

Ein Versuch zur holographischen Interferometrie

Wissenschaftliche Arbeit für die Zulassung
zur Prüfung für das Lehramt an Gymnasien

vorgelegt von

Stefan Unmüßig

Fakultät für Physik
Albert-Ludwigs-Universität
Freiburg im Breisgau

15. November 1995

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Grundlagen	3
1.1 Das Licht als elektromagnetische Welle	3
1.1.1 Ebene Wellen	3
1.1.2 Kugelwellen	4
1.2 Interferenz	4
1.2.1 Interferenz zweier ebener Wellen gleicher Wellenlänge	5
1.2.2 Interferenz einer Kugelwelle mit einer ebenen Welle	6
1.3 Kohärenz, Kohärenzlänge	6
1.4 Beugung, Beugungswirkungsgrad	8
1.5 Das Michelson-Interferometer	9
2 Das Hologramm	11
2.1 Das Hologramm eines Punktes	12
2.2 Das Hologramm eines beliebigen Objekts	15
2.3 Die verschiedenen Hologrammtypen	18
2.3.1 Flächen- und Volumenhologramm	18
2.3.2 Amplituden- und Phasenhologramm	18
2.3.3 Transmissions- und Reflexionshologramm	19
2.4 Das Weißlichthologramm	20
3 Holographische Interferometrie	22
3.1 Doppelbelichtungs- und Zeitmittelungstechnik	23
3.1.1 $ M(\delta) ^2$ bei der Doppelbelichtungstechnik	26

3.1.2	$ M(\delta) ^2$ bei der Zeitmittelungstechnik	27
3.2	Echtzeit- und Echtzeitmittelungstechnik	29
3.2.1	$ M(\delta) ^2$ bei der Echtzeittechnik	29
3.2.2	$ M(\delta) ^2$ bei der Echtzeitmittelungstechnik	30
4	Der photographische Prozeß	32
5	Die Versuchsdurchführung	35
5.1	Aufbau und Hologrammaufnahme	35
5.1.1	Bedienung der Geräte	35
5.1.2	Die Hologrammaufnahme	36
5.2	Aufgabenstellung	45
5.2.1	Das Michelson-Interferometer	45
5.2.2	Die holographische Interferometrie	46
6	Ergebnisse	49
6.1	Durchbiegung der Metallbalken	49
6.2	Eigenschwingungen der runden Aluminiumplatte	52
Zusammenfassung		57
A	Berechnungen	58
A.1	Grundbegriffe beim deformierbaren Festkörper	58
A.1.1	Definition des Elastizitätsmoduls	58
A.1.2	Definition der Poisson-Zahl	59
A.1.3	Definition des Torsionsmoduls	59
A.2	Berechnung der Biegung eines Balkens	60
A.3	Eigenschwingung einer Platte	62
Literaturverzeichnis		68
Abbildungsverzeichnis		70
Tabellenverzeichnis		72

Einleitung

Ein Großteil der Informationen über unsere Umwelt gelangt über unsere Augen zu uns. Die Träger dieser Informationen sind Lichtwellen, die durch Amplitude, Phase und Wellenlänge charakterisiert sind.

Will man einen Gegenstand sehen, muß dieser beleuchtet werden. Dabei wird das Licht gestreut, und es bildet sich eine sogenannte Objektwelle aus. In dieser ist die gesamte optische Information über das Objekt enthalten. Die Objektwelle wird beim Sehen durch die Augenlinse auf die Netzhaut abgebildet. Hätte man also eine Möglichkeit, diese Objektwelle zu speichern und später wieder zu erzeugen, so könnte man dieses Bild nicht von dem des Objekts unterscheiden. Beim Photoapparat hat man den gleichen Strahlgang wie beim Auge: Durch das Objektiv wird die Objektwelle auf den Film gelenkt, die dann eine Schwärzungsverteilung hervorruft. Gespeichert wird dabei aber nur die Lichtintensität, die Information über die Phasenlage der Lichtwellen geht verloren. Deshalb kann bei einer normalen photographischen Aufnahme die Objektwelle niemals vollständig rekonstruiert werden. Man erhält immer nur ein zweidimensionales Bild.

Es galt also, ein Verfahren zu entwickeln, das es ermöglicht, die gesamte Objektwelle zu speichern. In den Jahren 1948-1951 löste der englische Physiker Denis Gabor das Problem der gleichzeitigen Speicherung der Amplituden- und Phasenverteilung eines Wellenfeldes. Er bezeichnete sein Verfahren als **Holographie**, ein zusammengesetztes Wort aus „holos“(griech.) = vollständig und „graphein“(griech.) = schreiben. Seine Idee bestand darin, daß er zusätzlich zur Objektwelle eine zu dieser kohärente Referenzwelle auf die Photoplatte auftreffen ließ. Dadurch, daß diese beiden Wellen miteinander interferieren, ist es möglich, zusätzlich zur Intensität auch die Phase zu speichern. Die Objektwelle wird bei der Rekonstruktion durch ein Beugen der Referenzwelle an der Photoplatte wiedergewonnen. Allerdings hatte D.Gabor keine Lichtquellen zur Verfügung, die die notwendigen Kohärenzeigenschaften hatten, weshalb die Holographie für einige Zeit in Vergessenheit geriet.

Mit der Erfindung des Lasers, der ausgezeichnete Kohärenzeigenschaften hat, war es E.Leith und J.Upatnieks möglich, ab 1962 einen enormen Aufschwung der Holographie in Gang zu setzen. Mit ihren zahlreichen Anwendungen gewann die Holographie in vielen physikalisch-technischen Gebieten an Bedeutung:

So wurde 1965 von R.L.Powell und K.A.Stetson die holographische Interferometrie entdeckt [11, 12], mit der sehr kleine Objektveränderungen (im Bereich von $0.1 \mu\text{m}$) ohne großen Aufwand gemessen werden können. Auch in anderen Gebieten werden die Vorteile der Holographie ausgenutzt, beispielsweise in der Mikroskopie und in dem heute sehr wichtigen Gebiet der Datenspeicherung.

Die Vergabe des Physik-Nobelpreises 1971 an D.Gabor unterstreicht eindrucksvoll die enorme Bedeutung der Holographie für die Physik.

Diese Arbeit stellt eine Anleitung für Versuche zur holographischen Interferometrie dar. Bevor in Kapitel zwei und drei auf die theoretischen Grundlagen der Holographie und der holographischen Interferometrie eingegangen wird, soll das Verständnis des Wellencharakters des Lichts durch eine Beschreibung der für die Holographie wichtigsten Begriffe im ersten Kapitel gestärkt werden. Im vierten Kapitel wird kurz auf die chemischen Vorgänge bei der Bearbeitung von Photoplatten eingegangen. Im fünften Kapitel wird eine Anleitung für den Versuch gegeben, an die im sechsten Kapitel Ergebnisse folgen. In der Zusammenfassung werden die wesentlichen Resultate dieser Arbeit wiedergegeben. Mit einer detaillierten Berechnung der für den Versuch vorgesehenen Objekte im Anhang wird die Arbeit abgeschlossen.

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Das Licht als elektromagnetische Welle

Unter dem Begriff Licht versteht man elektromagnetische Strahlung mit einer Wellenlänge zwischen 400 und 800 nm. Die Ausbreitung elektromagnetischer Strahlung wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben, wobei man bei Abwesenheit von Quellen folgende Gleichungen erhält [1]:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \ddot{\mathbf{E}} = 0,$$

$$\Delta \mathbf{B} - \frac{1}{v^2} \ddot{\mathbf{B}} = 0.$$

Hierbei ist \mathbf{E} die elektrische Feldstärke, \mathbf{B} die magnetische Feldstärke und v die Ausbreitungsgeschwindigkeit. Da es im allgemeinen gleichgültig ist, welche Gleichung für die Lichtbeschreibung verwendet wird, wird im weiteren nur die erste betrachtet.

In Abschnitt 1.1.1 und 1.1.2 soll auf zwei spezielle Lösungen dieser Gleichung näher eingegangen werden. (Für die allgemeine Lösung dieser Gleichung wird auf [1] verwiesen.)

1.1.1 Ebene Wellen

Die Gleichung einer ebenen monochromatischen Welle in drei Dimensionen lautet [2]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \delta).$$

Hierbei ist \mathbf{k} der Wellenzahlvektor und zeigt in die Ausbreitungsrichtung, \mathbf{E}_0 ist ein zeitlich und räumlich konstanter Vektor, der senkrecht auf \mathbf{k} steht. Außerdem gilt $\omega = kv$. Da es meist günstiger ist, mit komplexen Ausdrücken zu arbeiten, erhält man

mit der Eulerschen Beziehung

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

folgende Gleichung:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kr - \omega t + \delta)},$$

wobei nur der Realteil von Bedeutung ist. Ferner erweist es sich als vorteilhaft, den zeitabhängigen Anteil zu separieren. Man erhält dann

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

mit

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{i(kr + \delta)}.$$

Als Phasenfläche bezeichnet man die Fläche, auf der bei festgehaltener Zeit die Phase konstant ist. Sie ergibt sich bei ebenen Wellen zu

$$kr = \text{const.},$$

was einer Ebene entspricht, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht. Phasenflächen erweisen sich als eine nützliche Hilfe, um sich die Ausbreitung von Lichtwellen vorzustellen. Deshalb werden in Skizzen häufig Phasenflächen als Repräsentanten von Lichtwellen gezeichnet.

1.1.2 Kugelwellen

Die Gleichung von monochromatischen Kugelwellen in drei Dimensionen errechnet sich zu [3]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{E}_0}{r} e^{i(kr - \omega t + \delta)}.$$

Im weiteren wird für \mathbf{E}_0/r einfach $\mathbf{E}_0(r)$ gesetzt. Analog zur ebenen Welle kann auch hier der zeitabhängige Teil separiert werden. Als Phasenflächen ergeben sich konzentrische Kugeln um den Ursprung.

1.2 Interferenz

Treffen zwei (oder mehr) Wellen in Zeit und Raum aufeinander, so tritt Interferenz auf. Der Grund hierfür ist, daß sich nicht die Intensitäten der beiden Wellensysteme addieren, sondern daß die elektrischen Felder unter Berücksichtigung der Phasenbeziehung addiert werden müssen.

Da das menschliche Auge und alle heutigen Instrumente nicht in der Lage sind, die Frequenz der Lichtwellen wahrzunehmen (sie liegt im Bereich von 10^{15} Hz), registriert man nur den Zeitmittelwert über viele Schwingungsperioden. Die Wirkung von Lichtwellen auf Detektoren bzw. unser Auge errechnet sich aus dem Betrag des zeitlichen Mittelwertes des Energieflußvektors („Poynting-Vektor“) \bar{P} . Man erhält [5]:

$$\bar{P} \propto \mathbf{A}\mathbf{A}^*.$$

Deshalb definiert man die Intensität I von Lichtwellen als

$$I = \mathbf{A}\mathbf{A}^*.$$

Im folgenden soll nun für ebene Wellen und Kugelwellen die Interferenz untersucht werden.

1.2.1 Interferenz zweier ebener Wellen gleicher Wellenlänge

Seien $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ und $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)$ zwei ebene Wellen. Es gilt also für die zeitunabhängigen Anteile

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}_1 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \delta_1)}, \\ \mathbf{A}_2(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}_2 e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \delta_2)},\end{aligned}$$

wobei zu beachten ist, daß zwar beide Wellen die gleiche Wellenlänge besitzen und damit der Betrag von \mathbf{k} der gleiche ist, im allgemeinen jedoch die Ausbreitungsrichtung beider Wellen unterschiedlich ist, weshalb ein Index bei \mathbf{k} eingeführt wurde. Für die Intensität der Überlagerung beider Wellen gilt:

$$\begin{aligned}I(\mathbf{r}) &= (\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{A}_2(\mathbf{r}))(\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{A}_2(\mathbf{r}))^* \\ &= \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 e^{i(r(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + (\delta_1 - \delta_2))} \\ &\quad + \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 e^{-i(r(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + (\delta_1 - \delta_2))}.\end{aligned}$$

Mit $2 \cos x = e^{ix} + e^{-ix}$, $I_i = \mathbf{E}_i^2$ und $\Delta\varphi = r(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + (\delta_1 - \delta_2)$ folgt

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi.$$

Im nun folgenden Beispiel soll die Interferenz einer senkrecht auf einen Schirm fallenden ebenen Welle mit einer unter dem Winkel θ auf den Schirm fallenden ebenen Welle untersucht werden (Abbildung 1.1):

Falls angenommen wird, daß der konstante Phasenterm $(\delta_1 - \delta_2) = 0$ ist, so ergibt sich für $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = kx \sin \theta.$$

Somit erhält man

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(kx \sin \theta).$$

Auf dem Schirm sieht man also Streifen mit dem Abstand $\frac{\lambda}{\sin \theta}$.

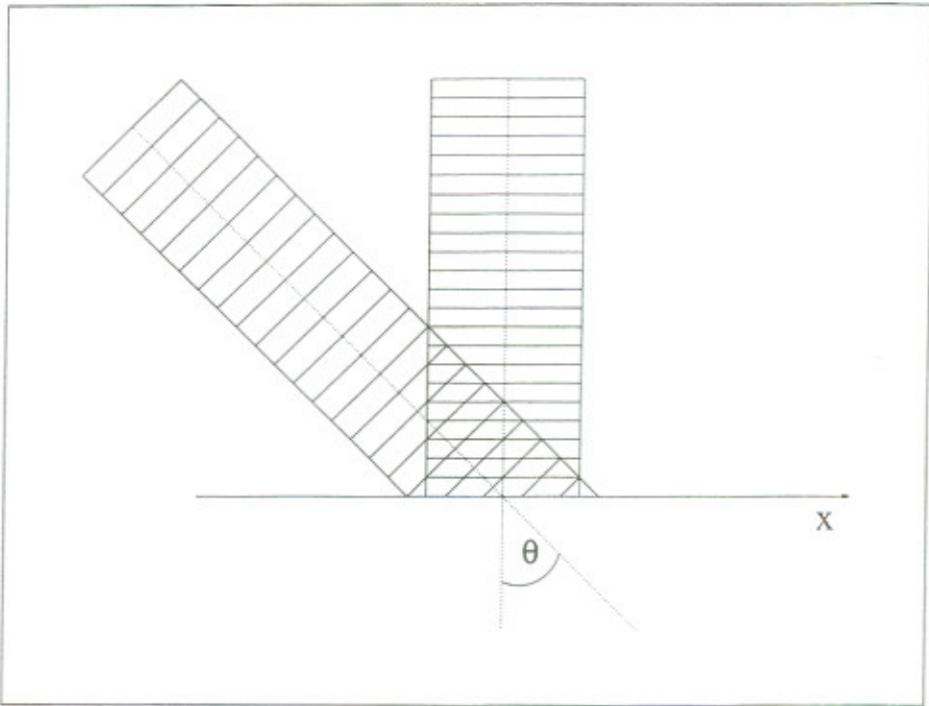


Abbildung 1.1: *Interferenz zweier ebener Wellen*

1.2.2 Interferenz einer Kugelwelle mit einer ebenen Welle

$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ sei im folgenden die elektrische Feldstärke einer Kugelwelle und $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)$ die einer ebenen Welle. Dann gilt für die zeitunabhängigen Anteile

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{i(kr + \delta_1)},$$

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_2 e^{i(k_2 r + \delta_2)}.$$

Für die Überlagerung einer ebenen Welle, die unter dem Winkel θ auf den Schirm fällt, mit einer Kugelwelle, dessen Ausbreitungszentrum den Abstand d vom Schirm hat (Abbildung 1.2), erhält man mit $(\delta_1 - \delta_2) = 0$, $I_i = \mathbf{E}_i^2$, und $r = \sqrt{d^2 + x^2 + y^2}$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k(r - x \sin \theta)).$$

Hierbei wurde die \mathbf{r} -Abhängigkeit von \mathbf{E}_1 nicht berücksichtigt.

1.3 Kohärenz, Kohärenzlänge

Bei den Betrachtungen im vorigen Abschnitt wurde angenommen, daß die beiden interferierenden Wellenzüge kohärent sind. Kohärent nennt man zwei Wellensysteme, die

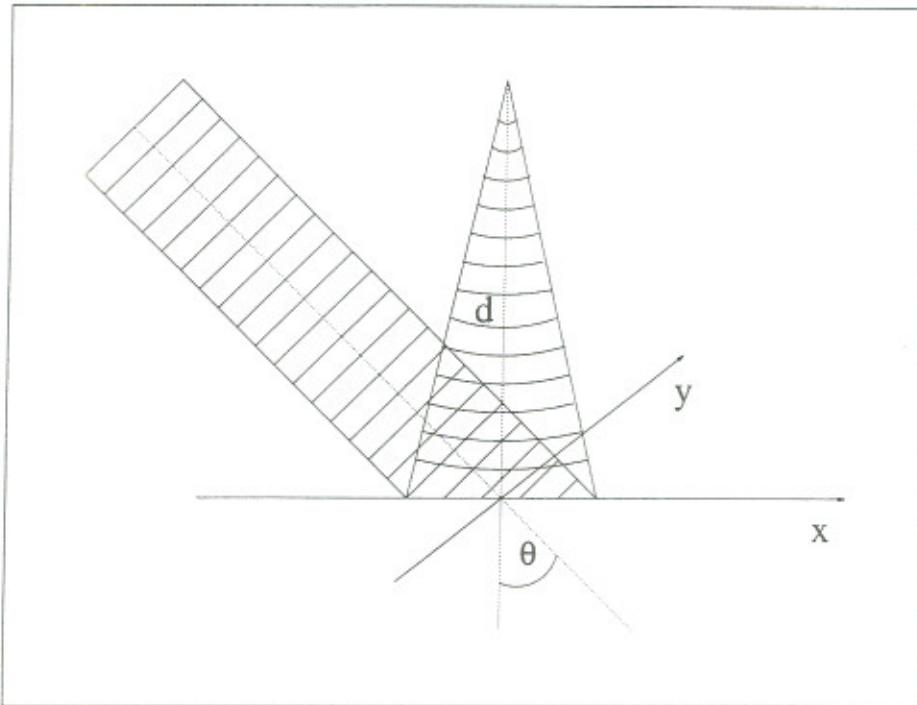


Abbildung 1.2: Interferenz einer ebenen mit einer Kugelwelle

von Quellen mit gleicher Frequenz und übereinstimmender Phasenlage oder konstanter Phasendifferenz abgestrahlt werden. In diesem Sinne können zwei unabhängige Lichtquellen nicht kohärent sein. Um Interferenz zu beobachten, braucht man also zwei kohärente Wellensysteme, denn sonst werden die Wellenzüge in zusammenhangloser Weise abgestrahlt, so daß sich kein zeitlich konstantes Interferenzbild einstellen kann. Deshalb addieren sich auch bei zwei unabhängigen Quellen die Intensitäten, da durch die zeitliche Mittelung das Interferenzglied herausfällt.

Auch Lichtwellen, die von einer Quelle ausgehen, brauchen nicht unbedingt kohärent sein. Dies kommt dadurch zustande, daß bei konventionellen Lichtquellen, wie z.B. Sonne, Glühlampe, die eigentlichen lichtaussendenden Zentren Atome und Moleküle sind, deren Elektronen durch Energiezufuhr in angeregte Zustände gehoben werden. Bei Rückkehr in den Grundzustand wird Energie in Form einer Welle abgestrahlt, die näherungsweise als ein Wellenzug mit begrenzter Länge aufgefaßt werden kann. Die einzelnen Prozesse der Lichtemission verschiedener Atome erfolgt statistisch, weshalb die einzelnen Wellenzüge wechselnde Phasenkonstanten besitzen. Deshalb sind die von verschiedenen Atomen abgestrahlten Wellenzüge zueinander inkohärent. Kohärent sind also nur Wellenzüge, die von einem einzigen Emissionsprozeß stammen. Dies bedingt, daß die Weglängendifferenz zweier solcher Wellenzüge nicht größer als die Länge des Wellenzuges sein darf, damit noch Interferenz beobachtet werden kann. Die maximal zulässige Weglängendifferenz, mit der noch Interferenz beobachtet werden kann, wird Kohärenzlänge genannt. Vor der Erfindung des Lasers hatte man keine Lichtquellen

zur Verfügung, die eine Kohärenzlänge im Dezimeterbereich hatten.

Dies ist der Grund, warum die Holographie erst Anfang der 60er Jahre einen enormen Aufschwung erlebte, denn ohne Lichtquellen mit solchen Kohärenzlängen ist es nicht möglich, Hologramme in annehmbarer Qualität herzustellen.

1.4 Beugung, Beugungswirkungsgrad

Eine weitere wichtige Eigenschaft von Licht ist die Beugung. Unter Beugung des Lichts versteht man die Abweichung der Lichtausbreitung von den Gesetzen der geometrischen Optik. Bringt man eine dünne Blende in den Strahlengang, so würde man nach den Gesetzen der geometrischen Optik auf einem Schirm hinter der Blende nur einen Fleck von der Größe der Blende erwarten. In Wirklichkeit sieht man aber folgendes Beugungsbild [4]:

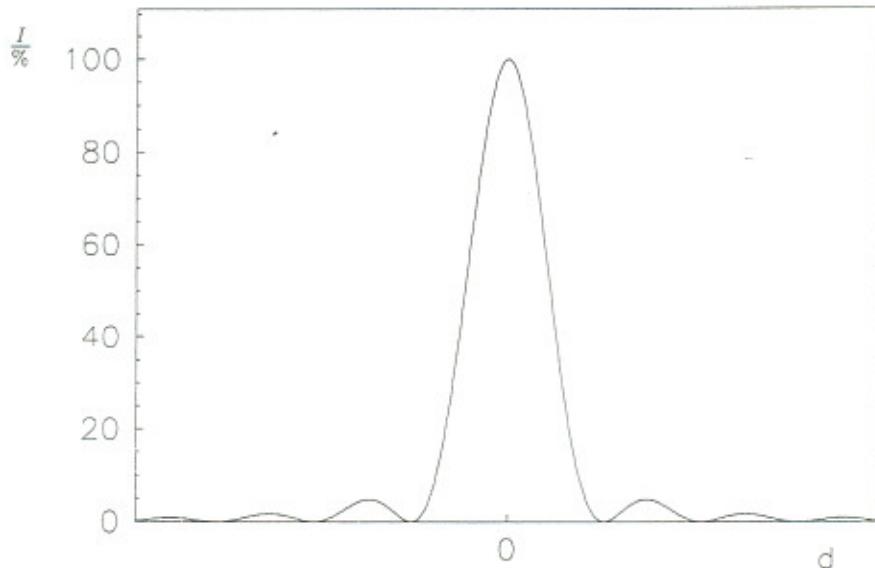


Abbildung 1.3: Intensität in % auf dem Schirm in Abhängigkeit vom Abstand zum Intensitätsmaximum bei der Beugung an einem Spalt

Die richtige Deutung gab Fresnel. Er nahm im Anschluß an Huygens an, daß man die Lichtwelle im Beugungsspalt in kugelförmige kohärente Elementarwellen zerlegen kann. Man erhält dann die Wellenerregung an einem Ort durch die Überlagerung aller von den verschiedenen Punkten des Spaltes ausgehenden Elementarwellen unter Beachtung ihrer Gangunterschiede.

Da holographisch erzeugte Bilder in der ersten Beugungsordnung entstehen, hängt die Bildhelligkeit wesentlich von der Beugungswirkung des Hologramms ab. Das Verhältnis der Intensitäten der gebeugten Wellen in den ersten Beugungsordnungen I_{+1} und

I_{-1} zur einfallenden Intensität I heißt Beugungswirkungsgrad ϵ :

$$\epsilon = \frac{I_{+1}}{I} = \frac{I_{-1}}{I}.$$

1.5 Das Michelson-Interferometer

Bei der Hologrammaufnahme sind Interferenz und Kohärenz von entscheidender Bedeutung, denn am Ort einer Photoplatte interferieren Referenz- und Objektwelle und erzeugen so ein stabiles Interferenzbild.

