

Ultraschall-Phasengitter

FP Lehramt WS 2016

Pascal Wunderlin, Stefan Haulitschke

12. September 2016

In diesem Experiment bestimmen wir in der ersten Versuchsreihe die Gitterkonstante K_{sin} eines Sinusgitters, die Gitterkonstante K_i , sowie das Auflösungsvermögen a_i von 5 Amplitudengitter und das Verhältnis von Spaltbreite zur Gitterkonstanten an einem Amplitudengitter $\frac{b}{K}$. Im zweiten Versuchsteil ermitteln wir die Schallwellenlänge Λ in Isooktan mithilfe eines Ultraschall-Phasengitters. Dabei wurden folgende Ergebnisse erzielt:

$$K_{\text{sin}} = (1,00 \pm 0,01)\mu m$$

$$K_1 = (125,58 \pm 1,35)\mu m$$

$$a_1 = 139 \pm 20$$

$$\frac{b}{K} = 0,194 \pm 0,001$$

$$\Lambda = (498 \pm 20)\mu m$$

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Ziel des Versuchs | 2 |
| 1.1 | Aufgabenstellung | 2 |
| 2 | Theoretische Grundlagen | 3 |
| 2.1 | Beugung | 3 |
| 2.2 | Aperturfunktion und Intensitätsverteilung | 3 |
| 2.3 | Gitter | 4 |
| 2.3.1 | Amplitudengitter | 4 |
| 2.3.2 | Phasengitter | 5 |
| 2.4 | Auflösungsvermögen | 6 |
| 2.5 | Raman-Nath-Theorie | 7 |
| 3 | Versuchsaufbau | 8 |
| 4 | Auswertung | 10 |
| 4.1 | Gitterkonstante Sinusgitter K_{sin} | 10 |
| 4.1.1 | Eichung | 12 |
| 4.1.2 | Bestimmung der Gitterkonstanten K_i | 12 |
| 4.1.3 | Auflösungsvermögen | 14 |
| 4.1.4 | Aperturfunktion | 15 |
| 4.2 | Phasengitter | 17 |
| 4.2.1 | Raman-Nath Vergleich | 17 |
| 4.2.2 | Schallwellenlänge | 21 |
| 5 | Zusammenfassung | 24 |
| 6 | Anhang | 25 |
| 7 | Quellen | 40 |
| 8 | Verzeichnisse | 41 |

1 Ziel des Versuchs

Ziel des Versuches ist Untersuchung von Beugungsphänomenen. Hierbei betrachten wir die Beugung an mehreren Amplitudengittern, sowie einem Phasengitter. Das Phasengitter realisieren wir durch Ultraschallwellen in Isooktan. Zur Durchführung benutzen wir einen Helium-Neon-Laser ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$).

1.1 Aufgabenstellung

1. Bestimmung der Gitterkonstanten an einem Sinusgitter.
2. Bestimmung der Gitterkonstanten und des Auflösungsvermögens bei voller Ausleuchtung von 5 Amplitudengittern.
3. Berechnung der Aperturfunktion für Gitter Nr. 1 (aus Aufgabe 2).
4. Bestimmung der Verhältnisse von Spaltbreite zu Gitterkonstante.
5. Messung der Intensitätsverteilung eines Ultraschallwellengitters und anschließendem Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie, sowie die Bestimmung der Schallwellenlänge in Isooktan.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Beugung

Wenn Licht mit Objekten wie Kanten oder Blenden wechselwirkt, ohne dass es auf Brechung oder Reflexion zu begründen ist, sprechen wir von Beugung. Nach dem Huygens'schen Prinzip bilden sich in jedem Punkt einer Wellenfront sogenannte Elementarwellen. An den Objekten können sich diese allerdings nicht gleichmäßig ausbreiten, wodurch es zu Interferenzerscheinungen zwischen ihnen kommt.

Wir unterscheiden zwischen zwei Formen der Beugung:

1. Fresnel'sche Beugung, bei der der Abstand zwischen Schirm und Beugungsobjekt oder der zwischen Lichtquelle und Objekt gering ist
2. Fraunhofer Beugung, bei der die Abstände groß sind und wir daher mit parallel einfallenden und auslaufenden Strahlenbündeln rechnen

Im Versuch behandeln wir die Fraunhofer Beugung. Realisiert wird dies durch Linsen, sodass wir parallele Lichtbündel erhalten.

2.2 Aperturfunktion und Intensitätsverteilung

Die Aperturfunktion beschreibt die geometrischen Eigenschaften des Objekts, welches wir untersuchen wollen.

Beispiele:

1. Einfacher Spalt mit Breite b .

$$g = \begin{cases} 1 & \text{für } -\frac{b}{2} \leq x \leq \frac{b}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

2. Gitter mit N Spalten mit Spaltbreite b und Spaltabstand (Gitterkonstante) K :

$$g = \begin{cases} 1 & \text{für } j \cdot K \leq x \leq j \cdot K + b \text{ mit } j = 0, \dots, N-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2)$$

Um die Intensitätsverteilung des Beugungsbildes auf einem Schirm zu bestimmen benötigt man zunächst eine Lösung für die skalare Wellengleichung [Gerth].

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} - \Delta \right) u = 0 \quad (3)$$

Kirchhoff wählte als Lösung die Green'sche Funktion

$$G = \frac{e^{ikr}}{r} \quad (4)$$

Daraus ergibt sich das Integraltheorem von Helmholtz und Kirchhoff: (siehe hierzu [Lef])

$$\Psi(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial V} \frac{e^{ikr}}{r} \nabla u - u \nabla \frac{e^{ikr}}{r} df \quad (5)$$

Damit ergibt sich die Feldverteilung aus der Fouriertransformierten der Aperturfunktion:

$$\Psi(P_0) = \frac{1}{\lambda z} C \iint_{-\infty}^{\infty} g(x_1, y_1) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_0 x_1 + y_0 y_1)} dx_1 dy_1 \quad (6)$$

Dabei ist die Intensität $I \sim \Psi^2$.

Daher können wir Rückwärts die Aperturfunktion aus der Intensität ermitteln. Dazu nähern wir mit der Fourierreihe.

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cdot \cos\left(\frac{2\pi j x}{K}\right) \quad (7)$$

Hierbei fallen die Sinus-Terme weg, da die Funktion symmetrisch um den Ursprung ist.

2.3 Gitter

Wir unterscheiden zwischen zwei verschiedenen Arten von Gittern

1. Das Amplitudengitter
2. Das Phasengitter

2.3.1 Amplitudengitter

Das Amplitudengitter ist dabei ein Gitter, das aus gleichmäßig verteilten lichtdurchlässigen Bereichen besteht, welche zur einer Modulierung der Amplitude führen. Ein Beispiel hierfür ist der Mehrfachspalt. Bei diesem wird ein einfallendes Lichtbündel an jedem Spalt gebeugt. Dadurch erhalten wir ein Interferenzmuster, welches wir aus der Formel (6) berechnen können. Dabei gilt (s. [Köhli])

$$\Phi(\theta) = \sum_{j=0}^{N-1} \int_0^{j \cdot K + b} e^{ikx \sin(\theta)} dx \quad (8)$$

Und daraus erhalten wir für die Intensität

$$I(\theta) = \Phi(\theta)^2 \sim \left(\frac{\sin(\beta(\theta))}{\beta(\theta)} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\gamma(\theta))}{N \sin(\gamma(\theta))} \right)^2 \quad (9)$$

wobei $\beta(\theta) = \frac{kb \sin(\theta)}{2}$ und $\gamma(\theta) = \frac{kK \sin(\theta)}{2}$ ist.

Für die Maxima n-ter Ordnung erhalten wir am Gitter folgende Beziehung

$$m \cdot \lambda = K \cdot \sin \theta \quad (10)$$

Dabei können wir θ aus dem Abstand d zwischen Schirm und Beugungsebene und dem Abstand

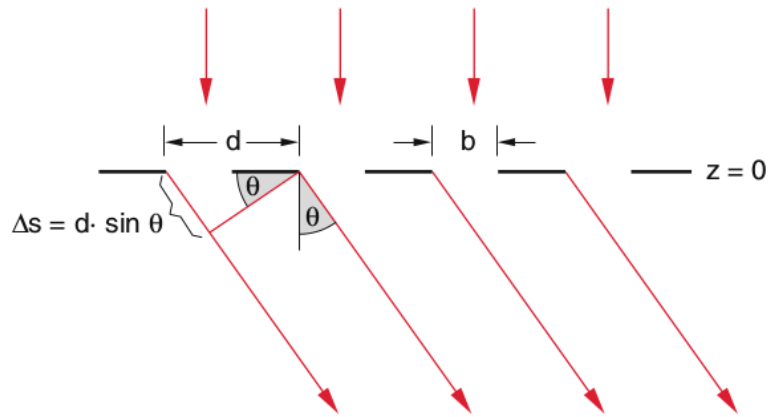


Abb. 1: Beugung am Einzelspalt, Die Gitterkonstante wird hier mit d dargestellt (Quelle:[Demt]

x des m. Maximums auf dem Schirm zur optischen Achse berechnen.

$$\tan(\theta) = \frac{x}{d} \quad (11)$$

2.3.2 Phasengitter

Beim Phasengitter wird die Phase der einfallenden Lichtbündel moduliert. Dies geschieht durch Dichteschwankungen im Gitter, die zu verschiedenen Brechungsindizes und daher verschiedenen Lichtgeschwindigkeiten führen.

Im Versuch wird das Phasengitter durch laufende Ultraschallwellen erzeugt. Dann gilt für den Brechungsindex, nach [Köhli]

$$n(x) = n_0 + \Delta n \sin\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right) \quad (12)$$

Wobei Λ die Schallwellenlänge ist.

Die Ultraschallzelle wird mit der Spannung U betrieben. Diese wirkt sich im Quadrat propor-

tional auf die Schallintensität, sodass wir letztendlich folgende Beziehung erhalten:

$$S \sim U^2 \sim \left(\frac{\Delta n}{n-1} \right)^2 = \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right)^2 \quad (13)$$

2.4 Auflösungsvermögen

Um zwei Intensitätsmaxima auf dem Schirm gerade noch Unterscheiden zu können, muss der Abstand dazwischen größer als die Halbwertsbreite sein (s. Abb. 2).

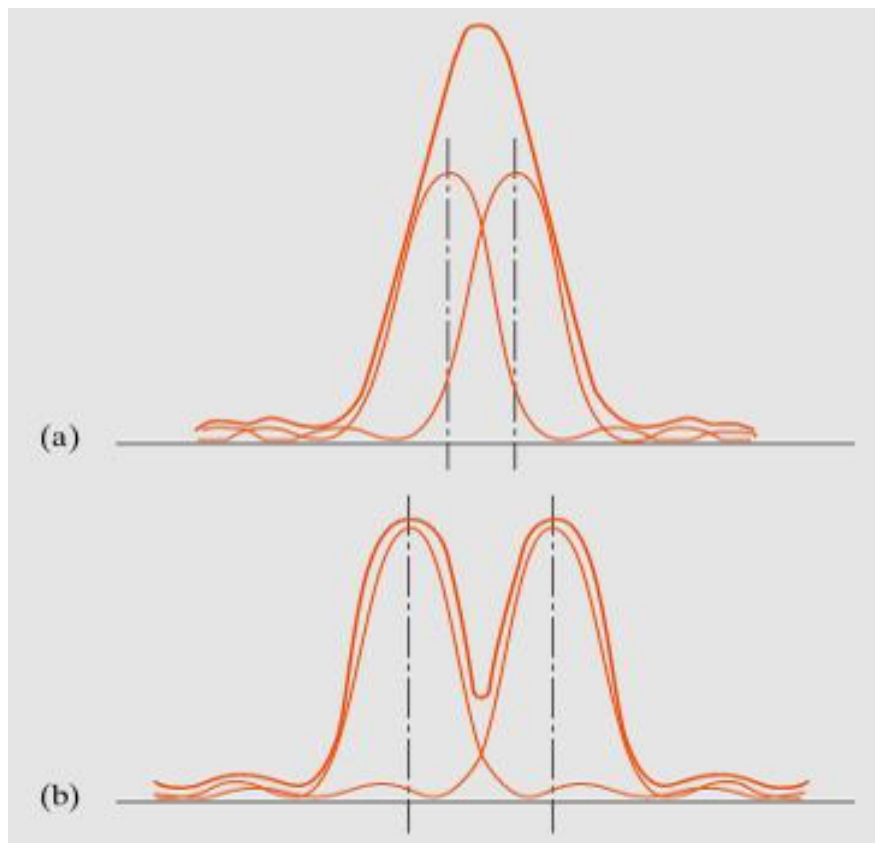


Abb. 2: Bedingung für das Auflösungsvermögen von Spektrallinien (Quelle: [Gerth])

Strahlt nun Licht der Wellenlänge λ und $\lambda + \Delta\lambda$, so ist der Abstand zwischen zwei Maxima m -ter Ordnung

$$\Delta\theta = \frac{m \cdot \Delta\lambda}{K} \quad (14)$$

Dies ergibt sich aus (11).

