pi$. Für $LI_c \approx \Phi_0$ beträgt die Energie, die beim Durchlaufen einer einzelnen Hystereseschleife verbraucht wird

$$\Delta E \approx I_c \Phi_0. \quad (3.3)$$

Wir haben nun das Verhalten des Supraleiterringes mit einem weak link betrachtet. Für die Arbeitsweise der SQUIDs ist die Φ_{tot} -Abhängigkeit im Einzelnen nicht von Bedeutung. Wesentlich ist nur, dass die Flußänderungen um jeweils ein Φ_0 ziemlich scharf erfolgen. Diese scharfen Änderungen von Φ_{tot} werden in Spannungssignale umgesetzt. Dazu koppelt man an den Supraleiterring induktiv die Spule eines Hochfrequenzschwingkreises (Abb. 3.3), wobei L_T und C_T die Induktivität und die Kapazität des elektrischen Schwingkreises (Tank circuit) sind. Seine Resonanzfrequenz beträgt 19,6 MHz, sein Qualitätsfaktor² sei Q und die Kopplung zum SQUID ist durch die wechselseitige Induktivität $M = K(LL_T)^{1/2}$ gegeben. Mit $I_T = QI_{rf}$ erzeugt die Spule L_T ein Wechselfeld

$$\tilde{\Phi} = MQI_{rf} \sin(\omega_{rf} t) \quad (3.4)$$

mit

$$\Phi^* = MQI_{rf}. \quad (3.5)$$

²Die Amplitude des Wechselstroms $I_T \sin(\omega_{rf} t)$ im Resonanzschwingkreis hängt linear von der Amplitude des Erregerwechselstromes I_{rf} ab. Der Faktor $Q = R_T/\omega_{rf}L_T$ (R_T ist der effektive (paralleler) Widerstand des Schwingkreises) wird Qualitätsfaktor genannt.

Bevor wir jetzt einen externen Fluß Φ^{ext} zulassen, betrachten wir die Abhängigkeit der Spannung V_{rf} von der Stromstärke I_{rf} . I_{rf} bestimmt zunächst einmal die Amplitude I_T des Stromes im Schwingkreis ($I_T = QI_{rf}$), solange dieser einen magnetischen Fluß durch das SQUID induziert, der kleiner ist als Φ_c . Linear von dieser Amplitude hängt die Spannung V_{rf} ab (Abb. 3.5 a)), welche die Spitzenamplitude der Wechselspannung V_T angibt, die über dem Schwingkreis abfällt. Nimmt nun I_{rf} einen Wert an, so daß I_T den kritische Fluß Φ_c im SQUID erzeugt, dann ändert das SQUID seinen Zustand entweder in $k = +1$ oder $k = -1$ (Abb. 3.6 bei A). Durch den Wechselstrom wird das SQUID gleich wieder in den Zustand $k = 0$ überführt. Das SQUID hat nun die Hystereseschleife durchlaufen (Abb. 3.4) und entzieht deshalb dem Schwingkreis die Energie ΔE . Dies hat zur Folge, dass die Amplitude des Stromes im Schwingkreis gedämpft wird und somit wird auch V_T wieder kleiner (Abb. 3.5 b)). Jetzt ist die Amplitude des Wechselstromes im SQUID kleiner als Φ_c und es findet keine Zustandsänderung des SQUIDs statt. Der Schwingkreis benötigt einige Perioden, bis die Amplitude der Stromstärke genügend groß ist, um erneut Φ_c im SQUID zu induzieren. So wiederholt sich dieser Zustand des Systems immer wieder. Bei steigendem I_{rf} wird die Periode, mit der Φ_c erreicht wird, kleiner, ohne daß I_T seinen Maximalwert ändert (Abb. 3.5 c)), d.h. der Schwingkreis baut schneller seine Stromamplitude wieder auf. Für die Spannung V_{rf} ist dies aber ohne Auswirkung, weil sie die Spitzenamplitude der Wechselspannung angibt, und nicht von der Größe der Periode abhängt (Abb. 3.5 a) und b)). Sie bleibt daher konstant (Abb. 3.6 bei AB). Erst wenn I_{rf} so groß ist, daß bei jeder Periode des Stromes im Schwingkreis der Zustand des SQUIDs geändert wird, steigt mit zunehmendem I_{rf} auch wieder V_{rf} (Abb. 3.6 bei BC), bis das SQUID seinen Zustand von $k = \pm 1$ nach $k = \pm 2$ ändert und ein neues Plateau erreicht ist. Bei weiterem Erhöhen von I_{rf} wiederholen sich Anstiege und Plateaus periodisch.

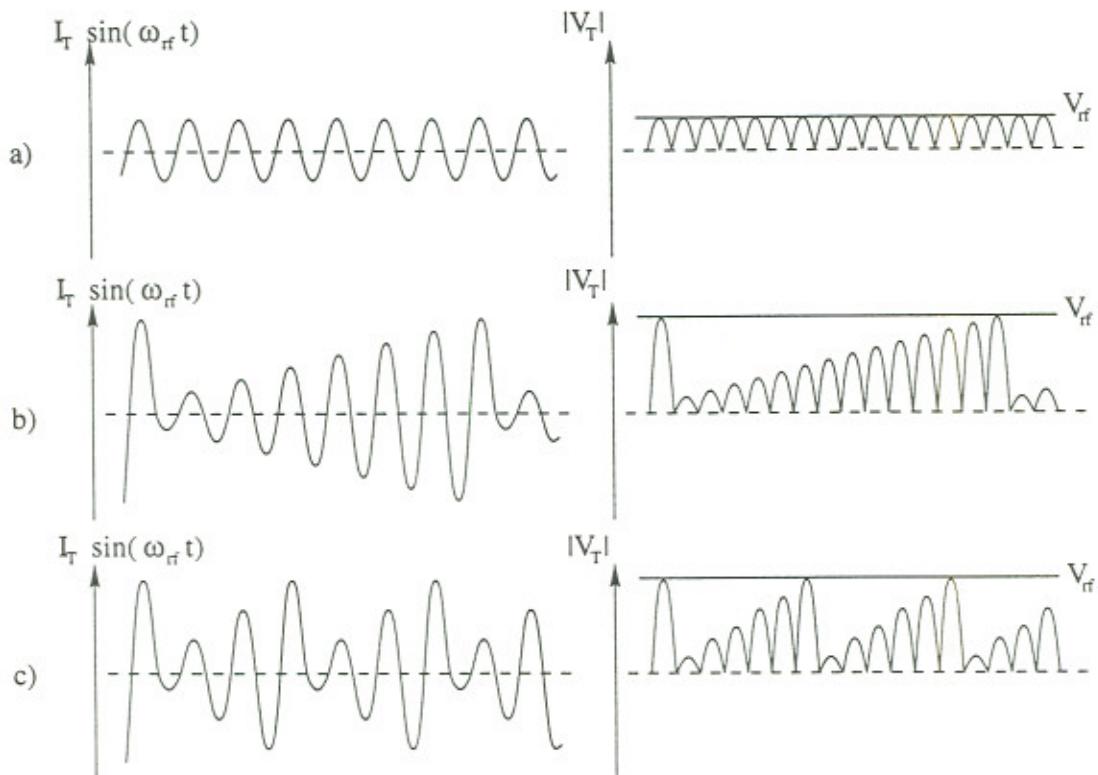


Abbildung 3.5: Erzeugung des Signals V_{rf} : a) Die Stromamplitude I_T erzeugt im SQUID einen Fluß $\Phi < \Phi_c$, so daß dem Schwingkreis keine Energie entzogen wird. Die Schaubilder b) und c) veranschaulichen die Begründung der Existenz des Plateaus aus Abb. 3.6. Sobald die Stromamplitude I_T im SQUID den Fluß Φ_c erzeugt, wird dem Schwingkreis Energie entzogen. Die Amplituden benötigen einige Perioden, um sich wieder aufzubauen. Obwohl I_{rf} in c) größer ist als in b), erhält man die gleiche Signalspannung V_{rf} , die die Spitzenamplitude der Wechselspannung, die über dem Schwingkreis abfällt, angibt.

Läßt man jetzt einen äußeren Fluß Φ^{ext} zu, so spürt das SQUID die Summe aus Φ^{ext} und dem Fluß $\tilde{\Phi}$

$$\begin{aligned}\Phi_{tot} &= \Phi^{ext} + \tilde{\Phi} \\ &= \Phi^{ext} + \Phi^* \sin(\omega_{rf} t).\end{aligned}\quad (3.6)$$

Um das SQUID zu betreiben, stellt man für I_{rf} einen konstanten Wert I_{fix} ein, der auf dem ersten Plateau zwischen A und D (Abb. 3.6 b)) liegt. Ein äußerer Fluß bewirkt eine Verschiebung der „Stufenfunktion“ aus Abb. 3.6 a), wie sie in Abb. 3.6 b) dargestellt ist. Eine maximale Veränderung der Spannung V_{rf} tritt dann auf, wenn der externen Fluß $\Phi^{ext} = \Phi_0/2$ wird (halbe Periode). Man erhält letztendlich eine periodische Abhängigkeit der Spannung V_{rf} vom äußeren Fluß Φ^{ext} mit Periode Φ_0 (Abb. 3.7). So wird makroskopisch der Quanteneffekt der Flußquantisierung sichtbar gemacht.

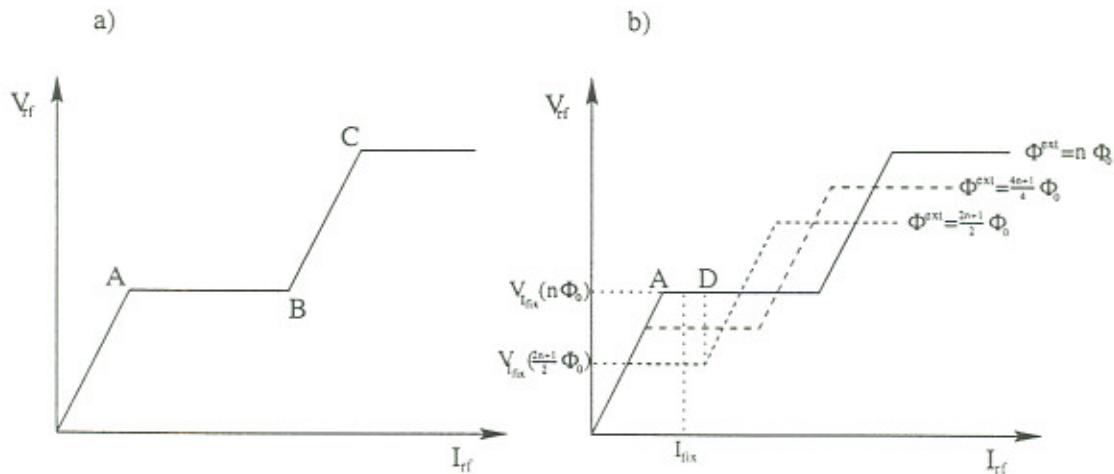


Abbildung 3.6: Für die Schaltung aus Abb. 3.3 sind a) die $I_{rf} - V_{rf}$ -Abhängigkeit und b) der Φ^{ext} -Einfluß dargestellt.

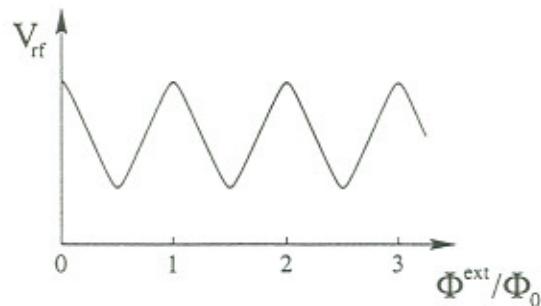


Abbildung 3.7: Darstellung der $\Phi^{ext} - V_{rf}$ -Abhängigkeit, die „SQUID-Pattern“ genannt wird.

3.2.2 Der elektronische Aufbau des Magnetfelddetektors

Die Control Unit kann mit zwei völlig unterschiedlichen Schaltungen betrieben werden (Set-Modus und Meß-Modus). Als Signale erhält man zum einen das „SQUID-Pattern“, das die Periodizität der Signalspannung in Abhängigkeit vom externen Fluß Φ^{ext} zeigt, und zum andern die Spannung, die nötig ist, um den Fluß durch das SQUID bei externen Magnetfeldern konstant zu halten.

Set-Modus

Wird die Control Unit im Set-Modus betrieben, wird dem Resonanzschwingkreis ein Spannungsgenerator zugeschaltet (Abb. 3.8), dessen Dreiecksspannung mit einer Frequenz von 200 Hz durch die Spule des Schwingkreises ein sich änderndes Magnetfeld beim SQUID erzeugt und somit eine Flußänderung durch das SQUID bewirkt. Die am Resonanzschwingkreis abfallende Spannung wird verstärkt und gefiltert. Als Signal erhält man am Detektorausgang „DET OUT“ das SQUID-Pattern, das die Abhängigkeit der Signalspannung V_{rf} vom externen Fluß Φ^{ext} zeigt. Das Signal lässt sich mit einem Oszilloskop beobachten, wobei man die Dreiecksspannung als Trigger verwendet (Abb. 5.2).

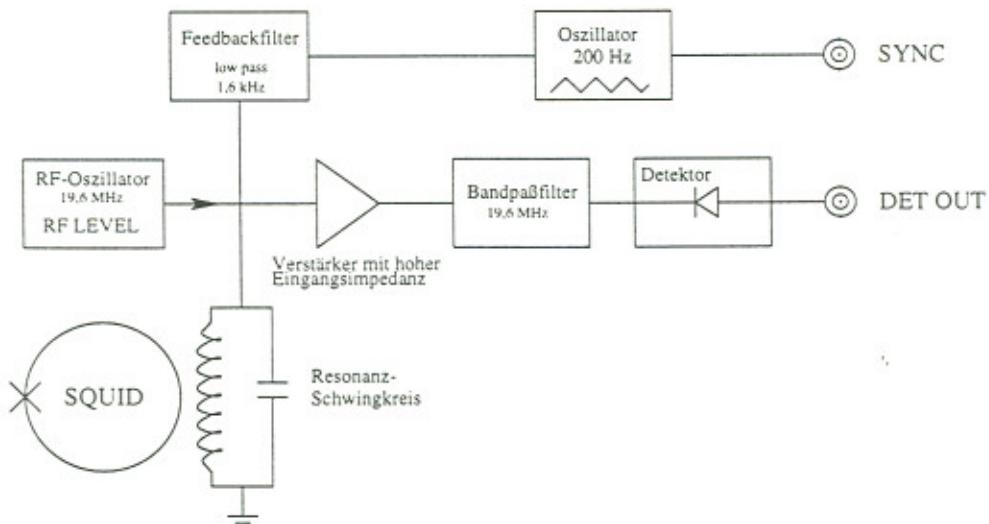


Abbildung 3.8: Blockdiagramm der Control Unit im „Set-Modus“.

