

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG I.BR.

Physikalisches Institut

---

## Der Mößbauer-Effekt

---

Constanze Burckhardt  
3541420  
LA Geographie/Physik  
<constanze.burckhardt@web.de>

Annelie Schön  
3501731  
LA Mathematik/Sport/Physik  
<lili.schoen@web.de>

**15. Oktober 2016**  
**Fortgeschrittenen Praktikum II**  
**Assistent: Veronika Magerl**

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Kurzzusammenfassung</b>	<b>6</b>
<b>2 Aufgaben</b>	<b>7</b>
<b>3 Theoretische Grundlagen</b>	<b>8</b>
3.1 Radioaktiver Zerfall . . . . .	8
3.2 Wechselwirkungen von Photonen mit Materie . . . . .	10
3.3 Resonanzabsorption . . . . .	12
3.4 Mößbauer-Effekt . . . . .	13
3.4.1 Debye-Waller-Faktor . . . . .	15
3.4.2 Isomerieververschiebung . . . . .	16
3.4.3 Hyperfeinaufspaltung . . . . .	16
<b>4 Aufbau und Durchführung</b>	<b>17</b>
<b>5 Geräte</b>	<b>19</b>
<b>6 Auswertung</b>	<b>22</b>
6.1 Oszilloskopbilder . . . . .	22
6.2 Energiekalibrierung des MCA . . . . .	25
6.3 Bestimmung des Compton-Untergrunds . . . . .	32
6.4 Abschwächung durch Plexiglas . . . . .	33
6.5 Einlinienabsorber: Edelstahl . . . . .	35
6.5.1 Isomerieververschiebung . . . . .	36
6.5.2 Direkte Bestimmung der Lebensdauer . . . . .	37
6.5.3 Effektive Absorberdicke . . . . .	38
6.5.4 Alternative Bestimmung der Lebensdauer . . . . .	39
6.5.5 Debye-Waller-Faktor . . . . .	40
6.6 Sechslinienabsorber: Natureisen . . . . .	40
6.6.1 Isomerieververschiebung . . . . .	42
6.6.2 Magnetische Momente . . . . .	44
6.6.3 Magnetfeld am Kernort . . . . .	45
6.6.4 Direkte Bestimmung der Lebensdauer . . . . .	45
6.6.5 Effektive Absorberdicke . . . . .	46
6.6.6 Alternative Bestimmung der Lebensdauer . . . . .	47
6.6.7 Debye-Waller-Faktor . . . . .	48
<b>7 Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>49</b>
7.1 Energiekalibrierung des MCA . . . . .	49
7.2 Bestimmung des Compton-Untergrunds . . . . .	49

7.3	Abschwächung durch Plexiglas . . . . .	50
7.4	Einlinienabsorber: Edelstahl . . . . .	50
7.5	Sechslinienabsorber: Natureisen . . . . .	51
<b>8</b>	<b>Quellenverzeichnis</b>	<b>54</b>
<b>9</b>	<b>Anhang</b>	<b>55</b>
9.1	Energiespektrum Co . . . . .	55
9.2	Messprotokoll . . . . .	55