Aus (10) ergibt sich als Lage der Minima

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{K \cdot N} \quad (15)$$

Daraus folgt für das Auflösungsvermögen

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot m \quad (16)$$

2.5 Raman-Nath-Theorie

Hiermit möchten wir auf [Lef] verweisen, was uns als Grundlage für die folgenden Überlegungen dient. Die Raman-Nath-Theorie liefert Aussagen über das Bild eines Beugungsversuches mit einem von Schall erzeugten Phasengitter. Aus ihr folgt, dass für ein Maximum m. Ordnung gilt:

$$\sin(\alpha) = \pm m \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (17)$$

Außerdem gilt für die Intensitäten dieser Maxima

$$I_m = J_m^2 \left(\Delta n D \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \right) = J_m^2(\alpha U) \quad (18)$$

Wobei $J_m(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!(i+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2i+m}$ die Besselfunktionen m. Ordnung beschreiben.

3 Versuchsaufbau

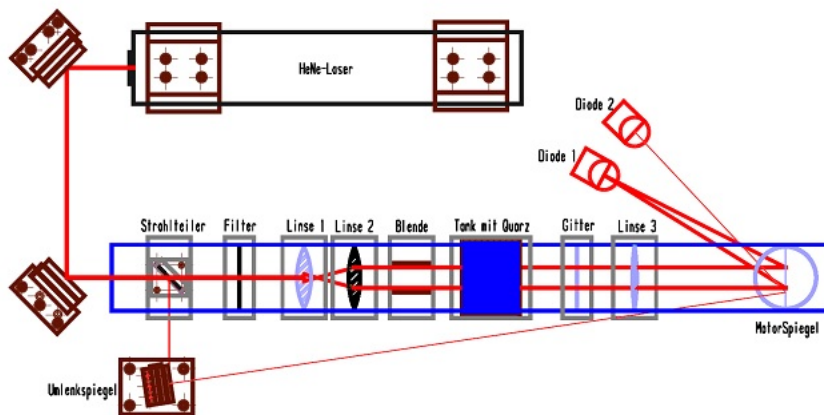


Abb. 3: Schematischer Versuchsaufbau (Quelle: [Köhli])

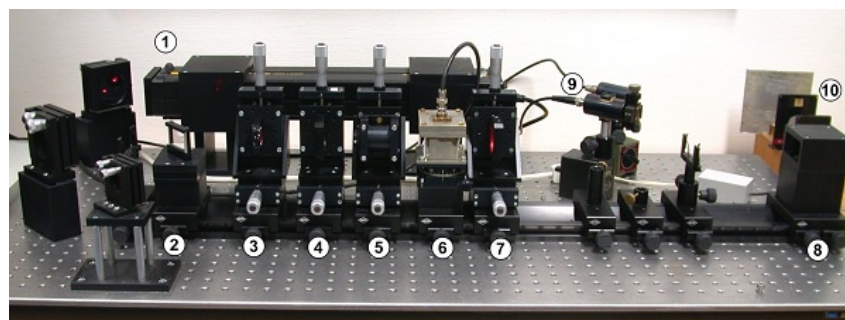


Abb. 4: Versuchsaufbau: 1)He-Ne-Laser 2)Strahlteiler 3,4,7)Linsen 5)Blende 6)Isooktantank 8)Drehspiegel mit Motor 9)Photodioden 10)verschiedene Gitter (Quelle: [Köhli])

Als Lichtquelle in unserem Aufbau verwenden wir einen He-Ne-Laser, welcher Licht der Wellenlänge von $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ emittiert und über 2 Spiegel auf einen Strahlteiler trifft. Der abgelenkte, sekundäre Strahl wird über einen weiteren Spiegel direkt auf den Drehspiegel und auf Diode 2 gelenkt, was als TriggerSignal des Oszilloskops genutzt wird. Der primäre Strahl durchquert zunächst einen Filter, ehe er zwei Linsen, (L1) und (L2), passiert, welche hier als Kollimator wirken. Anschließend sorgt eine Blende für die homogene Beleuchtung des Beugungsgitters. Als Beugungsgitter verwenden wir sowohl mehrere Amplitudengitter, als auch ein Phasengitter. Im Anschluss an das Beugungsgitter passiert der Lichtstrahl eine dritte Linse (L3), welche den Strahl auf einen Drehspiegel fokussiert. Über diesen, sich 12,5 mal pro Sekunde drehenden, Spiegel wird der Lichtstrahl an die Diode 1 weitergeleitet. Das Beugungsbild wird somit sequentiell abgetastet und gelangt über einen Vorverstärker auf das Oszilloskop.

Als Phasengitter dient hier ein mit Isooktan befüllter Tank, an dem zwei Quarzkristalle angebracht sind. Durch das Anlegen einer Spannung an die Kristalle, fangen diese an zu schwingen und erzeugen somit Ultraschallwellen in unserem Medium (Isooktan). Durch die Geometrie der Anordnung ist die somit erzeugte Ultraschallwelle orthogonal zur Ausbreitungsrichtung des Lichtbündels.

4 Auswertung

Wir möchten hier kurz erwähnen, dass wir zur Bestimmung der Unsicherheiten auf unsere Ergebnisse, in der gesamten Auswertung, das Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß verwendet haben. Hängt die Größe z von den Größen x und y ab ($z = z(x, y)$), so hat diese die Form

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial y} \sigma_y\right)^2} \quad (19)$$

4.1 Gitterkonstante Sinusgitter K_{sin}

Für die Messungen am Sinusgitter verwendeten wir im Strahlengang nur das Gitter und einen Schirm, den wir auf kurze Distanz vor dem Gitter montierten, damit die Maxima 0. und 1. Ordnung darauf gut zu erkennen sind. Dann haben wir den Abstand zwischen den Maxima und die Entfernung von Gitter zu Schirm gemessen.

Für die Abstände zwischen den Maxima erster Ordnung erhielten wir hier die Werte $x = 99,0\text{mm}$ und $y = 11,0\text{mm}$. Die Fehler schätzten wir auf $\sigma_x = 2\text{mm}$ und $\sigma_y = 1\text{mm}$ ab. Um nun den Abstand r der beiden Maxima erster Ordnung zu berechnen benutzen wir den Satz von Pythagoras

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (20)$$

Somit erhalten wir für den Abstand einen Wert von

$$r = (99,6 \pm 2,0)\text{mm}$$

Der Abstand vom Gitter zur Rückseite des Schirms, $d + \Delta d$, betrug $d + \Delta d = (63,60 \pm 0,05)\text{mm}$. Für die Dicke des Schirms erhielten wir einen Wert $\Delta d = (2,55 \pm 0,05)\text{mm}$.

Dadurch ergibt sich für den Abstand Gitter-Spalt $d = (61,05 \pm 0,07)\text{mm}$. Damit lässt sich nun der Winkel θ berechnen, gemäß

$$\theta = \arctan\left(\frac{r}{2d}\right) \quad (21)$$

Daraus ergibt sich ein Winkel θ von

$$\theta = (0,684 \pm 0,010)\text{rad}$$

Nun lässt sich die Gitterkonstante K_{sin} mittels

$$K_{sin} = \frac{m \cdot \lambda}{\sin(\theta)} \quad (22)$$

berechnen. Da wir hier Maxima der ersten Ordnung betrachten, $m = 1$, folgt

$$K_{sin} = (1,00 \pm 0,01)\mu m$$

4.1.1 Eichung

Zur weiteren Messung bauten wir den Linsengang, bis auf die Ultraschallzelle komplett auf. Dabei beobachteten wir das Beugungsbild von dem jeweiligen Gitter am Oszilloskop. Damit wir die Intensitäten auswerten können haben wir eine Eichung durchgeführt werden, aus der wir später die Beziehung zwischen Winkel des Maximums und Zeitachse auf dem Oszilloskop erhalten. Zur Eichung unseres Aufbaus haben wir zunächst das Beugungsbild eines Eichgitters aufgenommen. Die Gitterkonstante unseres Eichgitters betrug $\frac{1}{8}\text{mm}$. Daraus bestimmen wir nun den Zusammenhang zwischen dem Winkel θ und der am Oszilloskop abgemessenen Zeit. Dazu führten wir eine lineare Regression durch, um die Parameter p_0 und p_1 zu bestimmen. Diese sind gegeben durch

$$\sin(\theta) = p_1 \Delta t + p_0 \quad (23)$$

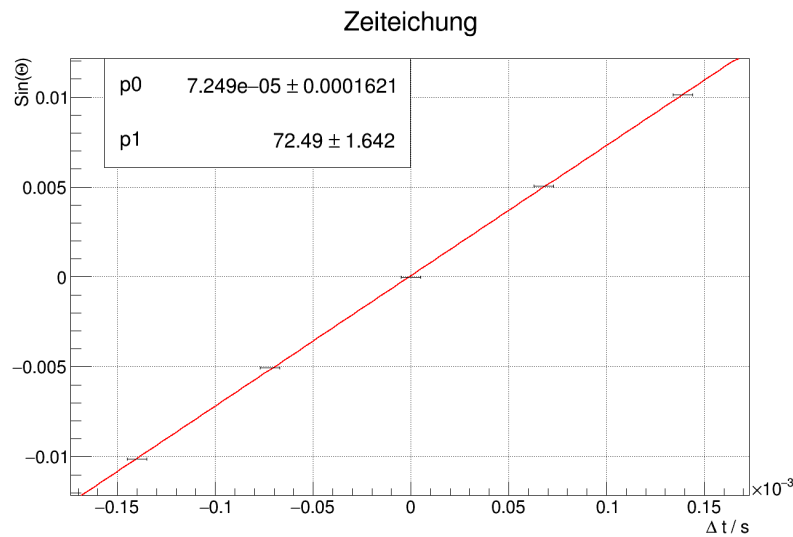


Abb. 5: Regressionsgerade Zeiteichung

Aus der Abbildung ergibt eine Steigung von $p_1 = (72,69 \pm 1,64) \frac{1}{\text{mm}}$. Dieser Wert wird in unseren weiter Berechnungen verwendet.

4.1.2 Bestimmung der Gitterkonstanten K_i

Da wir hier den Y-Achsenabschnitt p_0 vernachlässigen können, ergibt sich für $\sin(\theta)$

$$\sin(\theta) = 72,49 \cdot \Delta t \quad (24)$$

Dabei haben wir einen Fehler $\sigma_{\Delta t} = 0,05 \cdot 10^{-4} \text{s}$ als Ableseungenauigkeit angenommen.

Um nun die Gitterkonstanten K_i zu bestimmen, tragen wir $\sin(\theta)$ über der Ordnung der Maxima m auf und führen das Verfahren der linearen Regression aus. Diese Methode wenden wir analog für jedes Gitter an. Zur Anschauung dient hier der Fit für das erste Gitter mit Gitterkonstante K_i (die Regressionen für der Gitter 2-5 befinden sich im Anhang)

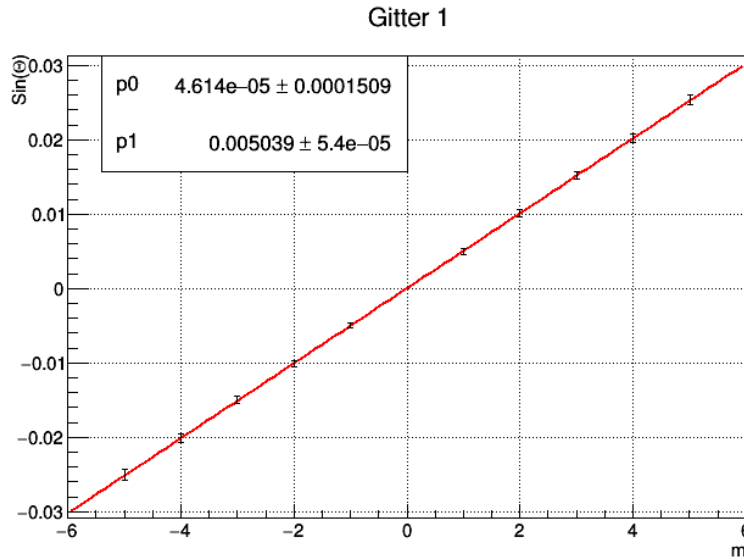


Abb. 6: Lineare Regression zur Bestimmung von Gitterkonstante K_1

Als Steigung der Ausgleichsgeraden erhalten wir hier $p_1 = \frac{\Delta \sin}{\Delta m}$. Daraus ergibt sich für die Gitterkonstante

$$K_i = \frac{1}{p_{1i}} \cdot \lambda \quad (25)$$

mit p_{1i} als Steigung der Ausgleichsgerade des i -ten Gitters. Somit erhalten wir für die Gitterkonstanten die folgende Werte

$$K_1 = (125,58 \pm 1,35) \mu m$$

$$K_2 = (33,29 \pm 0,69) \mu m$$

$$K_3 = (100,62 \pm 1,69) \mu m$$

$$K_4 = (101,09 \pm 2,59) \mu m$$

$$K_5 = (50,34 \pm 0,76) \mu m$$

Man kann hier deutlich erkennen, wir bei Gitter 3 und 4 zwar sehr ähnliche Gitterkonstanten erhalten haben, aber dennoch sehr abweichende Unsicherheiten. Dies liegt daran, dass wir auf, die zur Berechnung notwendige, Steigung der Ausgleichsgeraden unterschiedlich große Fehler haben (s. hierzu Abb.16 und Abb.17, Kap.9 Verzeichnisse). Diese Abweichung kommt dadurch

zu Stande, dass wir bei Gitter Nr.3 6 Maxima messen konnten, wohingegen wir bei Gitter 4 nur 4 Maxima vorfanden. Somit erhält man durch das Verfahren der lineare Regression eine größere Unsicherheit bei Gitter 4.