Meß-Modus

Im Set-Modus wird die Flußabhängigkeit der Spannung dargestellt. Dabei wird die Spannung gegen einige Flußquanten aufgetragen. Die hohe Empfindlichkeit des

SQUIDs im Meß-Modus, d.h. die Messung von Bruchteilen des Flußquants, wird durch die Meßmethode des „flux locked loop“ und der „lock-in“-Technik erreicht, wie in diesem Kapitel erklärt wird.

Beim Betrieb der Control Unit im Meß-Modus wird der Dreiecksspannungsoszillator in der elektronischen Schaltung deaktiviert, stattdessen werden verschiedene Komponenten in die Schaltung aufgenommen und das Meßsignal rückgekoppelt (Abb. 3.9), um den magnetischen Fluß durch das SQUID konstant zu halten.

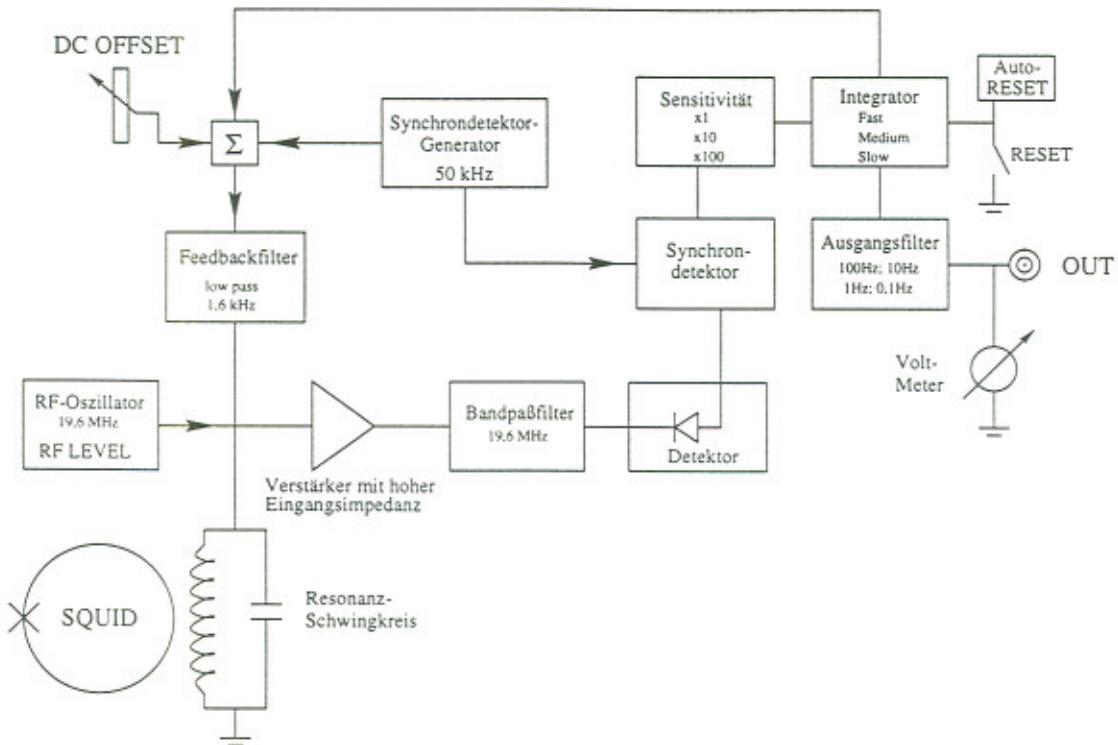


Abbildung 3.9: Blockdiagramm der Control Unit im „Meß-Modus“.

Die Abhängigkeit der Signalspannung V_{rf} von einem externen Fluß wurde in Abbildung 3.7 dargestellt. Mit der Meßtechnik „lock-in“ wird das Ausmessen der Spannung, die uns Rückschlüsse über Flußänderungen im SQUID gibt, verbessert. Dazu moduliert der Synchrodetektor-Generator den magnetischen Fluß durch das SQUID mit Hilfe des Schwingkreises. Die Amplitude der Flußmodulation beträgt ein Viertel der Periode der $\Phi^{ext} - V_{rf}$ -Abhängigkeit, also $\Phi_0/4$. Die hohe Modulationsfrequenz (50 kHz) soll das Rauschen unterdrücken. Die Modulation des magnetischen Flußes durch das SQUID bewirkt eine modulierte Signalspannung (Abb. 3.10 bis 3.12), die mit dem Referenzsignal des Synchrodetektor-Generators (50 kHz) im Synchrodetektor multipliziert wird. Die so erhaltene Spannung wird im Integator mit unterschiedlichen (wählbaren) Zeitkonstanten integriert und einerseits

als Ausgangssignal bereitgestellt, wobei geeignete Filter verwendet werden können, andererseits zum Resonanzschwingkreis zurückgeführt, damit sie den Fluß durch das SQUID einfriert („flux locked loop“). So wird also als Ausgangssignal die Spannung gemessen, die nötig ist, um Flußänderungen im SQUID zu kompensieren. Da mit der „lock-in“-Technik in einer einzelnen Periode der $\Phi - V_{rf}$ -Abhängigkeit Spannungen gemessen werden können, ist es durch diese Meßmethode möglich, Änderungen des magnetischen Flußes in Bruchteilen des Flußquants zu messen. Mit der Wahl angemessener Integrationszeiten lässt sich das Rauschverhalten der Signalspannung verbessern.

Zum besseren Verständnis der „lock-in“-Technik führe ich einige Beispiele auf, bei denen die Wirkung der Flußmodulation in Abhängigkeit vom externen Fluß graphisch dargestellt werden:

- $\Phi^{ext} = n\Phi_0$ (Abb. 3.10)

Aus Abbildung 3.7 geht hervor, daß V_{rf} bei $\Phi^{ext} = n\Phi_0$ sein Maximum annimmt. Moduliert man nun den magnetischen Fluß mit dem Synchrodetektor-Generator, so erhält man die modulierte Spannung, deren Frequenz doppelt so groß ist wie die Modulationsfrequenz. Bei der Multiplikation mit dem Referenzsignal entsteht eine Wechselspannung, die mit Verwendung einer entsprechend großen Zeitkonstante aufintegriert den Wert Null ergibt.

- $\Phi^{ext} = (n + 1/4)\Phi_0$ (Abb. 3.11)

Legt man nun einen externen Fluß der Größe $\Phi^{ext} = (n + 1/4)\Phi_0$ an, so nimmt V_{rf} den Mittelwert zwischen seinem Minimum und seinem Maximum an. Setzt man hier die Modulation an, so ist das Ergebnis eine modulierte Spannung mit der gleichen Frequenz wie die Modulationsfrequenz. Die Multiplikation mit dem Referenzsignal liefert eine gleichgerichtete Wechselspannung, die aufintegriert einen Wert von Null verschieden ergibt (in diesem Fall eine negative Spannung).

- $\Phi^{ext} = (n - 1/4)\Phi_0$ (Abb. 3.12)

Im Fall $\Phi^{ext} = (n - 1/4)\Phi_0$ liegt V_{rf} erneut zwischen seinem Minimum und seinem Maximum, im Unterschied zum vorhergehenden Fall allerdings an einer negativen Steigung der $\Phi^{ext} - V_{rf}$ -Abhängigkeit. Mit der gleichen Begründung wie im vorherigen Fall erhält man jedoch eine positive Spannung als Ausgangssignal.

Somit erhält man eine zu messende Ausgangsspannung, die linear vom externen Fluß Φ^{ext} abhängt (Abb. 3.13).

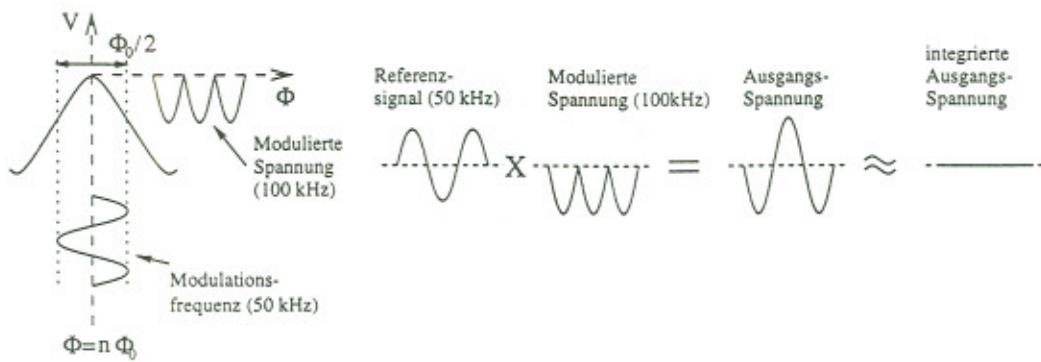


Abbildung 3.10: Spannungsmodulation für den Fall $\Phi^{\text{ext}} = n\Phi_0$: Die Spannung wird erst moduliert und danach im Synkrodetektor mit dem Referenzsignal multipliziert. Als Ausgangssignal erhält man eine Spannung gleich Null.

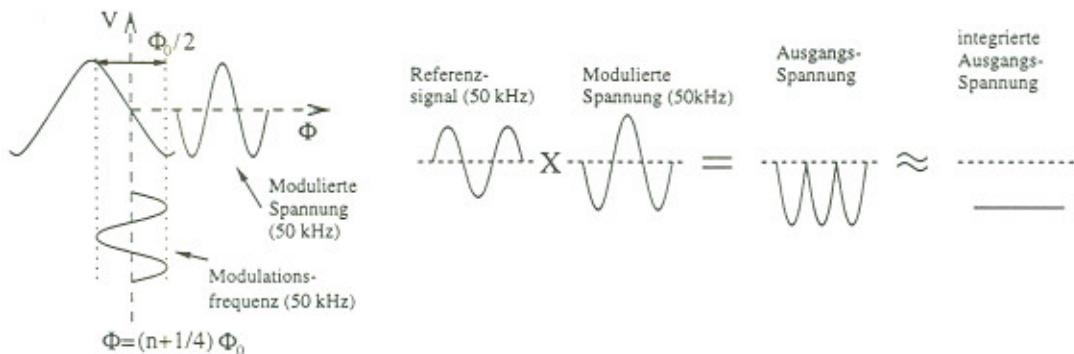


Abbildung 3.11: Spannungsmodulation für den Fall $\Phi^{\text{ext}} = (n + 1/4)\Phi_0$: Die Spannung wird erst moduliert und danach im Synkrodetektor mit dem Referenzsignal multipliziert. Als Ausgangssignal erhält man eine Spannung kleiner Null.

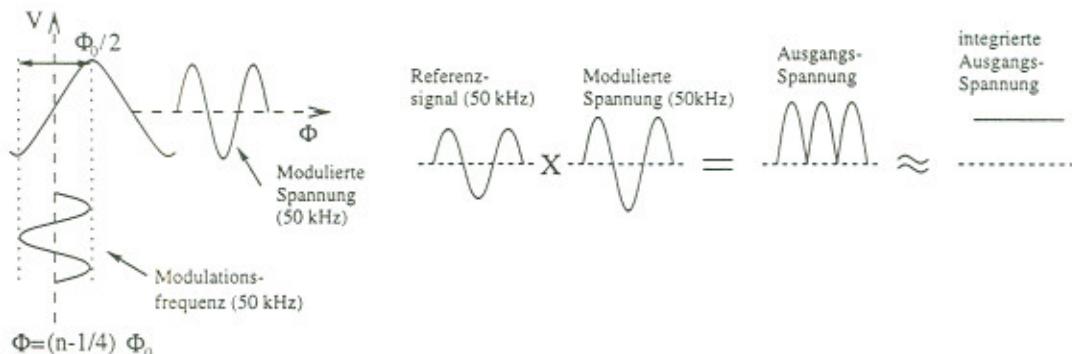


Abbildung 3.12: Spannungsmodulation für den Fall $\Phi^{\text{ext}} = (n - 1/4)\Phi_0$: Die Spannung wird erst moduliert und danach im Synkrodetektor mit dem Referenzsignal multipliziert. Als Ausgangssignal erhält man eine Spannung größer Null.

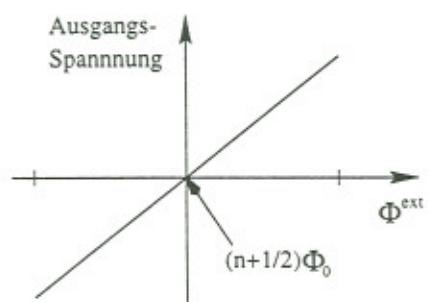


Abbildung 3.13: Abhängigkeit der integrierten Ausgangsspannung vom externen Fluß
 $\Phi^{\text{ext}} = (n + x)\Phi_0$.

Kapitel 4

Versuchsaufbau und Komponenten

In den folgenden Kapiteln werden der Aufbau und die Komponenten des Versuches „SQUID“ für das Physikalische Fortgeschrittenpraktikum (Teil I) dargestellt. Basierend auf dem High-T_C Magnetometer „HM2“ der Forschungsgesellschaft für Informationstechnik mbH (F.I.T), der aus einer Control Unit, einem SQUID-Sensor und einem magnetisch abgeschirmten Gehäuse (Dewar) mit Kryostat besteht, enthält der Versuch mehrere Komponenten wie zum Beispiel Probenhalterungen und Datenauswertung mit einem Computer. Ziel des Aufbaus ist es, über Flexibilität bei der Auswahl der zu untersuchenden Proben zu verfügen, reproduzierbare Messungen zuzulassen und dabei keine „black box“ darzustellen, die ansonsten die Vorgehensweise des Versuches optisch und im Gebrauch verbergen könnte.