Die analoge Situation tritt auch beim sogenannten Michelson-Interferometer auf, denn auch dort interferieren zwei Wellen und sorgen für ein Interferenzbild auf einem Schirm. Um zu untersuchen, ob das Interferenzbild bei der Hologrammaufnahme auch stabil ist, das heißt nicht durch Schwingungen, die beispielsweise über den Boden übertragen werden, oder durch Luftbewegungen gestört wird, kann das Michelson-Interferometer verwendet werden. Nur wenn dort ein stabiles Interferenzbild vorhanden ist, eignet sich der Aufbau auch für die Hologrammaufnahme.

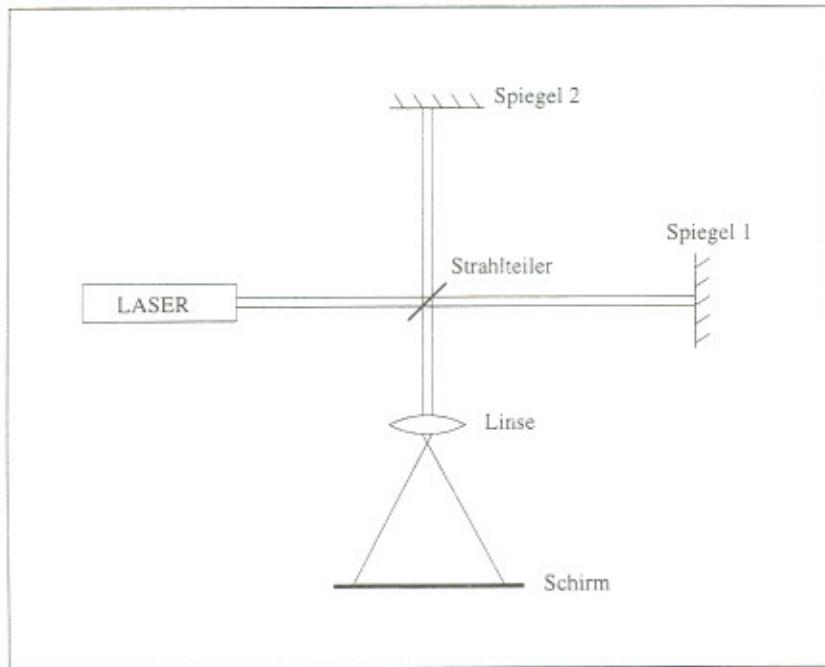


Abbildung 1.4: Aufbau des Michelson-Interferometers

Das Laserlicht wird mit Hilfe des Strahlteilers in zwei Wellenzüge unterteilt, wobei der eine über den Spiegel 1 und die Linse auf den Schirm gelangt und der andere über den

Spiegel 2. Auf dem Schirm sieht man nun die Überlagerung der beiden Wellenzüge. Dies führt dazu, daß auf dem Schirm ein Fleck zu sehen ist, dessen Intensität von dem Gangunterschied der beiden Wellenzüge abhängt. Verändert sich die Intensität, so ist kein stabiles Interferenzbild vorhanden.

Durch leichtes Kippen eines Spiegels ergeben sich Interferenzstreifen, die von der unterschiedlichen Weglänge des über den gekippten Spiegel verlaufenden Strahls in sich selbst hervorgerufen wird. Bewegt sich das Streifensystems, so ist der Versuchsaufbau nicht stabil genug und damit auch für die Hologrammaufnahme nicht geeignet¹.

Mit dem Michelson-Interferometer sieht man sehr deutlich, wie empfindlich der Versuchsaufbau während der Aufnahme auf Störungen reagiert. So reicht beispielsweise schon die Körperwärme, indem eine Hand unter einen Strahl gehalten wird, um die Interferenzstreifen in Bewegung zu versetzen.

¹ Ein leichtes Schwingen des Streifensystems um die Ruhelage kann bei der Aufnahme hingenommen werden. Bewegt sich jedoch das Streifensystem kontinuierlich in eine Richtung, so daß es während der Belichtungszeit mehr als den Abstand zweier Helligkeitsmaxima zurücklegen würde, so ist der Aufbau ungeeignet für die Hologrammaufnahme.

Kapitel 2

Das Hologramm

Die Holographie nutzt die Eigenschaften Interferenz und Beugung des Lichts aus, wodurch eine vollständige Speicherung und Rekonstruktion der Objektwelle möglich wird.

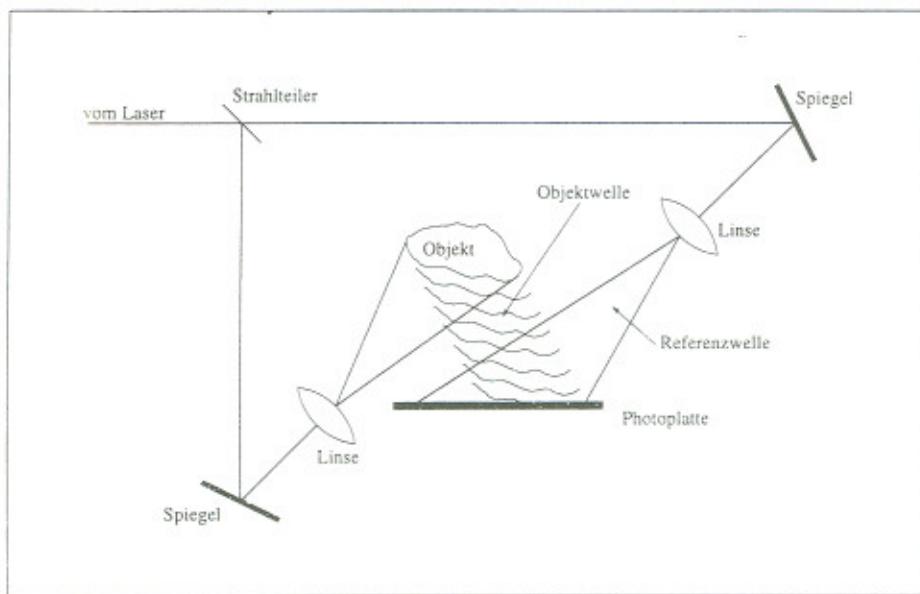


Abbildung 2.1: Schematischer Aufbau eines Holographie-Experimentes

Mit einem Laser wird einerseits das Objekt beleuchtet, dessen Streulicht die Photoplatte trifft (Objektwelle), andererseits wird der Film mit dem gleichen Laser direkt bestrahlt (Referenzwelle). Dabei wird der Laserstrahl mit einem Strahlteiler geteilt und mit Linsen aufgeweitet. Auf der Photoplatte überlagern sich Objekt- und Referenzwelle und interferieren miteinander.

Auf der Photoplatte ist es möglich, die Intensitäten zu speichern, denn durch die Be-

lichtung und das anschließende Entwickeln wird erreicht, daß die Schwärzung auf der Photoplatte direkt mit der Intensität an jeder Stelle zusammenhängt.

Mit der Entwicklung hat man praktisch ein Gitter geschaffen. Nun kann man die entwickelte Platte mit einer Lichtwelle bestrahlen, die der Referenzwelle möglichst ähnlich ist. Diese Beleuchtungswelle wird dann an dem geschaffenen Gitter gebeugt, so daß die Objektwelle in der ersten Beugungsordnung vollständig erhalten wird. Dadurch ist es gelungen, die gesamte optische Information über das Objekt zu rekonstruieren. Blickt also ein Beobachter durch das Hologramm, so sieht er ein dreidimensionales Bild des Objekts.

Im Abschnitt 2.1 soll nun die Hologammaufnahme und -wiedergabe für Spezialfälle berechnet werden. Wie in Kapitel 1 erläutert, braucht der zeitabhängige Anteil der Lichtwelle nicht berücksichtigt werden, da dieser bei Interferenzerscheinungen und bei der Registrierung von Lichtwellen keine Rolle spielt. Als Referenzwelle wird im folgenden eine ebene Welle betrachtet, die unter dem Winkel θ auf die Hologrammplatte trifft.

2.1 Das Hologramm eines Punktes

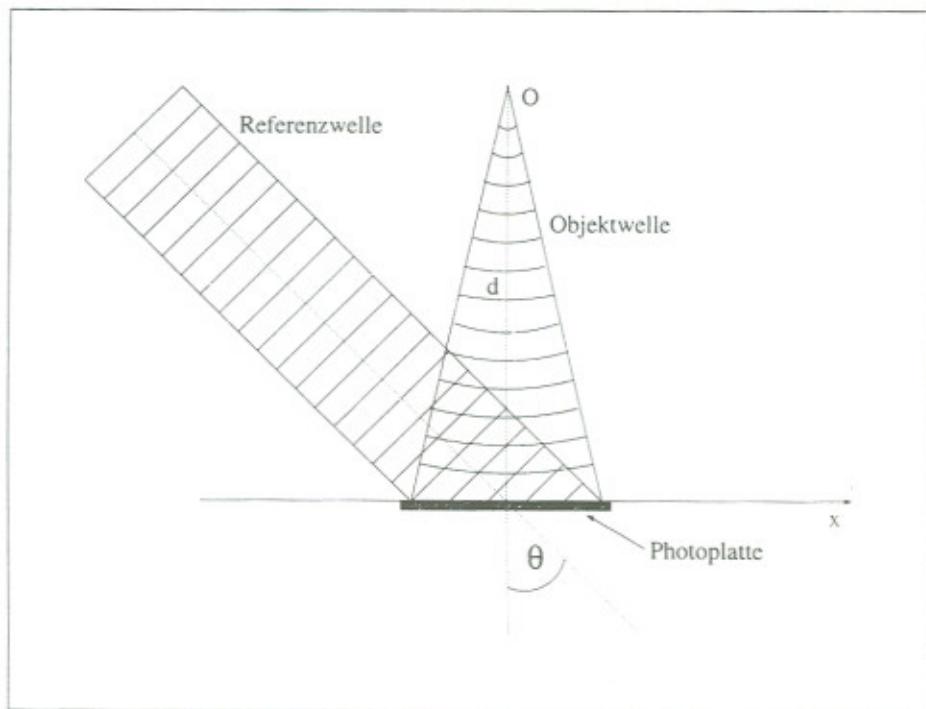


Abbildung 2.2: Skizze der Hologammaufnahme mit einer ebenen Referenzwelle und einem Objektpunkt, von dem eine Kugelwelle ausgeht

Die Objektwelle ist eine von einem Punkt ausgehende Kugelwelle. Für diese gilt

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{ikr}.$$

Für die ebene Referenzwelle auf einem Schirm, der hier natürlich die Photoplatte ist, hat man in Abschnitt 1.2.1 folgenden Ausdruck erhalten:

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_2 e^{ikx \sin \theta}.$$

Für die Überlagerung einer ebenen (Referenz-)Welle mit einer Kugelwelle wurde auf Seite 6 die Intensität auf einem Schirm berechnet:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k(r - x \sin \theta)).$$

In Abbildung 2.3 ist die Schwärzung für diesen Fall skizziert.

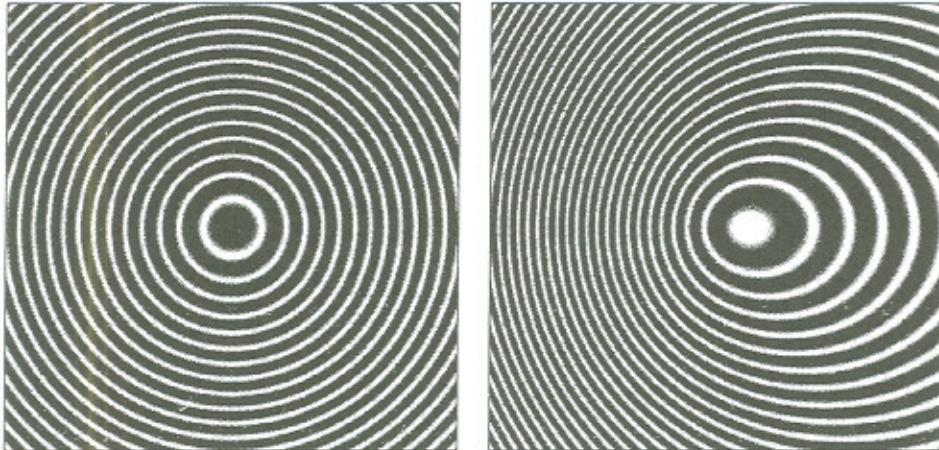


Abbildung 2.3: Schwärzung der Photoplatte bei einer ebenen Referenzwelle.
Ein Objektpunkt (d.h. eine Kugelwelle) in der Mitte über der Photoplatte, wobei links der Einfallswinkel der Referenzwelle mit 0° , so daß sich die bekannte Fresnelsche Zonenplatte ergibt, und rechts mit 30° gewählt wurde. Dabei wurde angenommen, daß die Kugelwelle und die Referenzwelle gleiche Intensität haben und die Intensität der Kugelwelle nicht ortsabhängig ist.

Falls nun die geschwärzte Photoplatte mit der Rekonstruktionswelle

$$\mathbf{A}_R(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta}$$

beleuchtet wird, so berechnet sich der zeitunabhängige Anteil des elektrischen Feldes $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, der allein für die Intensität verantwortlich ist, aus dem Produkt der Amplituderverteilung der Rekonstruktionswelle $\mathbf{A}_R(\mathbf{r})$ und der Amplitudentransmission T_A der Photoplatte:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = T_A \mathbf{A}_R(\mathbf{r}),$$

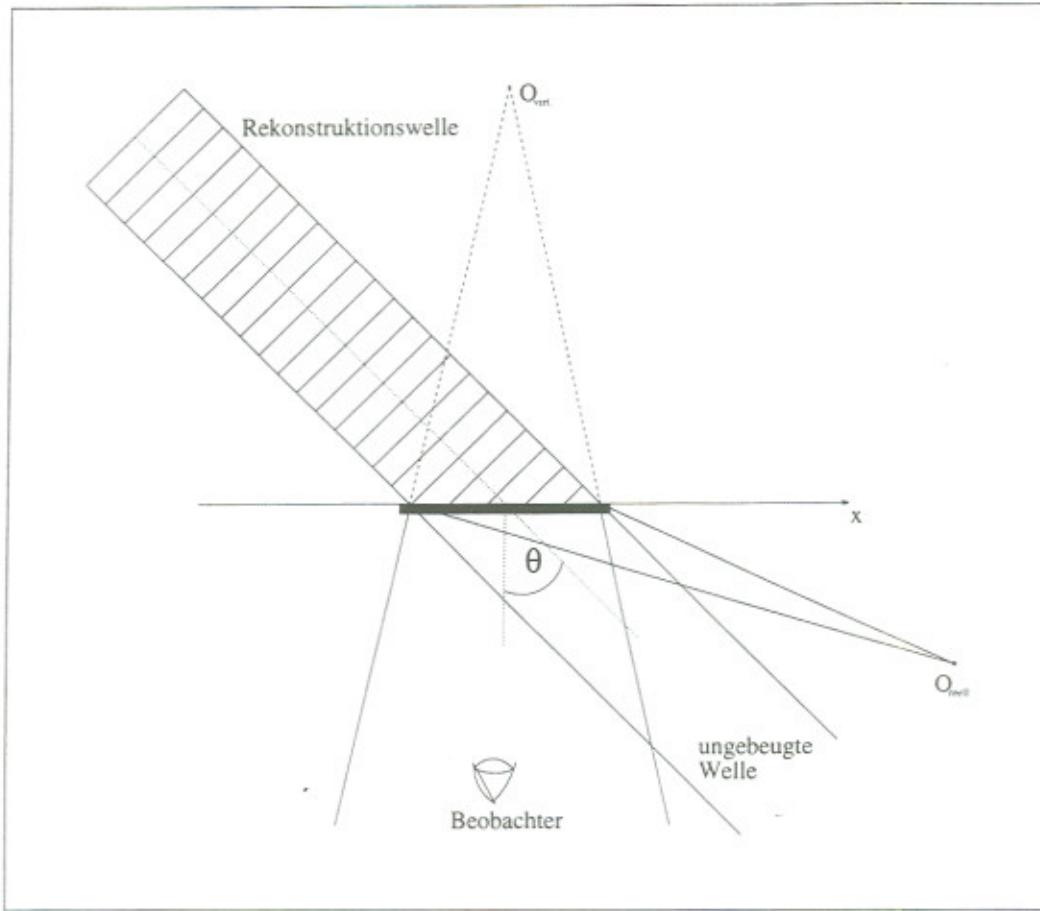


Abbildung 2.4: *Hologrammwiedergabe mit einer Rekonstruktionswelle, die identisch mit der Referenzwelle ist. Durch die Photoplatte wird ein Teil dieser in die +1. Ordnung gebeugt, die das virtuelle Bild liefert. Ein weiterer Teil wird in die -1. Ordnung gebeugt, die ein reelles Bild liefert.*

wobei die Amplitudentransmission T_A direkt mit der Intensität I wie folgt zusammenhängt¹ (vgl. Kapitel 4):

$$T_A = T_0 - C t_B I.$$

Mit t_B wird hierbei die Belichtungszeit bezeichnet. T_0 und C sind Konstanten, die von der Photoplatte abhängen. Man erhält also insgesamt für $\mathbf{A}(\mathbf{r})$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = T_0 \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} - C t_B \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} \left[I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} (e^{ik(r-x \sin \theta)} + e^{-ik(r-x \sin \theta)}) \right],$$

wobei wieder von der Eulerschen Beziehung Gebrauch gemacht wurde. Durch Ausmultiplizieren ergibt sich

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \underbrace{[T_0 - C t_B (I_1 + I_2)] \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta}}_{\text{enthält keine Informationen}} - \underbrace{\sqrt{I_1 I_2} \mathbf{A}_R C t_B e^{ikr}}_{\text{liefert virt. Bild}} - \underbrace{\sqrt{I_1 I_2} \mathbf{A}_R C t_B e^{-ikr} e^{2ikx \sin \theta}}_{\text{liefert reelles Bild}}.$$

¹ Die Konstanten seien natürlich so gewählt, daß die Amplitudentransmission positiv ist.

Diese drei Summanden sollen nun etwas näher betrachtet werden: Der erste ist wieder eine ebene Welle, die ungebeugt die Photoplatte durchläuft. Er enthält keinerlei Informationen über das Objekt. Es gibt aber noch zwei weitere Terme, die die Objektwelle bzw. die konjugierte Objektwelle enthalten. Der erste verkörpert eine auslaufende Bildwelle (durch ein positives Phasenglied erkennbar). Er ist bis auf die Intensität mit der Objektwelle identisch. Dieser Term ist also dafür verantwortlich, daß man mit der Holographie die Objektwelle wieder rekonstruieren kann. Die Ausbreitungsrichtung dieser Welle schließt mit der der Rekonstruktionswelle einen Winkel von θ ein. Daran ist zu erkennen, daß diese Welle gebeugt wurde. Blickt man also durch das Hologramm, so sieht man ein virtuelles Bild, das den gleichen Eindruck vermittelt, als würde man das Objekt sehen. Der letzte Term enthält eine einlaufende Welle des Objektpunktes (negatives Phasenglied). Außerdem wird auch diese Welle (allerdings auf die andere Seite, erkennbar am Term $e^{2ikx \sin \theta}$) gebeugt. Weil diese Welle ein negatives Phasenglied hat, konvergiert sie zu einem Punkt. Es entsteht also ein reeller Bildpunkt, der zum Beispiel mit einer Photoplatte aufgenommen werden kann. Außerdem ist zu beachten, daß die „negativen“ Intensitäten nur zu einer einheitlichen Phasenverschiebung von π führen, was aber keine Auswirkungen hat.

2.2 Das Hologramm eines beliebigen Objekts

Der Übergang von einem punktförmigen Objekt zu einem ausgedehnten Objekt liegt nun auf der Hand: Das von dem Objekt gestreute Licht kann als eine Überlagerung von unendlich vielen Kugelwellen gedeutet werden, die von den einzelnen Objektpunkten ausgehen. Diese interferieren mit der Referenzwelle am Ort der Photoplatte und erzeugen so wieder ein Gitter, an dem dann die Rekonstruktionswelle gebeugt werden kann.

Die Kugelwellen der einzelnen Objektpunkte werden durch $A_i = a_i e^{ikr_i}$ beschrieben², wobei der Index über alle Objektpunkte läuft. Um die Berechnungen übersichtlicher zu gestalten, wird die Referenzwelle $A_R = a_R e^{ikx \sin \theta}$ als 0-ter Objektpunkt definiert, womit also $a_0 := a_R$ und $r_0 := kx \sin \theta$ gesetzt werden. Diese Wellen interferieren an der Photoplatte, und man erhält dort die Intensität

$$I = AA^*$$

mit

$$A = \sum_{i=0}^{\infty} a_i e^{ikr_i}.$$

²Der vektorielle Charakter und die \mathbf{r} -Abhängigkeit von a_i soll an dieser Stelle der Übersicht halber nicht berücksichtigt werden.

Für I erhält man

$$\begin{aligned} I &= \left(\sum_{i=0}^{\infty} a_i e^{ikr_i} \right) \left(\sum_{j=0}^{\infty} a_j e^{-ikr_j} \right) \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=0}^s a_t a_{s-t} e^{ikr_t} e^{-ikr_{s-t}}. \end{aligned}$$

Hierbei wurde die Cauchysche Produktformel für Reihen benutzt.

In Abbildung 2.5 ist die Schwärzung für zwei bzw. vier Objektpunkte dargestellt. Mit $T_A = T_0 - Ct_B I$ und der Referenzwelle $\mathbf{A}_R(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta}$ als Rekonstruktionswelle, folgt für die Amplitudenvverteilung $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ bei der Rekonstruktion

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= T_0 \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} - Ct_B \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=0}^s a_t a_{s-t} e^{ikr_t} e^{-ikr_{s-t}} \\ &= T_0 \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} - \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=0}^s Ct_B \mathbf{A}_R a_t a_{s-t} e^{ikr_t} e^{-ikr_{s-t}} e^{ikx \sin \theta}. \end{aligned}$$

Separiert man in der zweiten Summe den nullten und den letzten Summand, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= T_0 \mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} - \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{s-1} Ct_B \mathbf{A}_R a_t a_{s-t} e^{ikr_t} e^{-ikr_{s-t}} e^{ikx \sin \theta} \\ &\quad - \sum_{s=0}^{\infty} Ct_B \mathbf{A}_R a_s a_0 e^{ikr_s} e^{-ikr_0} e^{ikx \sin \theta} \\ &\quad - \sum_{s=0}^{\infty} Ct_B \mathbf{A}_R a_0 a_s e^{ikr_0} e^{-ikr_s} e^{ikx \sin \theta}. \end{aligned}$$

Wegen $e^{-ikr_0} e^{ikx \sin \theta} = 1$ und $e^{ikr_0} e^{ikx \sin \theta} = e^{i2kx \sin \theta}$ folgt

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \underbrace{\mathbf{A}_R e^{ikx \sin \theta} (T_0 - \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{s-1} Ct_B a_t a_{s-t} e^{ikr_t} e^{-ikr_{s-t}})}_{\text{enthält keine Informationen}} \\ &\quad - \underbrace{\sum_{s=0}^{\infty} Ct_B \mathbf{A}_R a_0 a_s e^{ikr_s}}_{\text{liefert virt. Bild}} - e^{i2kx \sin \theta} \underbrace{\sum_{s=0}^{\infty} Ct_B \mathbf{A}_R a_0 a_s e^{-ikr_s}}_{\text{liefert reelles Bild}}. \end{aligned}$$

Mit dem ersten Term ist die ungebeugte Welle beschrieben, die keine Informationen über das Objekt enthält. Der dritte Term enthält die konjugierte Objektwelle, die zu einem reellen Bild führt. Der zweite Term ist bis auf Proportionalitätsfaktoren mit der Objektwelle identisch. Man hat also die Objektwelle rekonstruiert.