4.1.3 Auflösungsvermögen

Um das Auflösungsvermögen der Gitter zu bestimmen, benötigen wir zunächst die Breite des Laserstrahls b auf den Gittern. Dazu haben wir die Blende aus dem Strahlengang entfernt um die volle Strahlbreite auf dem Gitter messen zu können. Die Messung der Strahlbreite haben wir mit einem Messschieber vorgenommen, indem wir diesen so ausgerichtet haben, dass man den Strahl gerade so nicht auf der Metalloberfläche sehen konnten. Durch diese Methode haben wir eine große relative Unsicherheit.

$$b = (3,5 \pm 0,5)mm$$

Dadurch lassen sich die Auflösungsvermögen a_i bestimmen gemäß

$$a_i = \frac{b \cdot m}{K_i} \quad (26)$$

Hierbei ist m die Ordnung, des letzten, noch sichtbaren Maximums. Bei einigen Messaufnahmen könnte man Maxima der fünften Ordnung für Maxima der dritten Ordnung halten, da bei einigen Gittern, nicht alle Maxima vom Oszilloskop erfasst wurden. Dies liegt daran, dass die Maxima dieser Ordnung mit einem Minimum der Einzelspalte zusammenfallen und somit nicht auffindbar sind. Die betroffenen Gitter sind Gitter 3 (Abb. 27) und Gitter 4 (Abb.28). Die Aufnahmen lassen sich im Anhang finden. Somit erhielten wir folgende Auflösungsvermögen:

$$a_1 = (139 \pm 20)$$

$$a_2 = (105 \pm 15)$$

$$a_3 = (174 \pm 25)$$

$$a_4 = (173 \pm 25)$$

$$a_5 = (139 \pm 20)$$

Laut dem Theorie sollte das Auflösungsvermögen der Gitter unabhängig von den Gitterkonstanten sein. Es lässt sich aber unschwer erkennen, dass wir hier deutliche Abweichungen gemessen haben. Dies liegt daran, dass die Breite des Laserstrahls nicht ausreichte, um die Gitter vollständig auszuleuchten. Dadurch, dass die Breite des Strahls nicht das komplette Gitter erfasst hat, hatten wir nun doch eine Abhängigkeit der Anzahl der ausgeleuchteten Gitterlinien N von der Gitterkonstante K .

4.1.4 Aperturfunktion

Wir wollen im Folgenden die Aperturfunktion für eines der Gitter berechnen. Da aufgrund fehlerhafter Messung keine Werte für die Intensität der Maxima 0ter Ordnung der Gitter 1-5 vorlagen, haben wir stattdessen die Aperturfunktion des Eichgitters ermittelt. Dieses hatte aber nur Peaks bis zur zweiten Ordnung. Daher erhalten wir keine besonders schöne Aperturfunktion. Die Gitterkonstante des Eichgitters beträgt $K = \frac{1}{8}\text{mm}^3$. Zunächst mitteln wir die linken und rechten Peaks gleicher Ordnung:

$$I_m = \frac{I_{rechts} + I_{links}}{2} \quad (27)$$

Wir erhalten:

$$I_0 = (1,239 \pm 0,010)V$$

$$I_1 = (0,899 \pm 0,007)V$$

$$I_2 = (0,279 \pm 0,007)V$$

Daraus erhalten wir die Aperturfunktion über:

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cdot \cos\left(\frac{2\pi jx}{K}\right) \quad (28)$$

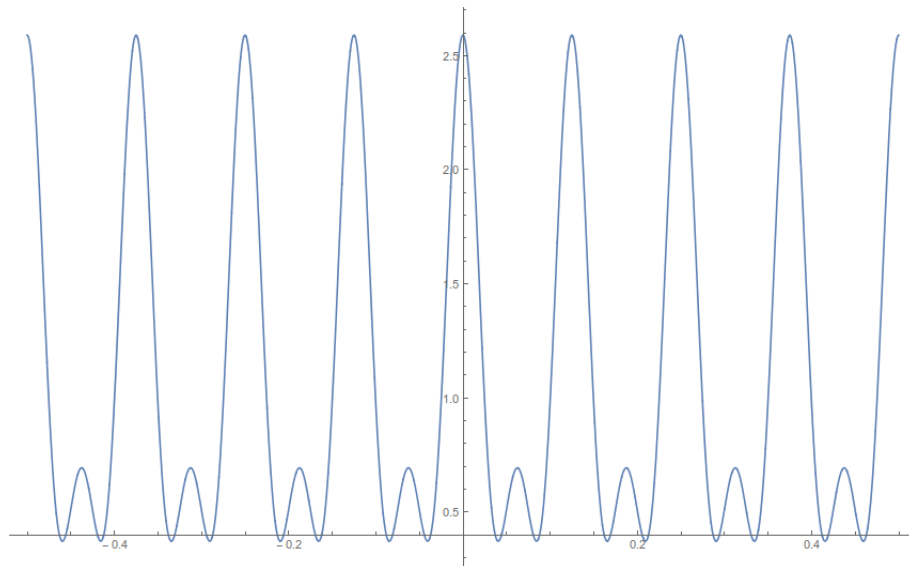


Abb. 7: Aperturfunktion: Intensität [V] über x [mm]

Aus der Aperturfunktion können wir nun die Spaltbreite des Gitters bestimmen. Dazu be-

rechnen wir das Full Width Half Maximum (FWHM). Dieses ergibt einen Wert von

$$b = (24,3 \pm 0,1)\mu m$$

Der Fehler ergibt sich aus der Ablesungenauigkeit unserer Methode. Berechnen wir noch die FWHM Werte von $g(x) + \sigma g(x)$ und $g(x) - \sigma g(x)$ und betrachten jeweils die Differenz zu b , ergibt die größere der beiden Differenzen eigentlich einen Fehler auf unser b . Da unsere Gitterkonstante allerdings als fehlerfrei angenommen wurde erhalten wir eine Abweichungen von 2nm. Diesen Fehler können wir im Bezug auf den viel größeren Ablesefehler also vernachlässigen. Wir bestimmen nun das Verhältnis von Gitterkonstanten und Spaltbreite. Es ergibt sich also:

$$\frac{b}{K} = 0.1940 \pm 0.0008$$

Es ist fraglich, ob die Näherung der Aperturfunktion durch die Fourierreihe sinnvoll ist, wenn wir nur 2 Maxima messen können. Daher könnte das zu einem schlechten Ergebnis führen. Wir sehen, dass die hier bestimmte Aperturfunktion weit entfernt ist von einer gewöhnlichen Aperturfunktion eines Gitters (s. Formel (2)). Das liegt daran, dass wir eine Näherung der Fouriertransformation über die -reihe machen, uns hier aber nur 2 Maxima vorliegen. Daher hat die Reihe nur 3 Terme. Die Näherung ist also sehr schlecht und stellt die eigentliche Aperturfunktion nur sehr dürftig dar.

4.2 Phasengitter

Im letzten Versuchsteil bauten wir die Ultraschallzelle ein. Zunächst führten wir eine Kalibration durch, bei der wir die bestmögliche Schall-Frequenz für ein sauberes Ergebnis am Oszilloskop bestimmten. Dann führten wir erneut eine Eichmessung mit einem Gitter vor der Zelle und ohne Spannung am Frequenzgenerator durch. Danach entfernten wir das Gitter und zeichnen für jeden ganzzahligen Wert zwischen 0 Volt und 9 Volt das Beugungsbild auf (Abb.7).

Phasengitter

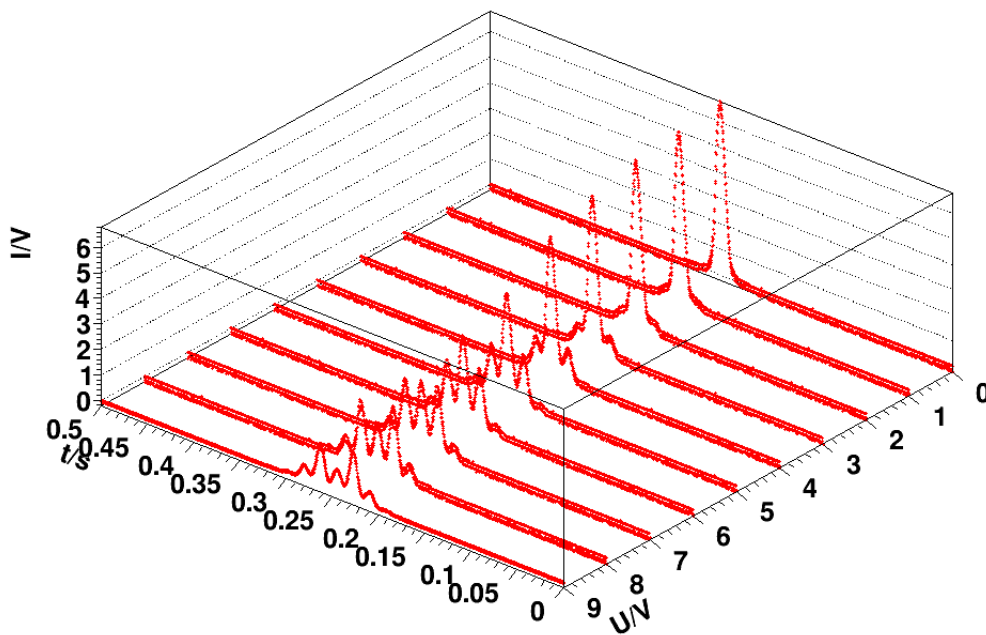


Abb. 8: Beugungsbilder des Phasengitters für 0-9V

4.2.1 Raman-Nath Vergleich

Zunächst werden die Intensitäten der Peaks im Bezug auf die gemessene Intensität des 0. Maximums bei 0V am Ultraschallgenerator (I_0) normiert. Da die Peaks rechts und links voneinander abweichen benutzen wir folgende Formeln um sie zu mitteln und normieren:

1. Je nach Spannung U ergibt sich für die Intensitäten 0ter Ordnung:

$$I_U^* = \frac{I_U}{I_0} \quad (29)$$

2. Für die Intensitäten höherer Ordnung:

$$I^* = \frac{I_l + I_r}{2 \cdot I_0} \quad (30)$$

Die Peaks waren bis zur Messung mit 8 Volt gut auszulesen, da das Signal relativ stabil war. Hier haben wir für die 0. und 1. Ordnung einen Fehler von $\sigma_{I_n} = \sigma_{I_l} = \sigma_{I_r} = 0,05V$ und für die 2. Ordnung $\sigma_{I_n} = \sigma_{I_l} = \sigma_{I_r} = 0,05V$ gewählt. Bei der Messung mit 9 Volt fing das Bild aber an extrem in der Höhe zu variieren. Daher haben wir hier einen Messfehler von $\sigma_{I_n} = \sigma_{I_l} = \sigma_{I_r} = 0,5V$ angenommen. Der systematische Fehler auf die angelegte Spannung an der Ultraschallzelle ist $\sigma_U = 0.01V$.

Zum Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie gleichen wir unsere Werte an die quadratischen Besselfunktionen (18) an. Für die Besselfunktion 0ter Ordnung führen wir noch einen Verschiebungstherm ein (x-Verschiebung im Diagramm).