## Abbildungsverzeichnis

1	Zerfallsschema von $^{57}\text{Co}$ . . . . .	10
2	Wechselwirkungen von Photonen in Blei, aufgetragen über den Massenabsorptionskoeffizienten $\frac{\mu}{\rho}$ . . . . .	11
3	Frequenzspektren $Z(\omega)$ der Gitterschwingungen von Einstein-Modell (a), Debye-Modell (b) und realem Gitter (c). . . . .	14
4	Debye-Waller-Faktoren für die Isotope $^{57}\text{Fe}$ und $^{187}\text{Re}$ in Abhängigkeit der Temperatur. . . . .	15
5	Hyperfeinaufspaltung von $^{57}\text{Fe}$ . . . . .	16
6	Schematischer Versuchsaufbau. . . . .	17
7	Schematische Darstellung der Pulsformen im Versuch. . . . .	18
8	Prinzipielle Funktionsweise des Photmultipliers . . . . .	20
9	Aufnahme des Signals mit dem Oszilloskop vor dem Hauptverstärker. . . . .	22
10	Aufnahme des Signals mit dem Oszilloskop am unipolaren (a) und am bipolaren Ausgang des Hauptverstärkers (b). . . . .	23
11	Aufnahme der Signale mit dem Oszilloskop am bipolaren Ausgang des Hauptverstärkers und am positiven Ausgang des SCA. . . . .	23
12	Aufnahme der Signale mit dem Oszilloskop am positiven Ausgang des SCA und am Gate ohne Input (a) und mit Input (b). . . . .	24
13	Aufnahme der Signale mit dem Oszilloskop am positiven Ausgang des SCA (blaues Signal) und am Gate mit Input (gelbes Signal) bei einem Delay von 2 $\mu\text{s}$ . . . . .	24
14	Energiespektrum von Cu. . . . .	26
15	Energiespektrum von Rb. . . . .	26
16	Energiespektrum von Mo. . . . .	27
17	Energiespektrum von Ag. . . . .	27
18	Energiespektrum von Ba. . . . .	28
19	Energiespektrum von Tb. . . . .	28
20	Eichgerade zur Energiekalibrierung des MCA. . . . .	30
21	Gauß-Fit des 14,4 keV-Peak von $^{57}\text{Co}$ . . . . .	31
22	Doppelter Exponential-Fit zur Bestimmung des Compton-Untergrunds. . . . .	32
23	Exponential-Fit zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\mu}{\rho}$ für 14,4 keV-Photonen. . . . .	34
24	Absorptionsspektrums des Einlinienabsorbers. . . . .	36
25	Relative Linienverbreiterung über Absorberdicke für den Einlinienabsorber. . . . .	39
26	Absorptionsspektrums des Sechslinienabsorbers. . . . .	41
27	Relative Linienverbreiterung über Absorberdicke für den Sechslinienabsorber. . . . .	47
28	Energiespektrum von Co. . . . .	55

## Tabellenverzeichnis

1	Ergebnisse der Isomerieverschiebung $E_{iso}$ , der direkt bestimmten Lebensdauer $\tau_0$ , der alternativ berechneten Lebensdauer $\tau$ und des Debye-Waller-Faktors $f_Q$ für den Einlinienabsorber. . . . .	6
2	Ergebnisse der Isomerieverschiebung $E_{iso}$ , der magnetischen Momente $\mu_a$ des angeregten Zustands und des Magnetfelds $B$ am Kernort beim Sechslinienabsorber. . . . .	6
3	Charakteristische Röntgenfluoreszenzpeaks der Targets der Americiumquelle. . . . .	19
4	Literaturwerte der $K_\alpha$ -Energien und gemessene Positionen. . . . .	29
5	Isomerieverschiebung beim Sechslinienabsorber. . . . .	42
6	Magnetische Quantenzahlen der Hyperfeinaufspaltung von $^{57}\text{Fe}$ . . . . .	42
7	Natürliche Linienbreite $\Gamma_0$ , Lebensdauer $\tau_0$ und Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}0}$ beim Sechslinienabsorber. . . . .	45
8	Amplitudenverhältnis und effektive Absorberdicke beim Sechslinienabsorber. . . . .	46
9	Relative Linienverbreiterung $W$ , natürliche Linienbreite $\Gamma$ , Lebensdauer $\tau$ und Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$ beim Sechslinienabsorber. . . . .	48
10	Debye-Waller-Faktoren beim Sechslinienabsorber. . . . .	48
11	Experimentell bestimmte Ergebnisse und Literaturwerte der Isomerieverschiebung $E_{iso}$ , der effektiven Absorberdicke $T_A$ , der direkt bestimmten Lebensdauer $\tau_0$ , der alternativ berechneten Lebensdauer $\tau$ und des Debye-Waller-Faktors $f_Q$ . . . . .	51
12	Experimentell bestimmte Ergebnisse und Literaturwerte der Isomerieverschiebung $E_{iso}$ , der magnetischen Momente $\mu_a$ des angeregten Zustands und des Magnetfelds $B$ am Kernort beim Sechslinienabsorber. . . . .	52

# 1 Kurzzusammenfassung

Das nach Rudolf Ludwig Mößbauer benannte Phänomen der rückstoßfreien Resonanzabsorption wurde erstmals 1958 entdeckt. Drei Jahre später wurde Mößbauer der Nobelpreis dafür verliehen, wobei er in seiner Ansprache besonders die Nützlichkeit seiner Entdeckung für mehrere Gebiete der Physik und Chemie betonte ([1, S.1]). Darüber hinaus findet die Mößbauer-Spektroskopie heutzutage Anwendung in der Archäologie, bei der Aufschlüsse über die Herstellung alter, eisenhaltiger Tonkeramiken gewonnen werden können, und in der Raumfahrt, die den Effekt zur Analyse von Eisenverbindungen im Boden des Mars nutzen wird ([2]).