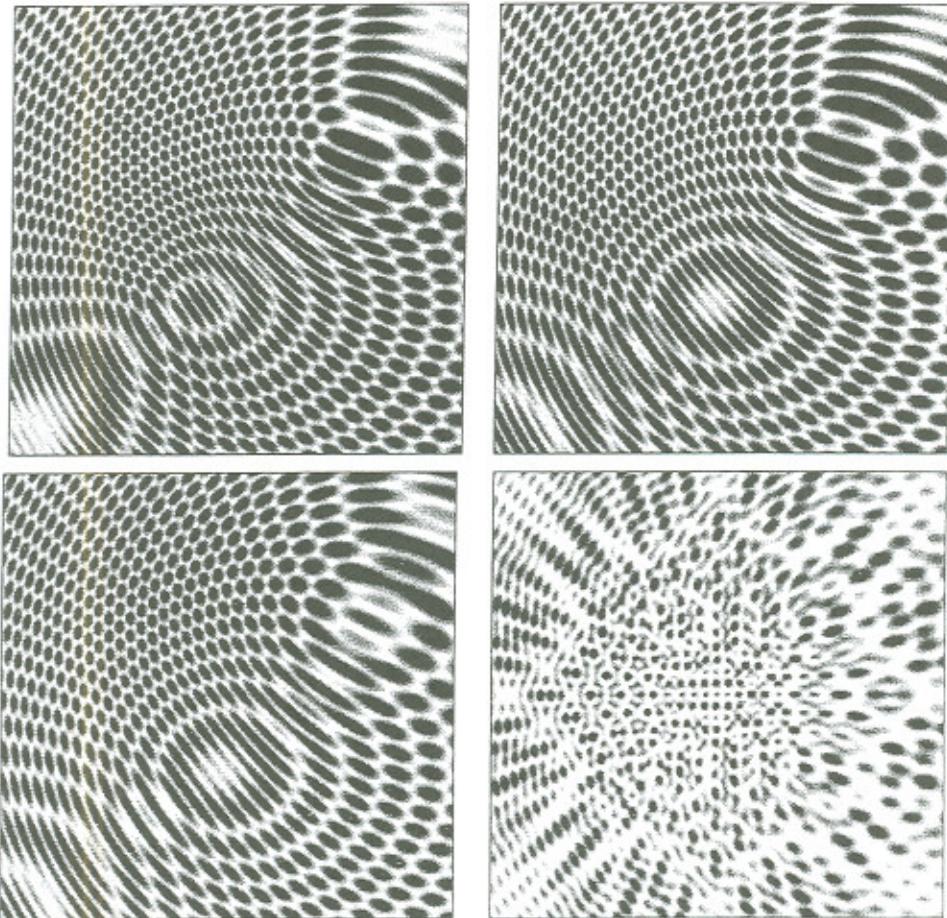


Abbildung 2.5: Schwärzung der Photoplatte bei einer ebenen Referenzwelle für zwei bzw. links unten für vier Objektpunkte. Die Positionen der Punkte wurden folgendermaßen gewählt:

Legt man ein Koordinatensystem mit dem Ursprung in die Mitte einer Abbildung, so daß also die x-Achse nach rechts und die y-Achse zur Blattoberkante zeigt und skaliert es so, daß jede Abbildung in dem Bereich $-1 \leq x \leq 1$ bzw. $-1 \leq y \leq 1$ liegt, so haben die beiden Objektpunkte die Koordinaten $(-0,33, -0,33)$ und $(+0,33, +0,33)$. Links oben befinden sich beide auf gleicher Höhe über der Photoplatte, in der Abbildung rechts daneben wurde die Entfernung des linken unteren Punktes zur Photoplatte verdoppelt. Links unten wurde auch die Entfernung des rechten oberen Punktes zur Photoplatte verdoppelt, so daß beide wieder auf gleicher Höhe sind. Die vier Objektpunkte in der Abbildung unten rechts sind alle auf der gleichen Höhe über der Photoplatte und haben die Koordinaten $(\pm 0,33, \pm 0,33)$.

Dabei wurde angenommen, daß die Kugelwellen und die Referenzwelle gleiche Intensität haben und die Intensität der Kugelwellen nicht ortsabhängig ist.

2.3 Die verschiedenen Hologrammtypen

In den folgenden drei Abschnitten sollen Hologrammtypen diskutiert werden, die in der Praxis wichtig sind. Außerdem sind die bisher gemachten Annahmen teilweise nur von theoretischer Natur, die sich im Experiment nicht verwirklichen lassen.

2.3.1 Flächen- und Volumenhologramm

Bisher ist man immer davon ausgegangen, daß die Photoschicht, in der das Gitter gebildet wird, unendlich dünn ist. In der Praxis ist dies natürlich nicht der Fall, sondern sie hat immer eine endliche Dicke. Dieser Sachverhalt hat auch Konsequenzen für das Hologramm, denn die Referenz- und Objektwelle dringen in das Aufnahmemedium ein und interferieren in ihm. Dadurch entsteht ein 3-dimensionales Gitter. Bei der Rekonstruktion wird dann an einem 3-dimensionalem Gitter gebeugt. Die so entstandenen Effekte sind wie bei der Bragg-Reflexion an einem Kristall:

Dort wird von dem Raumgitter nur eine ganz bestimmte Wellenlänge zu einem Intensitätsmaximum reflektiert, wenn die Strahlung unter einem bestimmten Winkel auf den Kristall trifft. Bei der Holographie ist jedoch die Wellenlänge konstant. Also muß der Einfallswinkel der Rekonstruktionswelle dem der Referenzwelle entsprechen. Hologramme, bei denen die Dicke des Aufnahmemediums ein Vielfaches der Wellenlänge der verwendeten Strahlung ist, werden als Volumenhologramme bezeichnet. Der Vorteil von Volumenhologrammen ist ein deutlich größerer Beugungswirkungsgrad. Liegt die Tiefenausdehnung in der Größenordnung der Wellenlänge, spricht man von Flächenhologrammen. Bei den in der Realität benutzten Aufnahmematerialien beträgt die Dicke ca. 7 µm. Man liegt also zwischen Volumen- und Flächenhologramm und nutzt so den Vorteil des höheren Beugungswirkungsgrades aus. Andererseits ist es nicht absolut notwendig, daß der Winkel der Rekonstruktionswelle mit dem der Referenzwelle genau übereinstimmt.

2.3.2 Amplituden- und Phasenhologramm

Tritt bei der Rekonstruktion die Welle durch das Hologramm, so wird sie ortsabhängig geschwächt. Ein solches Hologramm nennt man Amplitudenhologramm, da die Amplitude verändert wird. Dies führt natürlich auch zu einer geringeren Intensität des holographischen Bildes.

Die Rekonstruktion der im Hologramm gespeicherten Wellen kann jedoch auch über eine Phasenmodulation der Rekonstruktionswelle erfolgen. Hologramme, die das bewirken, nennt man Phasenhologramme.

In der Praxis ergibt sich der Unterschied durch die unterschiedliche Verarbeitung der

Silberhalogenid-Photoschichten (siehe hierzu Kapitel 4). Für das Amplitudenhologramm wird der Film nach dem Entwickeln nur fixiert. Dadurch wird ein Gitter durch die Verteilung der lichtundurchlässigen Silberkörner gebildet. Durch die Verwendung von Bleichbädern läßt sich dagegen das Silber in lichtdurchlässiges Silberhalogenid verwandeln oder ganz aus der Emulsion lösen. Das Beugungsgitter besteht nun aus Bereichen mit unterschiedlichen Brechungszahlen.

Weil die Amplitude nicht geschwächt wird, ist die Helligkeit des holographischen Bildes größer. Außerdem kann man auch zeigen [6], daß der Beugungswirkungsgrad bei Phasenhologrammen deutlich größer ist als der bei Amplitudenhologrammen.

2.3.3 Transmissions- und Reflexionshologramm

Fallen die Objekt- und Referenzwellen von derselben Seite auf die Photoplatte, spricht man von einem Transmissionshologramm. Beim Einfallen der Wellen von entgegengesetzten Seiten wird die Aufnahme als Reflexionshologramm bezeichnet. Mit der Aufnahme ist auch festgelegt, wie das Hologramm betrachtet werden muß: Beim Transmissionshologramm muß das Hologramm im transmittierten Licht betrachtet werden, beim Reflexionshologramm im reflektierten. Dies wird aus Abbildung 2.6 ersichtlich.

Die angesprochene Abhängigkeit des Beugungswirkungsgrades von dem Hologrammtyp ist in Tabelle 2.1 dargestellt [7].

	Flächenhologramm		Volumenhologramm			
	Transmission		Transmission		Reflexion	
	Amplitude	Phase	Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
max. Beugungswirkungsgrad in %						
theoretisch	6,25	33,9	3,7	100	7,2	100
experimentell erreicht	6,0	32,6	3,0	90	3,8	80

Tabelle 2.1: Vergleich der Beugungswirkungsgrade für die verschiedenen Hologrammtypen

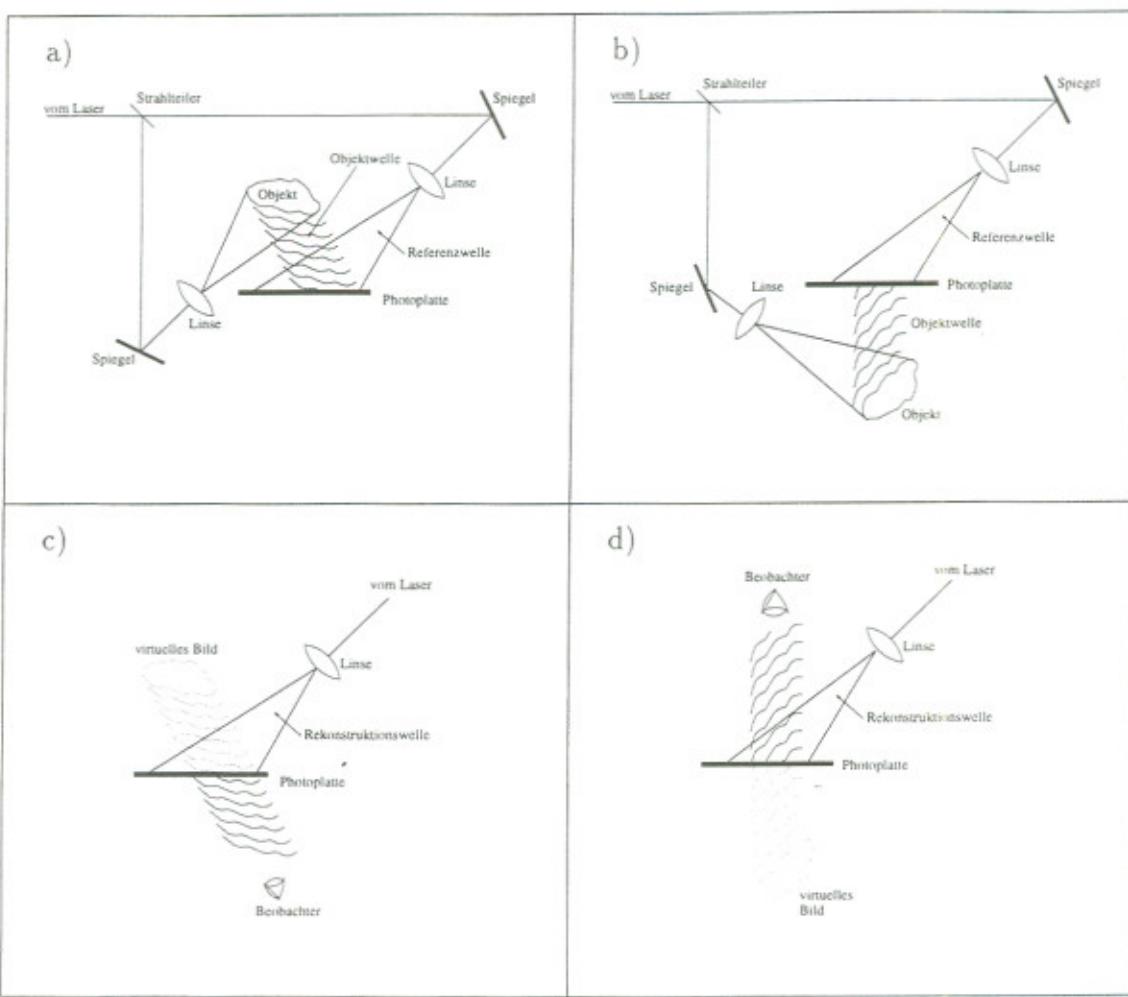


Abbildung 2.6: Vergleich der beiden verschiedenen Aufnahmeverfahren: a) Aufnahme eines *Transmissionshologramms*. b) Aufnahme des *Reflexionshologramms*. c) Wiedergabe des *Transmissions-* bzw. d) des *Reflexionshologramms*.

2.4 Das Weißlichthologramm

Bei den bisherigen Überlegungen wurde immer angenommen, daß das Hologramm mit einem Laser rekonstruiert wird. Doch fast jeder kennt Hologramme, die man mit normalem Licht anschauen kann.

Diese Hologramme nennt man **Weißlichthologramme**, und sie sind folgendermaßen charakterisiert:

- Da das Hologramm mit normalem Licht beleuchtet wird, verwendet man für Weißlichthologramme ein dickes Aufnahmemedium; es handelt sich also um ein **Volumenhologramm**. Wie in Abschnitt 2.3.1 erläutert, ist bei Volumenhologrammen die Rekonstruktion mit einer Wellenlänge nur unter einem Winkel

möglich. Hat man nun alle Wellenlängen für die Betrachtung des Hologramms zur Verfügung (wie dies bei normalem Licht der Fall ist), so ist für einen festen Winkel nur eine bestimmte Wellenlänge ausgezeichnet. Deshalb findet nur für diese Wellenlänge eine konstruktive Überlagerung bei der Rekonstruktion statt; alle anderen Wellenlängen interferieren sich weg. Man sieht also das gleiche, wie wenn man nur Licht mit der bei der Aufnahme verwendeten Wellenlänge verwenden würde.

- Die Betrachtung der Weißlichthologramme geschieht immer im reflektierten Licht, was schon bei der Aufnahme berücksichtigt werden muß. Man verwendet also einen Aufbau, wie er für ein **Reflexionshologramm** üblich ist.
- Damit die Helligkeit des Hologramms maximal ist, muß auf einen hohen Beugungswirkungsgrad geachtet werden. Wie aus Tabelle 2.1 ersichtlich, verwendet man am besten ein **Phasenhologramm**.

Kapitel 3

Holographische Interferometrie

Wie in Kapitel 2 erläutert, interferieren bei der Hologrammaufnahme Referenzstrahl und Objektstrahl und erzeugen so das Hologramm. Während der Belichtungszeit darf sich deshalb das Interferenzbild nicht verändern. Insbesondere muß ausgeschlossen werden, daß sich optische Elemente, z.B. Spiegel, nicht bewegen. Sonst wird das Hologramm vollständig zerstört, und anders als in der normalen Photographie, wo dies nur zu einem Verwischen des Bildes führen kann, ist überhaupt nichts mehr zu erkennen. Diesen Effekt kann man aber auch gezielt ausnutzen: Man nimmt ein sich bewegendes Objekt auf, wodurch sich eine Phasenverschiebung des Objektstrahles ergibt, und versucht, Rückschlüsse auf die Bewegung zu ziehen. Dieses Verfahren nennt man **holographische Interferometrie**.

Im wesentlichen unterscheidet man vier verschiedene Verfahren, die im folgenden besprochen werden:

- Doppelbelichtungstechnik
- Zeitmittelungstechnik
- Echtzeittechnik
- Echtzeitmittelungstechnik

Der prinzipieller Aufbau aller dieser Verfahren ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

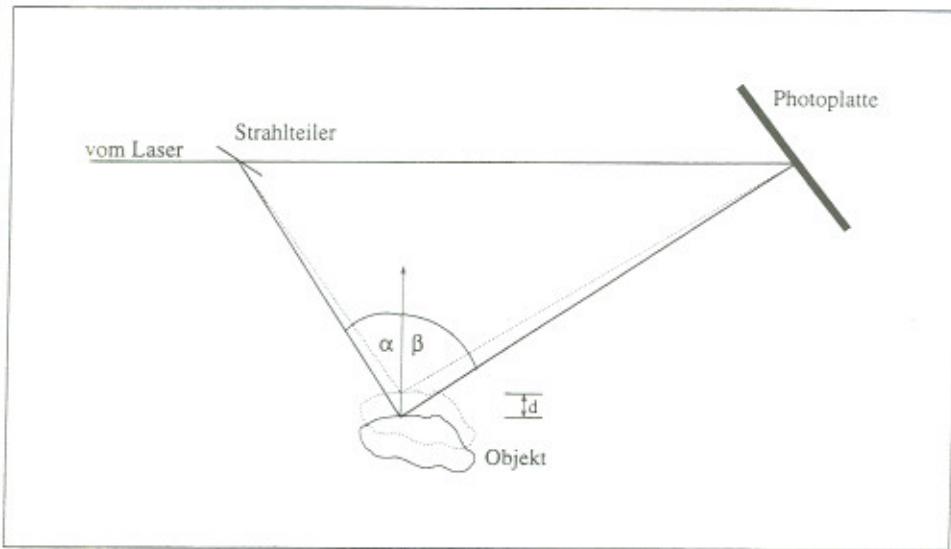


Abbildung 3.1: Prinzipieller Aufbau bei der holographischen Interferometrie. Durch die Bewegung des Objekts um d senkrecht nach oben, ergibt sich für den Objektstrahl eine Phasenverschiebung δ mit $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}d(\cos \alpha + \cos \beta)$.

3.1 Doppelbelichtungs- und Zeitmittelungstechnik

Bei der Doppelbelichtungstechnik werden zwei Objektzustände zeitlich nacheinander in derselben Hologrammplatte gespeichert, wobei jeder Objektzustand mit der halben normalen Belichtungszeit belichtet wird. Nachdem nun dieses Hologramm entwickelt wurde, kann es mit der Rekonstruktionswelle beleuchtet werden. Dabei rekonstruiert diese zwei Wellenfelder, die mit den beiden Objektwellenfeldern identisch sind. Diese beiden Wellenfelder interferieren miteinander, und so ist ein Vergleich der beiden Objektzustände möglich. Ein Beispiel hierfür ist ein sich einseitig durchbiegender Balken, wie er in Abbildung 3.2 zu sehen ist.

Falls man nun nicht zwei Objektzustände aufzeichnet, sondern sich das Objekt während der Belichtungszeit bewegt, so kann man sich das Hologramm aus einer Vielzahl von einzelnen Objektzuständen entstanden denken. Die im Hologramm gespeicherten Zustände des Objekts werden bei der Rekonstruktion simultan, gewichtet nach ihrem Anteil an der Belichtungszeit, rekonstruiert. Dieser Vorgang entspricht einer zeitlichen Mittelung über alle komplexen Amplituden der einzelnen Zustände des Objekts im Verlauf der Belichtungszeit. Deshalb wird diese Technik als Zeitmittelungstechnik bezeichnet.

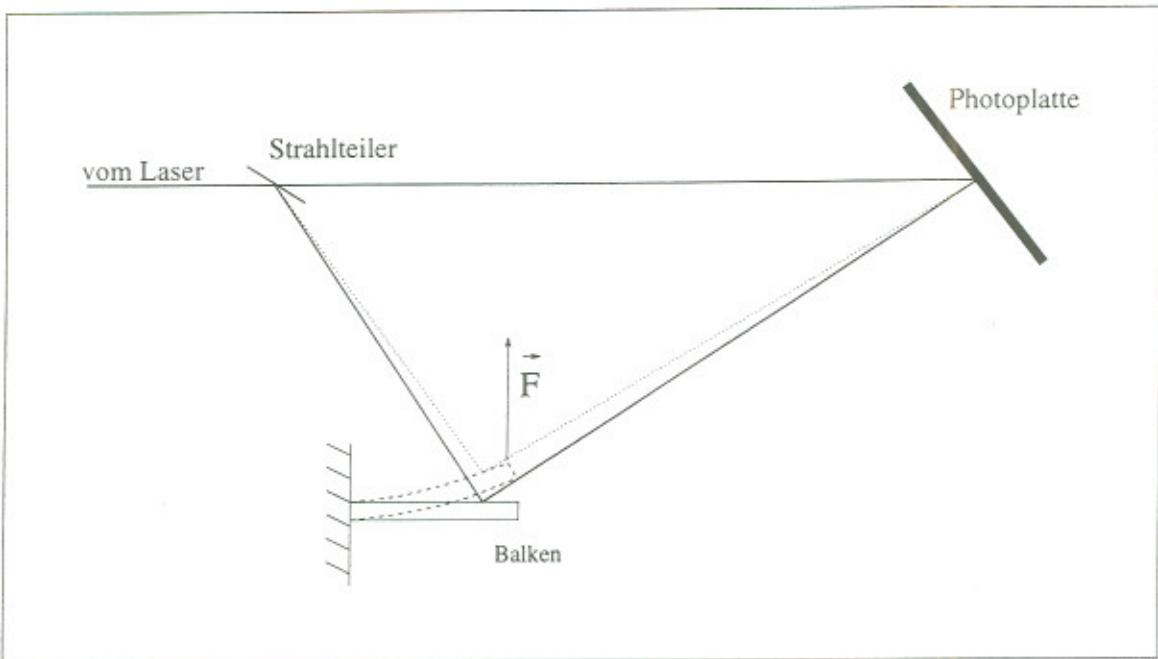


Abbildung 3.2: Ein einseitig fest eingespannter Balken, der sich unter der Kraft \vec{F} durchbiegt. Aus dem holographisch aufgezeichneten Interferenzbild kann die Durchbiegung jedes Objektpunktes bestimmt werden.

Um Rückschlüsse auf die Bewegung des Objekts zu ziehen, ist es notwendig zu wissen, welche Intensität des rekonstruierten Zeitmittelungshologramms welcher Objektbewegung entspricht.

Für die Intensität I auf der Photoplatte hat man in Kapitel 2 bei der Überlagerung der von einem Objektpunkt ausgehenden Kugelwelle mit einer ebenen Referenzwelle, die unter dem Winkel θ auf die Photoplatte trifft, folgendes erhalten:

$$I_i = I_{1,i} + I_{2,i} + 2\sqrt{I_{1,i}I_{2,i}} \cos(k(r_i - x \sin \theta)),$$

wobei ein Index i eingeführt wurde, um den i -ten Objektzustand zu beschreiben¹. In die Amplitudentransmission geht natürlich die Summe über alle n Einzelzustände gewichtet nach der jeweiligen Belichtungszeit ein, die (bei gleichlanger Belichtungszeit aller n Objektzustände) $\frac{t_B}{n}$ ist:

$$T_A = T_0 - C \sum_{i=1}^n \frac{t_B}{n} I_i.$$

Verwendet man die Beziehung

$$2 \cos x = e^{ix} + e^{-ix}$$

¹Es wird angenommen, daß sich die Intensitäten $I_{1,i}$ und $I_{2,i}$ bei der Bewegung nicht verändern.

so erhält man

$$T_A = T_0 - C \sum_{i=1}^n \frac{t_B}{n} \left[I_{1,i} + I_{2,i} + \sqrt{I_{1,i} I_{2,i}} (\mathrm{e}^{i[k(r_i - x \sin \theta)]} + \mathrm{e}^{-i[k(r_i - x \sin \theta)]}) \right].$$

Dies ergibt

$$T_A = T_0 - C \left[I_1 t_B + I_2 t_B + \sqrt{I_1 I_2} \sum_{i=1}^n \frac{t_B}{n} (\mathrm{e}^{i[k(r_i - x \sin \theta)]} + \mathrm{e}^{-i[k(r_i - x \sin \theta)]}) \right].$$

Wie in Kapitel 2 gesehen, ist nur folgender Term für das virtuelle Bild verantwortlich:

$$T_{A_{virt}} = -C \sqrt{I_1 I_2} \sum_{i=1}^n \frac{t_B}{n} \mathrm{e}^{i[k(r_i - x \sin \theta)]}.$$

r_i kann man sich aus einem festen r_0 und einen sich mit der Zeit veränderlichen Phasenterm $\delta_i(t)$ vorstellen. Es gilt also

$$r_i = r_0 + \frac{\delta_i(t)}{k},$$

und damit

$$T_{A_{virt}} = -C \sqrt{I_1 I_2} \mathrm{e}^{i[k(r_0 - x \sin \theta)]} \sum_{i=1}^n \frac{t_B}{n} \mathrm{e}^{i\delta_i(t)}.$$

Da die Objektbewegung kontinuierlich ist, muß die Summe durch ein Integral ersetzt werden. Es ergibt sich damit letztendlich:

$$T_{A_{virt}} = -C \sqrt{I_1 I_2} \mathrm{e}^{i[k(r_0 - x \sin \theta)]} \int_0^{t_B} \mathrm{e}^{i\delta(t)} dt.$$

Für die Amplitudenverteilung bei der Rekonstruktion erhält man mit

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = T_A \mathbf{A}_R(\mathbf{r})$$

und

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R(\mathbf{r}) &= \mathbf{A}_R \mathrm{e}^{ikx \sin \theta} \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= -C \sqrt{I_1 I_2} \mathbf{A}_R \mathrm{e}^{ikr_0} \int_0^{t_B} \mathrm{e}^{i\delta(t)} dt. \end{aligned}$$

Damit erhält man für die Intensität des virtuellen Bildes

$$I(\mathbf{r}) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \mathbf{A}(\mathbf{r})^* = I_0(\mathbf{r}) \frac{1}{t_B^2} \left| \int_0^{t_B} \mathrm{e}^{i\delta(t)} dt \right|^2.$$

$I_0(\mathbf{r})$ ist die Intensität des unbewegten Objekts aus Abschnitt 2.1. Diese wird durch den Faktor

$$|M(\delta)|^2 = \frac{1}{t_B^2} \left| \int_0^{t_B} \mathrm{e}^{i\delta(t)} dt \right|^2$$

moduliert. Dadurch erhält man ein dreidimensionales, von Interferenzstreifen durchzogenes Bild des Objekts.