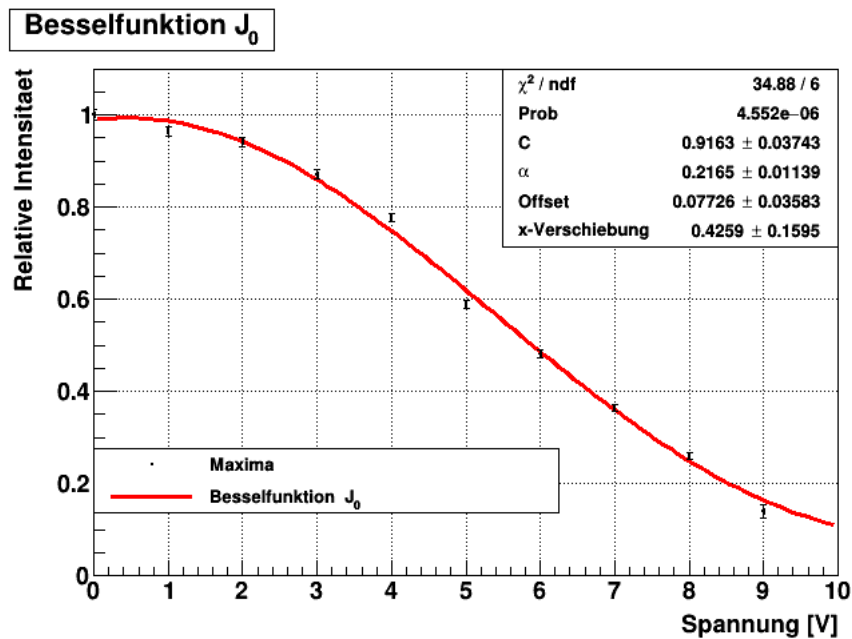
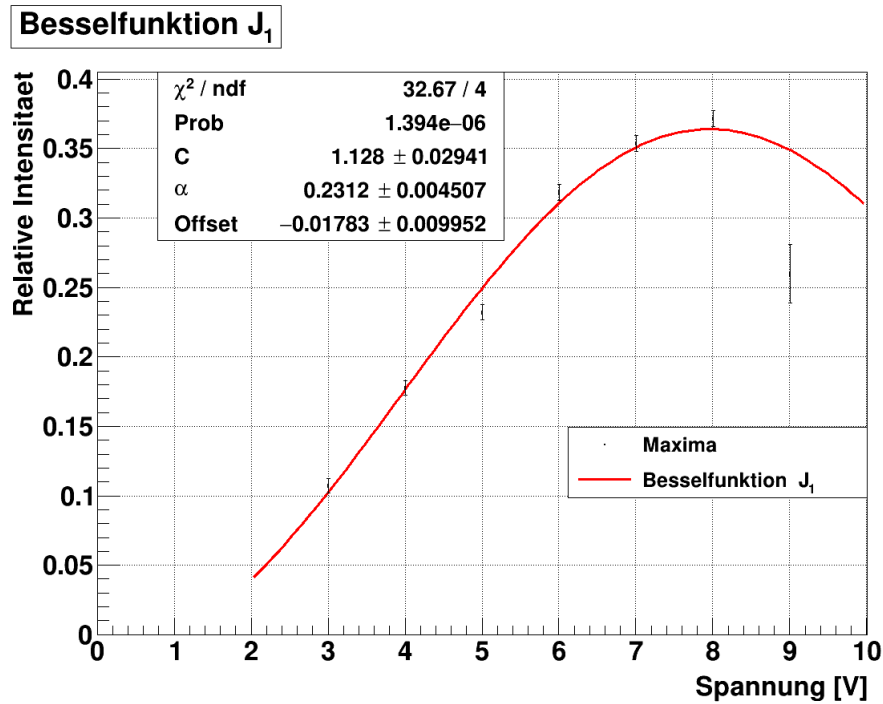
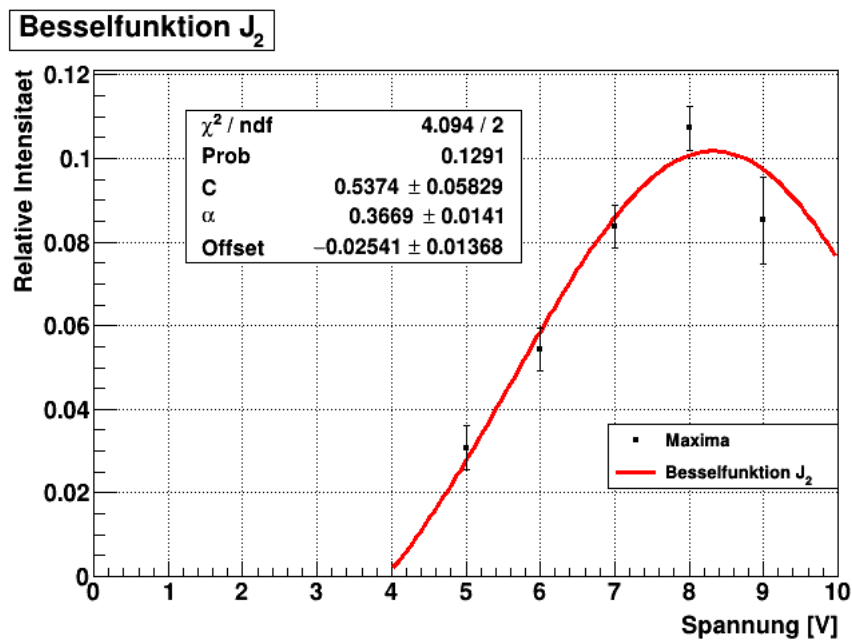


Abb. 9: Fit von J_0 an die Maxima 0ter Ordnung

Abb. 10: Fit von J_0 an die Maxima 1ster OrdnungAbb. 11: Fit von J_2 an die Maxima 2ter Ordnung

Man sieht in der Besselfunktion 1. und 2. Ordnung, dass die gemessenen Intensitäten für 9V aus der Reihe fallen. Ein möglicher Grund hierfür könnte sein, dass wir vor dieser Messung bereits am Abschalten waren. da uns ein Fehler unterlaufen war und wir die Messung für 9V nicht gespeichert hatten. Es ist möglich, dass nach dem erneuten Anschalten andere Bedingungen geherrscht haben, zum Beispiel indem wir dem Laser nach dem einschalten nicht genug Zeit gegeben haben. Als Werte für α erhalten wir aus den Kurven:

$$\alpha_0 = 0.217 \pm 0.011$$

$$\alpha_1 = 0.231 \pm 0.005$$

$$\alpha_2 = 0.367 \pm 0.014$$

Die ersten beiden Werte stimmen im doppelten Fehlerbereich überein. Der Dritte weicht extrem ab. Wir konnten also hier die Raman-Nath-Theorie mit unserer Messung nicht bestätigen. Dies liegt vermutlich größtenteils an den stark abweichenden Werten des 9V-Interferenzbildes.

4.2.2 Schallwellenlänge

Beugungsbild auf. Zur Auswertung des Eichaufbaus griffen wir wieder auf eine lineare Regression zurück und erhielten eine Steigung von $73,01 \pm 0,83 \frac{1}{s}$. Die Wellenlänge bestimmen wir nun

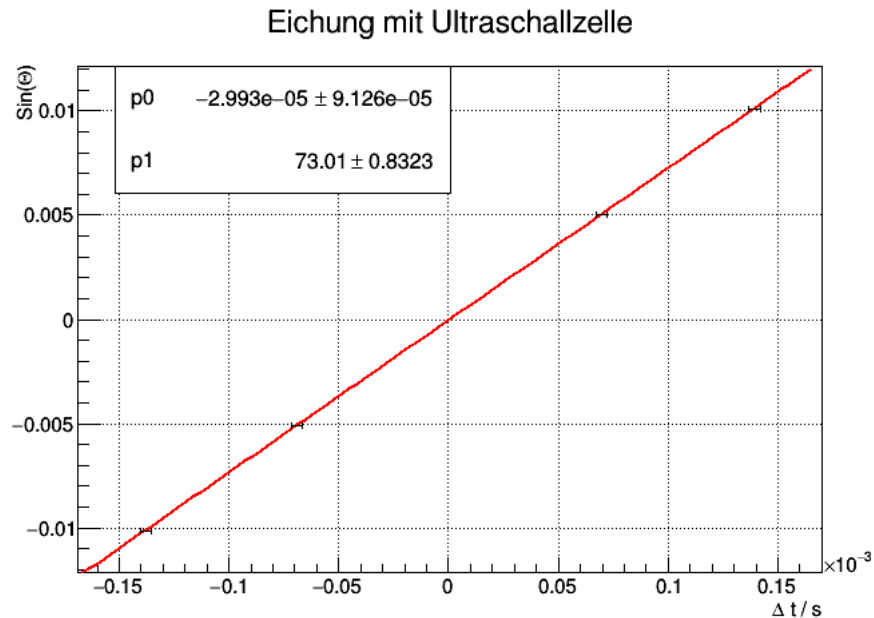


Abb. 12: Linearer Fit der Eichung

nachfolgend für eine Zellenspannung mit 7V und 8V, da wir hier möglichst viele Peaks sehen und die angelegte Frequenz übereinstimmt. Zunächst führen wir wieder eine Regression für die Winkel über der Ordnung der Maxima aus. Wir erhalten

$$p_{8V} = (125 \pm 5) \cdot 10^{-5}$$

$$p_{7V} = (126 \pm 5) \cdot 10^{-5}$$

Diese Werte stimmen alle innerhalb ihrer Fehler überein. Wir bestimmen nun das Mittel:

$$\langle p \rangle = \frac{p_7 + p_8}{2} \quad (31)$$

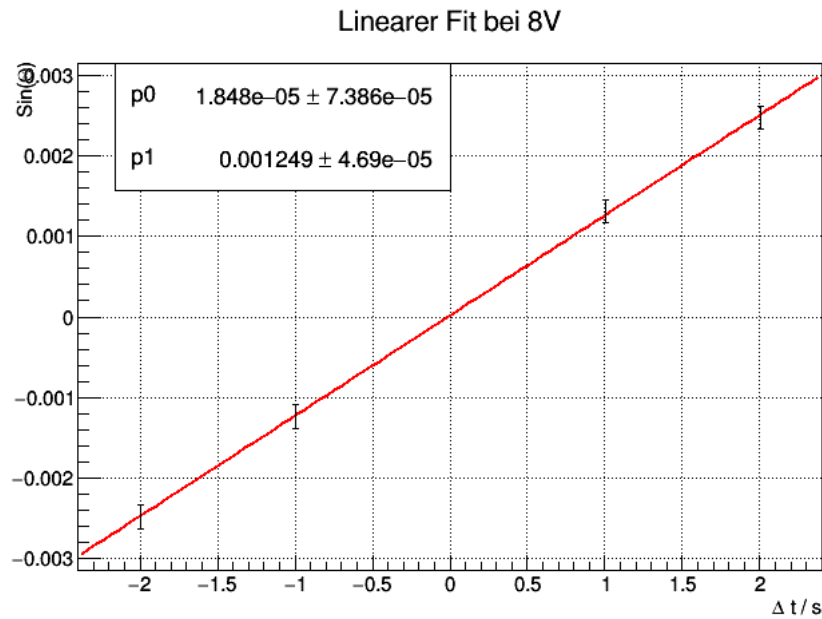


Abb. 13: Bestimmung der Steigung bei 8V

Wir erhalten:

$$\langle p \rangle = (127 \pm 5) \cdot 10^{-5}$$

Daraus ergibt sich die Schallwellenlänge aus Formel (17) zu

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\langle p \rangle} \quad (32)$$

Wir erhalten dann:

$$\Lambda = (498 \pm 20) \mu m$$

Zum Vergleich bestimmen wir die Wellenlänge noch rechnerisch aus der an der Ultraschallzelle eingestellten Frequenz. Wir haben für 7V & 8V eine Frequenz von $f = (2056,0 \pm 0,1) \text{ kHz}$ gemessen. Zur Bestimmung der Wellenlänge verwenden wir:

$$\Lambda = \frac{c_{\text{Schall}}}{f} \quad (33)$$

Dabei nehmen wir den Literaturwert aus [Lef] mit $c = 1111 \frac{m}{s}$. Wir erhalten dann für die Wellenlänge:

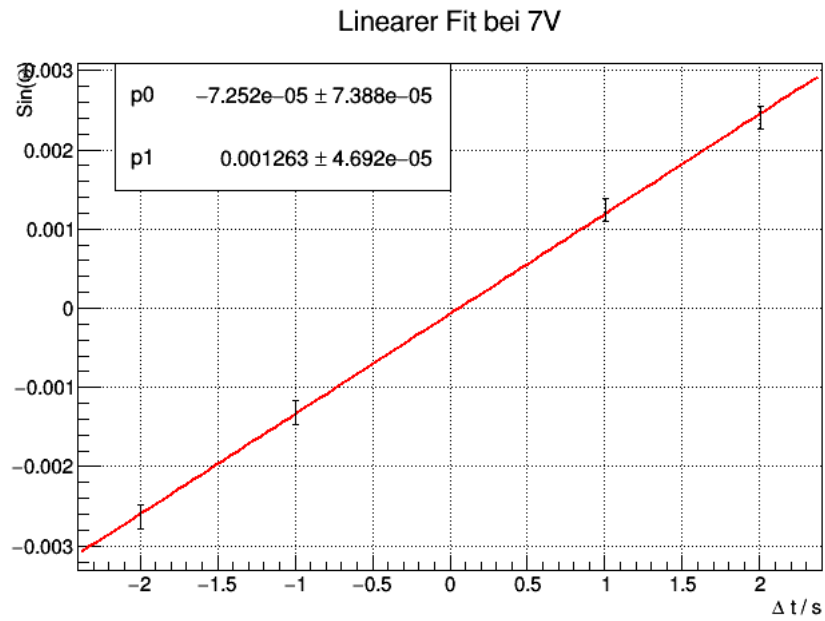


Abb. 14: Bestimmung der Steigung bei 7V

$$\Lambda_{lit} = (540.34 \pm 0,03) \mu m$$

Die beiden Werte stimmen im doppelten Fehlerbereich überein.