Ziel des Versuchs ist es, Absorptionslinien von Natureisen und Edelstahl aufzunehmen, die von der schmalen Linie bei 14,4 keV einer Eisenquelle ausgehen. Dabei wird die Transmission durch eine resonant absorbierende Folie bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten gemessen, sodass die mittlere Lebensdauer  $\tau$  des 14,4 keV Zustands bestimmt werden kann und die Isomerieververschiebungen, sogenannte „Chemical shifts“, sowie Magnetfelder am Kernort genau vermessen werden können. Für den Einlinienabsorber wurden die Ergebnisse in Tab. 1 gefunden. In Tab. 2 sind die Ergebnisse des Sechslinienabsorbers dargestellt.

Tabelle 1: **Ergebnisse der Isomerieververschiebung  $E_{iso}$ , der direkt bestimmten Lebensdauer  $\tau_0$ , der alternativ berechneten Lebensdauer  $\tau$  und des Debye-Waller-Faktors  $f_Q$  für den Einlinienabsorber.**

Größe	Experimenteller Wert
$E_{iso}$	(9,2 ± 0,3) neV
$\tau_0$	(94 ± 6) ns
$\tau$	(168 ± 12) ns
$f_Q$	(0,41 ± 0,03)

Tabelle 2: **Ergebnisse der Isomerieververschiebung  $E_{iso}$ , der magnetischen Momente  $\mu_a$  des angeregten Zustands und des Magnetfelds  $B$  am Kernort beim Sechslinienabsorber.**

Größe	Experimenteller Wert
$E_{iso}$	(4,5 ± 0,5) neV
$\mu_{a,ab}$	(-0,158 ± 0,004) $\mu_N$
$\mu_{a,ac}$	(-0,155 ± 0,002) $\mu_N$
$\mu_{a,bc}$	(-0,155 ± 0,002) $\mu_N$
$B_{ab}$	(32,6 ± 0,5) T
$B_{ac}$	(32,8 ± 0,5) T
$B_{bc}$	(33 ± 2) T

## 2 Aufgaben

- Energiekalibrierung des Multi Channel Analysers (MCA) mit Hilfe der  $K_{\alpha}$ -Linien verschiedener Metalle
- Bestimmung der durch Compton-Streuung verursachten Untergrundrate
- Ermittlung der Isomerieverschiebung, der effektiven Absorberdicke, des Debye-Waller-Faktors der Quelle und der mittleren Lebensdauer des 14,4 keV Zustands aus dem Absorptionsspektrum eines Einlinien- (Edelstahl) und Sechslinienabsorbers (Naturisenen), sowie die Bestimmung der Magnetfelder am Kernort und des magnetischen Moments für den Sechslinienabsorber

## 3 Theoretische Grundlagen

Das Kapitel behandelt zunächst radioaktive Zerfälle, grundlegende Effekte der Wechselwirkung von Photonen mit Materie, bevor der Mößbauer-Effekt und die damit ableitbaren Größen beschrieben werden.

### 3.1 Radioaktiver Zerfall

Das folgende Kapitel wurde bereits im Protokoll der Versuche „Kurze Halbwertszeiten“ und „Szintillationszähler“ behandelt und aus diesen übernommen (s. hierzu [3], [4] und [5]).

Instabile Atomkerne zerfallen unter Aussendung von radioaktiver Strahlung. Die Ausgangskerne werden „Mutterkerne“ und die Zerfallsprodukte „Tochterkerne“ genannt. Das Zerfallsgesetz gibt an, wie viele Kerne N nach einer Zeit t existieren:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

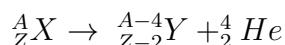
Hierbei ist  $N_0$  die Anzahl der Kerne zum Zeitpunkt  $t = 0$  und  $\tau$  die mittlere Lebensdauer, die den zeitlichen Erwartungswert für die Existenz eines Zustands beschreibt.