4.1 Aufbau des Versuches

Das Dewar, in dem die Sonde mit dem SQUID betrieben wird, ist auf einem in der Höhe einstellbaren Tischchen montiert, der zusammen mit einer Schiene mit zuuhorigem Schlitten auf einer Wabenplatte montiert ist. Auf dem Schlitten befinden sich neben den Halterungen für den Antriebsmotor mit Getriebe und für einen digitalen Impulsgeber die Lagerung einer Achse, die die zu messenden Proben unterhalb der Sonde im Dewar hält. Die zu beobachtenden Signale, die die Control Unit zusammen mit dem SQUID und einem zwischengeschalteten RF-Head liefert, können in einem Oszilloskop beobachtet werden. Die Signale werden zusammen mit den Impulssignalen des digitalen Impulsgebers von dem Programm „Winsquid“ auf einem PC eingelesen und stehen dort zur Auswertung zur Verfügung. In Abb. 4.1 ist der Aufbau des Versuches schematisch dargestellt.

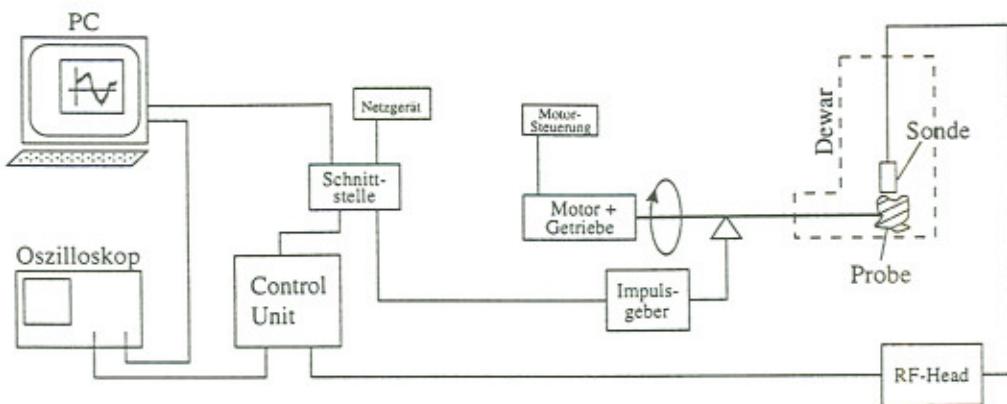


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

4.2 Komponenten

4.2.1 Der SQUID-Sensor und seine Halterung (Dewar)

Die allgegenwärtige Existenz von Magnetfeldern und ihre Fluktuationen können die Messungen mit einem SQUID natürlich beeinflussen. Um den SQUID-Sensor vor diesen Feldern etwas abzuschirmen, wird er in einem mit vier Lagen μ -Metall abgeschirmten Gehäuse betrieben. In diesem Gehäuse ist ein Kryostat eingebettet, das mit flüssigem Stickstoff gefüllt wird und somit die Kühlung des SQUIDs ermöglicht. Das Kryostat ist so konstruiert, daß zwischen dem Sensor (im flüssigen Stickstoff) und der warmen Außenumgebung ein kleinstmöglicher Abstand besteht. An der Position des SQUIDs trennt eine 1mm dicke Kryostatschicht die ca. -269°C kalte Innenseite von der Außenseite mit Zimmertemperatur.

Wichtig

Der Umgang mit der Sonde, dem Dewar und dem flüssigen Stickstoff erfordert Aufmerksamkeit und Vorsicht.

- Umgang mit flüssigem Stickstoff
Bevor mit flüssigem Stickstoff gearbeitet wird muß unbedingt die Sicherheitsanweisung gelesen werden ([28]).
- Das Kryostat
Nach dem Einfüllen des flüssigen Stickstoffs in das Kryostat im Gehäuse ist der Deckel zu schließen. Der SQUID-Sensor wird von oben durch den Deckel in den flüssigen Stickstoff eingetaucht, bis er auf dem Boden des Kryostats

aufsitzt. Dabei ist der Sensor langsam und vorsichtig runterzuführen, damit er nicht den Boden des Kryostats durchschlägt.

- Der SQUID-Sensor

Der SQUID-Sensor ist zu Beginn des Versuches vorsichtig in den flüssigen Stickstoff einzutauchen und soll dann die ganze Zeit über von flüssigem Stickstoff umgeben sein. Wird der SQUID-Sensor aus dem Stickstoff-Bad herausgenommen, so ist er in der offenen Version (im Gegensatz zur abgekapselten Bauart) umgehend mit einem kalten Föhn zu trocknen: Das durch die Kälte hervorgerufene kondensierte Wasser auf dem SQUID zerstört durch Korrosion den Josephson-Kontakt und macht das SQUID damit nutzlos. Ebenso wie Feuchtigkeit zerstört auch Hitze das SQUID: Der Supraleiter oxidiert und verliert seine Eigenschaften als solcher.

4.2.2 Die Control Unit

Die Control Unit (Abb. 4.2) wandelt die im SQUID ablaufenden Prozesse in auswertbare Signal um, die in Form von Spannungen ausgegeben werden, die im Bereich $\pm 10V$ liegen. Es stehen verschiedene Einstellungen an der Control Unit zur Verfügung, welche der Reihe nach beschrieben werden.

- RF LEVEL

Der Regler mit der Bezeichnung RF LEVEL bestimmt die Amplitude I_{rf} des Stromes, der in den Resonanzschwingkreis eingespeist wird (Abb. 3.3 und Kapitel 3.2). Das RF LEVEL ist so einzustellen, daß die Amplitude des SQUID-Pattern im Verhältnis zum Rauschen maximal ist.

- DC OFFSET

Mit dem Regler DC OFFSET läßt sich das Spannungsniveau im Bereich von $\pm 10V$ beliebig verschieben. Da die Magnetfelder nicht absolut gemessen werden, sondern nur Änderungen, interessieren somit auch nur Spannungsdifferenzen. Man mißt Spannungen relativ zu einem frei wählbaren Spannungsniveau. Der Regler darf innerhalb einer Messung nicht verstellt werden, da er sonst das Ergebnis verfälscht.

- SENS.

Die Control Unit wurde vom Hersteller so geeicht, daß Flußänderungen um genau Φ_0 im SQUID Spannungsänderungen um ganze Skalenteile bewirken. So lassen sich folgende Einstellungen machen:

- $\times 1: 10V/\Phi_0$
- $\times 10: 1,0V/\Phi_0$
- $\times 100: 0,1V/\Phi_0$

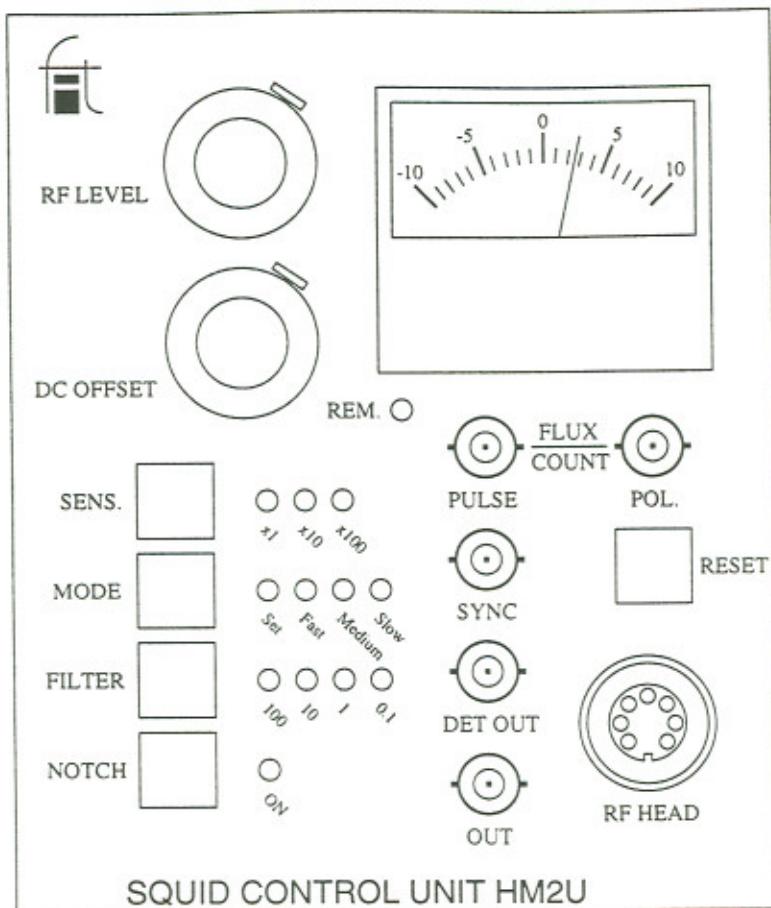


Abbildung 4.2: *Frontplatte der Control Unit*

Die Flussänderungen beziehen sich auf die Fläche, die das SQUID umgibt und durch die der magnetische Fluss läuft, und ist nicht zu verwechseln mit der Größe des angelegten Magnetfeldes.

- MODE

Die vier Modi der Control Unit lassen sich in zwei funktionell völlig unterschiedliche Betriebsarten aufteilen.

- Set-Modus

Ist die Control Unit auf diese Betriebsart eingestellt, wird dem Resonanzschwingskreis (Abb. 3.3 und Kapitel 3.2) ein Spannungsgenerator zugeschaltet, der eine Dreiecksspannung mit einer Frequenz von 200 Hz erzeugt, die das SQUID-Pattern hervorruft.

- Meß-Modus (Fast, Medium, Slow)

Im Meß-Modus werden die Spannungssignale des SQUIDs nach Durchlaufen verschiedener elektronischer Elemente der Control Unit (Kapitel

3.2) rückgekoppelt, d.h. sie werden modifiziert in den Resonanzschwingkreis eingespeist, wo sie den Flußänderungen im SQUID entgegenwirken und somit den „ursprünglichen“ Fluß durch das SQUID (den Zustand des SQUIDs) erhalten. Diese Spannungen, die also den Fluß durch das SQUID konstant halten (ihn einfrieren) und somit direkt abhängig von den zu messenden Magnetfeldern sind, werden zur Messung verwendet. Die Einstellungen „Fast“, „Medium“ und „Slow“ verwenden im Integrator (Kapitel 3.2) unterschiedliche Zeitkonstanten.

- **FILTER**

Das Ausgangssignal der Control Unit kann durch einen aktiven Tiefpaß-Filter geführt werden. Dabei stehen folgende Grenzfrequenzen zur Auswahl: 100 Hz, 10 Hz, 1 Hz und 0,1 Hz. Frequenzen, die oberhalb dieser Grenzen liegen, werden somit je nach Einstellung herausgefiltert.

- **NOTCH**

Der einschaltbare Notch-Filter (Sperrfilter) dämpft aus dem Frequenzgebiet den Teilbereich zwischen 50 Hz und 60 Hz, um eventuelles Auswirken des Netzbrummens auf die Messungen zu unterdrücken.

- **PULSE und POL**

Diese BNC-Anschlüsse liefern TTL-Signale, falls die Ausgangsspannung $\pm 10V$ erreicht ist und eine auto-reset-Funktion die Spannung im Integrator (siehe Kapitel 3.2) nahe bei null setzt.

- **SYNC**

An dem SYNC-BNC-Anschluß kann eine Dreiecksspannung mit 200 Hz abgegriffen werden. Sie ermöglicht einerseits das Erzeugen des SQUID-Pattern und dient außerdem als Triggersignal, um das SQUID-Pattern auf dem Oszilloskop zu beobachten.

- **DET OUT**

Im Set-Modus greift man hier das Signal des SQUID-Pattern ab, das zusammen mit der Dreiecksspannung, die als Triggersignal verwendet wird, zum Oszilloskop geführt wird und dort beobachtet werden kann.

- **OUT**

An diesem BNC-Anschluß liegen im Meß-Modus die zu messenden Spannungen an, die auch auf der Spannungsskala an der Control Unit angezeigt wird. Die Spannung kann am Oszilloskop beobachtet werden und wird außerdem über einen Analog/Digital-Wandler in den Computer eingespeist.

- **RESET**

Mit dem RESET-Schalter wird die Spannung im Integrator (siehe Kapitel 3.2) manuell auf einen Wert nahe bei null gesetzt.

4.2.3 Die Probenhalterung mit Motor und Impulsgeber

Die verschiedenen zu untersuchenden Proben werden an einer Achse befestigt, die durch einen Wechselstrommotor mit zwischengeschaltetem Getriebe rotiert. An die Achse ist ein digitaler Impulsgeber über Zahnräder im Verhältnis 1:1 gekoppelt.

- Motor und Getriebe

Der Motor lässt sich an der Motorsteuerung ein- und ausschalten, Links- und Rechtslauf sind wählbar.

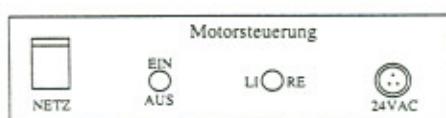


Abbildung 4.3: *Frontplatte der Motorsteuerung*

Das Getriebe hat 10 verschiedene Übersetzungen:

Einstellung	s/Umdrehung
10	4
5	8
2	20
1	40
0,5	80
0,2	200
0,1	400
0,05	800
0,02	2000
0,01	4000

Tabelle 4.1: *Getriebeübersetzungen*

- Digitaler Impulsgeber

Der digitale Impulsgeber ist über zwei Zahnräder an die Achse der Probenhalterung im Verhältnis 1:1 gekoppelt. Er liefert 1000 Impulse/Umdrehung auf TTL-Level, was einem Impuls pro $0,36^\circ$ entspricht. Die Impulse dienen als externer Trigger für den PC. Bei jedem Impuls wandelt der PC die zu messende (analoge) Spannung in einen digitalen Wert um, der im PC verarbeitet werden kann (siehe auch Software „WinSQUID“). Mit Hilfe des Impulsgebers erhalten die Meßwerte im PC somit einen Winkelbezug.

4.2.4 Die Software „WinSQUID“

Die Sofware „WinSQUID“ ist speziell für die Auswertung des Versuches „SQUID“ geschrieben. Wichtige Hardware-Komponenten des Programmes sind die A/D-Wandler-Meßkarte (im PC) und der externe Trigger (digitaler Impulsgeber), auf die das Programm abgestimmt ist.

Die Bedienung des Programmes „WinSQUID“ ist in der Gerätebeschreibung nachzulesen. „WinSQUID“ ist ein menügesteuertes Programm, das unter Windows läuft und daher nahezu selbsterklärend bedient werden kann. Nicht selbsterklärend ist die Arbeitsweise des Programmes bei einer Meßreihenaufnahme und wird deshalb hier erläutert.