5 Zusammenfassung

Als Erstes haben wir die Gitterkonstante des Sinusgitters bestimmt. Hierbei erhielten wir einen Wert von

$$K_{sin} = (1,00 \pm 0,01)\mu m$$

Im nächsten Schritt haben wir die Gitterkonstanten und die Auflösungsvermögen der 5 Amplitudengitter bestimmt und dabei folgende Ergebnisse erzielt:

$$K_1 = (125,58 \pm 1,35)\mu m$$

$$K_2 = (33,29 \pm 0,69)\mu m$$

$$K_3 = (100,62 \pm 1,69)\mu m$$

$$K_4 = (101,09 \pm 2,59)\mu m$$

$$K_5 = (50,34 \pm 0,76)\mu m$$

$$a_1 = 139 \pm 20$$

$$a_2 = 105 \pm 15$$

$$a_3 = 174 \pm 25$$

$$a_4 = 173 \pm 25$$

$$a_5 = 139 \pm 20$$

Aus der Aperturfunktion unseres Eichgitters $K = \frac{1}{8}mm$ haben wir nun das Verhältnis von Spaltbreite zu Gitterkonstante bestimmt. Daraus ergab sich:

$$\frac{b}{K} = 0.194 \pm 0.001$$

Als letztes wurde das Ultraschall-Phasengitter vermessen. Dabei erhielten wir eine Wellenlänge von

$$\Lambda = (498 \pm 20)\mu m$$

6 Anhang

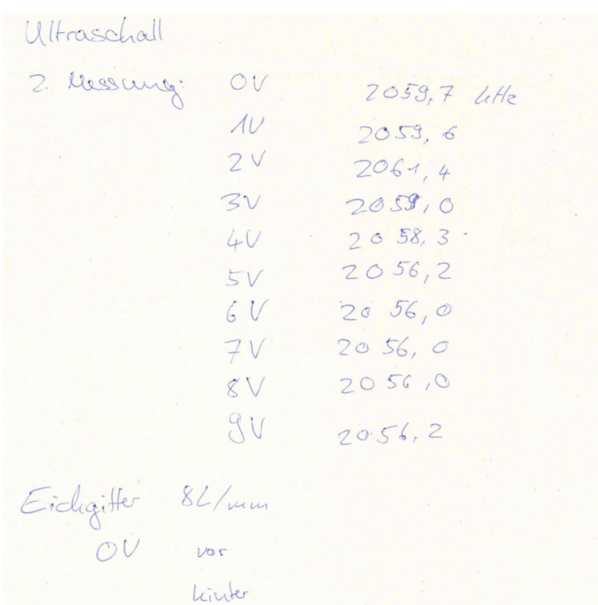
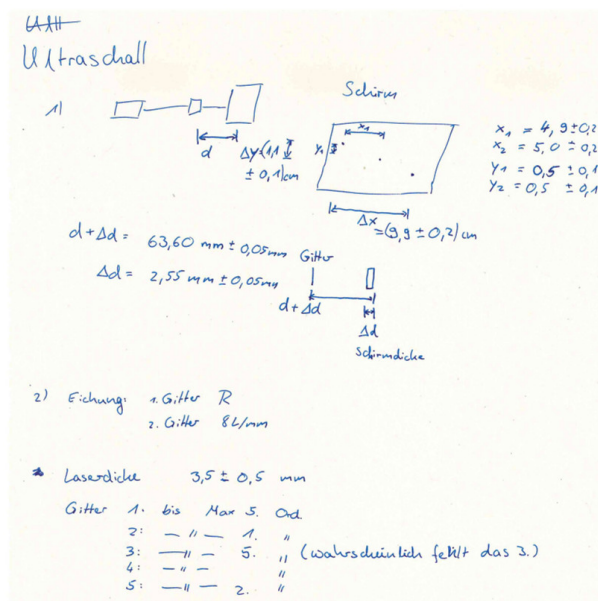