Im folgenden soll nun $|M(\delta)|^2$ für zwei Spezialfälle berechnet werden.

3.1.1 $|M(\delta)|^2$ bei der Doppelbelichtungstechnik

Da bei der Doppelbelichtungstechnik nur zwei verschiedene Objektzustände vorhanden sind, ergibt sich $\delta(t)$ durch folgende Sprungfunktion

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq t < \frac{t_B}{2} \\ \delta & \text{für } \frac{t_B}{2} \leq t \leq t_B \end{cases},$$

wobei $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}d(\cos \alpha + \cos \beta)$ die Phasenverschiebung des Objektstrahls beim zweiten Objektzustand ist. Es folgt also für $M(\delta)$:

$$M(\delta) = \frac{1}{t_B} \int_0^{t_B} e^{i\delta(t)} dt = \int_0^{\frac{t_B}{2}} e^{i0} dt + \int_{\frac{t_B}{2}}^{t_B} e^{i\delta} dt = \frac{1}{2}(1 + e^{i\delta}).$$

Damit folgt für die Intensitätsverteilung bei der Doppelbelichtungstechnik

$$I(\mathbf{r}) = I_0(\mathbf{r}) \frac{1}{2}(1 + \cos \delta(\mathbf{r})) = I_0(\mathbf{r}) \cos^2 \left[\frac{1}{2}\delta(\mathbf{r}) \right].$$

Somit kann also aus dem aufgenommenen Hologramm für jeden Objektpunkt die Intensität und damit die Verschiebung dieses Objektpunktes bestimmt werden.

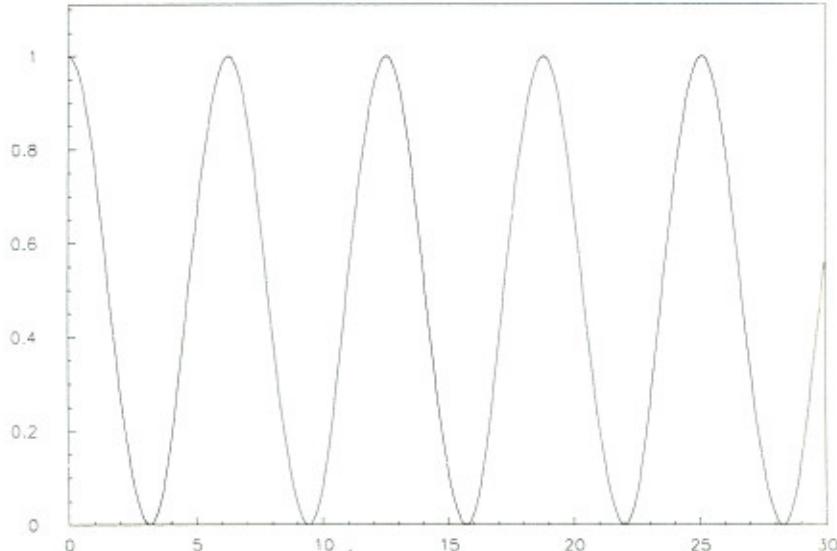


Abbildung 3.3: Verlauf der Funktion $\cos^2 \left(\frac{1}{2}x \right)$

3.1.2 $|M(\delta)|^2$ bei der Zeitmittelungstechnik

Bei der Zeitmittelungstechnik läßt sich $|M(\delta)|^2$ nur für Spezialfälle bestimmen. Für den Fall einer sinusförmigen Bewegung des Objekts ist dies möglich.

Die Auslenkung des Objektpunktes aus der Ruhelage sei folgendermaßen beschrieben:

$$d = \hat{d} \sin \omega t,$$

wobei \hat{d} die Amplitude der Schwingung angibt. Dadurch erhält man

$$M(\delta) = \frac{1}{t_B} \int_0^{t_B} e^{ik\hat{d}(\cos \alpha + \cos \beta) \sin \omega t} dt.$$

Es gilt nach [5]

$$e^{ix \sin \omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x) e^{in \omega t},$$

wobei $J_n(x)$ die Bessel-Funktionen n-ter Ordnung sind. Entwickelt man unter dem Integral und berücksichtigt, daß die Belichtungszeit viel größer als eine Schwingungsdauer ist, folgt somit mit $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{d}(\cos \alpha + \cos \beta)$ nach [5] für $M(\delta)$:

$$M(\delta) = J_0(\delta)$$

und für die Intensitätsverteilung im rekonstruierten Bild

$$I(\mathbf{r}) = I_0(\mathbf{r}) J_0^2(\delta(\mathbf{r})).$$

Wegen dem nicht-periodischen Verhalten der Besselfunktion ist es notwendig, aus den Nullstellen (und evtl. aus den Maxima) die Auslenkung zu bestimmen.

Diese sind bis zur 10-ten Ordnung in Tabelle 3.1 zusammengestellt [5].

n	1	2	3	4	5
n-te Nullstelle	2,405	5,520	8,654	11,792	14,931
n-tes Maxima	3,832	7,016	10,173	13,323	16,470
n	6	7	8	9	10
n-te Nullstelle	18,071	21,212	24,353	27,494	30,635
n-tes Maxima	19,616	22,760	25,903	29,047	32,190

Tabelle 3.1: Nullstellen und Maxima von $J_0^2(\delta)$

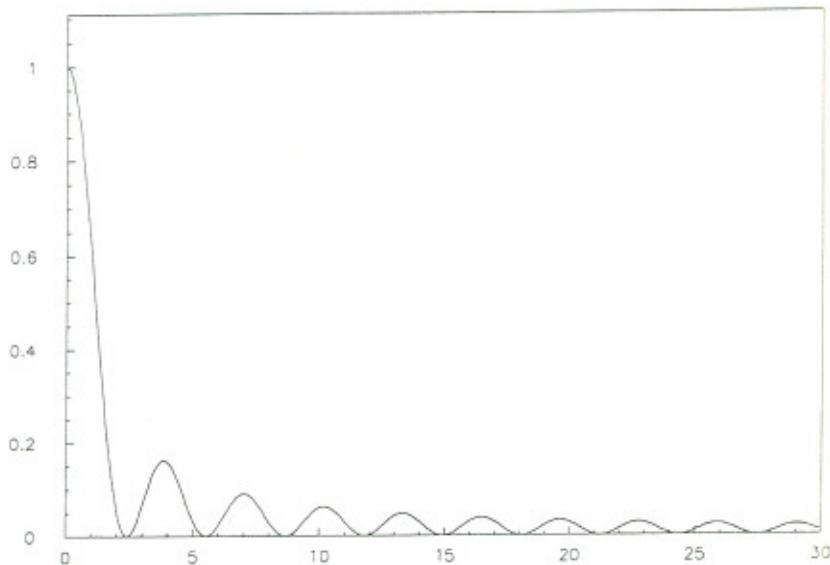


Abbildung 3.4: Verlauf der Funktion $J_0^2(x)$

Ein Beispiel für das Zeitmittelungsverfahren ist die Untersuchung von Eigenschwingungen. Regt man beispielsweise eine Membran zu Eigenschwingungen an, so liest man aus dem aufgezeichneten Hologramm anhand der Interferenzstreifen ab, wie groß an jedem Ort die Schwingungsamplitude ist. An Stellen, wo es maximal hell ist, ist die Amplitude Null. Hier befindet sich also ein Schwingungsknoten.

Wie man aus Abbildung 3.4 erkennen kann, nimmt die Intensität mit wachsender Interferenzordnung rasch ab. Dies führt somit zu einem schlechten Kontrast bei großen Schwingungsamplituden. Deshalb ist es schwierig, bei großen Amplituden die Interferenzerscheinungen richtig zu deuten. Eine Verbesserungsmöglichkeit besteht darin, daß man die Belichtung **stroboskopisch** vornimmt: Man beleuchtet nur, wenn sich das Objekt in einer ausgezeichneten Lage befindet, z.B. bei der Maximalauslenkung und in der Ruhelage. Das Ergebnis ist somit ein Doppelbelichtungshologramm, bei dem kein Intensitätsabfall vorhanden ist.

Es ist auch möglich, $|M(\delta)|^2$ für eine gleichmäßige Bewegung des Objekts zu bestimmen. Es gilt nach [5]

$$|M(\delta)|^2 = \frac{\sin^2 \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}}.$$

Die beiden besprochenen Verfahren besitzen einen großen Nachteil: Um eine Objektveränderung zu untersuchen, muß immer eine Hologrammplatte verwendet werden. So ist es sehr schwierig und aufwendig, die Eigenfrequenzen einer Membran zu bestimmen, denn für jede Frequenz, mit der man die Membran anregen will, ist eine Hologrammplatte nötig.

Es wäre also wünschenswert, wenn man mit einer Hologrammplatte alle Frequenzen un-

tersuchen könnte. Dies ist mit den Echtzeitverfahren möglich, auf die nun im folgenden eingegangen werden soll.

3.2 Echtzeit- und Echtzeitmittelungstechnik

Man nimmt hierzu das zu untersuchende Objekt in einem ersten Zustand auf, entwickelt das Hologramm und bringt es dann an den Aufnahmeort zurück. Blickt man nun durch das Hologramm, so sieht man zum einen das von der Rekonstruktionswelle rekonstruierte Bild des Objekts, andererseits aber auch noch das Objekt selbst. Die Objektwelle und die rekonstruierte Objektwelle interferieren miteinander, wobei sich völlige Dunkelheit einstellt, wenn das Objekt sich genau am selben Platz wie bei der Aufnahme befindet². Bewegt man nun das Objekt, so sieht man ein von Interferenzstreifen durchzogenes Bild des Objekts, aus dem man wiederum Rückschlüsse auf die Bewegung ziehen kann. Wird das Objekt nur statisch bewegt, so spricht man von Echtzeittechnik. Wird das Objekt so schnell bewegt, daß das Auge nur eine Mittelung über mehrere Schwingungsperioden wahrnimmt, spricht man von Echtzeitmittelungstechnik.

Auch hier definiert man eine intensitätsmodulierende Funktion $|M(\delta)|^2$ durch

$$I(\mathbf{r}) = I_0(\mathbf{r})|M(\delta)|^2.$$

3.2.1 $|M(\delta)|^2$ bei der Echtzeittechnik

Für den zeitunabhängigen Anteil des elektrischen Feldes des virtuellen Bildes, das nach Kapitel 2 für das Hologramm verantwortlich ist, hat man auf Seite 14 folgenden Ausdruck gewonnen:

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) = -\mathbf{C}_1 e^{ikr},$$

wobei hier der Übersicht halber ein anderer Proportionalitätsfaktor \mathbf{C}_1 gewählt wurde. Dieses virtuelle Bild überlagert sich noch mit der Objektwelle. Für diese gilt

$$\mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{C}_2 e^{i(kr+\delta)}.$$

Mit δ wurde die Phasenverschiebung der Objektwelle bezeichnet, die sich aus der Verschiebung des Objekts ergibt. Mit $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$, $I = \mathbf{A}\mathbf{A}^*$ und $\sin^2(\frac{1}{2}x) = \frac{1}{2}(1-\cos(x))$ ergibt sich für $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2$ ³:

$$|M(\delta)|^2 = \sin^2\left[\frac{1}{2}\delta(\mathbf{r})\right]$$

wobei $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}d(\cos\alpha + \cos\beta)$ ist.

²Dies liegt daran, daß bei der Rekonstruktion, wie auf Seite 15 bemerkt, ein Phasensprung um π stattfindet, der aber bei der normalen Objektwelle fehlt.

³Falls $\mathbf{C}_1 \neq \mathbf{C}_2$ gilt, so wird zur Intensität nur eine konstante Grundintensität hinzugefügt.

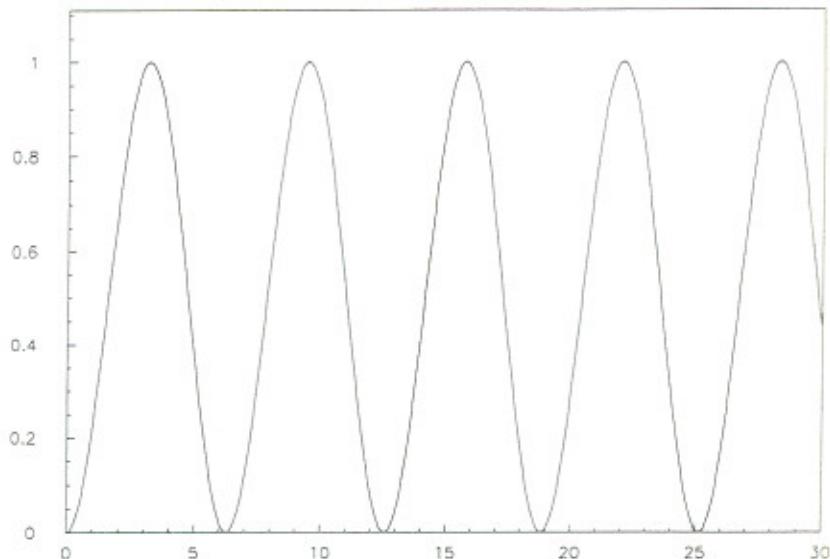


Abbildung 3.5: Verlauf der Funktion $\sin^2\left(\frac{1}{2}x\right)$

3.2.2 $|M(\delta)|^2$ bei der Echtzeitmittelungstechnik

Bei der Echtzeitmittelung kann man für den Fall einer sinusförmigen Bewegung des Objekts $|M(\delta)|^2$ berechnen. Hierzu wird angenommen, daß das Objekt zuerst in seiner Ruhelage aufgenommen, das Hologramm entwickelt und repositioniert wurde. Bei der Rekonstruktion wird das Objekt zu sinusförmigen Schwingungen angeregt. Für jeden Zeitpunkt würde man die gleiche Intensitätsverteilung wie bei der Echtzeittechnik erhalten. Allerdings ist das Auge nicht in der Lage, die schnelle Schwingung des Objekts zu registrieren. Stattdessen nimmt es eine zeitliche Mittelung über eine große Anzahl von Schwingungsperioden wahr. Man erhält dann für $|M(\delta)|^2$ (nach [5]) mit $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\hat{d}(\cos\alpha + \cos\beta)$:

$$|M(\delta)|^2 = 1 - J_0(\delta).$$

Im Vergleich zu der Zeitmittelungstechnik sieht man aus Abbildung 3.6, daß es außer für $\delta = 0$ keine Stellen mit verschwindender Intensität gibt. Deshalb ist der Kontrast sehr schlecht, denn es ist viel schwieriger für das Auge, verschiedene Helligkeitsbereiche zu unterscheiden, als zwischen hell und dunkel zu unterscheiden.

Analog zur Zeitmittelungstechnik kann auch hier eine stroboskopisch vorgenommene Beleuchtung für eine deutliche Verbesserung sorgen. Hierzu wird das ruhende Objekt normal aufgenommen. Bei der Beobachtung beleuchtet man das Objekt und die ent-

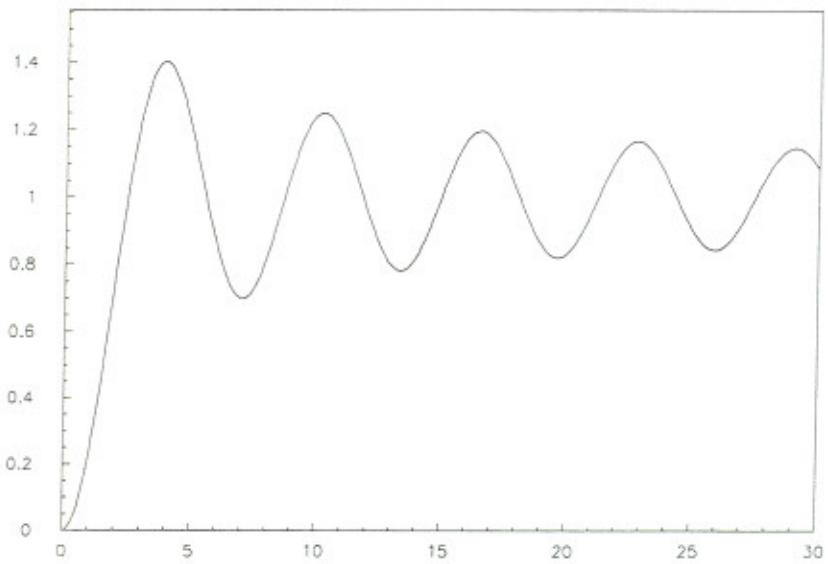


Abbildung 3.6: Verlauf der Funktion $1 - J_0(x)$

wickelte Hologrammplatte nur in der Maximalauslenkung des Objekts und hat somit ein Echtzeithologramm, bei dem das Objekt nicht bewegt wird, sondern nur eine konstante Verschiebung gegen die Ruhelage aufweist.

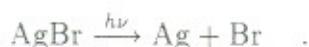
Der große Vorteil der kontinuierlichen Veränderung des Objekts wird aber durch folgende Schwierigkeit getrübt:

Da es nötig ist, das entwickelte Hologramm an den Aufnahmeort zurückzubringen, muß dies sehr genau geschehen, da sonst schon Interferenzstreifen zu sehen sind, obwohl sich die Objektposition nicht verändert hat. Die erforderliche Genauigkeit liegt hierbei in der Größenordnung der Wellenlänge, was praktisch nicht möglich ist. Deshalb entwickelt man die Photoplatte an Ort und Stelle. Hierzu wird eine Flutungsanlage um die Photoplatte gebaut, in welche die Entwicklungsflüssigkeiten eingefüllt werden können.

Kapitel 4

Der photographische Prozeß

Die am meisten in der Holographie verwendeten Aufzeichnungsmedien sind Silberhalogenidschichten. Der Prozeß, der zu dem Hologramm führt, ist weitgehend der gleiche wie bei der Herstellung von Negativen in der normalen Photographie. Im Gegensatz zur Photographie sind aber die Silberhalogenid-Kristalle wesentlich kleiner, so daß eine höhere Auflösung erreicht werden kann, wie es für die Holographie auch nötig ist. Man benötigt ein Auflösungsvermögen im Bereich von 5000 Linien/mm, normale photographische Filme haben jedoch nur ein Auflösungsvermögen von 40 bis 600 Linien/mm [5]. Die Silberhalogenidschichten bestehen aus einer 5 bis 7 μm dicken neutralen Gelatine, die auf eine Glas- oder Filmunterlage aufgetragen ist. In diese werden die Kristalle, meist Silberbromid (AgBr), eingelagert. Durch Zusatzstoffe wird die Schicht für bestimmte Wellenlängenbereiche sensibilisiert, also lichtempfindlich gemacht. Diese bestehen beispielsweise aus organischen Farbstoffen, die auf das AgBr -Korn gelagert werden. Bei der Belichtung wird Silber durch folgende Reaktion gebildet:



Wird genügend lange belichtet, so wird alles Silberbromid in Silber und Brom umgewandelt. Die Belichtung würde aber sehr lange dauern, weshalb man folgendes Verfahren verwendet:

Bei einer kurzen Belichtung werden in den AgBr -Körnern nur einzelne Ag-Keime produziert. Wird nun die Photoschicht entwickelt, so wird das belichtete Korn vollständig zu Silber verwandelt, wobei die Ag-Keime als Katalysator wirken. Deshalb kann man die Belichtungszeit um einen Faktor 10^6 verkürzen [8]. Die nun entstandenen Silberkörner absorbieren Licht, und deshalb wird die belichtete Schicht schwarz.

In Abbildung 4.1 ist die Amplitudentransmission T_A einer Photoschicht gegen die Belichtung W des einfallenden Lichts aufgetragen [9]. Bei einer konstanten Intensität I während der Belichtungszeit t_B gilt für die Belichtung

$$W = t_B I.$$

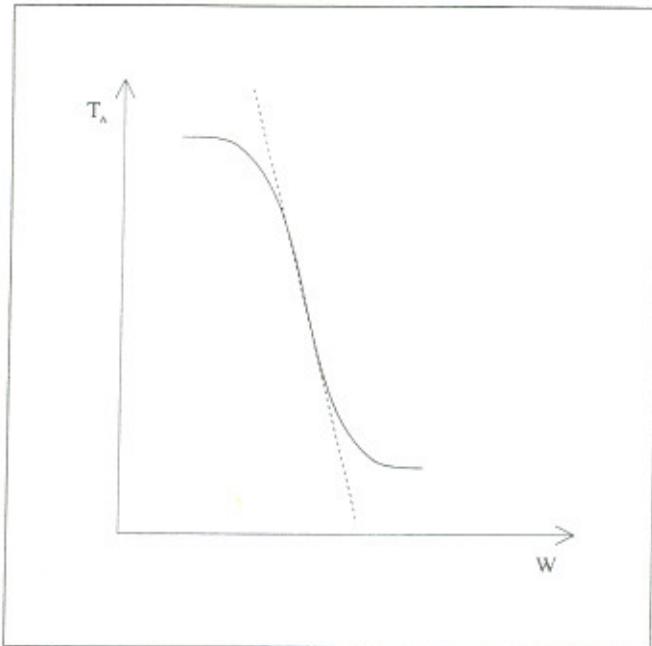


Abbildung 4.1: Amplitudentransmission T_A einer Photoplatte in Abhängigkeit von der Belichtung W des einfallendes Lichtes [9].

Man sieht in Abbildung 4.1, daß man in einem günstigen Belichtungsbereich, der von der jeweiligen Photoplatte abhängt, die Amplitudentransmission durch folgende Funktion beschreiben kann:

$$T_A = T_0 - CW = T_0 - Ct_B I.$$

Durch dieses Verfahren ist ein Amplitudenhologramm entstanden. In der Photoschicht sind nun Stellen mit undurchsichtigem Silber, die durch das Belichten und das Entwickeln entstanden sind, und Stellen mit durchsichtigem Silberbromid, die bei der Belichtung infolge von Interferenzerscheinungen unbelichtet waren, vorhanden. Allerdings würde mit der Zeit dieses restliche Silberbromid unter Einfluß von Licht weiter zersetzt werden, was zu einem Verschwinden des Bildes führen würde. Aus diesem Grunde muß das übrige Silberbromid entfernt werden. Dies wird mit dem sogenannten Fixieren durchgeführt, wobei das Silberbromid in eine lösliche Verbindung umgewandelt wird. Bei einer Wässerung zum Schluß werden alle unerwünschten Komponenten aus der photographischen Schicht gelöst und herausgewaschen. Uberig bleiben nur die Silberkörner in der neutralen Gelatine, die so für ein amplitudenmoduliertes Bild sorgen.

