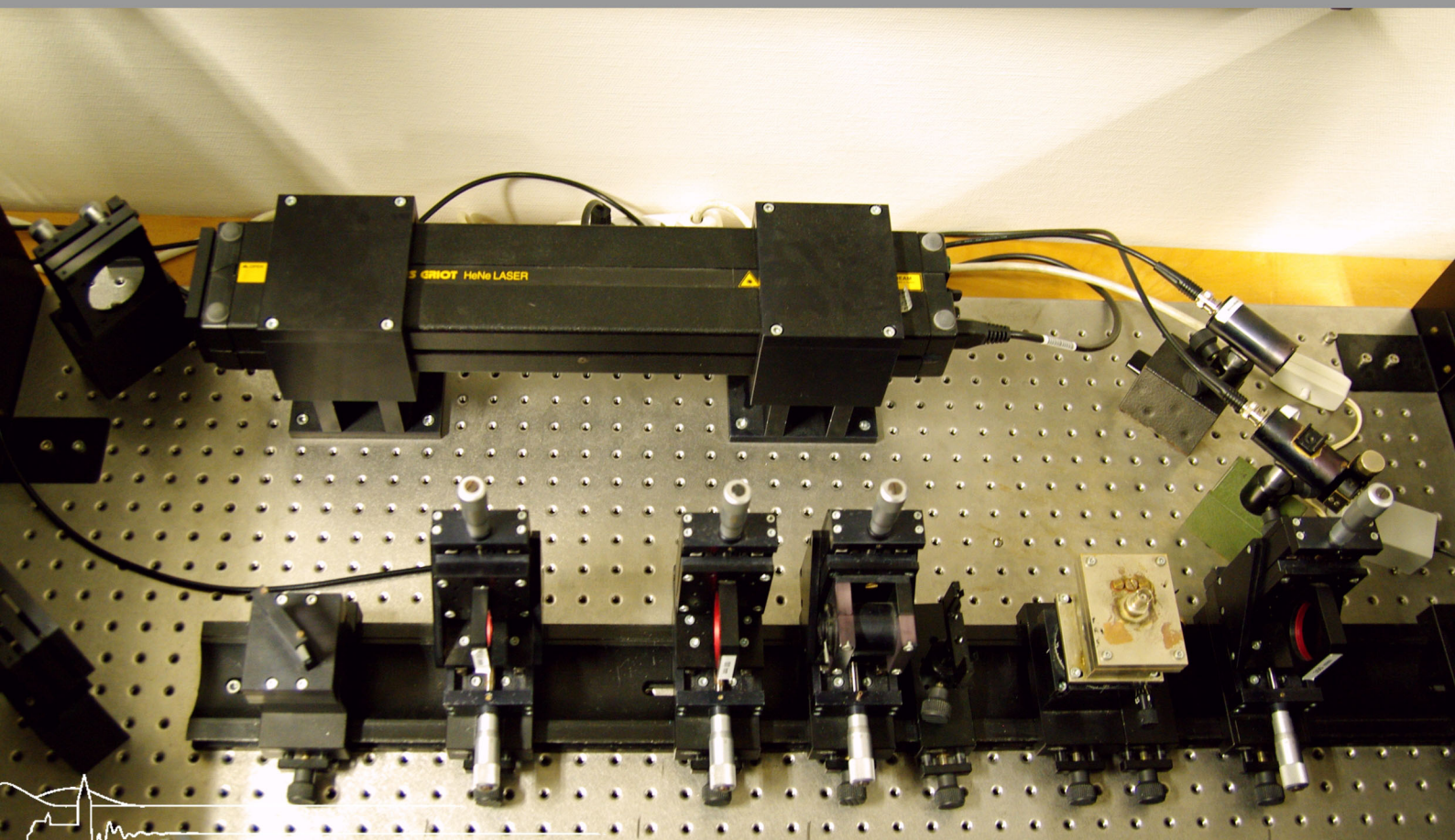




Universität Freiburg

Versuchsanleitung
**Fortgeschrittenen
Praktikum**
Teil I

Ultraschall



Ultraschall

INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT
FREIBURG IM BREISGAU

26. JUNI 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort zum Versuch	1
2	Aufgabenstellung	1
3	Grundlagen	2
4	Hinweise zur Durchführung der Aufgaben	5
5	Versuchsaufbau	7
6	Funktion der Messanordnung	9
7	Geräteliste	9
8	Literatur	10