Abb. 15: Messprotokolle

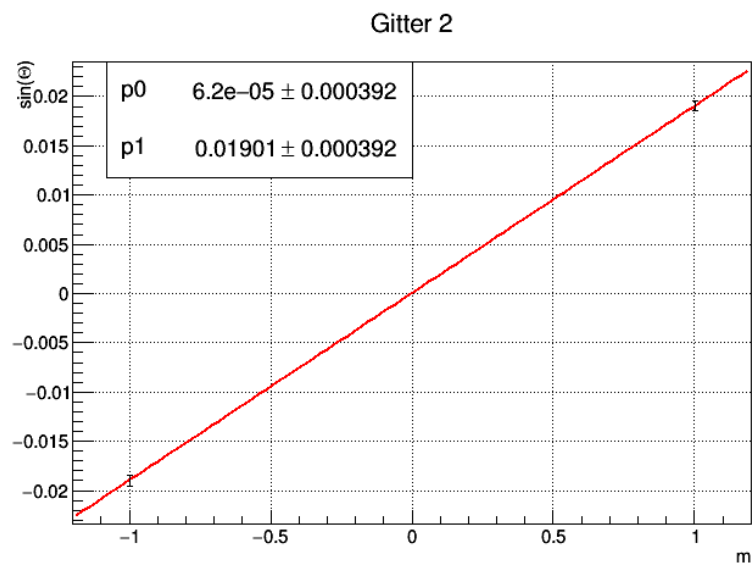


Abb. 16: Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 2

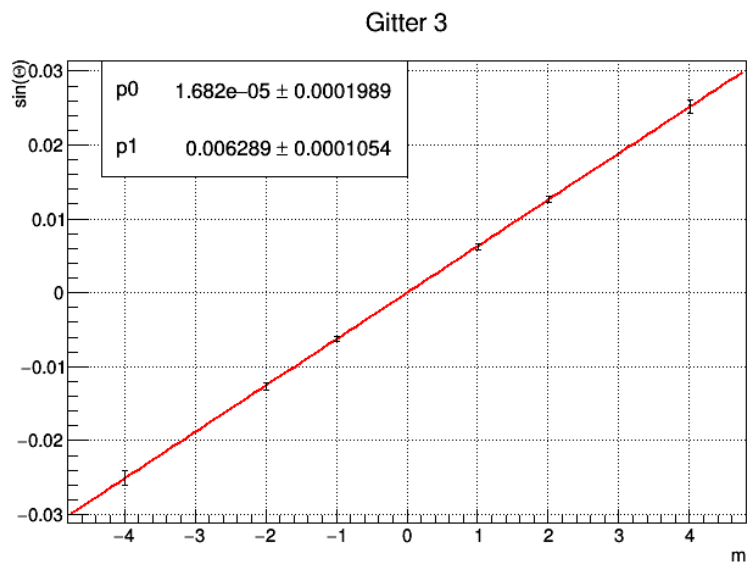


Abb. 17: Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 3

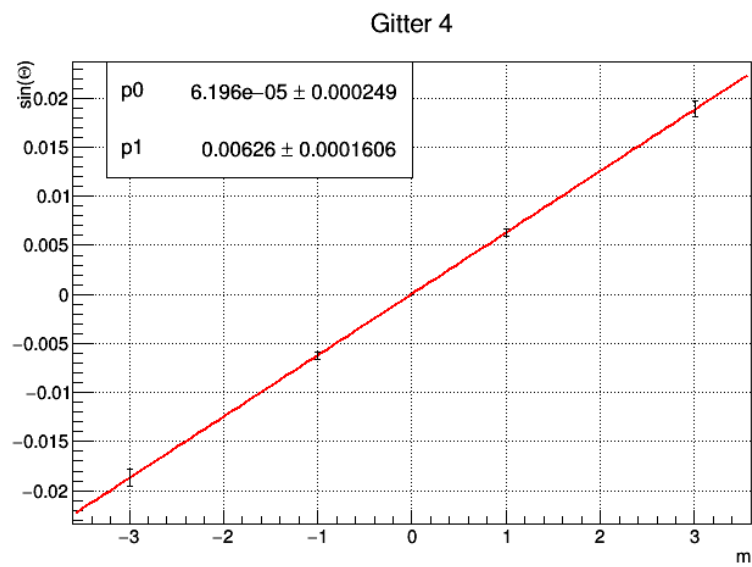


Abb. 18: Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 4

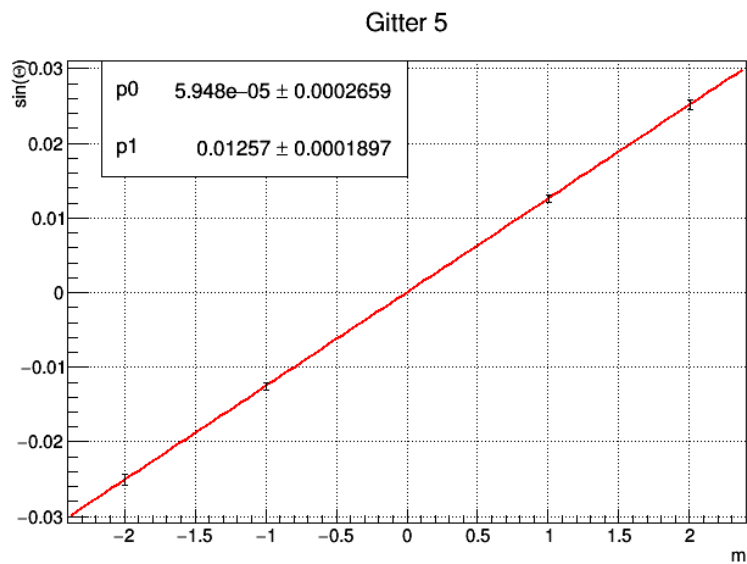


Abb. 19: Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 5

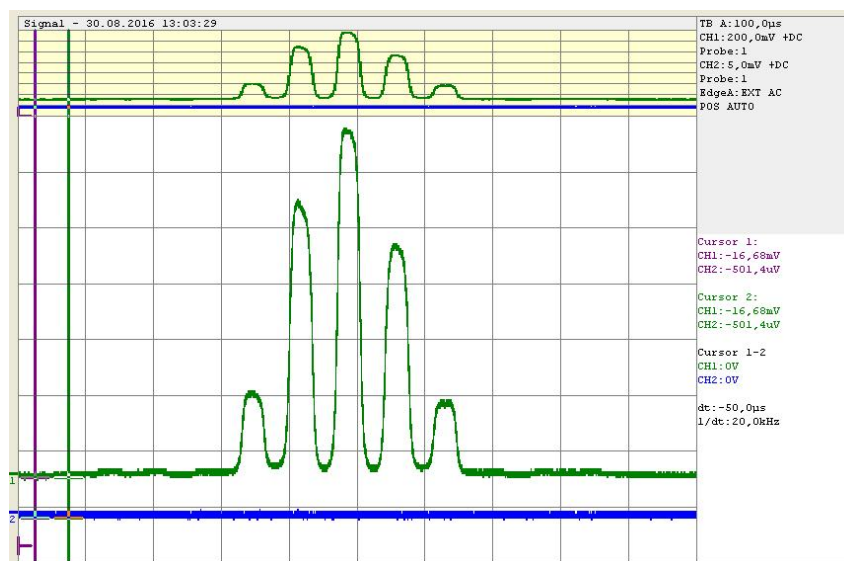


Abb. 20: Oszilloskopbild Eichgitter

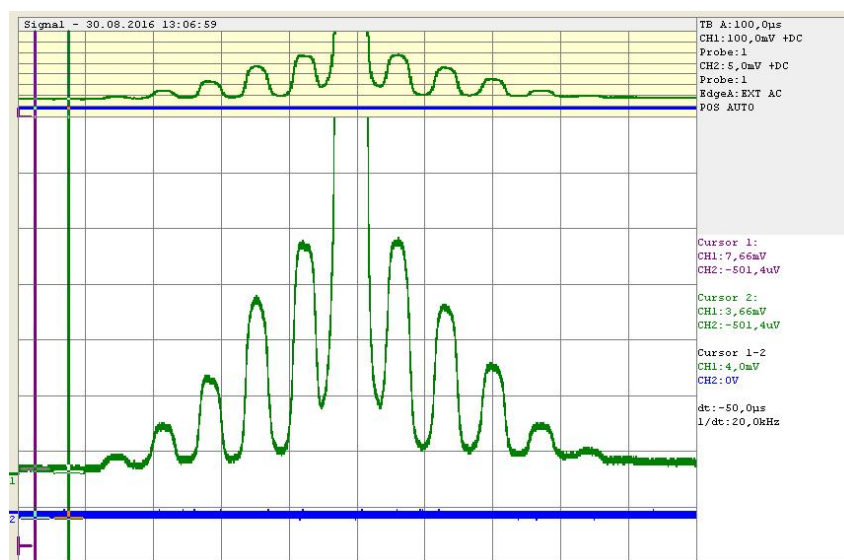


Abb. 21: Oszilloskopbild Gitter 1

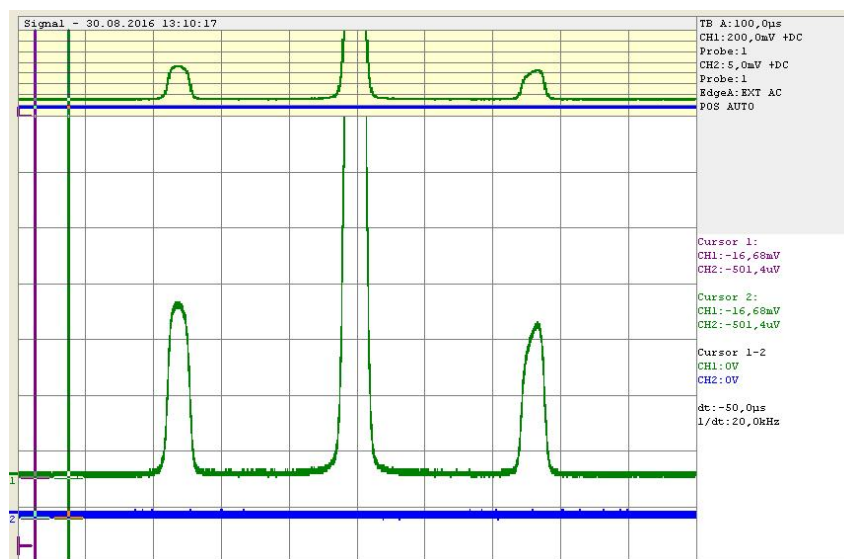


Abb. 22: Oszilloskopbild Gitter 2

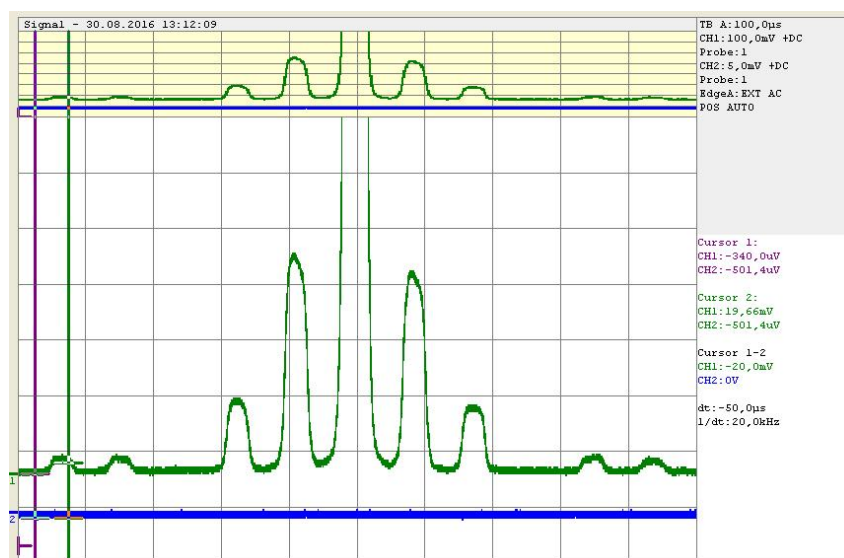


Abb. 23: Oszilloskopbild Gitter 3

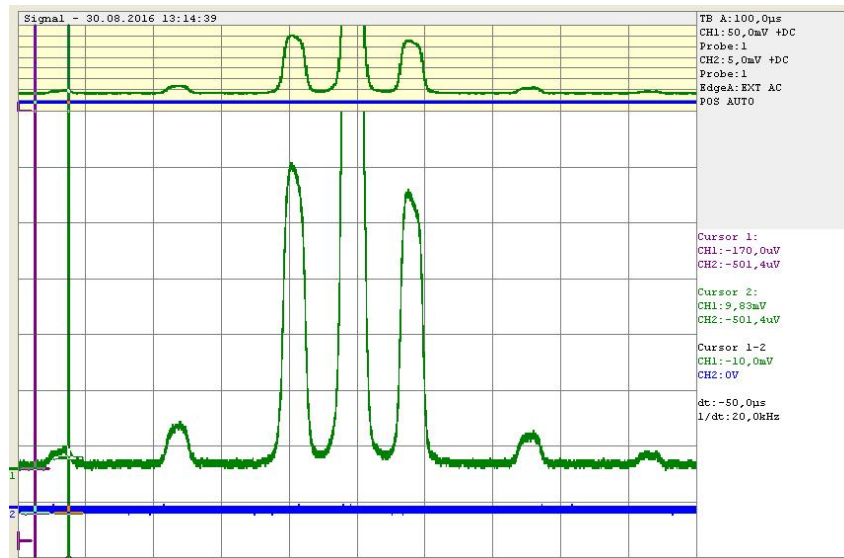


Abb. 24: Oszilloskopbild Gitter 4

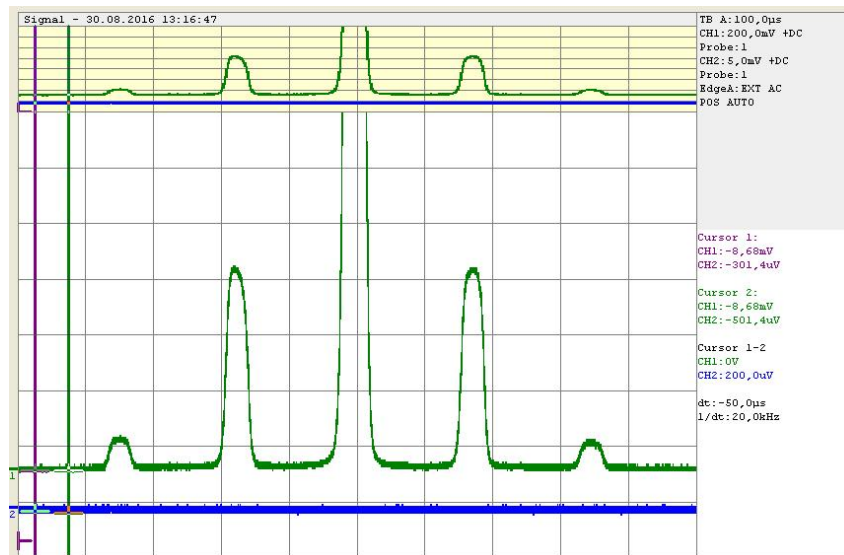


Abb. 25: Oszilloskopbild Gitter 5

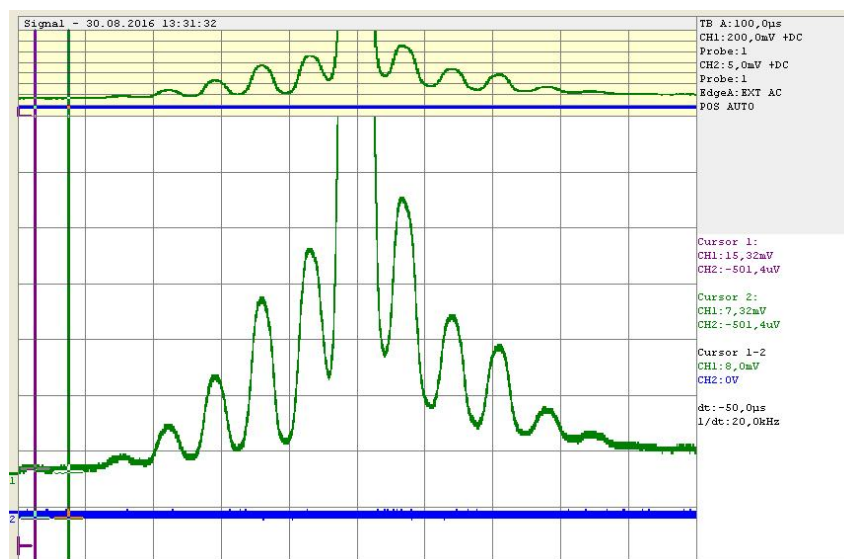


Abb. 26: Oszilloskopbild Gitter 1, volle Auflösung

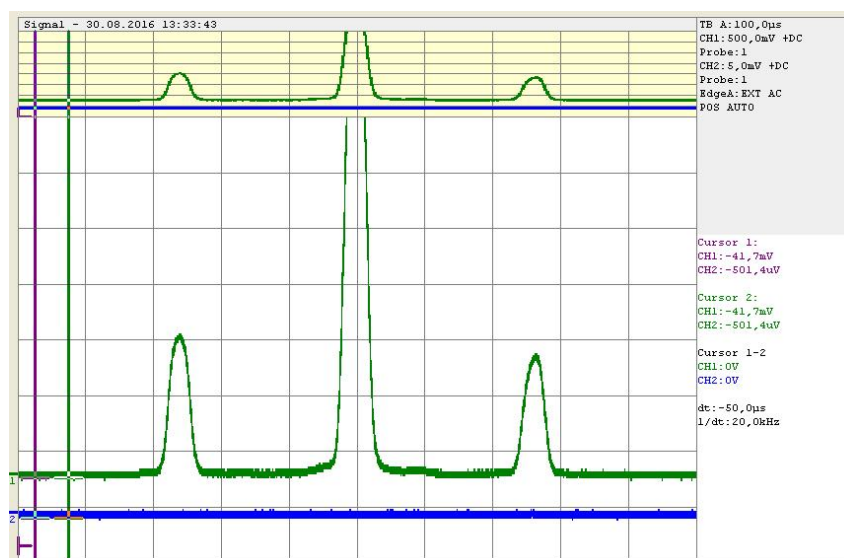


Abb. 27: Oszilloskopbild Gitter 2, volle Auflösung

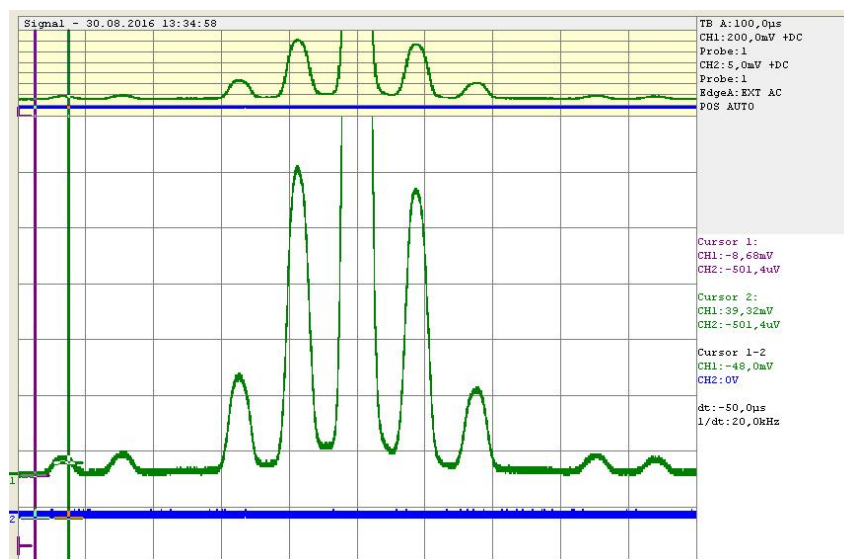


Abb. 28: Oszilloskopbild Gitter 3, volle Auflösung

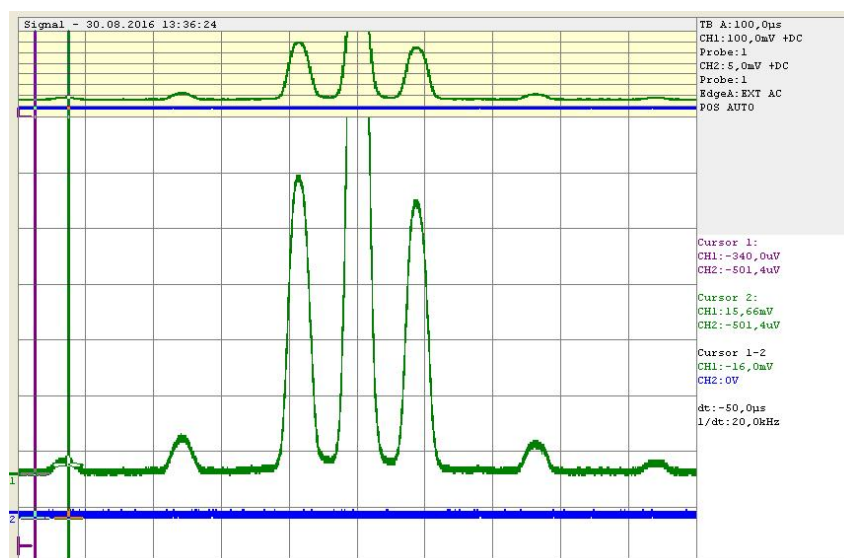


Abb. 29: Oszilloskopbild Gitter 4, volle Auflösung

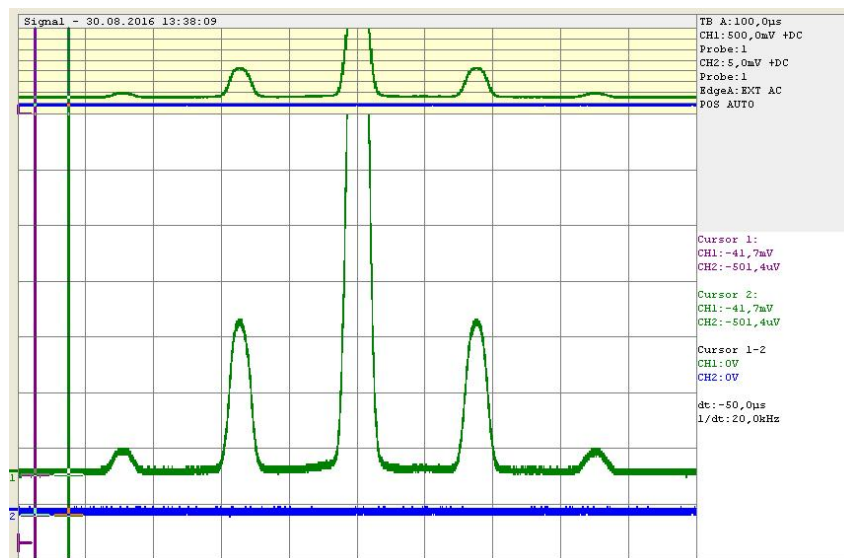


Abb. 30: Oszilloskopbild Gitter 5, volle Auflösung

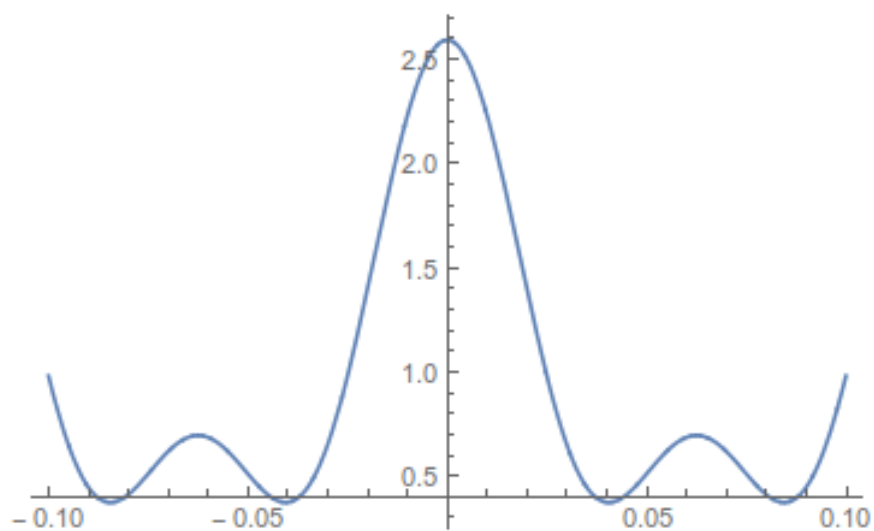


Abb. 31: Aperturfunktion vergrößert

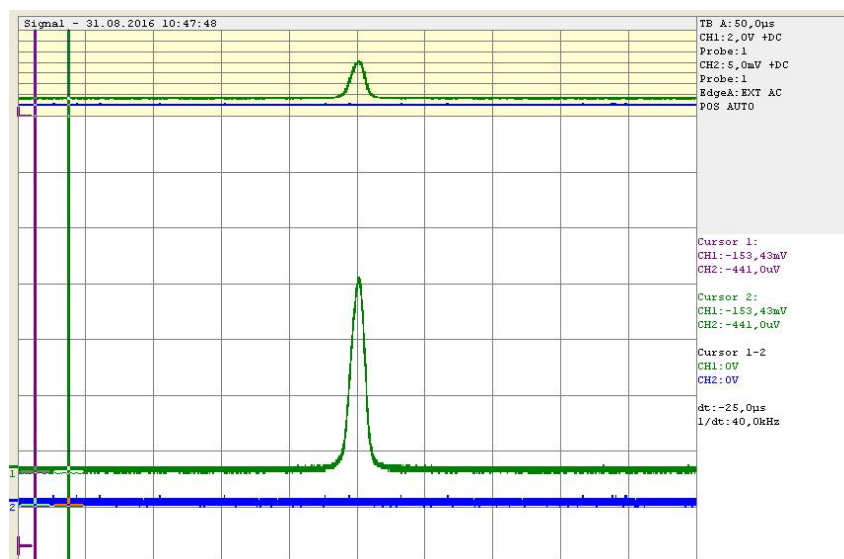


Abb. 32: Oszilloskopbild Phasengitter, Spannung an

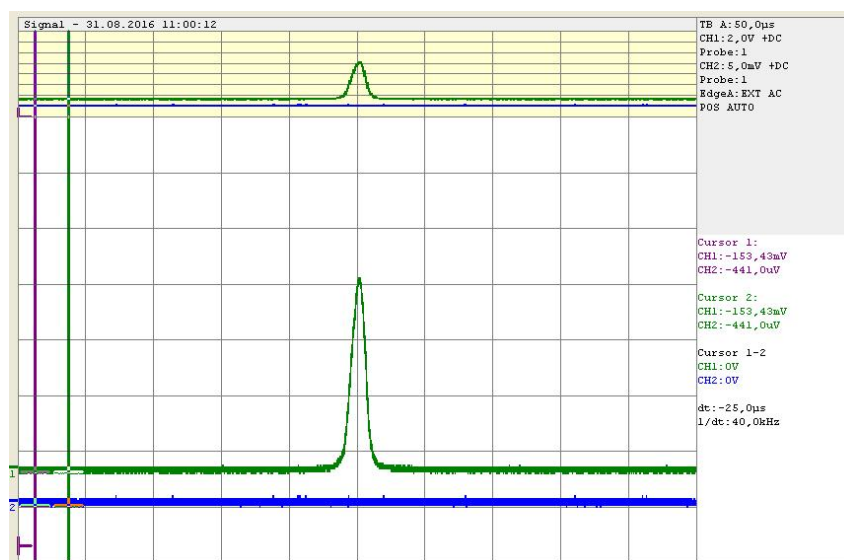


Abb. 33: Oszilloskopbild Phasengitter, Spannung aus

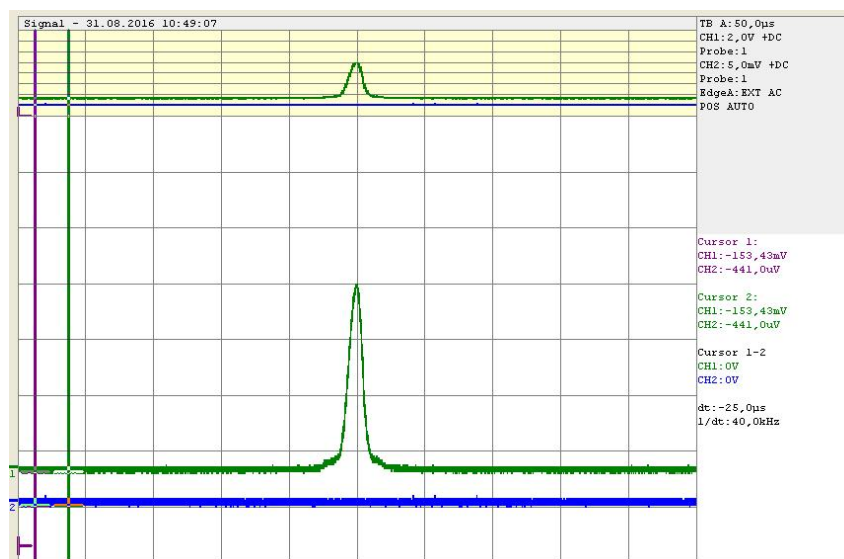


Abb. 34: Oszilloskopbild Phasengitter 1V

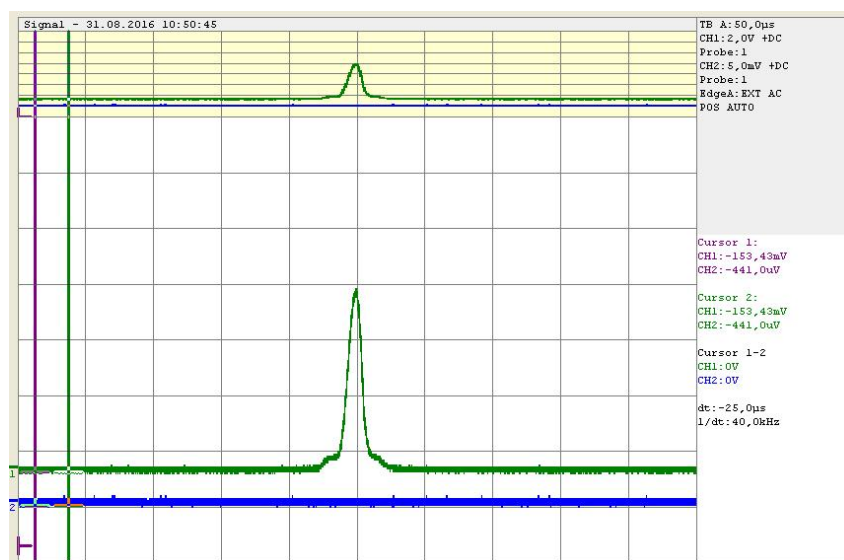


Abb. 35: Oszilloskopbild Phasengitter 2V