Um nun Phasenhologramme herzustellen, die wie in Kapitel 2 beschrieben, einen deutlich größeren Beugungswirkungsgrad haben, ist es notwendig, die Photoschicht zu bleichen. Dazu wird nach dem Fixieren das metallische Silber in transparentes Silberhalogenid zurückverwandelt. Dadurch ist der Brechungsindex an solchen Stellen größer als in der neutralen Gelatine. Das zuruckverwandelte Silberhalogenid ist weitgehend

unempfindlich gegen weitere Lichteinstrahlung, da es nicht sensibilisiert ist.
Es gibt noch ein weiteres Bleichverfahren, das auf das Fixieren verzichtet: Nach der Entwicklung wird das entstandene Silber entfernt, und es bleiben nur Stellen mit de-sensibilisiertem Silverbromid zurück.

Kapitel 5

Die Versuchsdurchführung

Der Versuch ist in zwei Abschnitte unterteilt. Im ersten Teil soll mit Hilfe des Michelson-Interferometers die Empfindlichkeit des optischen Aufbaus für Holographieexperimente untersucht werden, bevor dann im zweiten Teil verschiedene Techniken der holographischen Interferometrie angewendet werden.

5.1 Aufbau und Hologammaufnahme

5.1.1 Bedienung der Geräte

Als Lichtquelle wird im Versuch ein He-Ne-Laser verwendet. He-Ne-Laser haben eine Wellenlänge von 632,8 nm und eignen sich wegen ihrer guten Kohärenzeigenschaften [5] sehr gut für die Holographie. Der im Versuch verwendete Laser hat eine Leistung von 5 mW. Um Augenschäden zu vermeiden, darf man deshalb NIE IN DEN UNAUFGEWEITETEN STRAHL SCHAUEN.

Hinter dem Laser ist im Versuchsaufbau ein sogenannter Lasermodulator fest installiert, dessen Funktion im folgenden erläutert werden soll. Damit die Belichtungszeit bei der Hologammaufnahme verkürzt wird, sollte er schon zu Beginn des Versuchs richtig eingestellt und während des ganzen Versuchs bei maximaler Lichtintensität betrieben werden.

Der Lasermodulator

Der im Versuch eingebaute Lasermodulator besitzt vier hintereinanderliegende elektrooptische Kristalle¹. Diese haben die Eigenschaft, die optische Weglänge von Licht

¹Es werden vier Kristalle verwendet, da elektrooptische Kristalle eine starke natürliche Doppelbrechung besitzen, die durch vier hintereinanderliegende Kristalle kompensiert wird.

beim Anlegen einer Spannung zu verändern. Bei geeigneter Orientierung des Modulators kann somit die Polarisationsrichtung um einen von der anliegenden Spannung abhängigen Winkel gedreht werden. Mit einem Polarisationsfilter, der fest eingebaut ist, wird der durchtretende Strahl spannungsabhängig geschwächt.

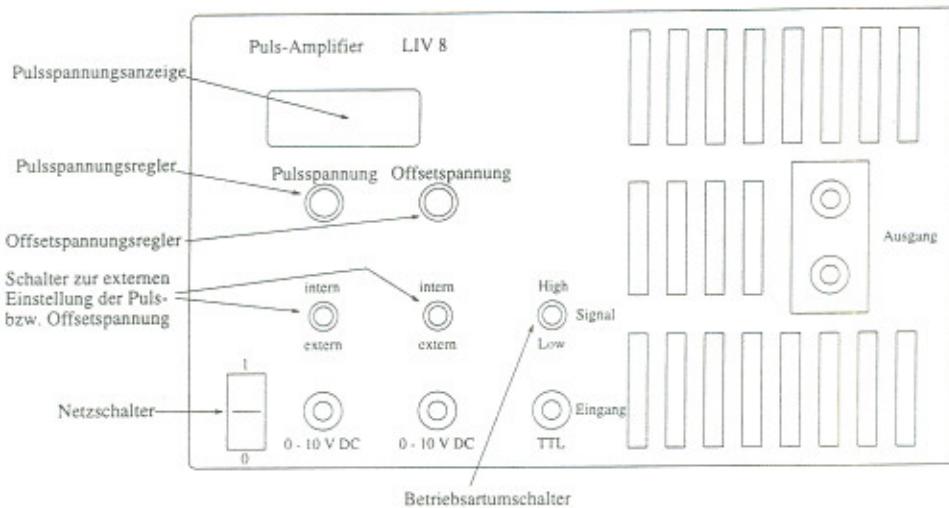


Abbildung 5.1: Frontplatte des Steuergeräts

Diese Spannung wird von einem digitalen Steuergerät (siehe Abbildung 5.1) geliefert, welches ein Aus- bzw. Einschalten des Laserstrahls ermöglicht. Dazu müssen die Offset- und Pulsspannungen mit Hilfe eines Belichtungsmessers eingestellt werden, wobei die beiden Schalter zur externen Einstellung der Puls- bzw. Offsetspannung auf „intern“ stehen müssen:

Zuerst wird die Offsetspannung so geregelt, daß die Lichtintensität in Stellung „Low“ des Betriebsartumschalters minimal wird. Hiermit wird der optimale Arbeitspunkt des Modulators eingestellt. Die Pulsspannung des Modulators wird in Stellung „High“ des Betriebsartumschalters so eingestellt, daß die Lichtintensität maximal ist. Wenn nicht mit einer stroboskopischen Belichtung gearbeitet wird, sollte der Betriebsartumschalter immer auf „High“ eingestellt sein. In Stellung „Signal“ folgt die Strahlintensität dem Muster des Eingangssignals: TTL-niedrig entspricht geringer Lichtintensität, TTL-hoch entspricht hoher Lichtintensität.

5.1.2 Die Hologrammaufnahme

Die holographische Interferometrie eignet sich sehr gut zur Bestimmung kleiner Objektveränderungen. Deshalb soll im ersten Teil mit Hilfe der Doppelbelichtungstechnik die Durchbiegung einseitig eingespannter Balken untersucht werden. Im zweiten Teil

sollen mit der Echtzeittechnik die Eigenfrequenzen einer eingespannten runden Aluminiumplatte bestimmt werden. Die Aufnahme der beiden Hologrammtypen verläuft weitgehend gleich, weshalb sie gemeinsam erläutert werden. Lediglich auf die Unterschiede in der Entwicklung der belichteten Hologramme wird getrennt eingegangen. Im Prinzip könnte sowohl ein Reflexionshologramm wie auch ein Transmissionshologramm verwendet werden. Transmissionshologramme sind bei der holographischen Interferometrie jedoch vorzuziehen, da diese, insbesondere bei der Echtzeittechnik, aufbautechnische Vorteile bei der Beobachtung von Interferenzerscheinungen haben. Außerdem sind Transmissionshologramme auch weniger problematisch bei der Aufnahme als Reflexionshologramme [13, 6]. Aus diesen Grunde wird ein Transmissionshologramm verwendet. Es könnte der in Kapitel 2 auf Seite 20 skizzierte Aufbau verwendet werden. Günstiger ist jedoch, ein Aufbau zu verwenden, wie er in Abbildung 5.2 zu sehen ist.

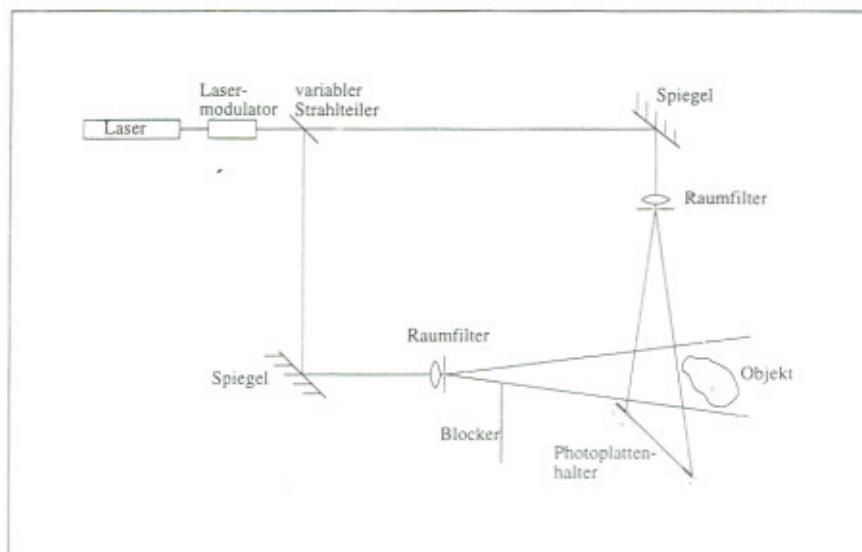


Abbildung 5.2: Aufbau für Hologammaufnahmen

Dieser hat zum einen den Vorteil, daß der Weglängenunterschied der beiden Strahlen null ist. Außerdem befindet sich sowohl das Objekt wie auch die Photoplatte² am Rand des Tisches, was bei der Doppelbelichtungstechnik Vorteile beim Verändern der Position des Objekts hat, und bei der Echtzeittechnik ein leichteres Entwickeln am Aufnahmeort ermöglicht.

²Wo es nicht auf eine Unterscheidung der beiden Photoplattentypen (Planfilmstücke und Glasplatten, auf denen die Emulsion direkt aufgetragen ist) ankommt, wird im folgenden allgemein von Photoplatte gesprochen.

Aufbau und Justierung

Vorsicht beim Justieren: Der unaufgeweitete Laserstrahl darf nicht ins Auge fallen.

Um das Verhältnis zwischen Objekt- und Referenzstrahl leicht einzustellen, wird ein variabler Strahlteiler verwendet. Über einen Spiegel gelangt der Strahl zum Raumfilter, der ihn dann aufweitet. Ein Raumfilter ist eine sehr kurzbrennweite Linse³, in deren Brennpunkt ein sehr kleines Loch („Pinhole“) gebracht wird (siehe Abbildung 5.3).

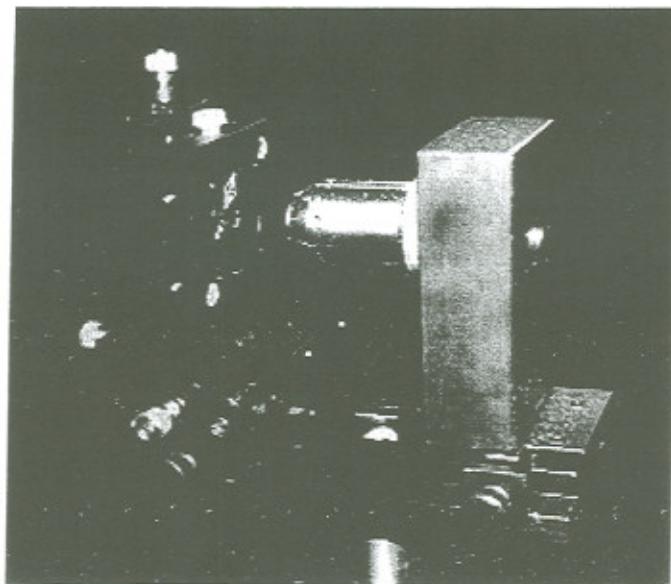


Abbildung 5.3: *Der Raumfilter*

Kratzer und Staubpartikel auf optischen Elementen vor dem Raumfilter sorgen dafür, daß das Streulicht zwar von der Linse auf die Photoplatte und das Objekt aufgeweitet wird. Infolge der Kohärenzeigenschaft des Lasers ergeben sich aber störende Interferenzen. Durch das Loch im Brennpunkt wird eine Reinigung des Strahls erreicht. Der im Versuch vorhandene Raumfilter hat ein Mikroskopobjektiv mit einer Brennweite von 4,3 mm und ein Loch mit einem Durchmesser von 10 µm.

³Da es keine normalen Linsen mit Brennweiten im Bereich von 4 mm gibt, werden Mikroskopobjektive verwendet.

Justieren des Raumfilters

Um eine Beschädigung des Loches beim Raumfilter zu vermeiden, darf das Loch nur dann in den Brennpunkt der Linse gebracht werden, wenn man den durch das Loch tretenden (schwachen) Strahl schon auf dem Schirm beobachten kann, obwohl das Loch noch 1-2 mm vom Brennpunkt entfernt ist.

- Zuerst wird der unaufgeweitete Strahl mit dem Spiegel so eingestellt, daß er etwa in der Mitte des zu beleuchtenden Objekts liegt.
- Nun bringt man einen Schirm, auf dem ein System von konzentrischen Kreisen aufgezeichnet ist, so in den Strahlgang, daß der unaufgeweitete Strahl genau im Kreismittelpunkt auftrifft, wobei der Schirm etwa 15 cm hinter dem geplanten Ort des Raumfilters stehen sollte.
- Erst jetzt wird der Raumfilter positioniert, wobei man zuerst das „Pinhole“ und die drei Lineartische⁴ mit der Rändelschraube entfernt.
- Die Position des Raumfilters, der im Moment nur aus Mikroskopobjektiv mit Halterung besteht, wird so verändert, daß der nun aufgeweitete Strahl zentral auf den Schirm auftrifft (mit dem Kreissystem leicht kontrollierbar).
- Nun wird das „Pinhole“ mit den Lineartischen wieder eingesetzt, wobei das „Pinhole“ etwa 1-2 mm bis zum Objektiv angenähert wird.
- Mit den beiden Lineartischen, die senkrecht zum Strahlgang stehen, wird der nun fast ausgeblendete Strahl wieder zentral auf den Schirm gelenkt. Ist es nicht möglich, den Strahl zu „finden“, so kann mit dem variablen Strahlteiler die Intensität des Strahls erhöht werden.
- Nur wenn der Strahl wieder zentral auf dem Schirm auftrifft, darf das „Pinhole“ mit dem dritten Lineartisch langsam in den Brennpunkt des Objektives gebracht werden, wobei mit den beiden anderen Lineartischen nachkorrigiert werden muß, falls der Strahl aus der Zentralen herausläuft.
- In der Nähe des Brennpunkts bilden sich Ringe, die beim Erreichen des Brennpunkts zu einem großen Punkt zusammenlaufen.

Um Reflexionen an Glasplatten hinter der Photoplatte zu minimieren, sollte der Photoplatthalter unter dem Brewster-Winkel (ca. 56°) in den Referenzstrahl⁵ gebracht

⁴Unter einem Lineartisch versteht man ein mechanisches Positionierelement mit einem in eine Richtung beweglichen Schlitten.

⁵Die Intensität der Objektwelle ist nur ein Bruchteil der Intensität der Referenzwelle.

werden⁶.

Mit dem variablen Strahlteiler und dem Belichtungsmeßgerät kann das Verhältnis der Intensität zwischen Referenz- und Objektwelle eingestellt werden. Es sollte etwa 10:1 betragen (Die Referenzwelle sollte also etwa zehn mal heller sein, wobei die Intensitäten am Ort der Photoplatte zu messen sind.). Dieses Verhältnis ist nur ein Anhaltspunkt, denn auch mit einem Intensitätsverhältnis von 30:1 können noch gute Hologramme aufgenommen werden. Außerdem können auch die Erkenntnisse des Michelson-Interferometers berücksichtigt werden: Hat man dort festgestellt, daß eine Belichtungsdauer von 1 min nicht möglich ist, so kann man das Intensitätsverhältnis zugunsten der Referenzwelle verändern, was eine Verkürzung der Belichtungsdauer bedeutet. Um die Belichtungszeit zu verkürzen, sollte man auch darauf achten, daß das Objekt möglichst nahe an der Photoplatte steht. Für die Belichtung der Photoplatte ist es wichtig, daß die Intensitäten am Ort der Photoplatte notiert werden, denn aus ihnen wird die Belichtungsdauer bestimmt. Da die runde Scheibe des variablen Strahlteilers nicht genau senkrecht auf der Achse steht⁷, führt dies beim reflektierten Strahl zu leichten Versetzungen. Deshalb muß mit dem Spiegel und den zwei senkrecht zum Strahl positionierten Lineartischen des Raumfilters der Objektstrahl nachkorrigiert werden. Um die ursprüngliche Richtung beizubehalten wird der Hilfsschirm mit den konzentrischen Kreisen verwendet. Die Beherrschung des Nachkorrigierens ist besonders beim Echtzeithologramm wichtig, da es sonst nicht mehr möglich ist, die Interferenzen zu beobachten.

Vor der Hologrammaufnahme ist unbedingt zu kontrollieren, ob kein unerwünschtes Licht die Photoplatte (zum Beispiel von hinten) trifft. Hierfür blendet man den Objektstrahl so aus, daß er nur das Objekt trifft. Alle Geräte, die stören könnten, sollten ausgeschaltet werden (zum Beispiel Klimaanlage, Ventilatoren). Außerdem müssen die Entwicklungschemikalien schon jetzt eingefüllt werden.

Einlegen der Photoplatte

Bevor die Photoplatte in den Halter eingelegt wird, muß der Laserstrahl abgeblockt und nicht durch den Lasermodulator abgeschwächt werden, da auch in Stellung „Low“ noch etwas Licht durchgeht. Beim Einlegen der Photoplatte in den Halter sollte man Baumwollhandschuhe tragen, denn werden die Filme oder die Glasplatten der Photoplatthalter mit der bloßen Hand angefaßt, führen Fingerabdrücke zu unerwünschtem Streulicht. Beim Herausholen einer Photoplatte aus der Packung muß es im Raum absolut dunkel sein, damit die anderen Photoplatten nicht belichtet werden. Es gibt zwei verschiedene Photoplatten: Planfilmstücke, die zwischen zwei Glasplatten im Halter

⁶Der Laser ist parallel zur Tischemebene polarisiert.

⁷Eine Justierung ist zwar möglich, aber nicht genau genug, da der Strahl noch das Loch des Raumfilters passieren muß.

befestigt werden, und Glasplatten⁸, auf denen die Emulsion direkt aufgetragen ist. Planfilmstücke sind deutlich billiger⁹. Deshalb werden diese immer dann eingesetzt, wenn nicht an Ort und Stelle entwickelt werden muß. Bei der Verwendung von Planfilmstücken wird die Emulsionsseite dem Objekt zugewandt. Diese erkennt man daran, daß auf einer der kürzeren Seiten eine leichte Einkerbung vorhanden ist. Befindet sich diese rechts unten oder links oben, weist die empfindliche Seite von einem weg. Benutzt man bei der Echtzeittechnik die Flutungsanlage, sollte die empfindliche Seite der Glas-Photoplatte dem Objekt abgewandt sein, da das Volumen in der Flutungsanlage auf der abgewandten Seite deutlich größer ist und somit eine bessere Entwicklung möglich ist. Durch leichtes Kratzen mit einem Fingernagel am Rand der Glas-Photoplatte erkennt man, daß eine Seite rauher als die andere ist. Auf der rauheren Seite ist die Emulsion aufgetragen.

Nach dem Einlegen der Photoplatte muß man ca. 10 min warten, bis diese belichtet werden kann. Bei Planfilmstücken, die zwischen Glasplatten eingebettet werden, müssen sich die Temperaturunterschiede erst ausgleichen. Nur wenn der Film absolut still steht, kann das Hologramm aufgenommen werden. Werden Echtzeitinterferenz-hologramme mit der Flutungsanlage angefertigt, so wird die Flutungsanlage vor dem Einlegen der Photoplatte mit Wasser gefüllt, da die Photoplatte in der Flutungsanlage schlecht trocknet. Die Hologrammplatte wird also belichtet, während sie im Wasser steht¹⁰. Da die Emulsion aufquillt, muß auch hier ca. 10 min gewartet werden, damit der Film sich während der Belichtung nicht bewegt.

Belichtung

Die Belichtung ist bei beiden Photoplattenarten die gleiche. Bei der Verwendung der Agfa 8E75 HD Emulsionen wird eine Belichtung von $25 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ empfohlen. Mit den Intensitäten, die man bei der Bestimmung des Verhältnisses zwischen Referenz- und Objektwelle gemessen hat, kann man die Belichtungsdauer berechnen. Hierbei ist zu beachten, daß die Referenzwelle, die letztlich entscheidend ist, nicht senkrecht auf die Photoplatte trifft, sondern unter einem Winkel von ca. 56° . Deshalb muß die Belichtungsdauer fast verdoppelt werden. Während das Hologramm belichtet wird, ist darauf zu achten, daß sich niemand im Raum bewegt.

⁸Um Verwechslungen zu vermeiden, werden diese im folgenden mit Glas-Photoplatten bezeichnet

⁹Ein Planfilm kostet 1995 ca. 3 DM, wogegen beschichtete Glasplatten ca. 10 DM kosten.

¹⁰Die Beobachtung des Hologramms erfolgt nach der Entwicklung natürlich auch bei mit Wasser gefüllter Flutungsanlage.

Entwicklung

Gefahren: Die Entwicklungschemikalien sind giftig und dürfen nicht auf die Haut gelangen. Das Tragen von Schutzhandschuhen ist deshalb unbedingt nötig, wenn mit den Chemikalien hantiert wird.

Für das Entwickeln von Hologrammen gibt es unzählige Rezepte. Für Praktikumsversuche, insbesondere wenn man holographische Interferometrie betreibt, ist es nicht so wichtig, daß das Hologramm ein Maximum an Helligkeit hat. Ein unproblematischer Entwicklungsprozeß, bei dem zum Beispiel die Chemikalien monatelang aufbewahrt werden können und nicht eine Stunde vor der Verwendung gemischt werden müssen, ist viel entscheidender. Außerdem ist es günstiger, wenn die Chemikalien auch für die Entwicklung mehrerer Hologramme geeignet sind, und nicht nach jedem Hologramm durch frische ersetzt werden müssen. Aus diesem Grund wurde folgendes Rezept gewählt [14], dessen Ausführung sich aber bei der Benutzung der Flutungsanlage von der bei normalen Hologrammen unterscheidet.

Weitere Entwicklungsrezepte findet man in [10] und [13].

Normale Hologramme: Hier sollte man während dem ganzen Entwicklungsprozeß Schutzhandschuhe tragen und eine Photozange benutzen, da die Entwicklungschemikalien giftig sind. Außerdem führen Tropfen, die auf Kleidungsstücke gelangen, zu Flecken, die sich nicht mehr auswaschen lassen. Das Planfilmstück muß so in das Schälchen gelegt werden, daß die empfindliche Seite nach oben zeigt. Außerdem muß darauf geachtet werden, daß das Planfilmstück immer mit Flüssigkeit bedeckt ist. Um eine bessere Zirkulation der Flüssigkeiten zu erreichen, sollten die Entwicklungsschälchen leicht geschwenkt werden.

- 2 min Entwickeln im Entwicklungsbad, das aus einem Gemisch aus 80% Wasser und 20% Dokumol besteht. Dokumol ist ein gewöhnlicher Schwarzweiß-Photoentwickler, der in fast jedem Photogeschäft erworben werden kann (Hersteller: Tetenal).
- 10 sec Zwischenwässern.
- 2 min Wässern. Die Wässerung findet unter fließendem Wasser statt. Steht kein Wasserhahn zur Verfügung, so kann der Planfilm in einem mit Wasser gefüllten Eimer geschwenkt werden.
- 45 sec Bleichen. Das Bleichmittel besteht aus 1 l dest. Wasser, 5 g Kaliumdichromat und 5 ml konz. Schwefelsäure. Kaliumdichromat ist krebsfördernd. Man sollte beim Umgang mit der Bleichflüssigkeit sehr vorsichtig sein und auf jeden

Fall Schutzhandschuhe tragen, da das Bleichmittel zwar nicht flüchtig ist, aber in die Haut eindringen kann.

- 10 sec Zwischenwässern.
- 10 min Wässern unter fließendem Wasser.
- 1 min in Wasser mit etwas Spülmittel legen. Dies hat zwei Vorteile: Zum einen verhindert es die Ablagerung von Kalk auf der Photoplatte, zum anderen bilden sich beim Trocknen keine Tropfen, was eine deutliche Verkürzung der Trockenzeit bedeutet.
- Trocknen des Films, indem er auf etwas Küchenpapier gestellt wird und an einen Gegenstand gelehnt wird.

Die Zwischenwässerungen sind notwendig, damit keine Chemikalien in den Abguß gelangen. Alle Abfälle werden in den dafür vorgesehenen Kanistern gesammelt.

Das Entwickeln mit der Flutungsanlage: An dieser Stelle wird vorausgesetzt, daß die Flutungsanlage schon 10 min vor der Belichtung mit Wasser gefüllt wurde.