1 Vorwort zum Versuch

Der Versuch beschäftigt sich vorwiegend mit dem Phänomen der Beugung. Es wird an den einfachen Amplitudengitter die Gitterkonstante und an einem bestimmten Gitter die Aperturfunktion aus den Messungen bestimmt. Die laufende Welle des Ultraschalls in der Flüssigkeit stellt ein Phasengitter für das Laserlicht (He-Ne $\lambda = 632,8 \text{ nm}$) dar. In Abhängigkeit von der angelegten Spannung des Schallerzeugers (Piezoquarz) wird die Intensitätsänderung der Beugungsordnungen ausgewertet, sowie die Wellenlänge der Ultraschallwelle bestimmt und mit der Raman-Nath-Theorie verglichen. Diese behandelt die Beugung an einer Ultraschallwelle und gibt Aussagen über die Phasenänderung des einfallenden Lichts.

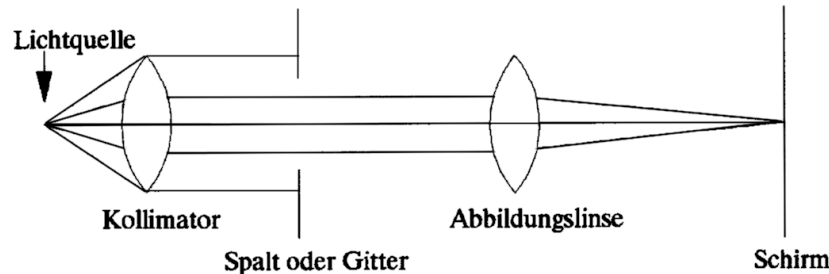
2 Aufgabenstellung

1. Bestimmung der Gitterkonstanten eines Sinusgitters aus dem Abstand der 1. Beugungsordnung.
2. Bestimmung der Gitterkonstanten von 5 Amplitudengittern, sowie deren Auflösungsvermögen bei ihrer vollen Ausleuchtung
3. Berechnung der Aperturfunktion für Gitter Nr.1 (größte Gitterkonstante, höchste Dichte an Beugungsmaxima) aus den ermittelten Intensitäten der Beugungsordnungen und Zeichnen einer Periode der Aperturfunktion.
4. Bestimmung des Verhältnisses der Spaltbreite zur Gitterkonstante aus der Aperturfunktion.
5.
 - (a) Messung der Intensitätsverteilung der Beugungsfigur eines Ultraschallwellengitters (Phasengitter) in Abhängigkeit von der Spannung am Ultraschallschwingquarz.
 - (b) Vergleich der Messergebnisse mit der Raman-Nath-Theorie.
 - (c) Bestimmung der Schallwellenlänge in Isooktan durch Ausmessen der Beugungsordnungen und Vergleich mit dem rechnerischen Wert.

3 Grundlagen

Zum grundlegenden Verständnis der Theorie diene folgender Abriss, der ohne Benutzung der (zitierten) Literatur natürlich nicht nachvollzogen werden kann.

Betrachtet wird ein Beugungsexperiment, das folgenden schematischen Aufbau besitzt:



Das Beugungshindernis (Spalt oder Gitter) liegt hierbei in einem parallelen Strahlengang. Die Anordnung wird auch als Fraunhofersche Anordnung bezeichnet. Die Eigenschaften des Beugungshindernisses werden durch die ihm zugeordnete sogenannte Aperturfunktion g beschrieben. Diese bildet die Geometrie der Blendenebene \vec{x}_i als Funktion nach \mathbb{R} ab. Diese ist so definiert, dass $g(x, y)dx dy$ die auf dem Spalt in der xy -Ebene auftreffende Lichtintensität (genauer: Amplitude und Phase der Wellenfunktion) darstellt, die von dem Flächenelement $dx dy$ herrührt.

Mit Hilfe des Kirchhoffschen Integraltheorems und der daraus resultierenden Fresnel-Kirchhoffschen Integralformel für die Amplitude einer Kugelwelle auf dem Rand ihres Ausbreitungsgebietes lässt sich zeigen, dass sich die Intensitätsverteilung I des Beugungsbildes auf dem Schirm aus der Fouriertransformierten der Aperturfunktion g des Beugungshindernisses ergibt.

$$I = |y|^2(\vec{x}) = \left| \int_{\text{Blende}} g(\vec{k}) \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{k} \right|^2 \quad (1)$$