Der Zeitpunkt, zu dem die Hälfte der Kerne zerfallen ist, wird Halbwertzeit  $T_{\frac{1}{2}}$  genannt. Mit (1) lässt sich folgender Zusammenhang herleiten:

$$T_{\frac{1}{2}} = \tau \ln(2) \quad (2)$$

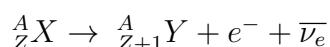
#### $\alpha$ -Zerfall

Beim  $\alpha$ -Zerfall emittiert ein Atomkern X einen Helium-Kern, auch  $\alpha$ -Teilchen genannt, das aus zwei Protonen und zwei Neutronen besteht. Dadurch entsteht ein neuer Atomkern Y mit um vier verminderter Massenzahl A und um zwei verminderter Protonenzahl Z :



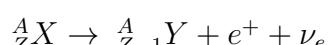
#### $\beta^-$ -Zerfall

Ein Neutron wandelt sich in ein Proton um und sendet dabei ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino aus. Daher erhöht sich die Protonenzahl Z um eins:



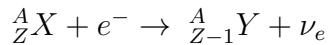
#### $\beta^+$ -Zerfall

Ein Proton wandelt sich in ein Neutron um und sendet dabei ein Positron und ein Elektron-Neutrino aus. Daher vermindert sich die Protonenzahl Z um eins:



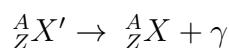
## Elektroneneinfang

Beim Elektroneneinfang wird die Protonenzahl Z durch Einfang eines Bahnelektron um eine Einheit vermindert. Bei diesem Zerfallsprozess wird ein Elektronen-Neutrino emittiert:



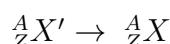
## $\gamma$ -Zerfall

Der  $\gamma$ -Zerfall ist eine Begleiterscheinung der oben diskutierten Kernzerfälle. Die entstehenden Tochterkerne gehen vom angeregten Zustand  $X'$  unter Aussendung von elektromagnetischer  $\gamma$ -Strahlung in einen energetisch niedrigeren Zustand  $X$  über. Dabei ändern sich Massenzahl und Protonenzahl nicht:



## Innere Konversion

Bei der inneren Konversion findet ein strahlungsloser Übergang vom angeregten Zustand  $X'$  zu einem energetisch niedrigeren Zustand  $X$  statt. Die freiwerdende Energie wird auf ein Hüllenelektron übertragen und dieses ausgesendet. Dabei ändern sich wie beim  $\gamma$ -Zerfall Massenzahl und Protonenzahl nicht:



## Auger-Effekt

Nach einem Elektroneneinfang oder einer inneren Konversion befindet sich in der Atomhülle ein unbesetzter Energiezustand. Diese Lücke wird durch ein Elektron aus einer höheren Ordnung aufgefüllt und die freiwerdende Bindungsenergie durch Emission eines charakteristischen Röntgenquants oder eines Auger-Elektrons abgegeben. Der strahlungslose Übertrag der Bindungsenergie an ein Elektron wird Auger-Effekt genannt. Da beim Auger-Effekt erneut eine Leerstelle entsteht, kann wiederholt Röntgenstrahlung oder ein Auger-Elektron emittiert werden.

## Zerfall von ${}^{57}\text{Co}$

Im Versuch wird der 14,4 keV-Zustand von  ${}^{57}\text{Fe}$  untersucht. Dieses entsteht zu 99,8% über Elektroneneinfang aus  ${}^{57}\text{Co}$  und geht direkt über  $\gamma$ -Strahlung in den Grundzustand über bzw. durch  $\gamma$ -Strahlung und innere Konversion (vgl. Abb. 1).

Der Zustand 14,4 keV hat bei einer Halbwertszeit von  $T_{1/2} = 98\text{ ns}$  (s. Abb. 1) eine mittlere Lebensdauer von  $\tau = 1,41 \cdot 10^{-7}\text{s}$ .