Datenaufnahme mit „WinSQUID“

Wird eine Meßreihe in „WinSQUID“ gestartet, so wird zunächst der A/D-Wandler initialisiert. Die Karte ist nun bereit, analoge Spannungssignale in digitale Werte umzuformen. Der Initiator für die Erzeugung eines Meßwertes im PC ist der externe Trigger (digitaler Impulsgeber). Bei jedem Impuls, den er erzeugt, nimmt die Meßkarte einen A/D-gewandelten Wert auf und legt ihn in einen Zwischenspeicher. Da der Impulsgeber 1000 Impulse/Umdrehung liefert, erhält man bei exakt einer Umdrehung der auszumessenden Probe 1000 geordnete Meßwerte. Die Meßwerte werden in 0,36°-Abständen aufgenommen.

Um dem Rauschen und vor allem den Drifts der Spannung bei einer Meßreihe etwas entgegenzuwirken, kann man die Probe beliebig lange rotieren lassen und weiterhin Meßwerte aufnehmen. Man nimmt somit mehrere Meßwerte für eine Winkelposition der Probe auf: In der Anordnung der Meßwerte entspricht zum Beispiel der Wert an Position 1 der selben Winkelposition wie der Wert an Position 1001 (2001, 3001, ...). Bei jeder vollständigen Rotation der Probe (Aufnahme von 1000 neuen Meßwerten) werden die alten Meßwerte mit den neuen unter Berücksichtigung der Winkelposition gemittelt. Nach beenden einer Meßreihe erhält man letztendlich einen geordneten Datensatz bestehend aus 1000 Daten, denen je nach Position eine Winkelstellung zugeordnet werten kann. Außerdem sind diese Daten gemittelt aus sovielen Meßwerten, wie die Probe vollständige Umdrehungen gemacht hat.

Kapitel 5

Messungen und Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Messungen mit Ergebnissen beschrieben, welche im Fortgeschrittenen-Praktikum (Teil 1) durchgeführt werden sollen:

- Messung der Spannung, die über einem Supraleiterstab im normalleitenden und im supraleitenden Zustand abfällt.
- Beobachten des SQUID-Pattern im Set-Modus.
- Beobachten des Magnetfeldes einer rotierenden Leiterschleife. Die Ergebnisse werden mit der Theorie verglichen.
- Ausmessen des Magnetfeldes eines ausgerichteten und fixierten Eisenpulvers, eines Eisenspans, eines Bolzens und eines Kieselsteins.

5.1 Die Supraleitung

Ein Supraleiter im supraleitenden Zustand besitzt die Eigenschaft, ein widerstandsloser Leiter zu sein. Mit einem einfachen Versuch soll der Widerstand eines Bi-2212-Keramikstabes¹ im normalleitenden und im supraleitenden Zustand gemessen werden. Dazu sind an den Enden des Stabes, der 5 cm lang ist und einen Durchmesser von 0,5 cm hat, zwei elektrische Kontakte für die Gleichstromversorgung.

¹Solche Supraleiterstäbe werden als Überlastschalter für großtechnische Anlagen verwendet. Übersteigt der Strom einer Anlage die kritische Stromstärke des Supraleiterstabes (hier: $I_c = 244A$), so verhindert dieser die Überlastung der Anlage, indem er einen elektrischen Widerstand bekommt. Eine andere Anwendung solcher supraleitender Keramikstäbe ist der Einsatz als Stromzuleitung für gekühlte Anlagen, weil sie nicht dem Wiedemann-Franz-Gesetz gehorchen (gute elektrische Leitfähigkeit geht mit guter Wärmeleitfähigkeit parallel) und somit keine „Wärmebrücken“ bilden.

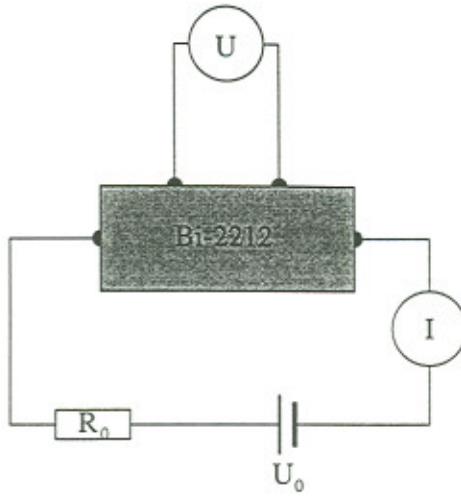


Abbildung 5.1: Schaltung zur Messung des elektrischen Widerstandes eines Supraleiters.

An zwei weiteren Kontakten (Abstand 1,2 cm) mißt man die Spannung, die am Supraleiter abfällt (Abb. 5.1). Mit dem Strom I durch den Supraleiter und dem Spannungsabfall U läßt sich mit den Gleichungen $U = R \cdot I$ und $R = \rho \cdot L/A$ (L ist der Abstand der Meßkontakte und A die Querschnittsfläche des Stabes) der spezifische elektrische Widerstand der Keramik ermitteln.

Für die Widerstandsmessung des Keramikstabes im supraleitenden Zustand läßt...

Temperatur [K]	I [A]	U [mV]	$\rho [\Omega m]$
293	1,0	13,0	0,013
77	1,0	< 0,1	$< 1,6 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 5.1: Meßergebnisse der Widerstandsmessung.

sich nur eine obere Schranke des spezifischen elektrischen Widerstandes angeben, da das Meßgerät Spannungen, die kleiner als 0,1mV sind, nicht messen kann.

5.2 Das SQUID-Pattern

Das SQUID-Pattern ist ein charakteristisches Signal eines SQUIDs. Mit dem Signal läßt sich sehr schnell erkennen, ob das SQUID funktionsfähig ist und Einstellungen wie die Stromstärkenamplitude I_{rf} oder auch Größen des Resonanzschwingkreises stimmen. Ist das SQUID zerstört, läßt sich kein (brauchbares) SQUID-Pattern einstellen. Das Signal ist eine verrauschte Linie. In diesem Fall ist der Sensor zu

erneuern. Wird ein SQUID-Sensor ausgetauscht, muß dieser neu mit dem Resonanzschwingkreis abgestimmt werden. Dies geschieht über einen Drehkondensator am RF-HEAD (nur beim Abgleichen einer neuen Sonde verstellen). Mit dem RF LEVEL lässt sich I_{rf} einstellen und somit das SQUID-Pattern optimieren.

Am Oszilloskop lässt sich das SQUID-Pattern sehr einfach beobachten. Ein typischer Wert für seine Amplitude liegt bei 20 mV bis 40 mV bei einer Frequenz von ca. 5 kHz. Die Frequenz des SQUID-Pattern hängt nur von der Aplitude und Frequenz der Dreiecksspannung ab, die in den Resonanzschwingkreis eingespeist wird und daher für die Flußänderungen im SQUID verantwortlich ist. Abbildung 5.2 zeigt das SQUID-Pattern bei einem Wert des RF LEVEL von 1,92 Skt.



Abbildung 5.2: Das SQUID-Pattern wurde mit Hilfe eines Speicheroszilloskops über 16 Aufnahmen gemittelt. Die Einstellung für die Zeitablenkung beträgt 0,2 ms/Div bei einem Ablenkungsfaktor von 10 mV/Div. Die ebenfalls abgebildete Dreiecksspannung des 200 Hz-Oszillators hat einen Ablenkungsfaktor von 200 mV/Div.

5.3 Das Magnetfeld einer Leiterschleife

Das SQUID gibt als Signal eines zu untersuchenden Magnetfeldes lediglich Spannungen aus, die ihren Ursprung in Flußänderungen durch das SQUID haben. Weil die Signalerzeugung des Magnetfelddetektors recht kompliziert ist, ist es für das Verständnis hilfreich, zunächst einmal ein Magnetfeld zu untersuchen, das bekannt ist. Um ein reproduzierbares und wohldefiniertes Magnetfeld zu erzeugen, benutzen wir eine Leiterschleife. Mit ihrer Lage im Raum, ihrem Radius und dem Strom, der

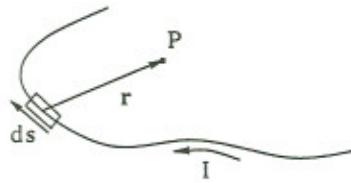


Abbildung 5.3: Zum Biot-Savart-Gesetz.

sie durchfließt, ist es möglich, die Magnetfeldstärke zum Teil sehr einfach zu berechnen oder mit Näherungen anzugeben. Mit der Verwendung einer Leiterschleife lassen sich also die gemessenen Daten mit errechneten Werten in Verbindung bringen.

5.3.1 Berechnungen des Magnetfeldes einer Leiterschleife

Das B-Feld auf der Symmetriearchse

In der Elekrodynamik beschreibt das Biot-Savart-Gesetz Magnetfelder mit stationären Strömen in dünnen Drähten. In Vektorschreibweise hat es die Form

$$dB = \mu_0 \frac{I \, ds \times e_r}{4\pi r^2}, \quad (5.1)$$

wobei dB der Anteil des Magnetfeldes ist, der von dem Strom I im Drahtstück ds am Ort P erzeugt wird (Abb. 5.3), und $e_r = r/r$ ist.

Für eine Leiterschleife (Radius R) mit stationärer Stromstärke I lässt sich das Magnetfeld auf der Symmetriearchse² mit folgender Relation beschreiben:

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \oint R \cdot ds \quad (5.2)$$

Mit $r^2 = R^2 + z^2$ folgt daraus

$$B_z = \frac{\mu_0 R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}} \cdot I. \quad (5.3)$$

Für das Experiment ergibt sich folgender Ausdruck:

$$B_z = 2,64 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am^2} \cdot \frac{U_{Bat}}{R_i} \quad (5.4)$$

²Die Leiterschleife liege in der x-y-Ebene und die z-Achse (Symmetriearchse) gehe durch den Mittelpunkt des Kreises, den die Leiterschleife beschreibt.

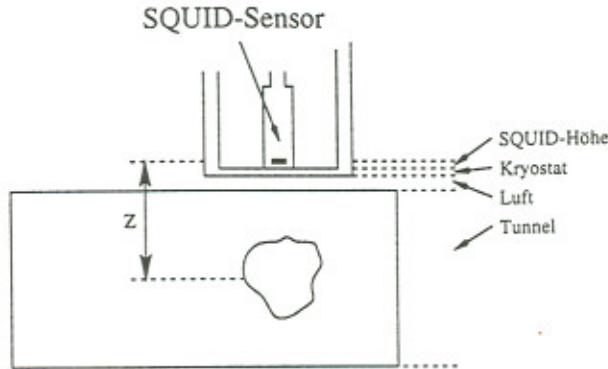


Abbildung 5.4: Abstand SQUID-Sonde zur Probenrotationsachse.

mit (Abb. 5.4)

$$\begin{aligned}
 \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \\
 R &= (0,0029 \pm 0,0003)m \\
 z &= \emptyset_{Tunnel}/2 + d_{Luft} + d_{Kryostat} + h_{SQUID} \\
 &= (2,30 + 0,15 + 0,10 + 0,15)cm \pm 0,25cm \\
 &= (0,0270 \pm 0,0025)m.
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Die zur Stromerzeugung erforderliche Spannung der Batterie U_{Bat} und der Widerstand R_i werden als Variablen weitergeführt.

Das Fernfeld der Leiterschleife

Die einzelnen Komponenten des Magnetfeldes einer Leiterschleife (Abb. 5.5) lassen sich für jeden beliebigen Punkt im Raum bestimmen, stellen jedoch große mathematische Anforderungen (Lösen elliptischer Integrale). Für das Fernfeld ($r \gg R$) einer Leiterschleife können folgende Komponenten in Kugelkoordinaten näherungsweise angegeben werden (nach [17]):

$$\begin{aligned}
 B_r &= \frac{1}{2}\mu_0 R^2 I \cdot \frac{\cos\theta}{r^3} \\
 B_\theta &= \frac{1}{4}\mu_0 R^2 I \cdot \frac{\sin\theta}{r^3} \\
 B_\varphi &= 0
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

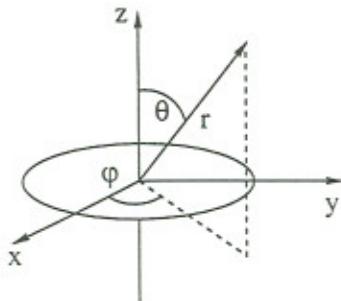


Abbildung 5.5: Zur Berechnung des Magnetfeldes einer Leierschleife.

Diese Näherungen für die Magnetfeldkomponenten des Fernfeldes zeigen die Charakteristik eines Dipols. Die SQUID-Sonde mißt nur die Radialkomponente B_r des Magnetfeldes.

Das magnetische Dipolmoment

Für eine stromdurchflossene Leiterschleife definiert man als magnetisches Dipolmoment das Produkt

$$\mathbf{p}_m = I \cdot \mathbf{A} \quad (5.7)$$

aus Stromstärke I und Flächennormalenvektor \mathbf{A} , dessen Richtung so bestimmt ist, daß er mit der Umlaufrichtung des Stromes I eine Rechtsschraube bildet. Zur Bestimmung des magnetischen Dipolmomentes eines Magneten mißt man sein Drehmoment \mathbf{D} in einem Magnetfeld \mathbf{B} und erhält mit der Relation

$$\mathbf{D} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B} \quad (5.8)$$

das magnetische Dipolmoment \mathbf{p}_m . Alternativ dazu kann man \mathbf{p}_m eines Magneten auch über die Messung seines Magnetfeldes B_z auf der Dipolachse in der (großen) Entfernung z von seinem Zentrum ermitteln. Dabei gilt dann (nach [10]):

$$B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{P_m}{z^3}. \quad (5.9)$$

Theoretische Werte

Die Meßeinheit der Apparatur wurde bei der Herstellung geeicht (siehe Kapitel 4.2.2). So bewirken Flußänderungen durch das SQUID um Φ_0 Spannungsänderungen um ganze Skalenteile. Man kann die Flußänderungen direkt in Verbindung mit Magnetfeldänderungen setzen, weil man die geometrischen Maße der Apparatur bestimmen und das Magnetfeld der Leiterschleife auf der Symmetriearchse berechnen kann.