Wegen der Symmetrie dieser Beziehung lässt sich umgekehrt die Aperturfunktion als Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung erhalten (beziehungsweise der Amplitudenverteilung der Wellenfunktion). Dieses Konzept kann nun zur Vorhersage der Intensitätsverteilung verschiedenartiger Beugungshindernisse aufgrund deren bekannter Aperturfunktion herangezogen werden:

1. Der lange Einzelspalt

Für eine Länge l und eine Breite b (wobei $l \ll b$) lautet die Aperturfunktion:

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } |x| > b/2 \\ 1 & \text{für } |x| \leq b/2 \end{cases} \quad (2)$$

Man erhält für die Amplitude der Lichtwellenfunktion auf dem Schirm $\psi(\Theta)$ in Abhängigkeit vom Beugungswinkel Θ (vom Spalt aus gemessen):

$$\psi(\Theta) \sim \int_{-b/2}^{+b/2} e^{ikx \sin(\Theta)} dx = \frac{\sin(kb \sin(\Theta)/2)}{kb \sin(\Theta)} \quad (3)$$

Mit $\beta(\Theta) = kb \sin(\Theta)/2$ folgt also für die messbare Intensitätsverteilung $I \sim \Psi^2$ der Beugungsfunktion:

$$\Psi^2(\Theta) \sim \left(\frac{\sin(\beta(\Theta))}{\beta(\Theta)} \right)^2 \quad (4)$$

2. Gitter mit N Linien (bzw. Spalten)

Aus dem Beispiel des Einzelspalt lässt sich für eine analog gewählte Geometrie die Intensität am Mehrfachspalt ableiten. Der Abstand zweier benachbarter Spaltmitten K wird als Gitterkonstante bezeichnet.

Es gilt die Aperturfunktion:

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } j \cdot K \leq x \leq j \cdot K + b \quad \text{mit } j = 0, \dots, N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5)$$

$\psi(\Theta)$ spaltet somit in eine Summe aus N Integralen auf:

$$\psi(\Theta) = \sum_{j=0}^{N-1} \int_0^{j \cdot K + b} e^{ikx \sin(\Theta)} dx \quad (6)$$

Für die Intensitätsverteilung folgt:

$$I(\Theta) = \psi(\Theta)^2 \sim \left(\frac{\sin(\beta(\Theta))}{\beta(\Theta)} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\gamma)}{N \sin(\gamma)} \right)^2 \quad (7)$$

mit $\beta(\Theta) = kb \sin(\Theta)/2$ und $\gamma(\Theta) = kK \sin(\Theta)/2$.

Der erste Faktor, der aus der Beugung am Einzelspalt kommt, stellt eine Einhüllende der Peaks (Beugungsmaxima) dar, deren Position durch den zweiten Faktor bestimmt wird. Man kann anhand der Formel (7) zeigen, dass mit zunehmendem N diese Peaks im Beugungsbild schmaler und die zwischen den Beugungsmaxima entstehenden Nebenmaxima schwächer werden.

Zwischen den Winkeln Θ der Beugungsrichtung und der Ordnung m der in ihrer Richtung entstehenden Peaks erhält man folgende Beziehung:

$$m\lambda = K \sin(\Theta) \quad (8)$$

mit der Wellenlänge λ des verwendeten Lichts und der Gitterkonstanten K .

Die Aperturfunktion des eben betrachteten Gitters ist eine N -Perioden-Rechteckfunktion mit Rechteckbreite $\Delta x = b$ und Periode K . Die Höhe der Rechtecke ist 1 (entsprechend 100 % Transmission).

Will man die Aperturfunktion aus der Fouriertransformation der Intensitätsverteilung erhalten, so kann man die Transformierte durch eine Fourierreihe nähern, deren Koeffizienten die Wurzeln der Peakamplituden I_p im Beugungsbild sind:

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cos\left(\frac{x}{K} 2\pi j\right) \quad (9)$$

Im vorliegenden Experiment lässt sich diese Reihe durch eine Summe über eine endliche Zahl ermittelter Amplituden approximieren, da diese zu größeren Beugungsordnungen hin unmessbar klein werden.

Für ein Sinusgitter folgt:

$$g(x) = \sqrt{I_0} + \sqrt{I_1} \cdot \cos\left(\frac{x}{K} 2\pi\right) \quad (10)$$

es entstehen also nur Maxima 1. Ordnung.

Bei einem Sinusgitter verhält sich die Transmission von Spalt zu Spalt harmonischperiodisch (während sie beim Strichgitter für alle Spalte konstant ist).