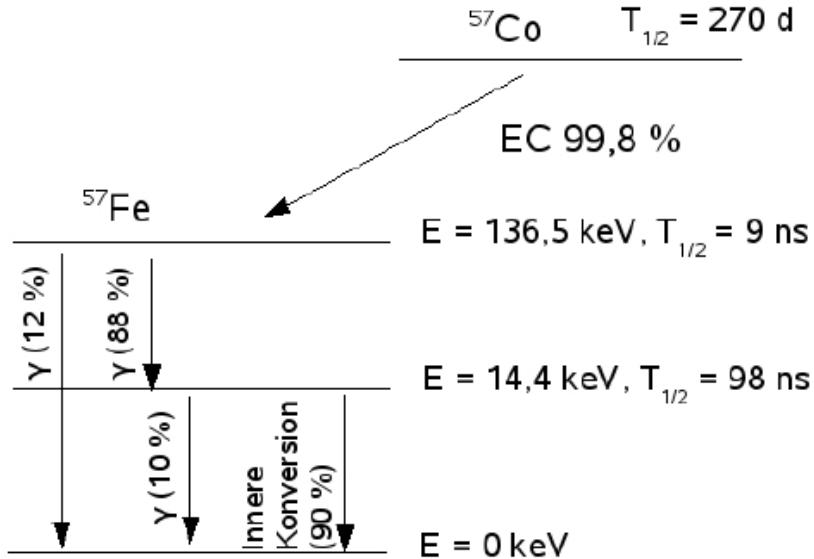


Abbildung 1: Zerfallsschema von  $^{57}\text{Co}$ . Quelle:[4, S.1].

### 3.2 Wechselwirkungen von Photonen mit Materie

Das folgende Kapitel basiert auf [3, S.24ff.].

Nach dem Absorptionsgesetz gilt für die Intensität  $I$  eines Photonenstrahls, dass die einfallende Intensität  $I_0$  mit der Dicke  $x$  der Materieschicht exponentiell abnimmt.

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (3)$$

Dabei ist  $\mu$  der Absorptionskoeffizient, der von Photonenenergie und Art des Mediums abhängt. Dieser setzt sich aus den verschiedenen Wechselwirkungen durch Photo-, Comptoneffekt und Paarbildung zusammen.

$$\mu = \mu_{Photo} + \mu_{Compton} + \mu_{Paar} \quad (4)$$

Ebenso wird der Massenabsorptionskoeffizient  $\frac{\mu}{\rho}$  verwendet, der auf die Dichte  $\rho$  normiert ist. Er ist in Abb. 2 gegen die Energie der Photonen aufgetragen. Hier wird offensichtlich, dass bei niederen Energiebereichen bis ca. 100 keV der Photoeffekt dominiert, während ab 1,022 MeV Paarbildung auftritt. Im dazwischenliegenden Energiebereich finden vor allem Wechselwirkungen durch den Comptoneffekt statt (zur Erklärung der Effekte s. unten).

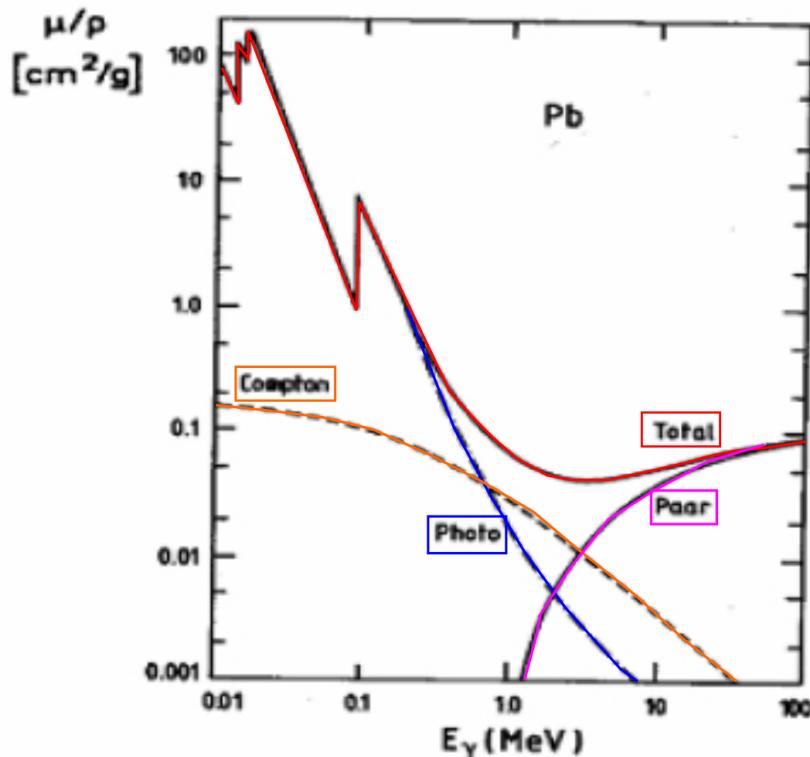


Abbildung 2: Wechselwirkungen von Photonen in Blei, aufgetragen über den Massenabsorptionskoeffizienten  $\frac{\mu}{\rho}$ .