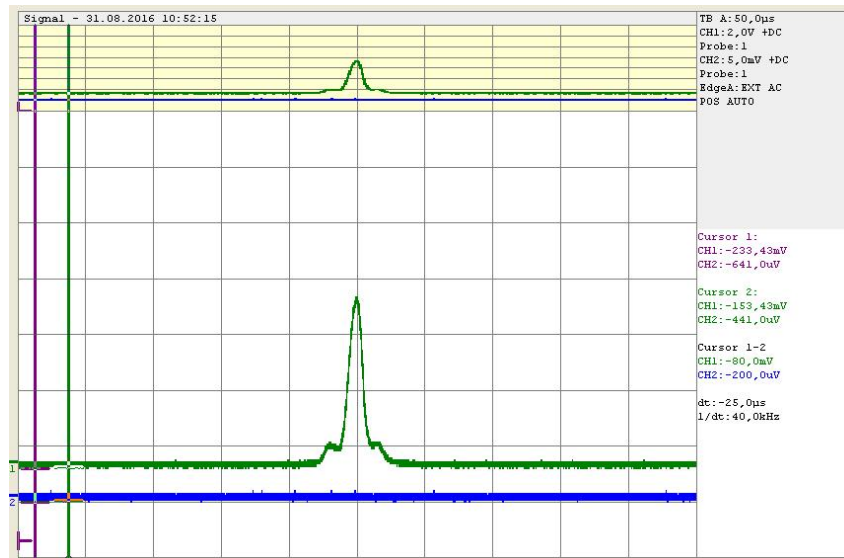


Abb. 36: Oszilloskopbild Phasengitter 3V

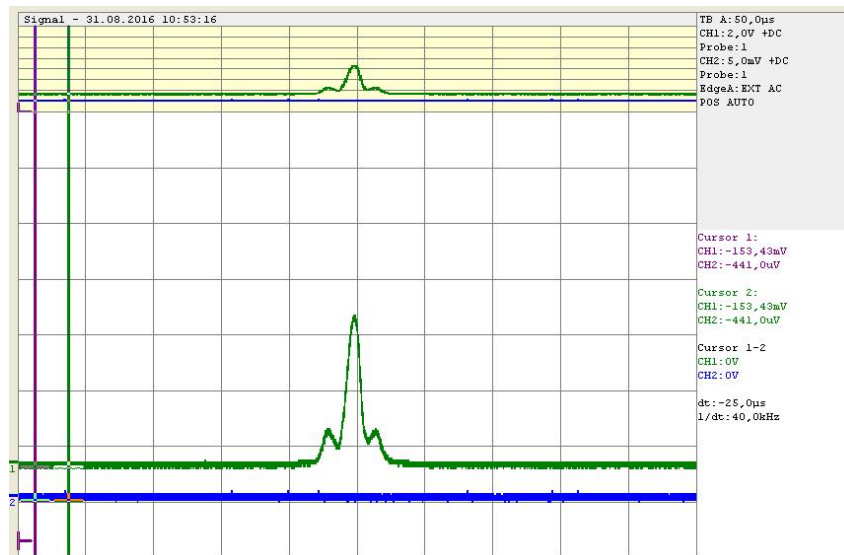


Abb. 37: Oszilloskopbild Phasengitter 4V

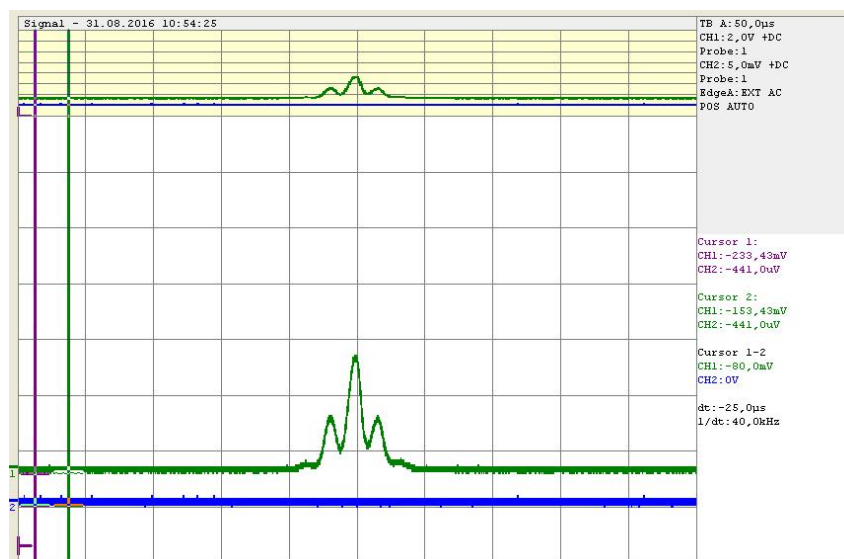


Abb. 38: Oszilloskopbild Phasengitter 5V

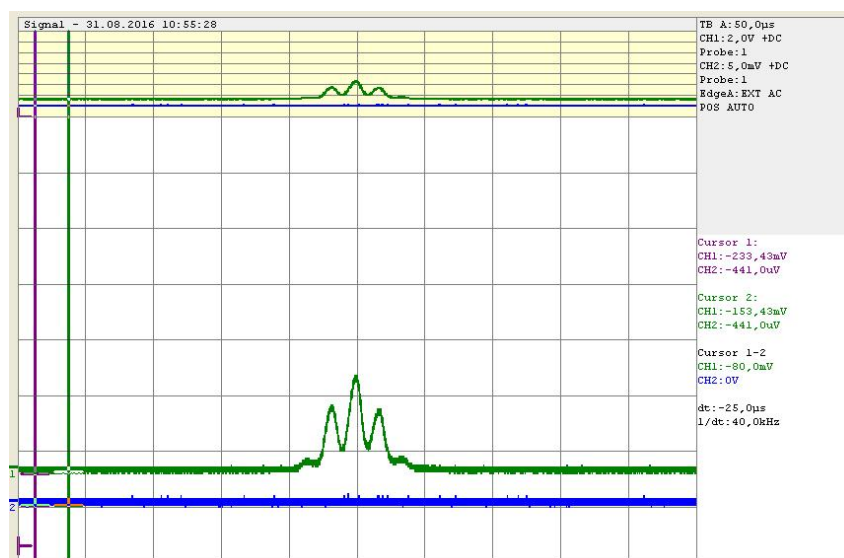


Abb. 39: Oszilloskopbild Phasengitter 6V

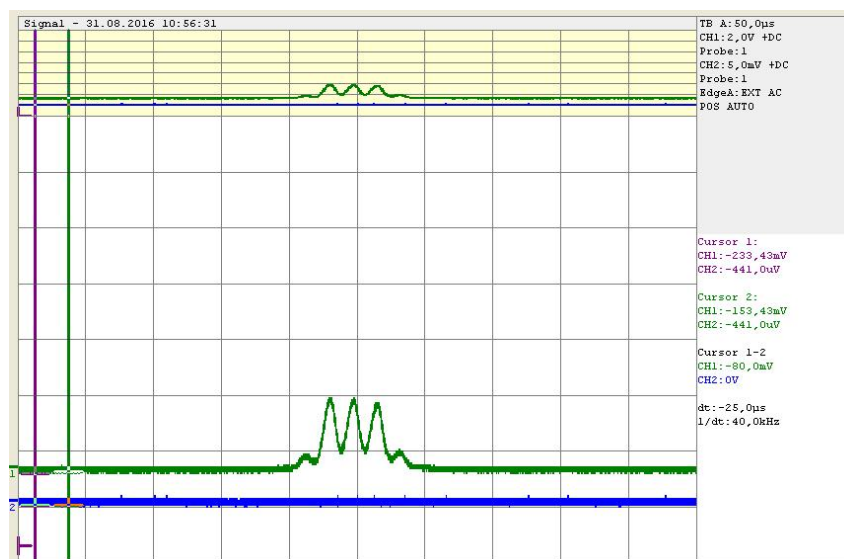


Abb. 40: Oszilloskopbild Phasengitter 7V

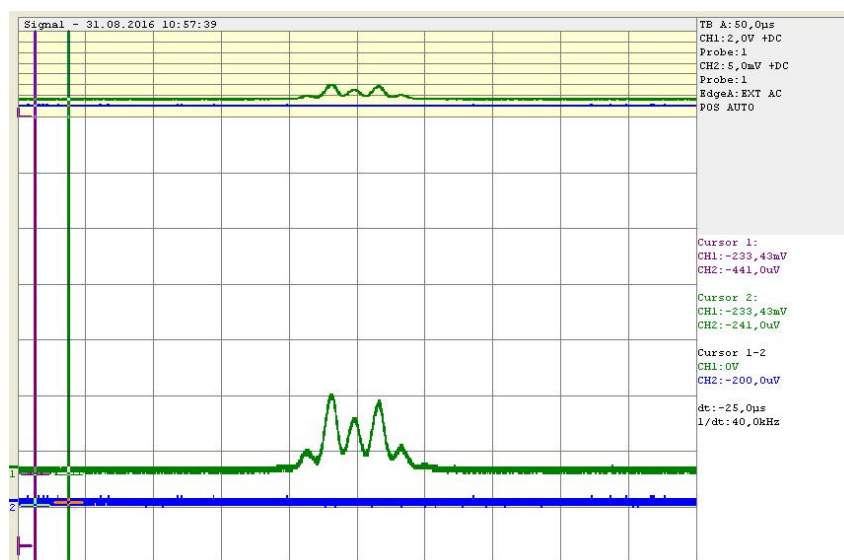


Abb. 41: Oszilloskopbild Phasengitter 8V

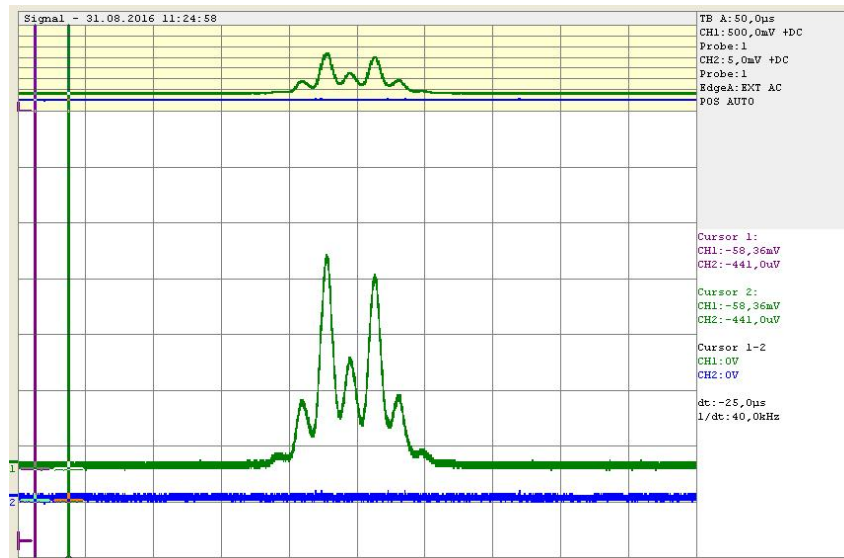


Abb. 42: Oszilloskopbild Phasengitter 9V

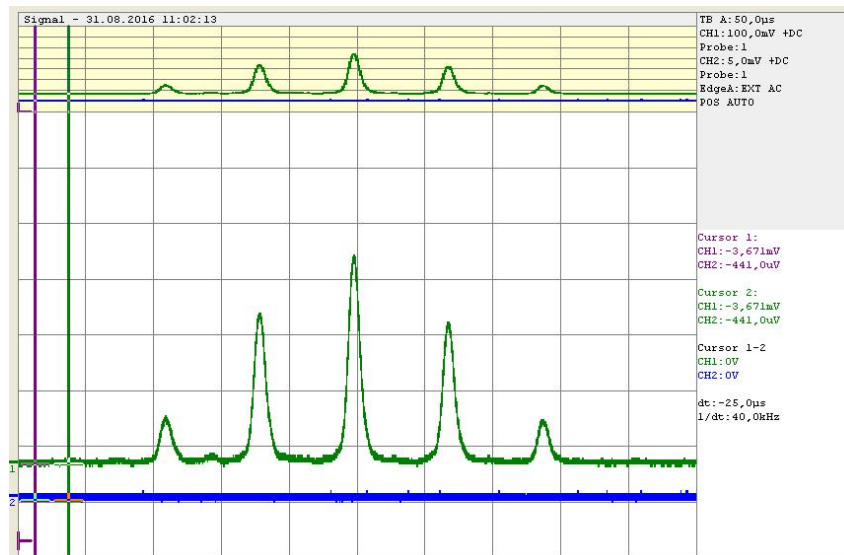


Abb. 43: Oszilloskopbild Phasengitter mit Eichgitter

7 Quellen

Literatur

- [Gerth] Meschede, Dieter (2015): Gerthsen Physik, 25. Auflage, Springer
- [Köhli] Köhli, M. (2011): Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1 Ultraschall, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
- [Lef] Lefèvre, Lutz (1977): Zulassungsarbeit, Beugung am Ultraschall und Phasengitter, Physikalisches Institut Freiburg im Breisgau
- [Demt] Demtröder, Wolfgang (2013): Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik, 6. Auflage, Springer

8 Verzeichnisse

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Beugung am Einzelspalt, Die Gitterkonstante wird hier mit d dargestellt (Quelle:[Demt] | 5 |
| 2 | Bedingung für das Auflösungsvermögen von Spektrallinien (Quelle: [Gerth]) . . . | 6 |
| 3 | Schematischer Versuchsaufbau (Quelle: [Köhli]) | 8 |
| 4 | Versuchsaufbau: 1)He-Ne-Laser 2)Strahlteiler 3,4,7)Linsen 5)Blende 6)Isoktan- tank 8)Drehspiegel mit Motor 9)Photodioden 10)verschiedene Gitter (Quelle: [Köhli]) | 8 |
| 5 | Regressionsgerade Zeiteichung | 12 |
| 6 | Lineare Regression zur Bestimmung von Gitterkonstante K_1 | 13 |
| 7 | Aperturfunktion: Intensität $[V]$ über x $[mm]$ | 15 |