Zum **Auflösungsvermögen** eines Gitters: Das Auflösungsvermögen a ist definiert als:

$$a = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad (11)$$

dabei gibt λ die Wellenlänge des Lichts und $\Delta\lambda$ den Wellenlängenabstand an, bei dem sich eine andere Wellenlänge von λ bei der Beugung noch unterscheiden lässt.

Mit der Formel (7) lässt sich zeigen, dass:

$$a = N \cdot m \quad (12)$$

mit N : Zahl der lichtdurchsetzten Gitterlinien und m : Zahl der dabei beobachteten Beugungsmaxima.

Zum **Phasengitter**:

Die bisher diskutierten Gitter sind sogenannte *Amplitudengitter*. Ihr Brechungsindex ist für alle Linien der gleiche, sie modulieren daher nur die Amplitude der durch sie gebeugten Lichtwellen.

Im Gegensatz dazu unterscheiden sich beim sogenannten *Phasengitter* die Linien nur in ihren Brechungsindizes bei ansonsten konstanter Transmission. Im vorliegenden Versuch wird dies durch eine laufende(!) Ultraschallwelle in Isooktan realisiert.

Das Prinzip für die hierbei zu beobachtende Lichtbeugung an Schallwellen ist folgendes: Eine laufende Schallwelle erzeugt periodische Dichteschwankungen in einem Medium und damit periodische Schwankungen des Brechungsindex. Licht falle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Schallwelle ein. Es sei parallel und kohärent (Laser!). Die Krümmung der Lichtstrahlen beim Durchgang durch die Schallwelle sei vernachlässigbar klein. Durch die örtlichen Brechungsindexschwankungen treten die ursprünglich gleichphasige Wellen phasenversetzt aus dem Gitter aus. Diese verzerrte Phasenfront führt im Fernfeld zu einer Überlagerung und einem Beugungsbild.

Der Brechungsindex n ist im schalldurchsetzten Medium mit der Schallwellenlänge Λ eine Λ -periodische Funktion von x , so dass

$$n(x) = n_0 + \Delta n \sin\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right). \quad (13)$$

Da die Schallintensität S proportional zum Quadrat der Spannung U an der Ultraschallzelle ist ($S \propto U^2$) und die Änderung des Brechungsindex Δn folgendermaßen mit der Änderung der Dichte $\Delta\rho$ zusammenhängt:

$$\frac{\Delta n}{n - 1} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \quad (14)$$

ρ_0 sei hierbei die Dichte des Mediums ohne Schallwelle, sowie ebenfalls $S \propto (\Delta\rho/\rho_0)^2$ gilt, ist Δn proportional zu \sqrt{S} , also zur Amplitude des Schallwellenfeldes. Mit ihr kann also der Brechungsindex n verändert werden.

Mit dem oben motivierten Konzept der Intensitätsverteilung als Fouriertransformierte der Aperturfunktion unter Berücksichtigung besagter Eigenschaften eines Phasengitters liefert die Raman-Nath-Theorie folgende Aussagen:

Für die Winkel, unter denen sich Intensitätsmaxima des Beugungsbildes zeigen, gilt in m -ter Ordnung:

$$\sin(\Theta) = \pm m \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (15)$$

Außerdem gilt für die Intensitäten der Maxima m -ter Ordnung folgender Zusammenhang mit den Besselfunktionen J m -ter Ordnung:

$$I_m = J_m^2(\Delta n D \cdot 2\pi/\lambda) = J_m^2(\alpha U) \quad (16)$$

Dabei bezeichnet D die Dicke des schalldurchsetzten Mediums.

4 Hinweise zur Durchführung der Aufgaben

Eine Anleitung zur Justierung des Aufbaus befindet sich im Ordner am Versuch

zu 1) Beim Sinusgitter ist der Winkel zwischen 0. und 1. Ordnung sehr groß. Daher wird der Laserstrahl ohne Aufweitung und ohne Kollimation direkt auf das Sinusgitter gerichtet. Man achte auf senkrechten Einfall. Das hierdurch erzeugte Beugungsbild wird auf einem Schirm wenige Zentimeter hinter dem Sinusgitter direkt beobachtet.

zu 2) Die Ultraschallzelle wird aus dem Strahlengang genommen und VORSICHTIG (nicht kippen) auf einen freien Platz neben der Anordnung gesetzt. Man befolge die Justieranleitung im Ordner am Versuch. Dabei ist insbesondere auf die korrekte Höheneinstellung der Linse L1 zu achten: Von ihr hängt es in der Hauptsache ab, ob das Zentrum des Strahlenbündels tatsächlich auf der optischen Achse der Anordnung liegt. Die Parallelität des Strahlenbündels (L1 und L2 im Abstand der Summe ihrer Brennweiten) sollte geprüft werden. Es wird nun die oben beschriebene Drehspiegelanordnung benutzt. Der Motor des Drehspiegels hat Anlaufschwierigkeiten. Manchmal vibriert der Spiegel nur. Abhilfe erfolgt durch wiederholtes Aus- und Einschalten.