Die beim Photoeffekt auftretenden Peaks markieren Schalen, wo die Wahrscheinlichkeit des Photoeffekts bzw. die Absorption am höchsten ist.

Quelle:[3, S.28].

## Photoeffekt

Beim Photoeffekt gibt ein  $\gamma$ -Quant seine gesamte Energie an ein Elektron ab, sodass dieses aus der Atomhülle geschlagen wird. Das ionisierte Atom strahlt daraufhin die Bindungsenergie ab, wobei dies bei schweren Kernen durch die Emission von Röntgenquanten und bei leichten durch Aussenden eines Auger-Elektrons geschieht.

Die Wahrscheinlichkeit für den Photoeffekt ist in Schalen nahe des Kerns aufgrund der hohen Absorptionswahrscheinlichkeit am größten. Dadurch kommen lokale Maxima in Abb. 2 zustande. Außerdem dominiert der Photoeffekt bis zu Energien der  $\gamma$ -Quanten von 100 keV.

## Comptoneffekt

Der Comptoneffekt ist die Streuung von  $\gamma$ -Quanten an Elektronen, bei der ein Teil der Energie der  $\gamma$ -Quanten an die Elektronen in Abhängigkeit des Streuwinkels übertragen wird. Dies geschieht hauptsächlich bei Energien von 100 keV bis wenigen MeV.

## Paarbildung

Nahe des Atomkerns können  $\gamma$ -Quanten mit einer Energie  $E_\gamma \geq 1,022 \text{ MeV}$ , was der doppelten Ruheenergie von Elektronen entspricht, ein Elektron-Positron-Paar (Positronium) erzeugen. Daher dominiert der Effekt bei Energien über 1,022 MeV. Das Positronium annihiliert daraufhin zu zwei  $\gamma$ -Quanten.

### 3.3 Resonanzabsorption

Nach [6, S.9ff.] wird beim Emissionsprozess, bei dem ein Atomkern vom angeregten in den Grundzustand übergeht, die Energiedifferenz

$$E_a - E_g \equiv \omega_0 \cdot \hbar \quad (5)$$

frei, wobei  $E_a$  die Energie des angeregten Zustands ist und  $E_g$  die des Grundzustands. Über  $\gamma$ -Quanten oder innere Konversion kann diese Energiedifferenz abgeführt werden. Wird ein Photon von einem Kern beim Übergang vom angeregten in den Grundzustand ausgesendet, das in einem anderen Kern, auf den es trifft, den gleichen Übergang anregt, so liegt Resonanzabsorption vor. Da Impulserhaltung gilt, muss nach [7, Kap.3, S.34f.] der Kern, von dem das Photon ausgesandt wurde, den Rückstoß  $E_R$  aufnehmen. Dieser ergibt sich mit der Photonenergie  $E_\gamma = p_\gamma c$  und der Kernmasse  $M$  zu

$$E_R = \frac{p^2}{2M} = \frac{p_\gamma^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \quad (6)$$

Folglich ist die Energie des Photons  $E'_\gamma$  die Differenz aus gesamter Übergangsenergie  $E_0$  und Rückstoß (s. Gl. (7)).

$$E'_\gamma = E_0 - E_R \quad (7)$$

Auch das absorbierende Atom nimmt den Impuls des Photons auf, sodass das Photon schließlich die Energie  $E_\gamma$  besitzt mit

$$E_\gamma = E_0 - 2E_R \quad (8)$$

Die Resonanzabsorption hängt dabei von den Energieverhältnissen, dem Rückstoß und der natürlichen Linienbreite  $\Gamma$  ab. Diese ist über die mittlere Lebensdauer  $\tau$  mit einer Energieunschärfe wie in Gl. (9) verknüpft.