- Wasser in der Flutungsanlage ablaufen lassen.
- Entwickler einlaufen lassen und 90 sec in der Flutungsanlage belassen.
- Entwickler ablaufen lassen und Flutungsanlage mit Wasser füllen, welches aber gleich wieder abgelassen wird.
- Flutungsanlage wieder mit Wasser füllen und dieses erst nach 2 min ablaufen lassen.
- Bleichmittel einlaufen lassen, und dieses dann ablaufen lassen, wenn die Photoplatte wieder transparent ist (etwa nach 45 sec).
- 3 mal mit Wasser spülen und dieses jeweils nach 30 sec wieder ablaufen lassen.
- Flutungsanlage wieder mit Wasser auffüllen und dieses in ihr belassen.
- Eventuell noch einmal wässern, wenn eine Trübung des Wassers eintritt.

Auch hier muß das Wasser, das nach dem Entwickeln bzw. Bleichen in der Flutungsanlage war, mitentsorgt werden.

Beobachtung

Sobald der Planfilm trocken ist, kann er zwischen die Glasplatten geklemmt werden und an den Aufnahmeort zurückgebracht werden (mit Baumwollhandschuhen arbeiten!). Blickt man nun durch das Hologramm, so sieht man das virtuelle Bild des Objektes. Bei der Flutungsanlage braucht das Hologramm nicht getrocknet werden. Hier ist das Hologramm sofort sichtbar.

Allgemeine Hinweise

Beleuchtung im Raum: Während die Photoplatte aus der Schachtel genommen wird, muß es im Raum absolut dunkel sein, um zu verhindern, daß andere Photoplatten beleuchtet werden. Absolut dunkel heißt, daß das Licht aus ist, der Laserstrahl abgeblockt ist und durch die Tür und die Fenster praktisch kein Licht dringt. Kleine Spalte, durch die etwas Licht eindringen kann, oder Kontrolllampen von elektrischen Geräten sind jedoch unerheblich. Sobald die Schachtel mit den anderen Filmen wieder geschlossen ist, kann für schwierigere Handlungen, etwa Einlegen der Photoplatte oder Veränderung der Objektposition bei der Doppelbelichtungstechnik eine gedämpfte grüne Lampe eingeschaltet werden, da die Agfa 8E75 HD Emulsion etwa um den Faktor 10 unempfindlicher für grüne Lichteinstrahlung ist. Man sollte jedoch nur in **dringenden** Fällen auf die grüne Beleuchtung zurückgreifen, da auch durch sie die Qualität des Hologramms verschlechtert wird. Am besten ist es, die Augen an die Dunkelheit zu gewöhnen. Außerdem ist es hilfreich, den ganzen Aufnahmevergang im Dunkeln zu üben. Erst vor dem Bleichen kann das normale Licht wieder eingeschaltet werden.

Fehlerquellen: Wenn das Hologramm nicht zu sehen ist, so liegt es in den meisten Fällen an unerwünschten Bewegungen des Objekts oder der Photoplatte. Auch sonstige Störungen des stationären Interferenzbildes sind eine Fehlerquelle. Kleinere Fehler beim Entwickeln oder Belichten (z.B. nicht genaues Einhalten der Zeiten) wirken sich dagegen nur auf die Qualität des Hologramms aus.

Gefahren: Die Entwicklungschemikalien sind giftig und dürfen nicht auf die Haut gelangen. Das Tragen von Schutzhandschuhen ist deshalb unbedingt nötig, wenn mit den Chemikalien hantiert wird.

Vorsicht beim Justieren: Der unaufgeweitete Laserstrahl darf nicht ins Auge fallen.

5.2 Aufgabenstellung

5.2.1 Das Michelson-Interferometer

Aufgabe: Mit Hilfe des Michelson-Interferometers ist die Stabilität des optischen Tisches und die Empfindlichkeit des Aufbaus auf Störungen zu untersuchen.

Durchführung: Der Aufbau des Michelson-Interferometers ist in Abbildung 1.4 auf Seite 9 dargestellt. Als Strahlteiler steht eine feste 50:50 Strahlteilerplatte zur Verfügung. Die beiden Spiegel werden so positioniert, daß der Weglängenunterschied der beiden interferierenden Strahlen ungefähr null ist. Um die Empfindlichkeit des Interferometers zu erhöhen, sollte die Entfernung vom Strahlteiler zum Spiegel möglichst groß sein. Über eine Linse mit der Brennweite $f=10$ mm gelangen die beiden Strahlen dann zum Schirm (oder auch zur Wand), wo die Interferenzerscheinung beobachtet werden kann.

Durch leichtes Kippen eines Spiegels erreicht man, daß sich auf dem Schirm Interferenzstreifen bilden, die eine bessere Beobachtung einer Störung des stationären Interferenzbildes ermöglichen.

Die Stabilität des optischen Tisches ist die Grundvoraussetzung holographischer Experimente, denn sonst werden Störungen über den Boden auf den Aufbau übertragen, die es unmöglich machen, ein Hologramm anzufertigen. Um die Stabilität zu untersuchen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Einige davon sind:

- Das Laufen von Personen.
- Anklopfen an die Tür.
- Mit der Faust auf den Fußboden schlagen.
- Klopfen auf die verschiedenen Elemente des Tisches (Metallgestell, Granitplatte, Metallplatte).

Das Interferenzbild kann jedoch auch durch Einflüsse, die nicht über den Boden übertragen werden, gestört werden. Dies kann beispielsweise folgendermaßen untersucht werden:

- Das Ein- und Ausschalten der Klimaanlage oder eines Ventilators.
- Erwärmung der Luft unter einem Teilstrahl mit einem Feuerzeug oder sogar mit einer Hand.
- Mit einem Blatt Papier einem Teilstrahl Luft „zufächern“.

5.2.2 Die holographische Interferometrie

Die Durchbiegung einseitig eingespannter Balken

Aufgabe: Bestimmen Sie aus einem Doppelbelichtungshologramm die Elastizitätsmodule von reinem weichen Aluminium, von α -Messing und von V2A-Stahl. Untersuchen Sie, ob der Verlauf der Durchbiegungskurve mit der theoretischen Kurve übereinstimmt.

Durchführung: Hier wird jeder Balken über einen Faden und eine Umlenkrolle mit einem Gewicht von ca. 0,2 N belastet. Nun geht man vor wie bei einer normalen Hologrammaufnahme. Nach der halben Belichtungszeit stoppt man jedoch den Belichtungsvorgang, hebt die Gewichte leicht an und schneidet **vorsichtig** die Fäden durch. Danach belichtet man zu Ende und entwickelt das Hologramm ganz normal.

Bei der Beobachtung kann der Rekonstruktionsstrahl mit dem variablen Strahlteiler heller gemacht werden, so daß das virtuelle Bild besser zu sehen ist. Hält man ein Lineal neben den Balken, den man ausmessen will, und beleuchtet dieses, so kann man die Zuordnung zwischen Intensitätsminima und Höhe leicht vornehmen.

Schwingung einer runden, eingespannten Aluminiumplatte

Aufgabe: Bestimmen Sie mit Hilfe eines Echtzeithologramms die Eigenschwingungen und Eigenfrequenzen einer runden, 0,5 mm starken eingespannten Aluminiumplatte.

Durchführung: Bevor das Hologramm aufgenommen wird, sollte schon jetzt die Schaltung für die stroboskopische Belichtung des Echtzeithologramms vorbereitet werden (siehe Abbildung 5.4).

Vom Frequenzgenerator wird der Lautsprecher sinusförmig betrieben, wobei das Signal noch verstärkt wird. Die Lautstärke wird mit dem Verstärker geregelt, wobei am Frequenzgenerator eine Ausgangsspannung von 4 V einzustellen ist¹¹. Mit einem synchronen Signal wird der Pulsgenerator getriggert („REPETITION TIME“ auf „extern“ stellen!). An dessen Aux-Ausgang liegt ein TTL-Signal an, dessen Breite und Zeitverzögerung (gegen das Signal des Frequenzgenerators) eingestellt werden kann. Mit diesem wird das Lasermodulatorsteuergerät getriggert. Hierzu muß der Pulsgenerator auf „SINGLE“-Mode eingestellt werden. Eine Überprüfung der richtigen Funktionsweise der Schaltung ist folgendermaßen möglich:

Der Lautsprecher wird vom Frequenzgenerator angeregt und synchron stroboskopisch beleuchtet. Bei geeigneter Wahl der Parameter am Pulsgenerator (Dauer und Verzögerung) kann man direkt die Auslenkung der Lautsprechermembran beobachten. Aller-

¹¹ Dies ist nötig, um dem Frequenzzähler die nötige Spannung zu liefern.

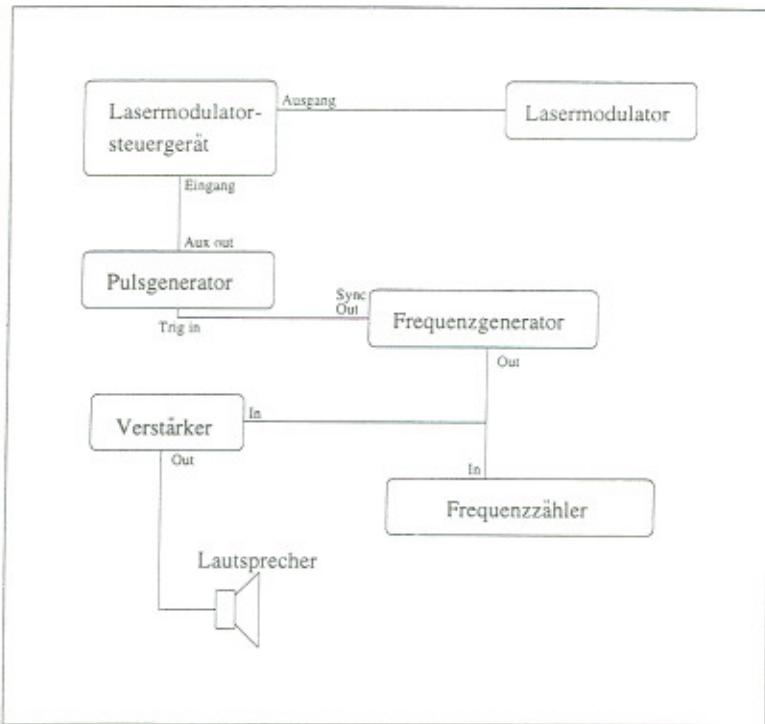


Abbildung 5.4: *Blockschaltbild für die stroboskopische Belichtung*

dings ist dies nur bei einer starken Auslenkung der Membran möglich. Aus diesem Grund sollte die Frequenz nicht zu hoch und eine große Lautstärke gewählt werden. Nun kann man ein Hologramm der Aluminiumplatte in der Ruhelage anfertigen, wobei schon jetzt der Lautsprecher direkt hinter dem Halter stehen sollte¹². Wie bei allen Hologrammaufnahmen muß der Betriebsartumschalter des Lasermodulatorsteuergeräts auf „High“ stehen. Nach dem Bleichen kann man sich vergewissern, ob das Hologramm gelungen ist¹³ (Objektstrahl abdecken!), wobei man jetzt sehr vorsichtig sein muß, da ein leichtes Berühren eines Spiegels o.ä. die Beobachtung der Interferenzerscheinungen unmöglich machen kann.

Auch ohne Bewegung der Aluminiumplatte wird man Interferenzen beobachten, denn eine leichte Veränderung der Photoplatten- oder Objektposition läßt sich nicht verhindern. Man wird jedoch feststellen, daß der Kontrast nicht so groß wie beim Doppelbelichtungshologramm ist. Eine Verbesserung besteht darin, daß mit dem variablen Strahlteiler die Intensitäten zwischen dem virtuellen und dem reellen Bild angeglichen werden, wobei auch hier der Objektstrahl **vorsichtig** nachkorrigiert¹⁴ werden muß. Es

¹²Allerdings so weit entfernt, daß sich beide nicht berühren können.

¹³Die Qualität des Hologramms ist jedoch deutlich schlechter als ohne Flutungsanlage.

¹⁴Da die Strahlteilerplatte nicht ganz senkrecht auf der Achse steht, ergibt sich eine Veränderung des Objektstrahls. Diese kann mit dem Spiegel und den zwei zum Strahl senkrechten Lineartischen

muß jedoch beachtet werden, daß der Kontrast nie so gut wie beim Doppelbelichtungshologramm wird, da eine völlige Übereinstimmung der Intensitäten für jeden Punkt der Aluminiumplatte nicht zu erreichen ist. Deshalb ist es manchmal besser, mit einem schlechteren Kontrast die Eigenfrequenzen zu bestimmen, und erst in einem zweiten Schritt den Kontrast zu erhöhen.

Durch **leichtes** Berühren des Aluminiumplattenhalters kann man nun beobachten, wie sich die Interferenzstreifen bewegen. Um die Eigenfrequenzen zu bestimmen, ist es notwendig, die Belichtung stroboskopisch vorzunehmen. Hierzu wird der Betriebsartumschalter des Modulatorsteuergeräts auf „Signal“ gestellt. Durch Variation der Frequenz, der Lautstärke, der Pulsbreite und Verzögerung des Pulses gegen das Triggersignal können nun die Eigenfrequenzen bestimmt werden.

Um zu untersuchen, welche Schwingungsbäuche der Aluminiumplatte sich bei der Belichtung zur Photoplatte hin- bzw. von der Photoplatte weg bewegt haben, verwendet man folgendes Verfahren:

Drückt man die Halterung der schwingenden Aluminiumplatte leicht auf die der Photoplatte abgewandten Seite, so erreicht man, daß die Aluminiumplatte sich von der Photoplatte weg bewegt. Durch die so erreichte Entfernung der Aluminiumplatte von der Photoplatte vergrößert sich der Gangunterschied des Objektstrahls. An Schwingungsbäuchen, die sich im Moment der Belichtung von der Photoplatte weg bewegt haben, bewirkt dieser zusätzliche Gangunterschied, daß die dunklen Interferenzstreifen schon bei einer geringeren Auslenkung der Aluminiumplatte zu sehen sind. Das bedeutet, daß die Interferenzstreifen nach außen wandern. Analog wandern bei Schwingungsbäuchen, die sich im Moment der Belichtung zur Photoplatte hinbewegt haben, die Interferenzstreifen nach innen.

des Raumfilters ausgeglichen werden, wobei es auch hier vorteilhaft ist, den Hilfsschirm mit den konzentrischen Kreisen zu verwenden.

Kapitel 6

Ergebnisse

6.1 Durchbiegung der Metallbalken

Von den Metallbalken wurde ein Doppelbelichtungshologramm angefertigt. Dieses wurde photographiert und ist in Abbildung 6.1 zu sehen.

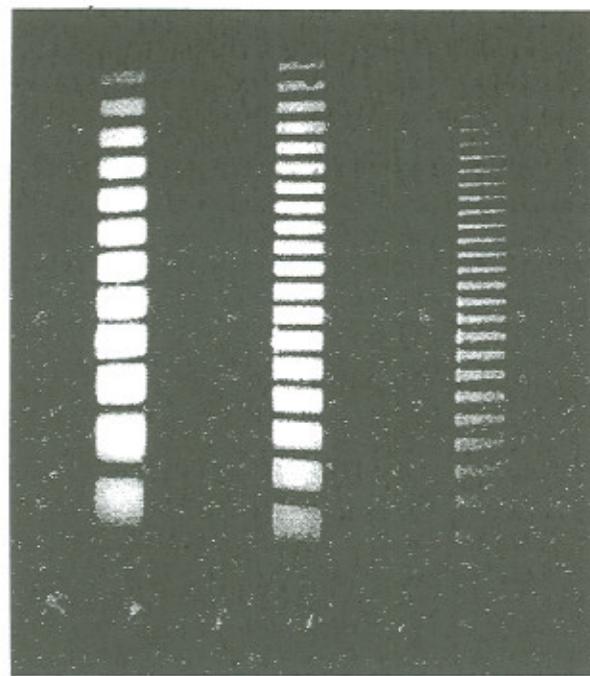


Abbildung 6.1: Durchbiegung der Metallbalken. Links der Stahlbalken, in der Mitte der Messingbalken und rechts der Aluminiumbalken

Bei der Auswertung wurde für jedes Minimum die Entfernung zur Einspannstelle bestimmt und graphisch dargestellt (Abbildung 6.2 bis 6.4). Um das Elastizitätsmodul zu bestimmen, muß die theoretisch erhaltene Kurve an die Meßpunkte angepaßt und aus-

dem so erhaltenen Parameter das Elastizitätsmodul bestimmt werden. Die Funktion hierfür lautet $y = P1 \cdot (5x^2 - x^3/6)$, wobei y die Durchbiegung und x der Abstand zur Einspannstelle in cm ist. Die erhaltenen Parameter und die daraus folgenden Elastizitätsmodule für die drei verschiedenen Materialien sind in Tabelle 6.1 zusammengefaßt. In den Abbildungen 6.2 bis 6.4 sind die so gewonnenen Durchbiegungskurven gestrichelt eingezeichnet, wobei man sieht, daß ein systematischer Fehler vorhanden ist und die Kurve deutlich von den Meßpunkten abweicht.

Eine Lösung hierfür wäre, daß der Balken bei der Durchbiegung nicht fest eingespannt bleibt, sondern noch gekippt wird. Für diesen Fall muß die anzupassende Kurve noch mit einem linearen Term und einem konstanten Faktor erweitert werden. Sie lautet also $y = P1 \cdot (5x^2 - x^3/6) + P2 \cdot x + P3$. Auch die so erhaltenen Parameter und Elastizitätsmodule sind in Tabelle 6.1 zu finden. Außerdem sind die entsprechenden Kurven in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 eingezeichnet.

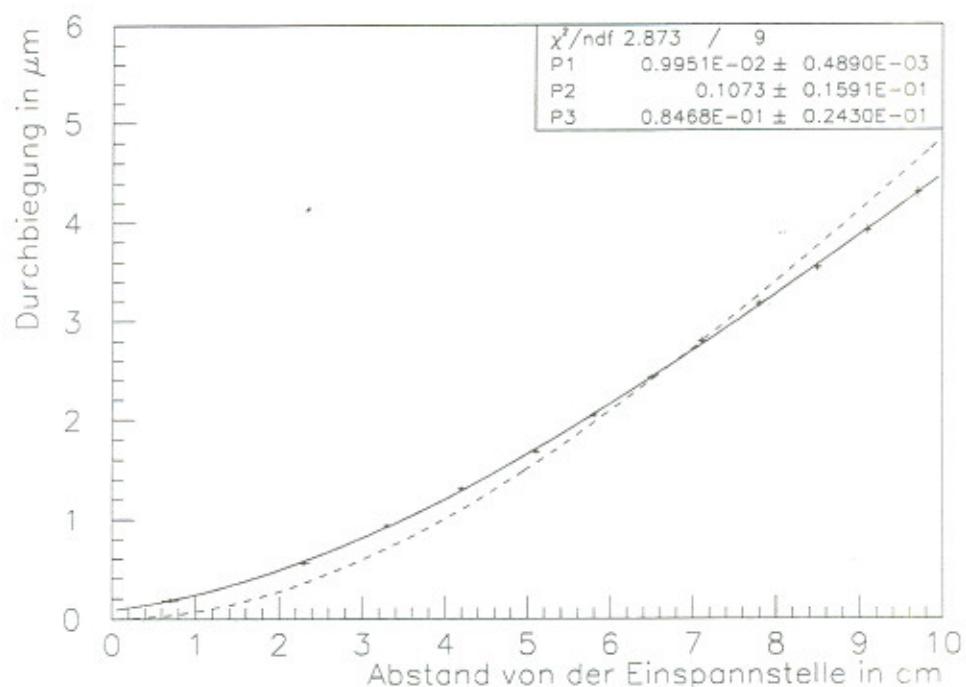


Abbildung 6.2: Durchbiegung des Stahlbalkens

Durchgezogene Kurve: Hier wurde im Fit noch eine Kippung des Balkens berücksichtigt, was zu einem linearen Term und einem konstanten Faktor führt. Die Fit-Funktion lautet also $y = P1 \cdot (5x^2 - x^3/6) + P2 \cdot x + P3$. Rechts oben sind die erhaltenen Parameter angegeben.

Ohne Berücksichtigung der Kippung würde sich die gestrichelte Kurve ergeben.

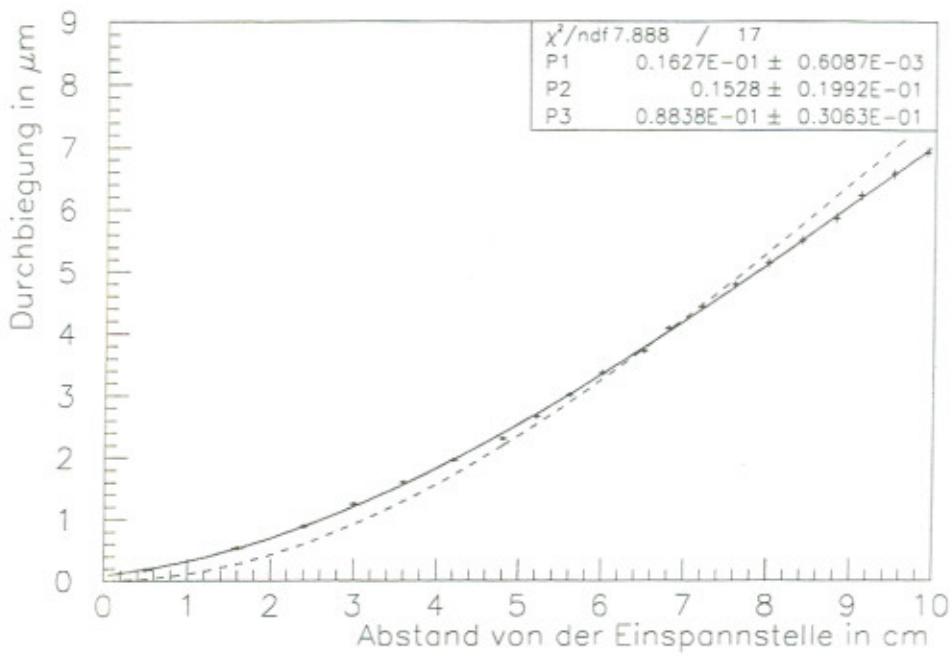


Abbildung 6.3: Durchbiegung des Messingbalkens

Durchgezogene Kurve: Mit Berücksichtigung einer Kippung. Rechts oben sind die dafür erhaltenen Parameter angegeben.

Ohne Berücksichtigung der Kippung würde sich die gestrichelte Kurve ergeben.

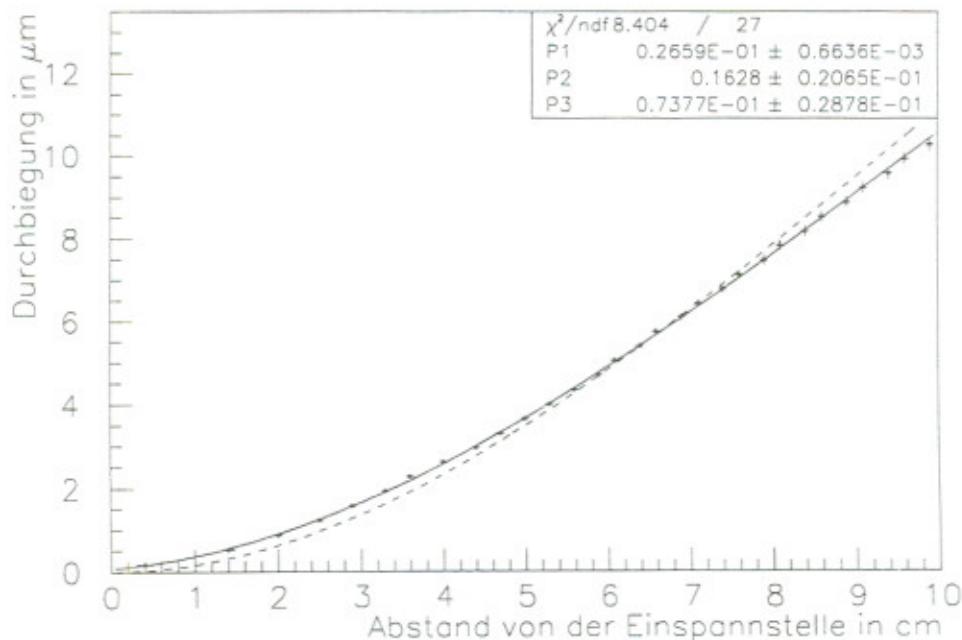


Abbildung 6.4: Durchbiegung des Aluminiumbalkens

Durchgezogene Kurve: Mit Berücksichtigung einer Kippung. Rechts oben sind die dafür erhaltenen Parameter angegeben.