Die Positionen der Photodioden sind nicht unkritisch. Für die Photodiode 1 (siehe Abb. 2) versuche man, durch Höhenverstellung und Drehung ein Maximum an Signalintensität zu gewinnen. Man versuche daraufhin, den vorgesetzten Spalt auf ein Minimum zu schließen, um den angeschlossenen Verstärker nicht zu übersteuern. Dabei genügt es, diesen im Bereich von 10 facher Verstärkung zu betreiben.

Zunächst muss die Zeitachse des Oszilloskopenbildes mit Hilfe eines der vorhandenen Eichgittern, zum Beispiel Gitter 'R' (Gitterkonstante $K=80\text{ L/cm}$), geeicht werden. Man nehme für alle zu beobachtenden Beugungsordnungen die Abstände (Zeiten!) der Beugungsmaxima vom Hauptmaximum (nullte Ordnung) auf und finde durch lineare Regression die Umrechnungsformel von Zeiten in Brechungswinkel.

Dann werden die Beugungsordnungen der fünf Amplitudengitter vermessen und deren Gitterkonstante bestimmt. Um zur Bestimmung des Auflösungsvermögens die Zahl der ausgeleuchteten Gitterlinien zu kennen, wird die Blende vor dem Gitter aus dem Strahlengang genommen, um das Gitter so grossflächig wie möglich (nachmessen!) auszuleuchten. Man verwende die in 2) bestimmten Gitterkonstanten.

zu 3) Zur Bestimmung der Aperturfunktion eignet sich das Gitter mit der größten Anzahl sichtbarer Beugungsordnungen.

zu 5) Im Folgenden muss die Ultraschallzelle an den Generator angeschlossen sein. Zunächst drehe man den Regler für die Ausgangsspannung des Generators auf 0 V.

Dann ist die Frequenz des Generators durch Drehen der beiden 10-Gang Potentiometer (zuerst grob $\sim 2000\text{ kHz}$, dann fein) des Frequenzregler auf maximale erzielbare Beugungsbilder und größtmögliche Stabilität des Signals abzugleichen. Die Frequenz darf danach keinesfalls mehr verändert werden, da dies auch die Amplitude des Generatorsignals verändert.

Es sind dann Beugungsbilder für zehn verschiedene Spannungen an der Ultraschallzelle aufzunehmen.

Zu Normierungszwecken (siehe unten) ist dabei ebenfalls die Intensität des Strahls bei Spannung 0 V (Generator aus) an der Ultraschallzelle zu messen.

Man erhält nun für jeden Spannungswert ein anderes Beugungsbild und damit einen zweidimensionalen Datensatz (siehe Abbildung 1): Die Intensitätsverteilung der Beugungsbilder liegt in einer Ebene, die zum einen von der Spannung am Ultraschallgenerator, zum anderen vom Beugungswinkel (beziehungsweise der Zeitachse des Speicheroszilloskops) aufgespannt wird. Um nun einen Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie durchführen zu können, müssen Schnitte dieses Datensatzes längs der Spannungsachse dargestellt werden und zwar jeweils für jede messbare Beugungsordnung (Man erhält so die Intensitätsabhängigkeit der jeweiligen Beugungsordnung von der eingestellten Generatorspannung) Man lege für jede Beugungsordnung ein eigenes Diagramm an, wobei die aufzutragenden Intensitäten durch die Intensität des Strahls ohne Spannung an der Zelle (kein Gitter) dividiert werden.