Geht man von einer linearen Abhängigkeit der Spannungsänderung ΔV von der Flußänderung $\Delta\Phi$ aus, so erhält man folgende Beziehung:

$$\Delta V = s_i \cdot \Delta\Phi \quad (5.10)$$

s_i ist der Faktor, der durch die Einstellung der Sensibilität an der Control Unit gegeben ist. In Tabelle 5.2 sind die verschiedenen Faktoren aufgeführt.

SENS.	s_i	Faktor
$\times 1$	s_1	$10V/\Phi_0$
$\times 10$	s_{10}	$1,0V/\Phi_0$
$\times 100$	s_{100}	$0,1V/\Phi_0$

Tabelle 5.2: An der Control Unit wählbare Proportionalitätsfaktoren.

Der magnetische Fluß ist ein Maß für die Zahl der magnetischen Feldlinien durch eine Fläche:

$$\Phi_m = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}. \quad (5.11)$$

Um den magnetischen Fluß durch das SQUID zu bestimmen, betrachtet man also die Feldlinien, die durch das SQUID-Loch gehen. Da das SQUID aus einem Supraleiterring besteht, verdrängt es die Feldlinien, die somit im kleinen Raumvolumen um das SQUID nicht mehr als parallel angenommen werden können (Abb. 5.6 a)). Um dieses Problem zu lösen, wird die Effektiv-Fläche des SQUID eingeführt, durch die genau so viele parallele Feldlinien gehen wie gekrümmte Feldlinien durch das tatsächliche SQUID-Loch (Abb. 5.6). In dieser idealisierten Darstellung (parallel verlaufende Feldlinien durch das SQUID) vergrößert sich die tatsächliche Fläche des SQUID-Loches, die $100\mu m \times 100\mu m$ misst, nach Angaben der Herstellerfirma etwa um den Faktor 5 zur Effektiv-Fläche F_{eff} .

Damit ergibt sich mit Gleichung (5.11) für die maximale Flußänderung einer rotierenden Leiterschleife die Relation

$$\Delta\Phi = \Delta B_z \cdot F_{eff}, \quad (5.12)$$

wobei $\Delta B_z = 2 \cdot B_z$ ist, weil sich das Magnetfeld einer rotierenden Leiterschleife am einem Punkt auf der z-Achse im Abstand z vom Mittelpunkt der Leiterschleife zwischen $-B_z$ und B_z ändert. Aus den Gleichungen (5.4), (5.10) und (5.12) erhält man

$$\Delta V = 2s_i B_z F_{eff} \quad (5.13)$$

$$= 2,64 \cdot 10^{-14} \frac{Vs}{Am^2} \cdot \frac{s_i U_{Bat}}{R_i}. \quad (5.14)$$

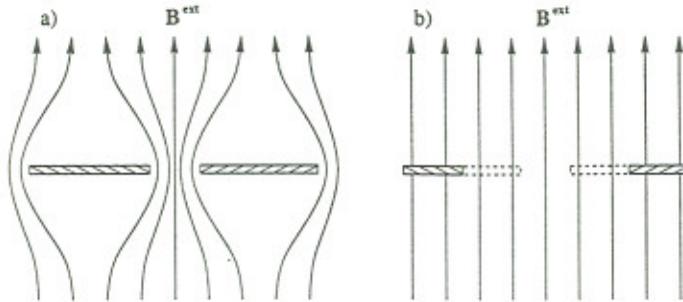


Abbildung 5.6: a) Schematische Darstellung der Magnetfeldlinien durch das SQUID; b) Idealisierte Darstellung des Verlaufs der Feldlinien durch Einführen der Effektivfläche F_{eff} des SQUID-Loches.

Die Meßdaten lassen sich einerseits in einem Winkel-Spannungs-Diagramm (Abb. 5.7 a)) auftragen, mit dem die Theorie geprüft werden kann (die Radialkomponente des Magnetfeldes eines Dipols verläuft sinusförmig) und die Spannungsdifferenzen ermittelt werden können (direkt oder mit Hilfe eines Sinus-Fits). Andererseits hilft eine Vektorendarstellung der Meßdaten (Abb. 5.7 b)), die Größe, Lage und Qualität des Dipols zu veranschaulichen. Die hierzu erforderliche Koordinatenumrechnung sieht wie folgt aus:

$$\begin{aligned}x_i &= |V_i - \bar{V}| \cdot \cos \theta_i \\y_i &= |V_i - \bar{V}| \cdot \sin \theta_i \\\bar{V} &= \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} V_i\end{aligned}\tag{5.15}$$

Für einen Vergleich der Meßdaten mit den zu erwartenden Werten wird als Fit eine Sinusfunktion durch die Meßreihe gelegt:

$$f_{fit}(\theta) = A + B \sin(\theta + C)\tag{5.16}$$

Der Parameter A ist für die Auswertung ohne Bedeutung. Er gibt lediglich die vertikale Verschiebung der Funktionswerte an und kann mit dem DC OFFSET an der Control Unit willkürlich eingestellt werden. Entscheidend für die Magnetfeldstärke ist der Parameter B , der die Amplitude des Sinus-Fits bestimmt und somit die maximale Spannungsdifferenz liefert. Die Phasenverschiebung C gibt Rückschlüsse auf die Winkelposition der zu untersuchenden Probe beim Start einer Messung.

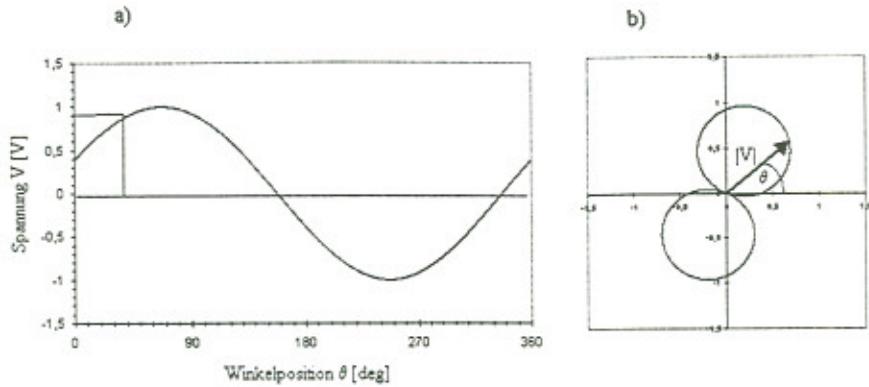


Abbildung 5.7: Theoretische Darstellung der Meßergebnisse eines Dipols als
a) Winkel-Spannung-Diagramm b) Vektordiagramm.

5.3.2 Magnetfeldmeßergebnisse für die Leiterschleife

Zu Beginn der Ausmessung eines Magnetfeldes der Leiterschleife sollte man sich mit den Einstellungsmöglichkeiten der Apparatur vertraut machen. Dabei ist für unterschiedlich starke Magnetfelder eine entsprechende Kombination aus Rotationsgeschwindigkeit der Leiterschleife, Meßmodus, Filterverwendung und Sensibilität zu wählen, die ein minimales Rauschen im Verhältnis zum Meßsignal liefert. Eine Faustregel lautet: Je kleiner das Magnetfeld ist, desto größer sind Integrationszeiten (Wahl zwischen FAST, MEDIUM und SLOW) und Filter bei langsamerer Rotation. Meßergebnisse, d.h. Spannungsdifferenzen, weichen bei unterschiedlichen Einstellungen der Apparatur voneinander ab. So „dämpfen“ größere Integrationszeiten das Spannungssignal ab, können allerdings das Verhältnis Rauschen zu Signal verbessern (besonders bei kleineren Magnetfeldern).

Messungen und Auswertungen

Der Strom, der die Leiterschleife durchfließt, wird durch Widerstände bestimmt, die in den Stromkreis mit Hilfe eines Jumpers zwischengeschaltet werden. Folgende Widerstände stehen zur Auswahl:

Widerstand R_i	Widerstand [Ω]
R_1	100
R_2	510
R_3	1000
R_4	5 100
R_5	10 000

Tabelle 5.3: Werte für die zwischenschaltbaren Widerstände.

Als Spannungsquelle dienen 2 Mikro-Batterien, die in Reihe geschaltet sind und somit ca. 3V liefern. Verschiedene Messungen für unterschiedliche Stromstärken in der Leiterschleife sind in den Abbildungen 5.8 bis 5.10 als Diagramme dargestellt. Bei den Messungen wurden folgende Einstellungen gewählt:

R_i	RF-LEVEL	SENS.	MODE	FILTER	NOTCH	Getr.	#Umd.
R_1	1,92 Skt	$\times 1$	fast	off	off	10	10
R_3	1,92 Skt	$\times 1$	medium	off	off	5	10
R_5	1,92 Skt	$\times 1$	slow	off	off	2	10

Tabelle 5.4: Einstellungen der Apparatur bei den Messungen mit der Leiterschleife.

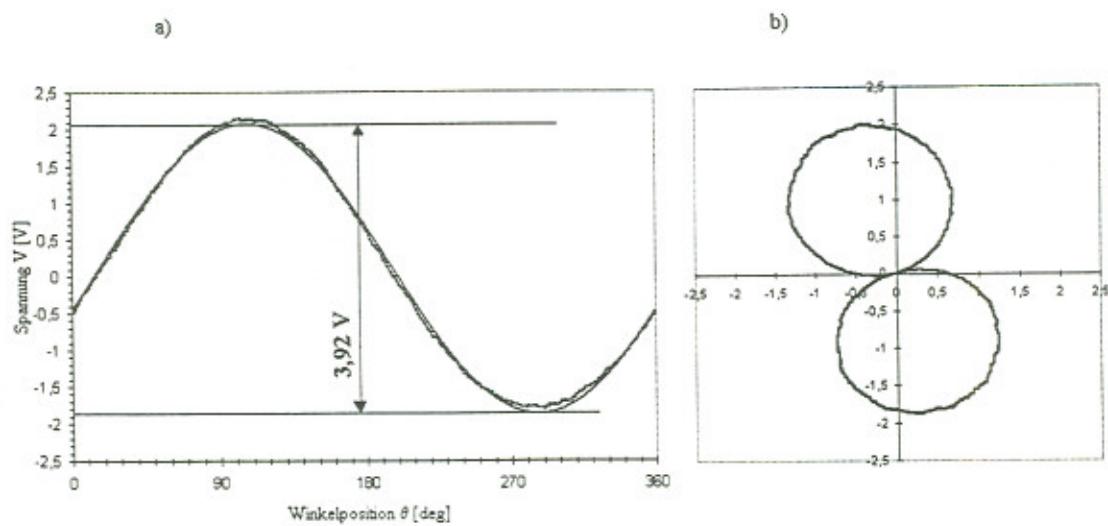


Abbildung 5.8: Meßergebnisse für die Leiterschleife für R_1 : a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektordiagramm.

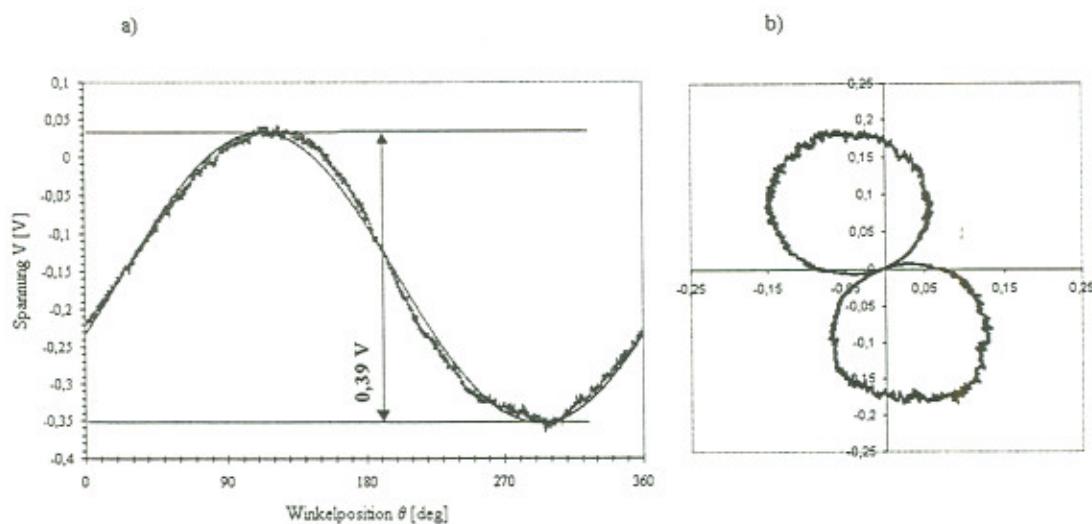


Abbildung 5.9: Meßergebnisse für die Leiterschleife für R_3 : a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektordiagramm.