| 8 | Beugungsbilder des Phasengitters für 0-9V | 17 |
| 9 | Fit von J_0 an die Maxima 0ter Ordnung | 18 |
| 10 | Fit von J_0 an die Maxima 1ster Ordnung | 19 |
| 11 | Fit von J_2 an die Maxima 2ter Ordnung | 19 |
| 12 | Linearer Fit der Eichung | 21 |
| 13 | Bestimmung der Steigung bei 8V | 22 |
| 14 | Bestimmung der Steigung bei 7V | 23 |
| 15 | Messprotokolle | 25 |
| 16 | Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 2 | 26 |
| 17 | Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 3 | 26 |
| 18 | Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 4 | 27 |
| 19 | Regression zur Bestimmung der Gitterkonstante 5 | 27 |
| 20 | Oszilloskopbild Eichgitter | 28 |
| 21 | Oszilloskopbild Gitter 1 | 28 |
| 22 | Oszilloskopbild Gitter 2 | 29 |
| 23 | Oszilloskopbild Gitter 3 | 29 |
| 24 | Oszilloskopbild Gitter 4 | 30 |
| 25 | Oszilloskopbild Gitter 5 | 30 |
| 26 | Oszilloskopbild Gitter 1, volle Auflösung | 31 |
| 27 | Oszilloskopbild Gitter 2, volle Auflösung | 31 |
| 28 | Oszilloskopbild Gitter 3, volle Auflösung | 32 |
| 29 | Oszilloskopbild Gitter 4, volle Auflösung | 32 |
| 30 | Oszilloskopbild Gitter 5, volle Auflösung | 33 |
| 31 | Aperturfunktion vergrößert | 33 |
| 32 | Oszilloskopbild Phasengitter, Spannung an | 34 |
| 33 | Oszilloskopbild Phasengitter, Spannung aus | 34 |
| 34 | Oszilloskopbild Phasengitter 1V | 35 |
| 35 | Oszilloskopbild Phasengitter 2V | 35 |

| | | |
|----|---|----|
| 36 | Oszilloskopbild Phasengitter 3V | 36 |
| 37 | Oszilloskopbild Phasengitter 4V | 36 |
| 38 | Oszilloskopbild Phasengitter 5V | 37 |
| 39 | Oszilloskopbild Phasengitter 6V | 37 |
| 40 | Oszilloskopbild Phasengitter 7V | 38 |
| 41 | Oszilloskopbild Phasengitter 8V | 38 |
| 42 | Oszilloskopbild Phasengitter 9V | 39 |
| 43 | Oszilloskopbild Phasengitter mit Eichgitter | 39 |