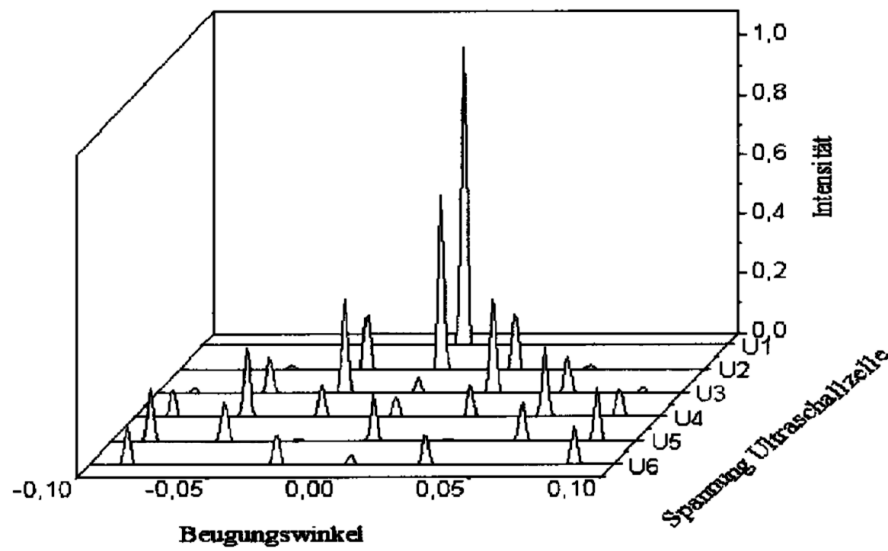


Abbildung 1: Intensität des Beugungsmusters in Abhängigkeit der Spannung an der Ultraschallzelle

(Warum tut man das?)

Nun muss der Umrechnungsfaktor der Spannungen des Generators in das Argument der Besselfunktion gefunden werden. Hierzu fittet man eine quadratische Besselfunktion der jeweiligen Ordnung an die gewonnen Graphen. Aus dem Fit erhält man das gewünschte Argument (α) und einen Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie.

Zur Bestimmung der Schallwellenlänge in Isooktan sollte die Eichung mit dem Gitter 'R' (diesmal mit eingebauter Ultraschallzelle) wiederholt werden. Der Ultraschallgenerator ist aus folgendem Grund nur für möglichst kurze Messdauern zu betreiben: Bei längerem Betrieb des Schwingquarzes erwärmt sich das Isooktan in der Zelle. Schlierenbildung ist die Folge und verdirbt die Qualität der Messungen.