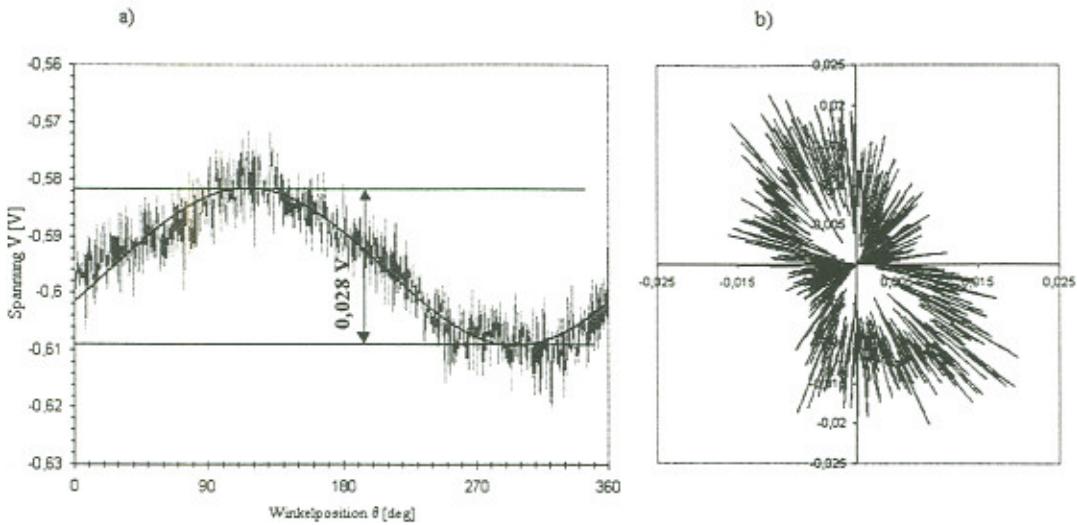


Abbildung 5.10: *Meßergebnisse für die Leiterschleife für R_5 : a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektordiagramm.*

In den Winkel-Spannung-Diagrammen aus den Abbildungen 5.8 bis 5.10 sind jeweils die Sinus-Fits mit abgebildet, die mit Origin 3.5 ermittelt wurden. Die Ergebnisse für die Parameter der Fitfunktion sind:

R_i	A [V]	B [V]	C [$^{\circ}$]
R_1	0,11	$1,97 \pm 0,00$	$-16,6 \pm 0,1$
R_3	-0,16	$0,19 \pm 0,00$	$-22,3 \pm 0,1$
R_5	-0,60	$0,014 \pm 0,00$	$-26,4 \pm 0,7$

Tabelle 5.5: *Einstellungen der Apparatur bei den Messungen mit der Leiterschleife.*

Die Parameter für die Sinus-Fits beinhalten sehr kleine Fehler. Die Fitfunktionen liegen bei den Meßwerten und bestätigen die Näherung für die Radialkomponente des Fernfeldes einer Leiterschleife (Gl. (5.6)), auch wenn sich der Abstand zur Leiterschleife vom Radius der Leiterschleife „nur“ um den Faktor 10 unterscheiden. Als Ergebnisse aus den Diagrammen und den Fits erhält man die Spannungsdifferenzen ΔV bei einer Batteriespannung von $U_{Bat} = 3,00\text{V}$ und die daraus bestimmten z-Komponenten (Maximalwerte der Radialkomponenten B_r) der Magnetfeldstärken sowie die magnetischen Dipolmomente p_m :

R_i	$\Delta V [V]$	$B_z [T]$	$p_m [Am^2]$	$p_m^{theo.} [Am^2]$
R_1	3,94	$8,11 \cdot 10^{-9}$	$7,98 \cdot 10^{-7}$	$7,93 \cdot 10^{-7}$
R_3	0,38	$7,87 \cdot 10^{-10}$	$7,75 \cdot 10^{-8}$	$7,93 \cdot 10^{-8}$
R_5	0,028	$5,80 \cdot 10^{-11}$	$5,71 \cdot 10^{-9}$	$7,93 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 5.6: Ergebnisse der Ausmessungen für die Leiterschleife

Die Ergebnisse für die Widerstände R_1 und R_3 stimmen mit einer Abweichung von 0,7% und 2,3% mit den theoretisch erwarteten Werten überein, was die verwendeten Näherungen bestätigt (Effektiv-Fläche des SQUID, lineare Abhängigkeit des Spannungssignals von magnetischen Fluß durch das SQUID). Die Abweichung der Meßergebnisse bei R_5 von der Theorie kann auf die dämpfenden Eigenschaften des Integrators zurückzuführen sein, weil für die Aufnahme dieser Meßreihe eine große Integrationszeit (Meßmodus: SLOW) gewählt wurde. Diese Dämpfung bewirkt eine Abschwächung der Signalspannungsänderungen, was als Folge eine geringere Spannungsdifferenz hat. In diesem Fall liegt der Fehler bei 28%.

Bemerkenswerterweise liegt die die Flußänderung, die die rotierende Leiterschleife mit Widerstand R_5 im SQUID bewirkt und gemessen wurde, bei $1/250 \Phi_0$.

5.4 Das Magnetfeld diverser Proben

Nullmessung mit der Probenhalterung

Verunreinigungen im Material der Probenhalterung, die aus Aluminium hergestellt wurde, können magnetische Felder besitzen. Diese werden daher in einer Nullmessung aufgenommen, um Berücksichtigung bei weiteren Messungen zu finden. Folgende Meßeinstellungen wurden zur Aufnahme der Nullmessung verwendet:

RF-LEVEL	SENS.	MODE	FILTER	NOTCH	Getr.	#Umd.
2,84 Skt	$\times 1$	meduim	off	on	5	10

Tabelle 5.7: Einstellungen der Apparatur für die Nullmessung.

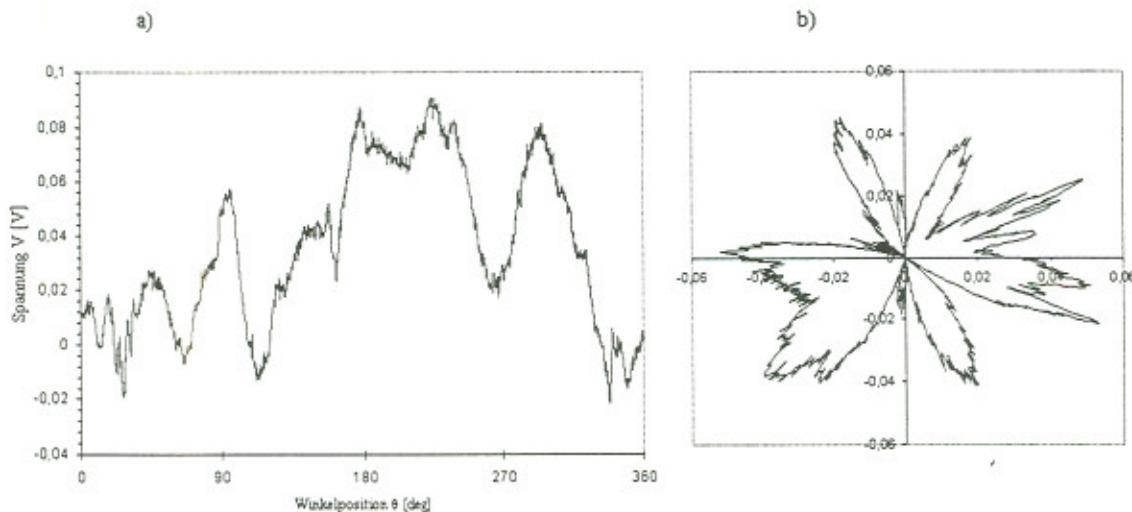


Abbildung 5.11: Meßergebnisse der Nullmessung: a) Winkel-Spannung-Diagramm b) Vektordiagramm.

Die Probenhalterung bewegt sich nahe am SQUID-Sensor, und aufgrund seiner Geometrie ist bei der Messung ein Dipolfeld nicht zwingend zu erwarten. Die maximale Spannungsdifferenz der Nullmessung liegt bei ca. 0,1V, was bei einer Ausmessung einer Probe einem Fehler des Magnetfeldes von $B_{PH} = 4,14 \cdot 10^{-10} T$ entspricht. Verwendet wurde die Gleichung $\Delta V = s_i B_{PH} F_{eff}$.

Sollte die Nullmessung einige zehntel Volt betragen, so ist die Probenhalterung magnetisiert. Diese Magnetisierung lässt sich durch leichtes Klopfen mit einem harten

Gegenstand (z.B. mit einem kleinen Schraubenzieher) an der Probenhalterung reduzieren.

Fixiertes Eisenpulver

Mit fixiertem Eisenpulver, das in einem homogenen Magnetfeld ausgerichtet wurde und ein Volumen von etwa 1 mm^3 einnimmt, soll die Radialkomponente des Magnetfeldes eines Dipols aufgenommen werden.

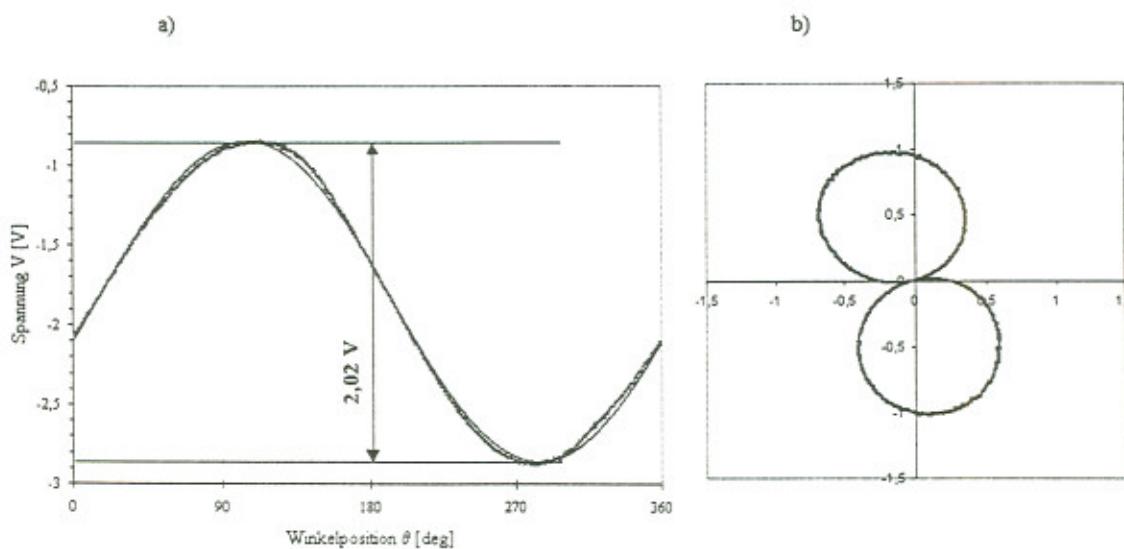


Abbildung 5.12: Meßergebnisse für einen Dipol: a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektordiagramm.

Die Einstellungen für die Messung sind bis auf die Empfindlichkeit identisch mit denen der Leiterschleife mit Widerstand R_1 . Die Empfindlichkeit SENS. wurde auf $\times 10$ gestellt. Die Ergebnisse der Parameter der Fitfunktion

$$\begin{aligned} A &= -1,85V \\ B &= 1,01V \pm 0,00V \\ C &= -14,5^\circ \pm 0,1^\circ \end{aligned} \tag{5.17}$$

ergeben die Spannungsdifferenz $\Delta V = 2,02V$. Als maximale Radialkomponente des Magnetfeldes beim SQUID erhält man $B_z = 4,18 \cdot 10^{-8}T$, was einem Dipolmoment von $p_m = 4,11 \cdot 10^{-6} \text{ Am}^2$ entspricht. Berücksichtigt man die Nullmessung, so ergibt sich ein Fehler von 1%.

Eisenspan

Das Magnetfeld eines Eisenspans (Größe etwa $1\text{ mm} \times 0,4\text{ mm}$) soll gemessen werden.

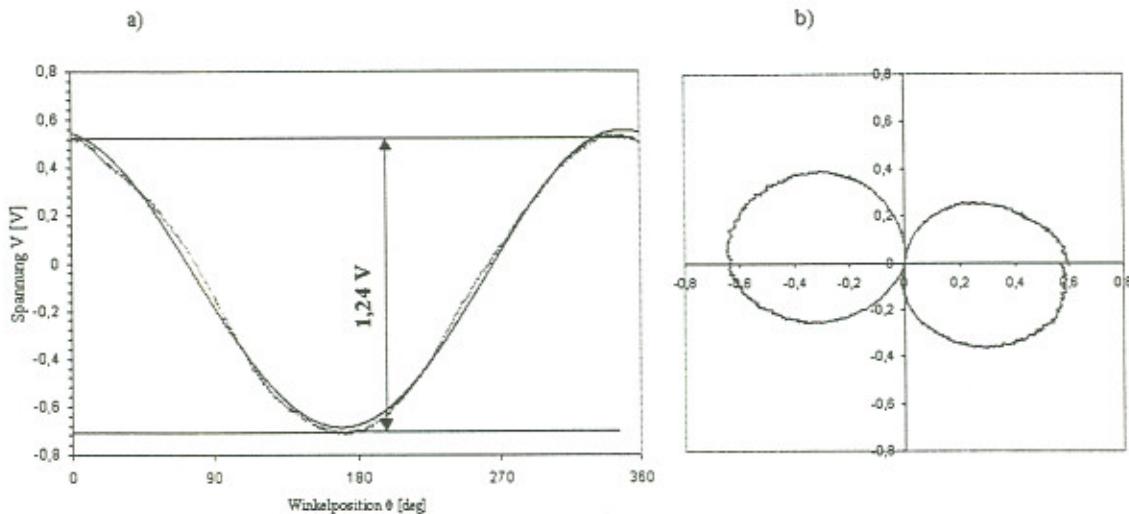


Abbildung 5.13: *Meßergebnisse für einen Eisenspan: a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektordiagramm.*

Für die Messung wurden folgende Einstellungen gemacht:

RF-LEVEL	SENS.	MODE	FILTER	NOTCH	Getr.	#Umd.
2,84 Skt	$\times 1$	meduim	off	on	5	10

Tabelle 5.8: *Einstellungen der Apparatur bei der Messung mit dem Eisenspan.*

Die Parameter des Sinus-Fits lauten:

$$\begin{aligned}
 A &= -0,06V \\
 B &= 0,62V \pm 0,00V \\
 C &= 100,5^\circ \pm 0,1^\circ.
 \end{aligned}
 \tag{5.18}$$

Die Spannungsdifferenz ausgemessen als auch aus dem Fit beträgt $\Delta V = 1,24\text{ V}$. Mit Hilfe des Fits und der Darstellung der Messung als Vektordiagramm erkennt man den Dipolcharakter des Eisenspans. Die maximale Radialkomponente seines Magnetfeldes, die gemessen wurde, beträgt $B_z = 2,57 \cdot 10^{-9}\text{T}$. Als Dipolmoment erhält man $p_m = 2,53 \cdot 10^{-7}\text{Am}^2$. Der Einfluß der Probenhalterung auf die Messung

lässt sich in den Diagrammen erkennen (z.B. in der Umgebung von $\theta = 25^\circ$). Wegen ihm beträgt der Fehler für die Ausmessung des Magnetfeldes der Probe 16%.

Bolzen

Das Magnetfeld eines Bolzens aus Stahl ($4,5 \text{ mm} \times 2\text{mm}$) soll gemessen werden.