Ohne Berücksichtigung der Kippung würde sich die gestrichelte Kurve ergeben.

		Fit-Parameter	χ^2	$E \text{ in } 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$E_{\text{Lit.}} \text{ in } 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
V2A-Stahl	ohne Kippung	$P1 = 0,0145 \pm 0,0001$	35,1	132 ± 11	195
		$P1 = 0,0100 \pm 0,0005$			
	mit Kippung	$P2 = 0,107 \pm 0,016$	0,32	193 ± 18	100
		$P3 = 0,085 \pm 0,024$			
α -Messing	ohne Kippung	$P1 = 0,0227 \pm 0,0001$	25,9	85 ± 7	100
		$P1 = 0,0163 \pm 0,0006$		118 ± 10	
	mit Kippung	$P2 = 0,153 \pm 0,020$	0,46		
		$P3 = 0,088 \pm 0,031$			
Aluminium	ohne Kippung	$P1 = 0,0334 \pm 0,0001$	13,1	57 ± 5	72
		$P1 = 0,0266 \pm 0,0007$		72 ± 6	
	mit Kippung	$P2 = 0,163 \pm 0,021$	0,31		
		$P3 = 0,074 \pm 0,029$			

Tabelle 6.1: Ergebnisse für die Durchbiegung der Metallbalken. Für jedes Material wurde das Elastizitätsmodul ohne und mit Berücksichtigung einer Kippung des Balkens bestimmt.

6.2 Eigenschwingungen der runden Aluminiumplatte

Mit der Echtzeittechnik wurden die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen einer runden am Rand eingespannten Aluminiumplatte bestimmt. Die Eigenfrequenzen sind in Tabelle 6.2 aufgeführt und in Abbildung 6.5 graphisch dargestellt, wobei die experimentell ermittelten Frequenzen gegen die theoretisch errechneten aufgetragen sind und eine Gerade durch den Ursprung angefittet ist. Normalerweise sollte man eine Gerade mit der Steigung 1 erwarten. In Abbildung 6.5 ist deutlich zu erkennen, daß zwar eine Gerade den Meßpunkten sehr gut angepaßt ist, die Steigung aber nur 0.906 ± 0.003 beträgt. Dieser systematische Fehler könnte von falschen Materialkonstanten, die in die theoretische Berechnung eingehen, oder aber von einer schlechten Befestigung des Randes der Aluminiumplatte herrühren.

In den Abbildungen 6.6 bis 6.11 sind Photos eines Echtzeithologramms zu sehen, die bei verschiedenen Anregungsfrequenzen aufgenommen wurden. Hierbei wurde in den

Abbildungen 6.6 bis 6.10 eine Eigenfrequenz für die Anregung gewählt, so daß die dazugehörige Eigenschwingung zu sehen ist. In Abbildung 6.11 wurde die Anregungsfrequenz zwischen zwei dicht benachbarte Eigenfrequenzen eingestellt, so daß eine Überlagerung der beiden Eigenschwingungen zu sehen ist.

Eigenfrequenz	f_{00}	f_{10}	f_{20}	f_{01}	f_{30}
Frequenz in Hz	454 ± 5	976 ± 8	1576 ± 12	1820 ± 15	2307 ± 20
Eigenfrequenz	f_{11}	f_{21}	f_{02}	f_{50}	
Frequenz in Hz	2801 ± 25	3883 ± 35	4095 ± 35	4186 ± 35	

Tabelle 6.2: Die Eigenfrequenzen der runden am Rand eingespannten Aluminiumplatte

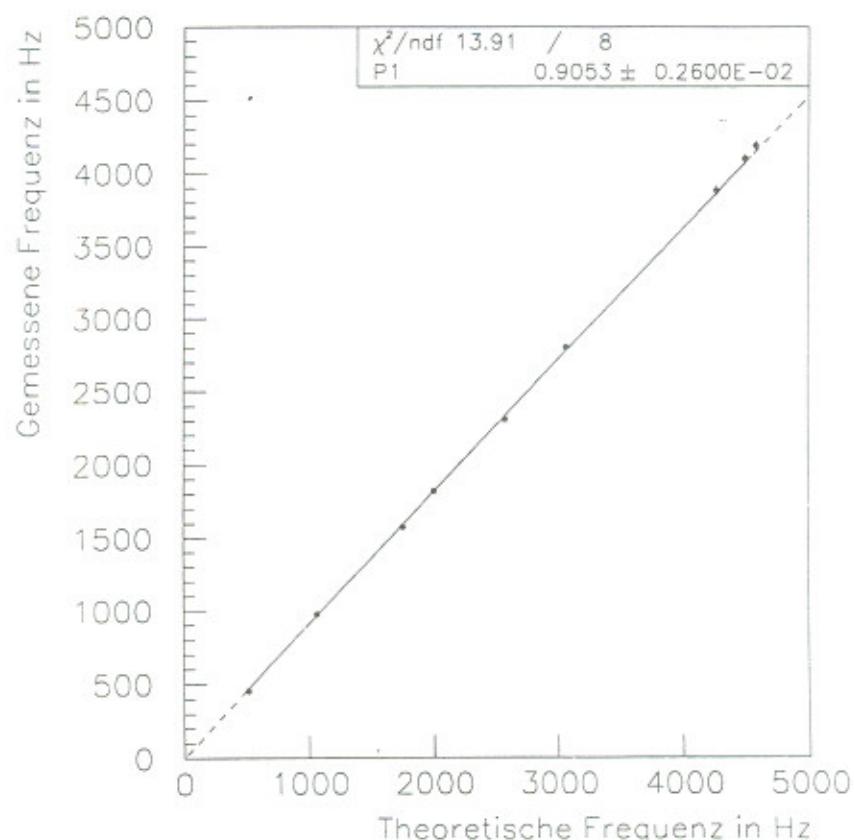


Abbildung 6.5: Gemessene Eigenfrequenzen gegen die theoretisch berechneten der runden Aluminiumplatte. Außerdem ist noch die an die Meßpunkte angepaßte Gerade eingezeichnet.

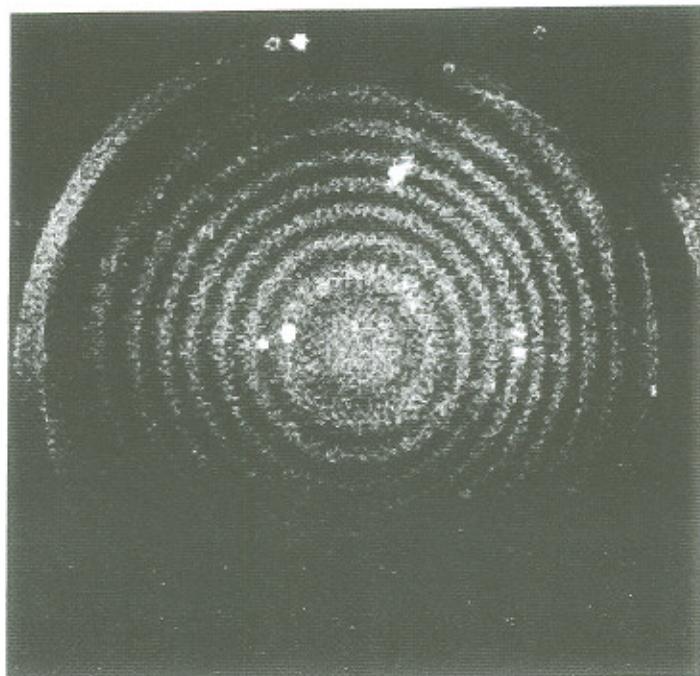


Abbildung 6.6: Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 458 Hz (f_{00})

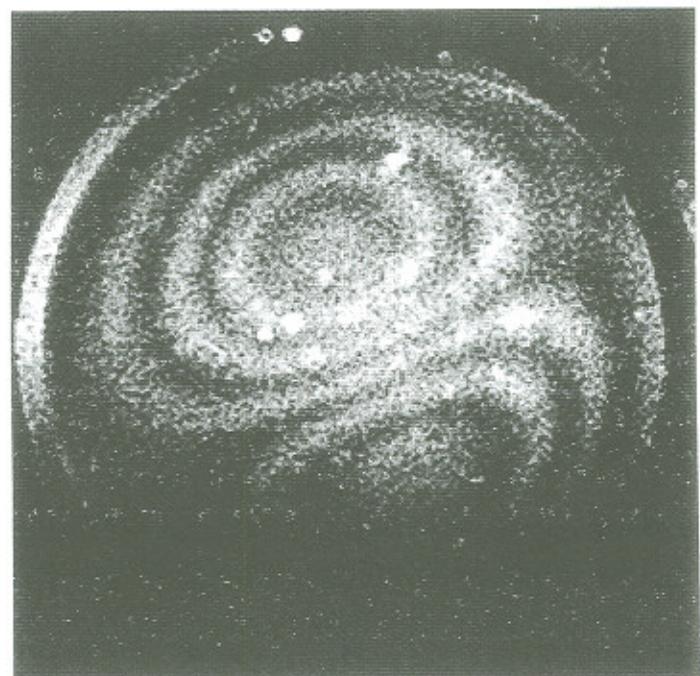


Abbildung 6.7: Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 976 Hz (f_{10})

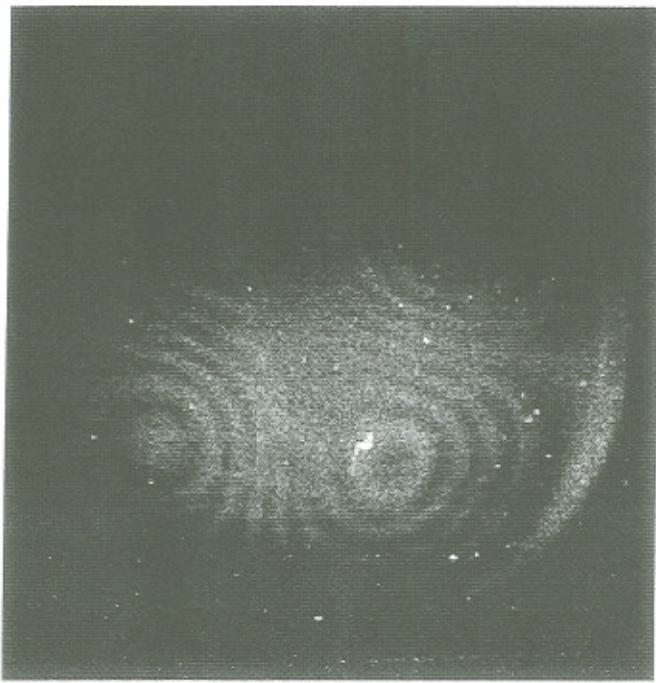


Abbildung 6.8: Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 1576 Hz (f_{20})

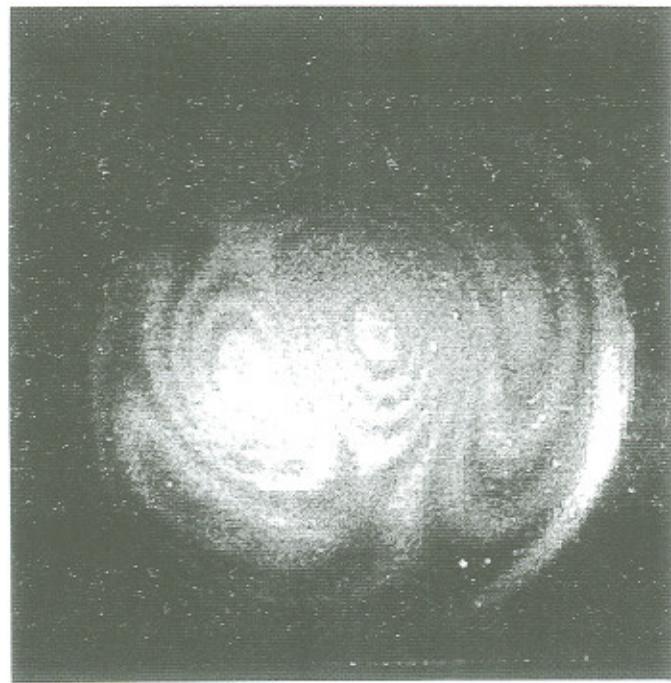


Abbildung 6.9: Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 2801 Hz (f_{11})



Abbildung 6.10: *Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 3883 Hz (f_{21})*

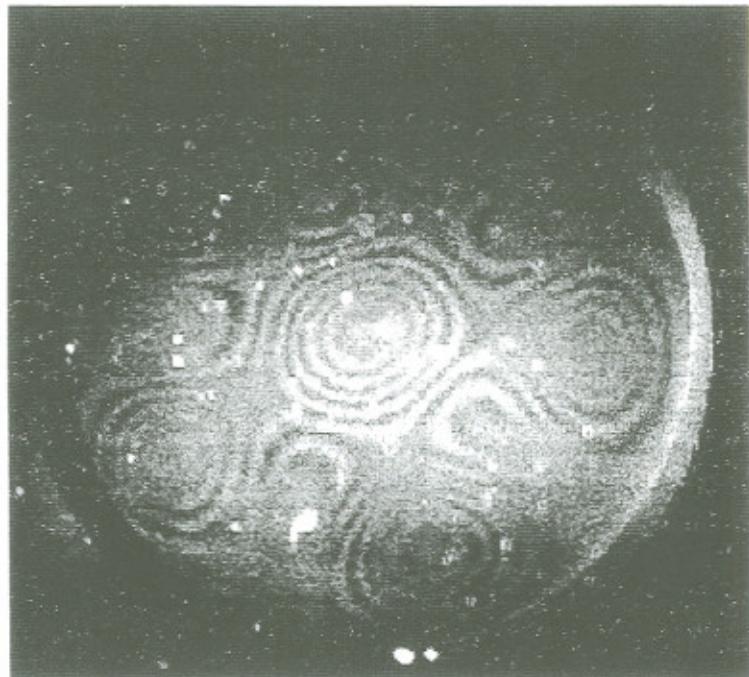


Abbildung 6.11: *Überlagerung zweier Eigenschwingungen der Aluminiumplatte bei 4150 Hz (f_{50} und f_{02})*

Zusammenfassung

Der im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Praktikumsversuch ermöglicht mit dem Verfahren der holographischen Interferometrie, Objektveränderungen bis $0,2 \mu\text{m}$ sehr genau zu messen.

Die verwendeten Methoden waren zum einen das Doppelbelichtungsverfahren, bei dem zwei verschiedene Objektzustände in einer Hologrammplatte gespeichert werden. Mit dieser Technik wurde das Elastizitätsmodul von Metallen aus ihrer Durchbiegungskurve bestimmt. Die erzielte Genauigkeit bei der Bestimmung der Durchbiegungskurve lag bei etwa drei Prozent. Da mit einer holographischen Aufnahme sehr viele Meßpunkte zur Verfügung stehen, konnte die theoretische Durchbiegungskurve leicht mit der experimentell erhaltenen verglichen werden.

Das Verfahren ist so genau, daß sogar Defekte der untersuchten Objekte, etwa eine schlechte Befestigung der Metallbalken, sichtbar gemacht wurden.

Zum anderen konnten mit dem Echtzeitverfahren, bei dem der aktuelle Objektzustand direkt mit einem vorher gespeicherten verglichen wird, die Eigenfrequenzen einer am Rand eingespannten runden Aluminiumplatte gemessen werden. Die Genauigkeit dieses Verfahrens lag unter einem Prozent. Der große Vorteil, den die holographische gegenüber anderen Methoden hat, ist die direkte Visualisierung der zu der Eigenfrequenz gehörenden Eigenschwingung.

Abschließend kann man sagen, daß mit der holographischen Interferometrie ein Verfahren zur Verfügung steht, mit dem sehr präzise Materialkonstanten und Eigenfrequenzen verschiedener Objekte untersucht werden können.

Anhang A

Berechnung der Biegung eines Balkens und der Eigenschwingung einer Platte

A.1 Grundbegriffe beim deformierbarer Festkörper

Bevor das Verhalten deformierbarer Festkörper untersucht wird, ist es notwendig, die Definitionen der einzelnen Materialkonstanten zu erläutern. Die Definitionen der einzelnen Größen werden aus [15] übernommen.

A.1.1 Definition des Elastizitätsmoduls

Wirkt eine Kraft F auf einen Draht der Länge l und des Querschnitts A , so gilt für die relative Verlängerung $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ bei nicht zu großer Belastung der dehnenden Spannung $\sigma = \frac{F}{A}$ folgender Zusammenhang:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma.$$

Dies nennt man das Hooksche Gesetz. Die Konstante E ist eine Materialkonstante und wird Elastizitätsmodul genannt.

A.1.2 Definition der Poisson-Zahl

Durch das Ziehen eines Drahtes ergibt sich auch eine Verkürzung der Querdimension. Man definiert die Poisson-Zahl μ als das Verhältnis

$$\mu = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}.$$

Hierbei ist $\frac{\Delta d}{d}$ die relative Verkürzung der Querdimension und $\frac{\Delta l}{l}$ die relative Verlängerung.

A.1.3 Definition des Torsionsmoduls

Eine Kraft F , die tangential zu einer Fläche A wirkt (Scherkraft), kippt alle zu A senkrechten Kanten eines Quaders um den Winkel α , der proportional zur Schubspannung $\tau = \frac{F}{A}$ ist (siehe Abbildung A.1):

$$\tau = G\alpha.$$

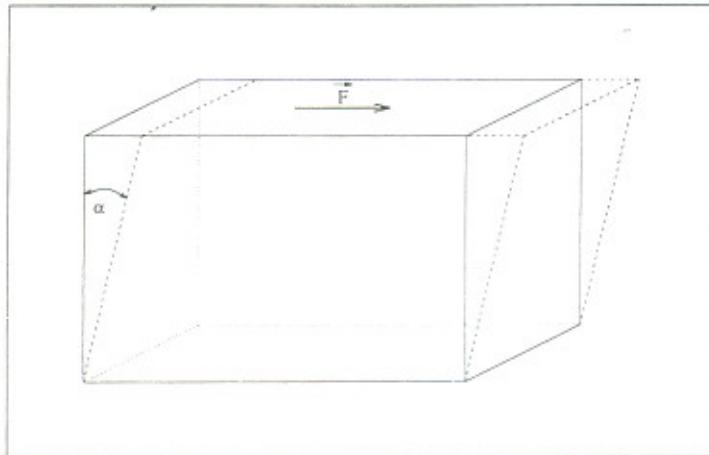


Abbildung A.1: Deformation eines Quaders durch Scherkräfte (aus [15])

Die Konstante G heißt Torsionsmodul.

In Tabelle A.1 sind für einige Materialien die oben beschriebenen Konstanten aufgeführt [15].

Material	E	G	μ
Al, rein, weich	72	27	0,34
V2A-Stahl (Cr, Ni)	195	80	0,28
α -Messing, kaltgezogen	100	36	0,38

Tabelle A.1: Tabelle elastischer Konstanten (aus [15]).
 E, G : Elastizitäts-, Torsionsmodul in 10^9 N/m^2 ; μ : Poisson-Zahl.

A.2 Berechnung der Biegung eines Balkens

Die folgende Berechnung geht auf J.Bernoulli zurück und wird aus [3] übernommen: Man geht von folgender Überlegung aus: Man denkt sich den Balken in eine Anzahl dünner horizontaler Schichten zerlegt. Wird nun der Balken gebogen, so gibt es in der Mitte eine Schicht, die keine Längenänderung erleidet. Diese wird als die neutrale Schicht bezeichnet. Schichten überhalb dieser werden gedehnt, diejenigen, die unterhalb dieser liegen, werden gepreßt. Eine weitere Voraussetzung von Bernoulli ist, daß keine Schubspannungen berücksichtigt werden¹. Die Biegssteifigkeit wird also lediglich durch die Längenänderung, die durch das Hooksche Gesetz hervorgerufen wird, bedingt.

Man führt ein Koordinatensystem so ein, daß die x-Achse in Richtung des Balkens und die z-Achse in die entgegengesetzte Richtung der Krafteinwirkung zeigt (siehe Abbildung A.2). Betrachtet man zwei im Abstand dx befindliche Querschnitte, so bilden diese nach der Verbiegung einen Winkel $d\alpha$. Für die Länge l einer im Abstand z von der neutralen Schicht befindlichen Schicht gilt $l = (r + z) d\alpha$. Also gilt für die relative Längenänderung

$$\frac{(r + z) d\alpha - r d\alpha}{dx} = z \frac{d\alpha}{dx} = \frac{z}{r}.$$

(Wegen $dx = r d\alpha$ folgt $\frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{r}$.)

Für die relative Längenänderung $\frac{\Delta l}{l}$, die durch eine Kraft dF hervorgerufen wird und die an dem Querschnittselement $dz dy$ angreift, gilt mit der Definition des Elastizitätsmoduls

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{dF}{dz dy}.$$

Es folgt also

$$dF = \frac{Ez}{r} dz dy.$$

¹Dies bedeutet, daß ebene Querschnitte, die senkrecht auf der Achse des Balkens stehen, auch nach der Deformation eben und senkrecht zur Achse bleiben.