5 Versuchsaufbau

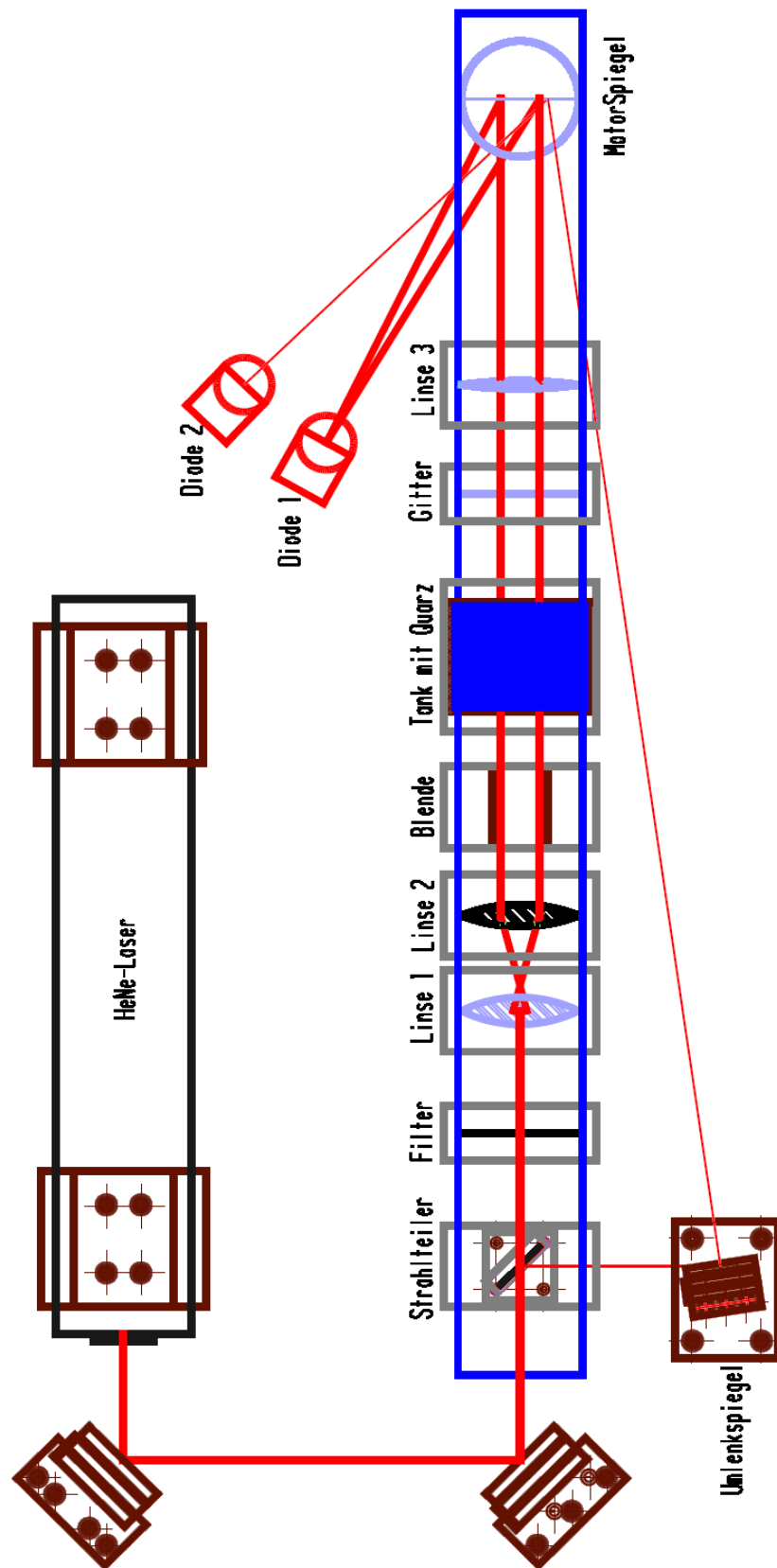


Abbildung 2: *Aufbau des Versuches im Blockbild (Filter wurde aus dem Versuchsaufbau entfernt)*

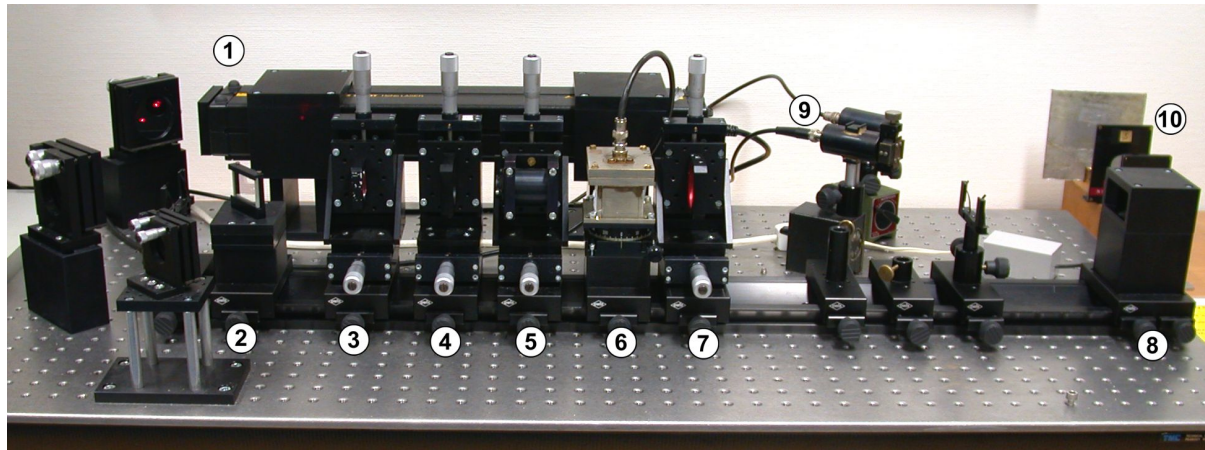


Abbildung 3: 1) He-Ne-Laser 2) Strahlteiler 3) 4) und 7) Linsen 5) Spalt 6) Isooktanzelle 8) Drehspiegel mit Motor 9) Photodioden 10) verschiedene Gitter