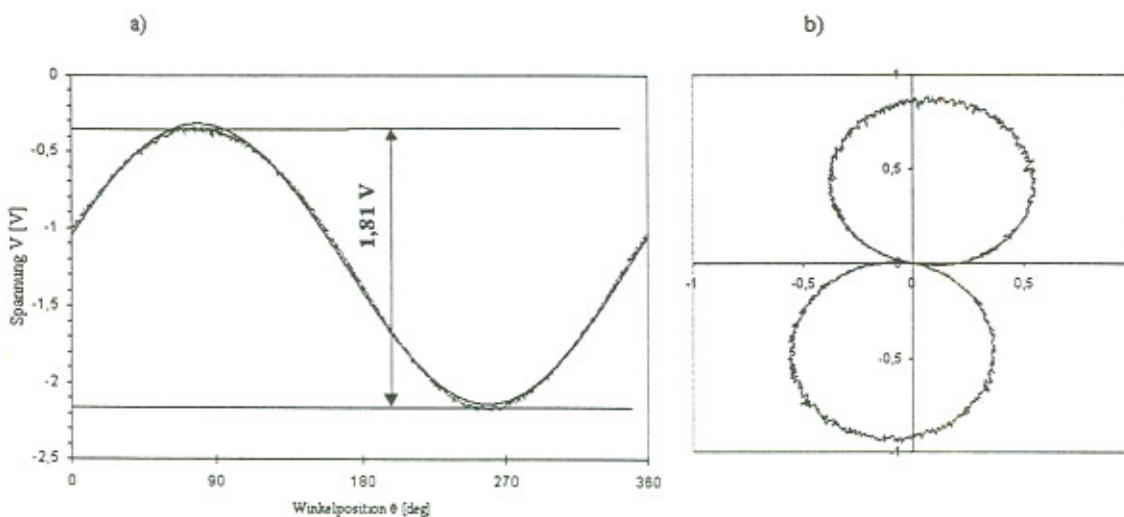


Abbildung 5.14: *Meßergebnisse für einen Bolzen: a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektordiagramm.*

Für die Messung wurden folgende Einstellungen gemacht:

RF-LEVEL	SENS.	MODE	FILTER	NOTCH	Getr.	#Umd.
2,84 Skt	$\times 10$	medium	off	on	5	10

Tabelle 5.9: *Einstellungen der Apparatur bei der Messung mit dem Eisenspan.*

Die Parameter des Sinus-Fits lauten:

$$\begin{aligned}
 A &= -1,23V \\
 B &= 0,91V \pm 0,00V \\
 C &= 11,2^\circ \pm 0,1^\circ.
 \end{aligned}
 \tag{5.19}$$

Die Spannungsdifferenz, die aus der graphischen Darstellung entnommen ist, beträgt $\Delta V = 1,81V$. Auch hier zeigt der Vergleich der Meßkurve mit dem Sinus-Fit, daß

der Bolzen ein magnetischer Dipol ist. Die maximale Radialkomponente seines Magnetfeldes, die gemessen wurde, beträgt $B_z = 3,75 \cdot 10^{-8} T$ und das Dipolmoment hat den Wert $p_m = 3,69 \cdot 10^{-6} Am^2$. Der durch die Probenhalterung verursachte Fehler dieser Messung beträgt 1%.

Kieselstein

Der Versuch lässt es zu, jede beliebige Probe zu untersuchen, die klein genug ist, um sie in den Probenhalter einzuspannen, und keinen zu großen Magneten darstellt, dessen Magnetfeldstärke jenseits der messbaren Werte liegt oder die Supraleitung im SQUID zerstören kann.

Um einen Bezug zur Geophysik zu schaffen, soll deshalb ein Kieselstein untersucht werden. Durch Messungen mit unterschiedlichen Rotationsachsen der Probe findet man die Ausrichtung des magnetischen Dipols und kann seine Größe bestimmen.

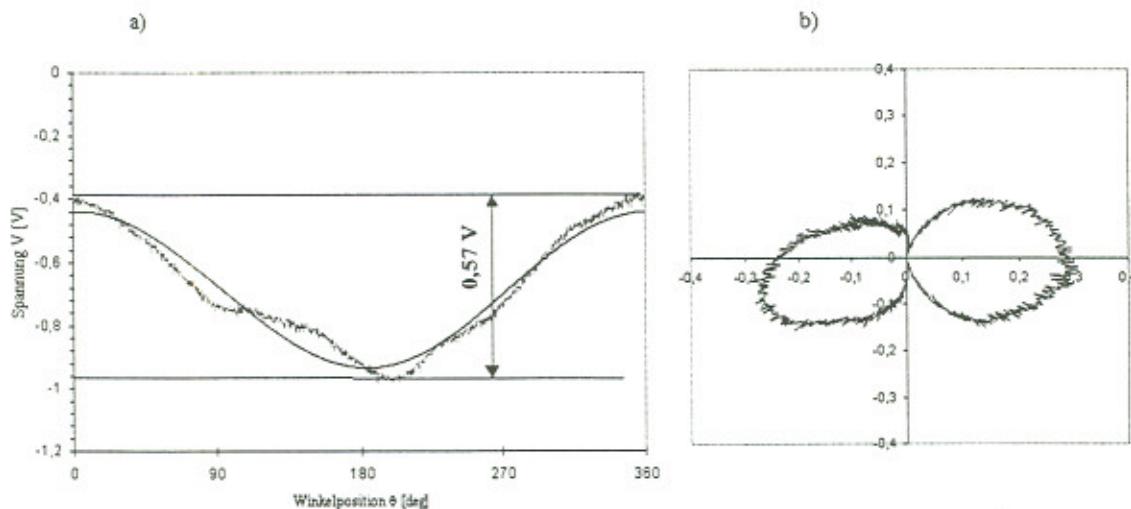


Abbildung 5.15: Meßergebnisse für einen Kieselstein: a) Winkel-Spannung-Diagramm mit Sinus-Fit b) Vektor-Diagramm.

Die Einstellungen für die Messung sind in folgender Tabelle aufgeführt:

RF-LEVEL	SENS.	MODE	FILTER	NOTCH	Getr.	#Umd.
2,84 Skt	$\times 1$	meduim	off	on	5	10

Tabelle 5.10: Einstellungen der Apparatur bei der Messung mit einem Kieselstein.

Die Parameter des Sinus-Fits lauten:

$$\begin{aligned}A &= -0,69V \\B &= 0,25V \pm 0,00V \\C &= 86,4^\circ \pm 0,4^\circ.\end{aligned}\tag{5.20}$$

Bei der Ausmessung des Magnetfeldes des Kieselsteins erkennt man starke Abweichungen der Meßdaten vom Sinus-Fit. Hier ist deutlich der Einfluß der Probenhalterung auf die Messung zu sehen. Des weiteren hat der Kieselstein einen zu großen Durchmesser, so daß sich das Fernfeld des Steins nicht aufnehmen läßt. Der SQUID-Sensor fährt die Oberfläche des Kieselsteins ab und reagiert auf Schwanungen des Magnetfeldes, die durch Oberflächenstrukturen bedingt sind. Somit ist der Sinus-Fit nicht deckend mit den Meßdaten, läßt aber dennoch die Interpretation zu, daß der Kiesel ein magnetisches Dipolmoment besitzt. Aus den Daten der Fitfunktion erhält man als Spannungsdifferenz $\Delta V = 0,50V$, was einem Magnetfeld $B_z = 1,04 \cdot 10^{-9}T$ als maximale Radialkomponente entspricht. Die durch die Halterung bedingte Störung der Messung (Nullmessung) ergibt einen Fehler von 40%. Aus dem Wert für das Magnetfeld errechnet sich das magnetische Dipolmoment des Kiesels zu $p_m = 1,16 \cdot 10^{-7}Am^2$.

Kapitel 6

Problem „SQUID-Stabilität“

Im Laufe der Entwicklung des Versuches „SQUID“ kam es öfters vor, daß der Sensor ohne unmittelbaren Anlaß seine Eigenschaften als SQUID verlor und ersetzt werden mußte. Der Grund für die Schwierigkeiten bei der Stabilität liegt in der Empfindlichkeit des Josephson-Kontaktes und des Materials des Supraleiters. Feuchtigkeit und Wärme schaden dem SQUID, sowohl dem Supraleiter als auch dem Josephson-Kontakt. Beim Benutzen des offenen SQUID-Sensors ist es daher wichtig, nach seinem Einsatz kondensiertes Wasser auf dem SQUID mit einem kalten Föhn vollständig zu entfernen.

Um der Gefahr der Korrosion des SQUIDs zu entgehen, sollte ein abgekapselter SQUID-Sensor eingesetzt werden, der hermetisch verschlossen ist. Doch auch diese Bauart des SQUID-Sensors wies keine Langzeitstabilität auf. Die bei der Herstellung verwendeten Materialien gästen aus. Das SQUID wurde zerstört durch Gase innerhalb der Kapsel.

Nach diesen gesammelten Erfahrungen sollte es möglich sein, auch den offenen SQUID-Sensor mit entsprechender Behandlung für längere Zeit stabil zu halten. Die Herstellerfirma F.I.T. hat sich bemüht, für die abgekapselte Version des SQUIDs einen langzeitstabilen Sensor zu erzeugen, dessen Materialien keine für das SQUID schädliche Gase entweichen. Mit diesem abgekapselten SQUID haben wir bis zu diesem Zeitpunkt allerdings noch keine Langzeiterfahrung sammeln können.

Die ständige Lagerung des SQUIDs in flüssigem Stickstoff wäre ideal, ist aber momentan nicht vorgesehen.

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der Versuch „SQUID“ des Freiburger Fortgeschrittenen Praktikums Teil I eingerichtet. In Theorie und Praxis wird die Signalerzeugung des SQUID-Magnetometers „HM2“ in Abhängigkeit von Magnetfeldern beschrieben. So lassen sich im Experiment mit dem verwendeten RF-SQUID Magnetfeldänderungen in der Größenordnung von 10^{-11} Tesla messen, was im SQUID selbst einer Flußänderung von ein paar Tausendsteln eines Flußquants entspricht. Die Apparatur weist somit eine bemerkenswerte Empfindlichkeit im Gegensatz zu herkömmlichen Magnetfelddetektoren auf und lässt somit die Magnetfeldbestimmung von Proben mit sehr kleinen Magnetfeldern zu.

Der Versuch „SQUID“ soll den Physikstudenten einen Einblick in die Supraleitung und ihre Anwendungen verschaffen. Er soll die Empfindlichkeit des SQUID-Sensors auf Magnetfeldänderungen zeigen, um seine Bedeutung in der Meßtechnik (das Messen von physikalischen Größen, die sich in einen magnetischen Fluß umwandeln lassen) zu verdeutlichen. Sollte sich dieser Versuch im Praktikum profilieren, so ist er sicherlich auf der nun vorhandenen Basis ausbaufähig und für ein Spektrum von Untersuchungen zu gebrauchen (z.B. Erfassung stromführender Bereiche auf komplexen großflächigen Chips, Bestimmung der Ausrichtung (Winkelauflösung) der Erdmagnetisierung bei Mineralien).

Anhang A

Prozeduren in „WinSQUID“

```
void timerEvent(int init)
{
    int i;
    static unsigned short nFIFO, newplot;
    static unsigned long nUmdrehung;
    static double ySumme[1000];
    FILE *f;
    if (init)
        {for (i = 0; i < 1000; i++)
         {xData[i] = i * 0.36;
          yData[i] = 0;
          ySumme[i] = 0;}
        newplot = 0;
        nFIFO = 0;
        nUmdrehung = 0;
        nPoints = 1000;
        IniBoard(0, gain[0], pol[0]);}
    if (FIFOhalf())
        {for ( i = 0; i < 250; i++)
         ySumme[nFIFO*250 + i] = ySumme[nFIFO*250 + i] + AD_ReadVolt(gain[0],
           pol[0]);
        if (nUmdrehung != 0)
            {if (nFIFO < 3)
             nFIFO++;
            else
                {nUmdrehung++;
                 for ( i = 0; i < 1000; i++)
                     {yData[i] = ySumme[i]/nUmdrehung;
                      eData[i] = yData[i]/20;

```

```

        newplot = 1;
        nFIFO = 0;
    }else
    {
        for (i = 0; i < 250; i++)
            yData[nFIFO*250 + i] = ySumme[nFIFO*250 + i];
        newplot = 1;
        if (nFIFO < 3)
            nFIFO++;
        else
            {nUmdrehung++;
            nFIFO = 0;}}
    if (newplot)
    {if (currentpath[0])
        {f = fopen(currentpath, ''w'');
        if (f)
            {for (i = 0; i < 1000; i++)
                fprintf(f, ''%g %g %g\n'' , xData[i], yData[i], eData[i]);
            fclose(f);
            InvalidateRect(hwndChild, 0, TRUE);
            newplot = 0;}}}}
double AD_ReadVolt(short gain,short pol)
{
int nDig;
nDig = (inpw(BASE + M3_FIFO) & 0xFFFF) ^ 0x7FF;
return AD_CalcVolts(gain, pol, nDig);}

void IniBoard(int channel, int gain, int pol)
{
unsigned char nEntry;
M3_SetControlBit(M3C_RESET_ADR, 1);
M3_SetControlBit(M3C_RESET_ADR, 0);
nEntry = BUILDENTRY(channel, gain, pol) | M3L_LAST_ENTRY;
outportb(BASE + M3_RAMWRITE, nEntry);
while ((inportb(BASE + M3_STATUS) & M3S_WRITE_BUSY) != 0);
outportb(BASE + M3_TIMER_CTRL, 0xB4);
outportb(BASE + M3_TIMER2, 25);
outportb(BASE + M3_TIMER2, 0);
M3_SetControlBit(M3C_RESET_FIFO, 1);
M3_SetControlBit(M3C_RESET_FIFO, 0);
M3_SetControlBit(M3C_AD_MODE_0, 1);
M3_SetControlBit(M3C_AD_MODE_1, 1);
M3_SetControlBit(M3C_TRIG_POL, 0);}
```

```
void AD_STOP(void)
{
M3_SetControlBit(M3C_AD_MODE_0, 0);
M3_SetControlBit(M3C_AD_MODE_1, 0);}

short FIFOhalf(void)
{
if ((inportb(BASE + M3_STATUS) & M3S_FIFO_HALF) == 0)
    return 1;
else
    return 0;}
```

Anhang B

Versuchsanleitung

B.1 Vorwort zum Versuch

Der Versuch macht mit der Anwendung von Supraleitern bekannt. Neben der Möglichkeit, einen Supraleiter als einfachen elektrischen Leiter ohne Widerstand zu verwenden, dient er als wichtiger Bestandteil eines Magnetelektrodetektors, dessen Nachweisen genauigkeit von keinen anderen Detektor übertroffen wird. In einem solchen SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) werden die scharfe Flußquantisierung in einem Supraleiterring und Interferenzerscheinungen an sogenannten Josephson-Kontakten benutzt, um Magnetfeldänderungen in Bruchteilen des Flußquants Φ_0 messbar zu machen. In diesem Versuch werden äußerst geringe Magnetfeldstärken verschiedener Proben gemessen.