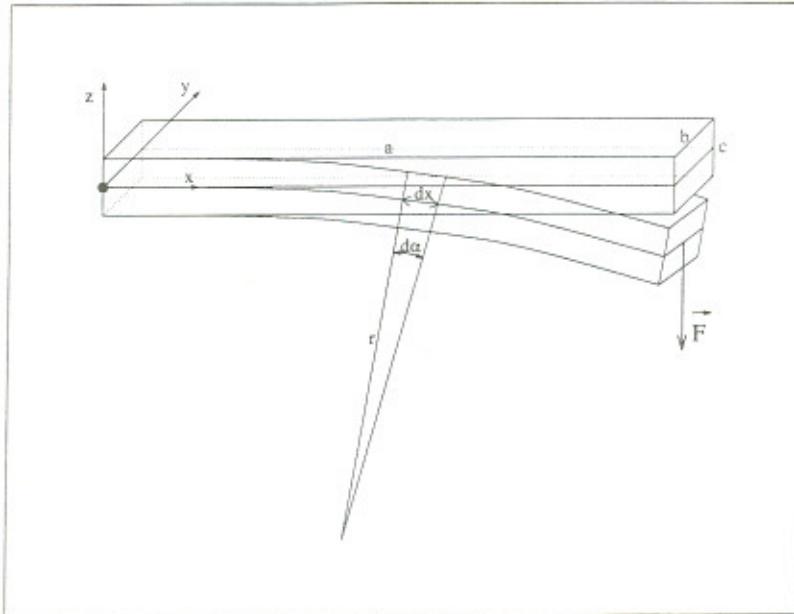


Abbildung A.2: Biegung eines Balkens (aus [3])

Durch diese Kraft wird ein Drehmoment \mathbf{T} hervorgerufen, für dessen Betrag sich

$$T = \int z dF = \frac{E}{r} \int z^2 dz dy$$

ergibt. Wird ein rechteckiger Querschnitt mit der Breite b und der Höhe c angenommen, so gilt

$$T = \frac{E}{r} \int_{y=0}^b \int_{z=-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} z^2 dz dy = \frac{Ebc^3}{12r}.$$

Im Gleichgewicht wird dieses Drehmoment durch das von der äußeren Kraft \mathbf{F} , die am Balkenende bei $x = a$ wirkt, hervorgerufene Drehmoment \mathbf{T}' kompensiert. Am Ort x gilt für den Betrag von \mathbf{T}'

$$T' = F(a - x).$$

Es gilt also im Gleichgewicht

$$\frac{Ebc^3}{12r} = F(a - x).$$

Da die Balkenbiegung nur gering ist, die Kurve also nur wenig von der Horizontalen abweicht, gilt für die Krümmung $\frac{1}{r} = -\frac{d^2z}{dx^2}$. Man erhält also

$$\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{12F}{Ebc^3}(a - x).$$

Zweimalige Integration und Berücksichtigung, daß bei $x = 0$ sowohl z als auch $\frac{dz}{dx}$ verschwinden, liefert das Ergebnis

$$z = -\frac{12F}{Ebc^3} \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right).$$

Für die Senkung am Endpunkt ($x = a$) gilt

$$z_a = -\frac{4Fa^3}{Ebc^3},$$

A.3 Berechnung der Eigenschwingungen einer run- den eingespannten Platte

Die Herleitung der Differentialgleichung, die die Bewegung der kreisförmigen Platte beschreibt, ist sehr aufwendig, weshalb hier nicht näher darauf eingegangen werden soll. Eine ausführliche Herleitung ist in [16] oder [17] zu finden. Man erhält nach [17]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{h^2 E}{12\rho(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \right) = 0, \quad (\text{A.1})$$

wobei h die Dicke, ρ die Dichte, E das Elastizitätsmodul und μ die Poisson-Zahl der Platte und u die Auslenkung der Platte aus der Gleichgewichtslage am Ort (x,y) zur Zeit t ist. Mit

$$D = \frac{h^2 E}{12\rho(1-\mu^2)}$$

und

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

vereinfacht sich die Differentialgleichung zu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + D\Delta\Delta u = 0.$$

Durch Trennung der Variablen $u = T(t)U(x,y)$ folgt

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + n^2 T \quad (\text{A.2})$$

und

$$\Delta\Delta U - k^4 U = 0 \quad (\text{A.3})$$

mit $k^4 = \frac{n^2}{D}$. Gleichung A.2 hat als allgemeine Lösung

$$T(t) = C_1 \sin(nt + t_0).$$

Gleichung A.3 lässt sich in folgende umschreiben:

$$(\Delta + k^2)(\Delta - k^2)U = 0.$$

Man geht nun zu Polarkoordinaten über und erhält

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - k^2 \right) U = 0. \quad (\text{A.4})$$

Diese Gleichung zerfällt in die beiden Differentialgleichungen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + k^2 U = 0 \quad (\text{A.5})$$

und

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} - k^2 U = 0. \quad (\text{A.6})$$

Jede Lösung von A.5 oder A.6 genügt also der Gleichung A.4. Außerdem entsteht Gleichung A.6 aus Gleichung A.5, indem man k durch ik ersetzt. Es genügt also, wenn man die Lösungen von Gleichung A.5 kennt. Dazu führt man wieder eine Variablentrennung durch:

$$U(r, \varphi) = R(r)\Phi(\varphi),$$

und erhält die beiden Differentialgleichungen

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0 \quad (\text{A.7})$$

und

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(k^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R = 0. \quad (\text{A.8})$$

Gleichung A.7 hat die allgemeine Lösung

$$\Phi(\varphi) = C_2 \sin(m\varphi + \varphi_0),$$

wobei m ganzzahlig sein muß, damit die periodische Randbedingung $\Phi(x) = \Phi(2\pi + x)$ erfüllt ist. Nun hat man nur noch Gleichung A.8 zu lösen. Führt man die Variablen-substitution $kr = x$ durch, so erhält man aus A.8 die bekannte Besselsche Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right) R = 0.$$

Die allgemeine Lösung lautet bei ganzzahligem m [18]:

$$R_m(x) = C_3 J_m(x) + C_4 Y_m(x),$$

wobei $J_m(x)$ die Besselfunktion erster Gattung m -ter Ordnung und $Y_m(x)$ die Bessel-funktion zweiter Gattung m -ter Ordnung bezeichnet. Da $Y_m(x)$ für $x \rightarrow 0$ und damit auch für $r \rightarrow 0$ divergiert, bleibt als Lösung

$$R_m(r) = C_3 J_m(kr).$$

Damit erhält man als Lösung von Gleichung A.5

$$U_m(r, \varphi) = C \sin(m\varphi + \varphi_0) J_m(kr).$$

Wie oben erläutert, gewinnt man die Lösung von Gleichung A.6, indem man k durch ik ersetzt, und erhält so als Lösung U'_m von A.6

$$U'_m(r, \varphi) = D \sin(m\varphi + \varphi_0) J_m(ikr).$$

Da es sich bei Gleichung A.3 um eine lineare Differentialgleichung handelt, ist mit U_m und U'_m auch $U_m + U'_m$ eine Lösung von A.3 (Superpositionsprinzip). Man erhält also als Lösung von A.3:

$$U_m(r, \varphi) = \sin(m\varphi + \varphi_0) (C J_m(kr) + D J_m(ikr)).$$

Nun müssen noch die Randbedingungen berücksichtigt werden:

Die Platte mit dem Radius R ist am Rand fest eingespannt ($\Rightarrow U(r = R, \varphi) = 0$), und außerdem kann sie am Rand nicht abknicken (im Gegensatz zur Membran) ($\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0$). Dies führt auf zwei Gleichungen für die zwei unbekannten $\frac{D}{C}$ und k :

$$J_m(kR) + \frac{D}{C} J_m(ikR) = 0,$$

$$\left. \frac{dJ_m(kr)}{dr} \right|_{r=R} + \frac{D}{C} \left. \frac{dJ_m(ikr)}{dr} \right|_{r=R} = 0.$$

Durch Eliminieren von $\frac{D}{C}$ erhält man mit $\frac{dJ_m(x)}{dx} = \frac{1}{2}(J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x))$ [17] folgende Gleichung (mit $x = kR$):

$$J_m(ix) [J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x)] - i J_m(x) [J_{m-1}(ix) - J_{m+1}(ix)] = 0, \quad (\text{A.9})$$

die man nun numerisch lösen kann. Mit $n = \frac{x_{m\nu}^2}{R^2} \sqrt{D}$ und $n = 2\pi f$ lassen sich die Eigenfrequenzen f der runden Platte berechnen, wobei mit $x_{m\nu}$ die Lösungen von A.9 bezeichnet werden. Man erhält letztendlich für die Eigenfrequenzen:

$$f_{m\nu} = \frac{x_{m\nu}^2}{2\pi R^2} h \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\mu^2)}}.$$

Für $x_{m\nu}$ wurden mit Hilfe eines Computers einige $x_{m\nu}$ -Werte berechnet, die in Tabelle A.2 zu finden sind. Sie sind geordnet nach Zahl und Art der Knotenlinien, wobei der Index m die Zahl der radialen und ν die Zahl der zirkulären Knotenlinien bezeichnet. In Abbildung A.3 sind die $x_{m\nu}^2$ -Werte, die proportional zu den Eigenfrequenzen sind, graphisch dargestellt.

Um sich ein Bild über die Schwingungsform der Platte bei festgehaltener Zeit zu machen, werden diese in Abbildung A.4 für ein paar $x_{m\nu}$ -Werte dargestellt². Die gleichen Eigenschwingungen sind in Abbildung A.5 als Höhenprofil, wie sie auch bei der holographischen Interferometrie zu sehen sein sollten, dargestellt.

²Um die Schwingungsform deutlich zu machen, sind die Amplituden stark vergrößert, obwohl natürlich für so große Amplituden die Differentialgleichung A.1 nicht mehr gilt.

$x_{m\nu}$	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$	$m = 7$
$\nu = 0$	3,196	4,611	5,906	7,144	8,347	9,526	10,687	11,835
$\nu = 1$	6,306	7,799	9,197	10,537	11,837	13,107	14,355	15,585
$\nu = 2$	9,439	10,958	12,402	13,795	15,150	16,475	17,776	19,085

Tabelle A.2: Tabelle einiger $x_{m\nu}$ -Werte

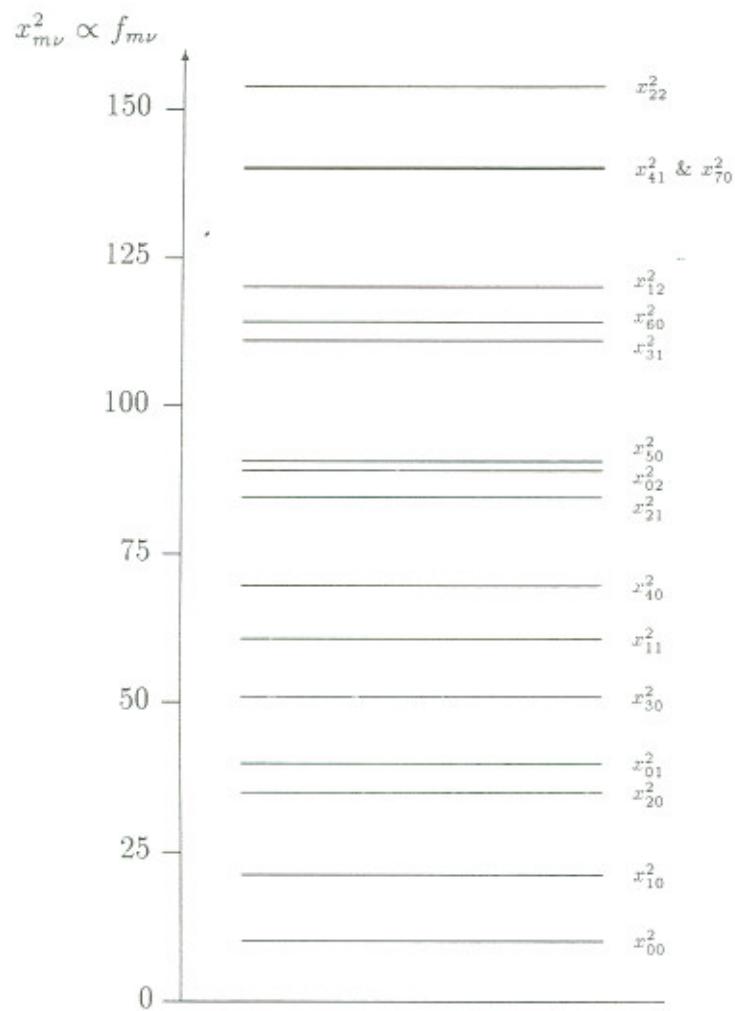


Abbildung A.3: Termschema der $x_{m\nu}^2$ -Werte bis 160

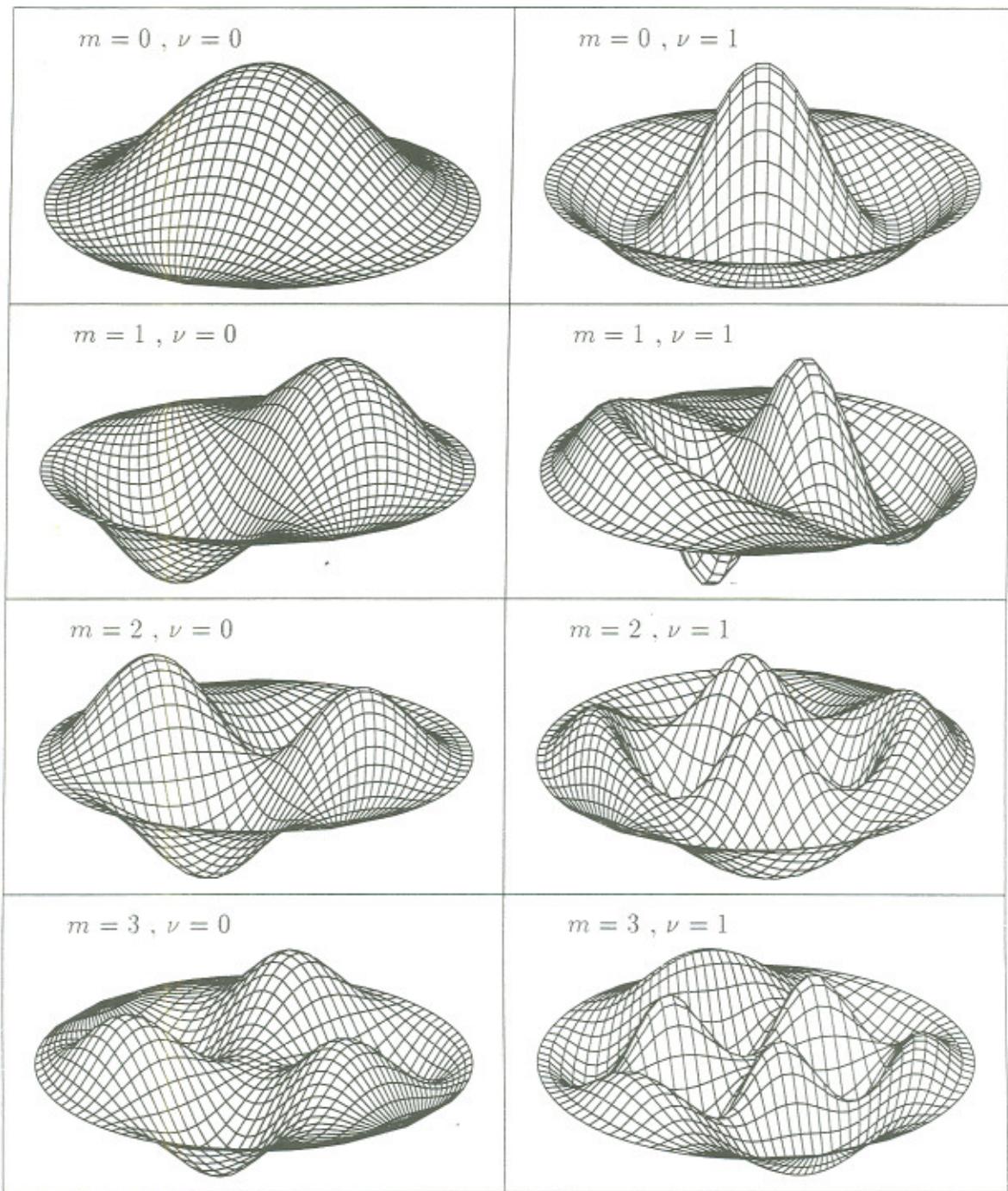


Abbildung A.4: Eigenschwingungen der runden eingespannten Platte für verschiedene $x_{m\nu}$ -Werte.

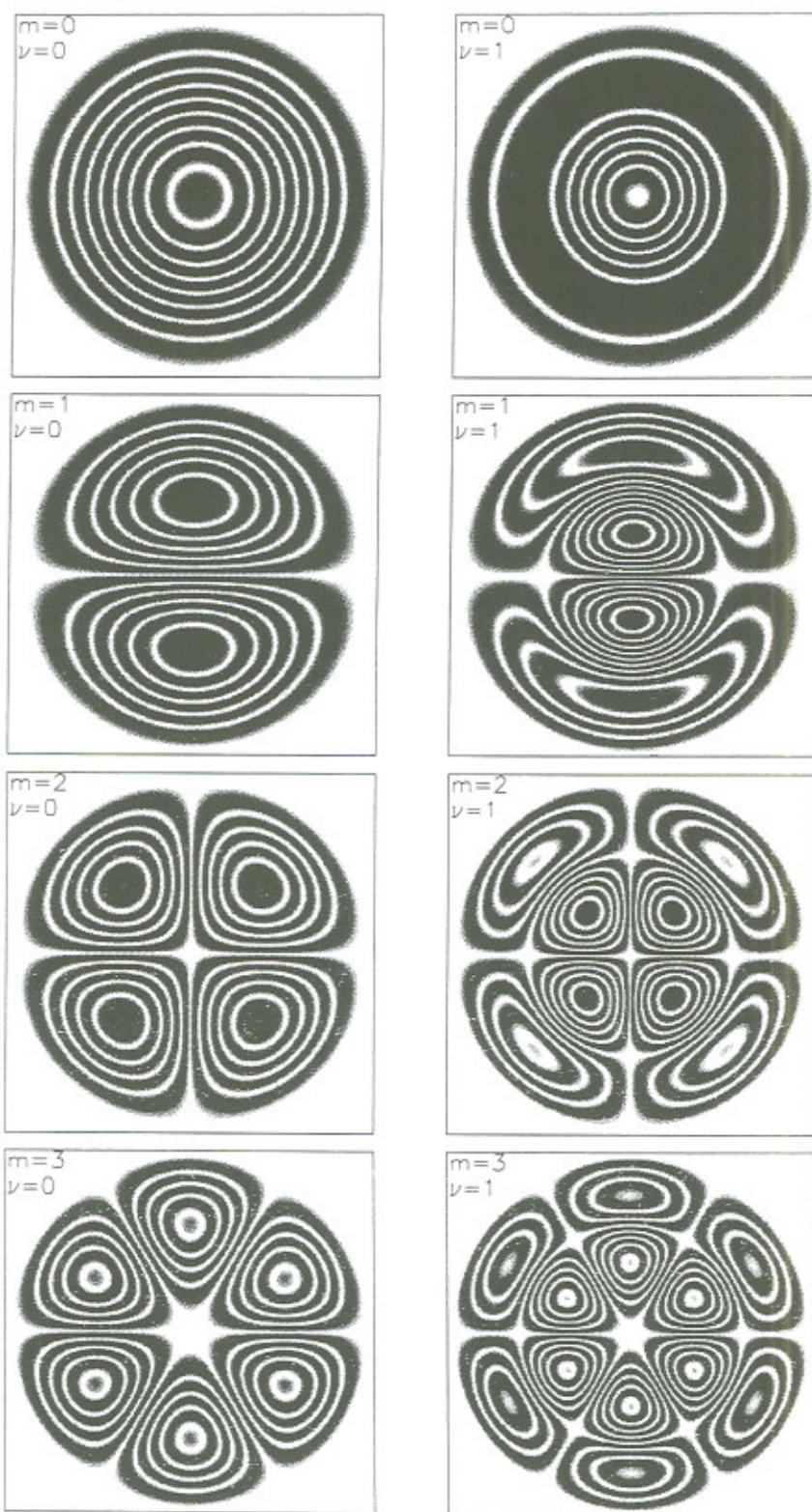


Abbildung A.5: Eigenschwingungen der runden eingespannten Platte für verschiedene $x_{m\nu}$ -Werte (Höhenliniendarstellung).

Literaturverzeichnis

- [1] Honerkamp J.; Römer H.: Klassische Theoretische Physik. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York (1989).
- [2] Jackson J.D.: Klassische Elektrodynamik. de Gruyter-Verlag, Berlin New York (1981).
- [3] Joos G.: Lehrbuch der Theoretischen Physik. Aula-Verlag, Wiesbaden (1989).
- [4] Bergmann L.; Schäfer C.: Lehrbuch der Experimentalphysik Band 3 (Optik). de Gruyter-Verlag, Berlin (1987).
- [5] Wernicke G.; Osten W.: Holographische Interferometrie. VEB Fachbuchverlag, Leipzig (1982).
- [6] Eichler J.; Ackermann G.: Holographie. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1993).
- [7] Groh G.: Holographie. Verlag W.Kohlhammer GmbH, Stuttgart Berlin Köln Mainz (1973).
- [8] Miler M.: Optische Holographie. Verlag Karl Thiemic AG, München (1978).
- [9] Kiemle H.; Röss D.: Einführung in die Technik der Holographie. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt a.M. (1969).
- [10] Lenk H.: Holographie. Georg Thieme Verlag, Leipzig (1971).
- [11] Powell R.L.; Stetson K.A.: Interferometric Vibration Analysis by Wavefront Reconstruction. *J. Opt. Soc. Am.* **55** (1965) 1593-1598.
- [12] Stetson K.A.; Powell R.L.: Interferometric Hologram Evaluation and Real-Time Vibration Analysis of Diffuse Objects. *J. Opt. Soc. Am.* **55** 1694-1695.
- [13] Unterseher F.; Hansen J.; Schlesinger B.: Handbuch der Holographie. Popa Verlag, München Frankfurt (1991).
- [14] Heiß P.: Holographie-Fibel. Wittig Fachbuchverlag, Hückelhoven (1988).

- [15] Gerthsen C.; Vogel H.: Physik. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1993).
- [16] Landau L.D.; Lifschitz E.D.: Lehrbuch der theoretischen Physik Band VII (Elastizitätstheorie). Akademie-Verlag, Berlin (1991).
- [17] Webster A.G.; Szegö G.: Partielle Differentialgleichungen der mathematischen Physik. B.G.Teubner-Verlag, Leipzig Berlin (1930).
- [18] Bronstein I.N.; Semendjajew K.A.: Taschenbuch der Mathematik. B.G.Teubner-Verlag, Leipzig (1989).

Abbildungsverzeichnis

1.1	Interferenz zweier ebener Wellen	6
1.2	Interferenz einer ebenen mit einer Kugelwelle	7
1.3	Beugung an einem Spalt	8
1.4	Aufbau des Michelson-Interferometers	9
2.1	Schematischer Aufbau eines Holographie-Experimentes	11
2.2	Hologrammaufnahme	12
2.3	Schwärzung der Photoplatte	13
2.4	Hologrammwiedergabe	14
2.5	Schwärzung der Photoplatte	17
2.6	Transmissions- und Reflexionshologramm	20
3.1	Prinzipieller Aufbau bei der holographischen Interferometrie	23
3.2	Einseitig durchgebogener Balken	24
3.3	Verlauf der Funktion $\cos^2\left(\frac{1}{2}x\right)$	26
3.4	Verlauf der Funktion $J_0^2(x)$	28
3.5	Verlauf der Funktion $\sin^2\left(\frac{1}{2}x\right)$	30
3.6	Verlauf der Funktion $1 - J_0(x)$	31
4.1	Amplitudentransmission gegen Belichtung	33
5.1	Frontplatte des Steuergeräts	36
5.2	Aufbau für Hologrammaufnahmen	37
5.3	Der Raumfilter	38
5.4	Blockschaltbild	47

6.1	Durchbiegung der Metallbalken	49
6.2	Durchbiegung eines Stahlbalkens	50
6.3	Durchbiegung eines Messingbalkens	51
6.4	Durchbiegung eines Aluminiumbalkens	51
6.5	Eigenfrequenzen der Aluminiumplatte	53
6.6	Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 458 Hz	54
6.7	Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 976 Hz	54
6.8	Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 1576 Hz	55
6.9	Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 2801 Hz	55
6.10	Eigenschwingung der Aluminiumplatte bei 3883 Hz	56
6.11	Schwingung der Aluminiumplatte bei 4150 Hz	56
A.1	Deformation eines Quaders durch Scherkräfte	59
A.2	Biegung eines Balkens	61
A.3	Termschema der $x_{m\nu}^2$ -Werte	65
A.4	Eigenschwingungen der runden eingespannten Platte	66
A.5	Höhenliniendarstellung der Eigenschwingungen	67

Tabellenverzeichnis

2.1 Vergleich der Beugungswirkungsgrade	19
3.1 Nullstellen und Maxima von $J_0^2(\delta)$	27
6.1 Ergebnisse für die Durchbiegung der Metallbalken	52
6.2 Die Eigenfrequenzen der Aluminiumplatte	53
A.1 Tabelle elastischer Konstanten	60
A.2 Tabelle einiger $x_{m\nu}$ -Werte	65

Danksagung

Danken möchte ich ganz besonders Herrn Prof. Dr. Andreas Bamberger für die Überlassung des interessanten Themas und die sehr gute Betreuung. Insbesondere möchte ich ihm dafür danken, daß er auf meinen Wunsch, ein eigenständiges Thema zu bearbeiten, eingegangen ist.

Bei Herrn Holger Stützler möchte ich mich für die permanente Ansprechbarkeit und Hilfe bei der Beschaffung diverser Komponenten für den Versuch bedanken.

Ebenfalls bedanke ich mich bei den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt unter der Leitung von Herrn Hanser und Herrn Herr für die Geduld und Begeisterung bei Planung und Bau der für den Versuch notwendigen Bauteile.

Allen Mitgliedern der Abteilung gilt mein Dank für ihre Freundlichkeit und Hilfsbereitschaft.

Besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir mein Studium möglich machen. Sie leisten damit einen der unauffälligsten, aber zugleich wichtigsten und Beiträge zu dieser Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich Kerstin dafür danken, daß sie es immer geschafft hat, einverständnisvolles Gesicht zu zeigen, wenn ich sie mal wieder frustriert mit meinen Problemen konfrontiert habe.