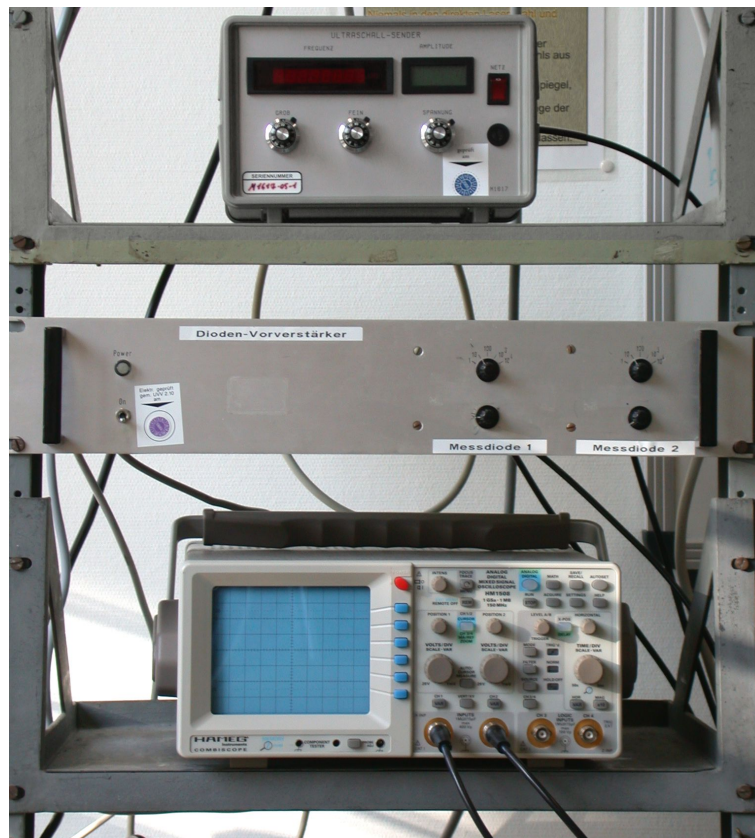


Abbildung 4: Rack: Oszilloskop, Diodenverstärker (Mitte) und Ultraschallsender (oben)

6 Funktion der Messanordnung

Der Strahl des He-Ne-Lasers wird aufgeweitet und durch einen Kollimator in ein paralleles Strahlenbündel verwandelt. Dieses passiert das Beugungshindernis (jeweiliges Gitter). Das hierdurch entstehende Beugungsbild wird darauf von einer Linse über einen rotierenden Spiegel 12,5 Mal pro Sekunde über eine Photodiode 'geschoben', die das Beugungsbild somit quasi sequentiell abtastet. Die Signalamplitude der Diode wird verstärkt und von einem Oszilloskop wiedergegeben. Zum Triggern des Oszilloskops (das heißt, um dem Oszilloskop mitzuteilen, wann es damit beginnen soll, ein neues von der Photodiode aufzunehmendes Bild zu 'zeichnen') wird über einen Strahlteiler hinter dem Austritt des Lasers ein Teil des primären Strahls ebenfalls über den rotierenden Spiegel auf eine zweite Photodiode gelenkt. Deren verstärktes Signal wird dem Triggereingang des Oszilloskops zugeführt.

7 Geräteliste

- Lichterzeugung:
He-Ne-Laser (632,8 nm)
- Gitter:
5 (Amplituden-)Kreuzgitter mit zu bestimmender Gitterkonstante, numeriert von 1 - 5
1 Kreuzgitter mit 80 Linien/cm zu Eichzwecken, Bezeichnung R
1 sinusförmiges Amplitudengitter, Bezeichnung S
- Phasengitter:
Schwingquarz mit Ultraschallsender
Ultraschallzelle, gefüllt mit Isooktan
- Strahlengang:
verstellbarer Spalt
Drehspiegel auf Motor ($f = 12,5 \text{ Hz}$)
Spiegel, Strahlteiler
Aufweitungslinse ($f = 10 \text{ mm}$)
Kollimator ($f = 150 \text{ mm}$)
Abbildungslinse ($f = 500 \text{ mm}$)
- Nachweis/Messtechnik:
2 Photodioden mit Signalverstärker
Digitalspeicheroszilloskop
Computer mit Auswertesoftware

8 Literatur

Wissenschaftliche Arbeiten

- PIERCE, D.T.; BYER, R.L.: *Experiments on the Interaction of Light and Sound for the Advanced Laboratory*, Am. J. Phys. 41, 1973, 314
- RAMAN, C.V.; NAGENDRA NATH, N.S.: *The Diffraction of Light by Sound Waves of High Frequency: Part II*, Dep. of Physics, Indian Institute of Science, Bangalore, 1935
- FOWLES, G.R.: *Introduction to Modern Optics*, Dover Publications, 2nd ed., 1989, Kapitel 5

Weiterführende Literatur

- DEMTRÖDER.: *Experimentalphysik Band 2, Elektrizität und Optik*,
- LEFEVRE, L.: *Beugung am Amplitudengitter und Phasengitter*, Zulassungsarbeit, Universität Freiburg, 1977
- BERGMANN, L.; SCHÄFER, C.: *Experimentalphysik: Bd.3 - Optik*, de Gruyter, 10. Aufl., 2004