B.2 Vorkenntnisse

Supraleitung, Flußquantisierung, Josephson-Effekte, Grundlagen der Elektronik des SQUIDs, „lock-in“-Meßtechnik, Magnetfeld einer Leiterschleife, magnetisches Dipolmoment.

B.3 Aufgabenstellung

1. Messung der Spannung, die über einem Hochtemperatur-Supraleiterstab im normalleitenden und im supraleitenden Zustand abfällt.
2. Beobachten des SQUID-Pattern und seine Interpretation (das Entstehen des SQUID-Pattern).

3. Beobachten des Magnetfeldes einer rotierenden Leiterschleife. Die Messungen sind mit verschiedenen Einstellungen der Apparatur aufzunehmen (Variationen in Integrationszeiten, Filter und Rotationsgeschwindigkeiten der Schleife), um das Verhältnis zwischen Signal und Rauschen zu optimieren. Dabei ist die Signalerzeugung im SQUID zu verstehen. Die Ergebnisse der Messungen sind mit der Theorie zu vergleichen.
4. Ausmessen des Magnetfeldes eines ausgerichteten und fixierten Eisenpulvers, eines Eisenspans, eines Bolzens und eines Kieselsteins.

B.4 Versuchsdurchführung und Auswertung

Füllen Sie das Dewar ca. 7cm mit flüssigem Stickstoff auf. Beachten Sie dabei die Sicherheitsanweisungen für den Umgang mit bei tiefen Temperaturen verflüssigten Gasen (hier: flüssiger Stickstoff mit einer Siedetemperatur von ca. 77 Kelvin).

1. Messen Sie die Spannung, die über dem Supraleiter abfällt, wenn er normalleitend und supraleitend ist. Beobachten Sie die Spannung bei der Zustandsänderung des Supraleiters.

Bevor das Netzgerät eingeschaltet wird, sind alle Regler zurückzudrehen und die Schaltung aufzubauen. Drehen Sie nach Einschalten die Regler für die Spannung bis zum Anschlag auf, und regulieren Sie die Stromstärke mit der Grob- und Feineinstellung der Strombegrenzungsregler. Führen Sie die Messung bei 2A durch. Ermitteln Sie den spezifischen elektrischen Widerstand.

$$U = R \cdot I \quad (B.1)$$

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (B.2)$$

$$(B.3)$$

mit $L = 12\text{mm}$ und $A = \pi R_{Stab}^2$ ($R_{Stab} = 2,5\text{mm}$).

Achtung:

Der zwischengeschaltete Widerstand $R_0 = 4,7\Omega$ wird heiß. Meiden Sie Stromstärken über 2,5A, da sonst der Widerstand durchbrennen kann.

2. Schließen Sie das BNC-Kabel an den SQUID-Sensor an. Tauchen Sie ihn langsam in den flüssigen Stickstoff ein, damit er den Boden des Dewars nicht durchschlägt. Schalten Sie an der Control Unit den Set-Modus ein und suchen Sie mit dem RF LEVEL das SQUID-Pattern. Drehen Sie dazu von 0 Skt ausgehend den Regler auf, bis das SQUID-Pattern im Oszilloskop sichtbar ist

(als Trigger dient die Dreiecksspannung am SYNC-Ausgang der Control Unit) und optimieren Sie das Signal. Verändern Sie den Regler für die folgenden Messungen nicht mehr.

3. Starten Sie die Software „WinSQUID“, und positionieren Sie den Leiterschleifenmittelpunkt senkrecht unter dem SQUID-Sensor. Wählen Sie an der Schleifenhalterung die entsprechenden Widerstände mit dem vorhandenen Jumper aus, um einen bestimmten Strom in der Leiterschleife zu erzeugen und schalten Sie die Rotation der Halterungsachse ein. Machen Sie im Meß-Modus für alle Widerstände Messungen mit unterschiedlichen Integrationszeiten (FAST, MEDIUM und SLOW), Filtern, Rotationsgeschwindigkeiten und Häufigkeiten der Umdrehungen der Halterung, um das Signal-Rauschen-Verhältnis zu optimieren. Vergleichen Sie die so erhaltenen Ergebnisse mit der Theorie. Ermitteln Sie aus den Ergebnissen die kleinste meßbare Flußänderung durch das SQUID.

Widerstand R_i	Widerstand [Ω]
R_1	100
R_2	510
R_3	1000
R_4	5 100
R_5	10 000

Tabelle B.1: Werte für die zwischenschaltbaren Widerstände.

$$\Delta V = s_i F_{eff} 2B_z \quad (B.4)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi z^3}, \quad (B.5)$$

$$P_m = I \cdot A \quad (B.6)$$

$$(B.7)$$

mit der maximalen Spannungsdifferenz ΔV , dem Proportionalitätsfaktor s_i , der Effektivfläche $F_{eff} = 5 \cdot 100\mu m \cdot 100\mu m$ des SQUIDs und der Magnetfeldstärke B_z auf der Symmetriearchse der Leiterschleife ($z = 2,70cm \pm 0,25cm$). Das magnetische Dipolmoment P_m ergibt sich einerseits aus der Stromstärke I durch die Leiterschleife und dem Flächennormalenvektor A , wobei $|A| = \pi \cdot R^2$ ($R = 2,9mm \pm 0,3mm$), als auch aus der Magnetfeldstärke B_z . Vergleichen Sie die Ergebnisse.

SENS.	s_i	Faktor
×1	s_1	$10V/\Phi_0$
×10	s_{10}	$1,0V/\Phi_0$
×100	s_{100}	$0,1V/\Phi_0$

Tabelle B.2: An der Control Unit wählbare Proportionalitätsfaktoren.

Wichtig:

Bei Beendigung der Messungen mit der Leiterschleife ist der Strom durch die Schleife zu unterbrechen.

4. Tauschen Sie die Schleifenhalterung gegen die Probenhalterung aus und messen Sie nach einer Nullmessung (nur die Probenhalterung) die Magnetfelder der Proben (fixiertes Eisenpulver, Eisenspan, Bolzen und Kieselstein) mit geeigneten Meßeinstellungen und bestimmen Sie die entsprechenden Dipolmomente.

$$\Delta V = s_i F_{eff} 2B_z \quad (B.8)$$

$$B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{P_m}{z^3}, \quad (B.9)$$

$$(B.10)$$

mit der maximalen Radialkomponente B_z des Magnetfeldes und $z = 2,70cm \pm 0,25cm$. Sollte die Nullmessung zu große Meßwerte liefern (im Bereich mehrerer zehntel Volt), so ist die Probenhalterung magnetisiert. Durch leichtes Klopfen an der Halterung mit einem harten Gegenstand lässt sich die Magnetisierung verringern.

Wichtig:

Bei der Verwendung des offenen SQUID-Sensors muß nach Beenden der Messungen das SQUID sofort mit einem kalten Föhn vollkommen getrocknet werden, da sonst Korrosionen am SQUID diesen unbrauchbar machen.

Anhang C

Technische Hinweise

C.1 Geräteliste

Labornetzgerät (0-30VDC 0-20A)
Supraleiterstab (Bi-2212) in einer Halterung
Voltmeter
High- T_c Magnetometer „HM2“ mit Zubehör
Digitales Oszilloskop
Probenhalter mit Motor und Getriebe
Motorsteuerung
Netzgerät für digitalen Impulsgeber (5,5V)
PC mit Software

C.2 Versuchsausbau

C.2.1 Messung der Supraleitung

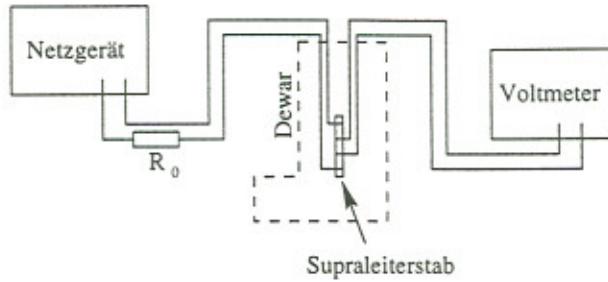


Abbildung C.1: Versuchsaufbau zur Messung des elektrischen Widerstandes eines Supraleiters.

C.2.2 Magnetfeldmessungen

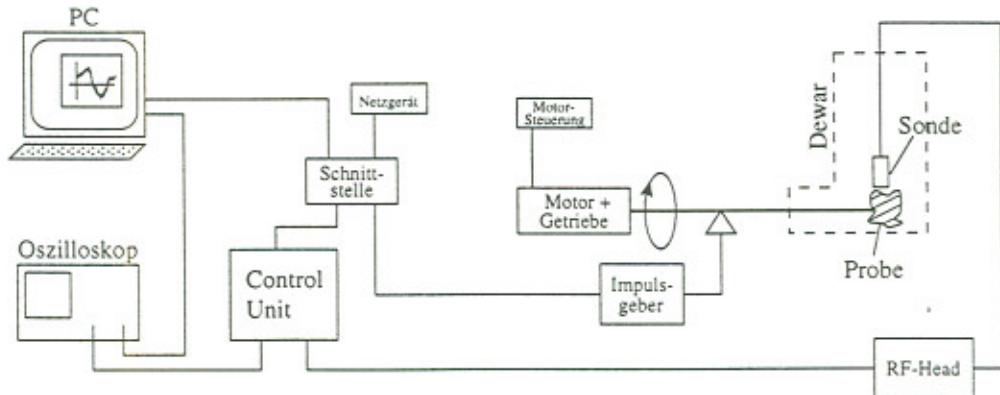


Abbildung C.2: Versuchsaufbau zur Messung von Magnetfeldern.

Anhang D

Literatur

D.1 Wissenschaftliche Arbeiten

1. Einrichtung des Versuches „SQUID“

D.2 Weiterführende Literatur

1. Spektrum der Wissenschaft, Oktober 10/1994: J.Clarke: SQUIDs, Spektrum Akademischer Verlag (1994)
2. Ibach, Lüth: Festkörperphysik, Springer-Verlag (1995)
3. Buckel: Supraleitung, VCH Verlagsgesellschaft (1993)
4. Weinstock, Nisenoff: Superconducting Electronics, NATO ASI Series F: Computer and Systems Sciences, Vol. 59 (1988), Seite 87 ff (inklusive lock-in-Technik)
5. Safety Instructions 1, Industrial Gases: Linde AG, Werksgruppe Technische Gase

Literaturverzeichnis

- [1] H.K. Onnes: Comm. Leiden 120b (1911)
- [2] H. Ibach, H. Lüth: Festkörperphysik, Springer-Verlag (1995)
- [3] R. Doll, M. Näßauer: Physical Review Letters 7, 43 (1961)
- [4] D.N. Langenberg, D.J. Scalapino, B.N. Taylor: Proceedings IEEE 54, 560 (1966)
- [5] K.H. Hellwege: Einführung in die Festkörperphysik, Springer-Verlag (1988)
- [6] W. Buckel: Supraleitung, VCH Verlagsgesellschaft (1977, 1990, 1993)
- [7] E.A. Lynton: Supraleitung, Hochschultaschenbücher-Verlag (1966)
- [8] P.A. Tipler: Physik, Spektrum Akademischer Verlag (1991)
- [9] C. Gerthsen, H.O. Kneser, H. Vogel: Physik, Springer-Verlag (1977)
- [10] D. Halliday, R. Resnick: Physics, J. Wiley & Sons, Inc. (1966)
- [11] H. Weinstock, M. Nisenoff: Superconducting Electronics, NATO ASI Series F: Computer and Systems Sciences, Vol. 59 (1988)
- [12] Spektrum der Wissenschaft, Oktober 10/1994: J. Clarke: SQUIDs, Spektrum Akademischer Verlag (1994)
- [13] Sonderdruck aus dem Spektrum der Wissenschaft, Dossier 2/1998: J. Feldhaus, J. Rossbach, H. Weise: Freie-Elektronen-Laser, Spektrum Akademischer Verlag (1998)
- [14] Manual Model HM2 High-T_c Magnetometer, Version 1.0, Forschungsgesellschaft für Informationstechnik mbH (F.I.T.)
- [15] Dr.S.S. Tinchev: Sonderdruck aus: Berichte aus Forschung und Entwicklung unserer Gesellschaften, Heft 2/92, F.I.T.
- [16] W. Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag (1995)

- [17] J.D. Jackson: Classical Electrodynamics, J. Wiley & Sons, Inc. (1962, 1975)
- [18] E.M. Pugh, E.W. Pugh: Principles of Electricity and Magnetism, Addison-Wesley Publishing Company (1970)
- [19] D. Nührmann: Das große Werkbuch Elektronik, Franzis-Verlag (1989)
- [20] H. Hinsch: Elektronik, Springer-Verlag (1996)
- [21] F.M. Gardner: Phaselock Techniques, J. Wiley & Sons, Inc. (1966)
- [22] U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiterschaltungstechnik, Springer-Verlag (1993)
- [23] M. Böhm, A. Scharmann: Höhere Experimentalphysik, VCH Verlagsgesellschaft (1992)
- [24] J. Hinken: Supraleiter-Elektronik, Springer-Verlag (1988)
- [25] M. Fiederle: Diplomarbeit Universität Freiburg (1992)
- [26] V.F. Weisskopf: The formation of Cooper Pairs and the nature of superconducting currents, CERN 79-12, Theoretical Studies Devision (1979)
- [27] H.M. Staudenmaier: Physics Experiments using PCs, Springer-Verlag (1995)
- [28] Safety Instructions 1, Industrial Gases: Linde AG, Werksgruppe Technische Gase

Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Prof. Dr. Andreas Bamberger danke ich für die Überlassung des interessanten Themas dieser Arbeit und für die Betreuung.

Ich danke Dr. Sabine Wölfle, Oliver Bartels, Arno Benen, Peter Markun und Henning Raach für das gute Arbeitsklima und für ihre freundliche Bereitschaft, bei Problemen stets eine Lösung zu suchen.

Besonders bedanke ich mich bei Dr. Werner Stille, der mir mit viel Geduld den Zugang zur Programmierung und somit zur Erstellung der Software ermöglichte.

Ferner danke ich der Abteilung von Prof. Dr. Kay Runge, der Mechanik- und Elektronikwerkstatt, den Firmen Aventis und F.I.T, Holger Stützler, Dieter Joos, Thomas Bär, Norbert Vogel, Helmut Wentsch und Verena Bange.