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \quad (9)$$

Die Linienbreite liegt für  ${}^{57}\text{Fe}$  bei  $\Gamma = 4,7 \cdot 10^{-9}\text{eV}$ . Das ist um den Faktor  $10^{-6}$  kleiner als der Rückstoß. Für freie Atome kann es daher nicht zu Resonanzabsorption kommen, weil die Verschiebung der Photonenenergie durch den Rückstoß nicht mehr im Bereich der natürlichen Linienbreite liegt.

Des Weiteren führt der Dopplereffekt zu einer Linienverbreiterung durch thermische Bewegung, wobei durch tiefere Temperaturen die Dopplerverbreiterung aber auch die Resonanzabsorption abnehmen. Die gesamte Energieverschiebung  $\Delta E$  ist folglich

$$\Delta E = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} - E_\gamma \frac{v_Q}{c} \quad (10)$$

wobei sich der erste Term auf den Rückstoß bezieht und der zweite auf die Energieverschiebung durch den Dopplereffekt, welcher durch die Bewegung einer Quelle mit Geschwindigkeit  $v_Q$  ausgeglichen werden kann.

### 3.4 Mößbauer-Effekt

Der Mößbauer-Effekt wird als rückstoßfreie Resonanzabsorption bezeichnet. Hier sind die Effekte anders, als für die freien Atome in Kap. 3.3. Stattdessen sind die Atome in ein Kristallgitter eingebunden, welches als Ganzes den Rückstoßimpuls aufnehmen muss.

Klassisch betrachtet würde das Photon seinen Impuls an das Atom abgeben, sodass wie beim elastischen Stoß die Impulserhaltung gilt. In der quantenmechanischen Betrachtung wird der Rückstoß durch als Quasiteilchen betrachtete Gitterschwingungen, sogenannte Phononen, aufgenommen. Die Wahrscheinlichkeit für die Anregung der Phononen ist dabei mit der Energie des Photons verbunden. Für das entstehende Phononspektrum gibt es verschiedene Erklärungsmodelle.

#### Einstein-Modell

Im Einstein-Modell für Festkörper wird ein elastisch an seinen Sollort gebundener Gitterbaustein angenommen, der harmonische Schwingungen mit der Eigenfrequenz  $\omega_E$  (vgl. Abb. 3a)) vollführt ([6, S.54]). Laut [8, S.16] kann so qualitativ der Abfall der spezifischen Wärmekapazität mit kleinerer Temperatur beschrieben werden, das exponentielle Verhalten bei niedrigen Temperaturen stimmt jedoch nicht mit experimentell bestimmten Werten überein.

Da die Phononen Energie gequantelt übertragen, kann entweder keine Energie (Das entspricht der rückstoßfreien Resonanzabsorption.) oder  $\hbar\omega_E$  transferiert werden. Nach dem Einstein-Modell müssten also zwei Peaks auftreten, zum einen bei der Übergangsenergie und zum anderen ein dazu um  $\hbar\omega_E$  verschobener Peak (vgl. [7, Kap.3, S.38f.]).

### Debye-Modell

Im Gegensatz zum Einstein-Modell werden im Debye-Modell verschiedene Frequenzen  $0 \leq \omega \leq \omega_D$  angenommen, sodass ein kontinuierliches Spektrum entsteht (s. Abb. 3b)). Für die Frequenzen  $\omega$  gilt gemäß Dispersionsrelation mit Ausbreitungsgeschwindigkeit der Gitterschwingungen  $v$  und Wellenvektor  $\vec{k}$  (vgl. [6, S.34f.])

$$\omega(\vec{k}) = v \cdot \vec{k} \quad (11)$$

Dabei ist  $\omega_D$  die Grenzfrequenz bzw. Debye-Frequenz, die den Punkt beschreibt, an dem alle Zustände besetzt sind bzw. alle  $3N$  Oszillatoren ( $N$  ist die Anzahl der Atome) angeregt sind. Die entsprechende Temperatur ist hierzu die Debye-Temperatur

$$\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k} \quad (12)$$

Bei Temperaturen unterhalb der Debye-Temperatur  $\Theta_D$  sind Schwingungsmoden teilweise eingefroren.

Es stellt sich heraus, dass das Debye-Modell für niedrige Frequenzen bzw. bei tiefen Temperaturen experimentell bestimmte Werte bestätigen kann. Der Vergleich mit dem realen Gitterspektrum in Abb. 3 zeigt jedoch, dass sowohl Einstein- als auch Debye-Modell für höhere Frequenzen deutlich von jenem abweichen.

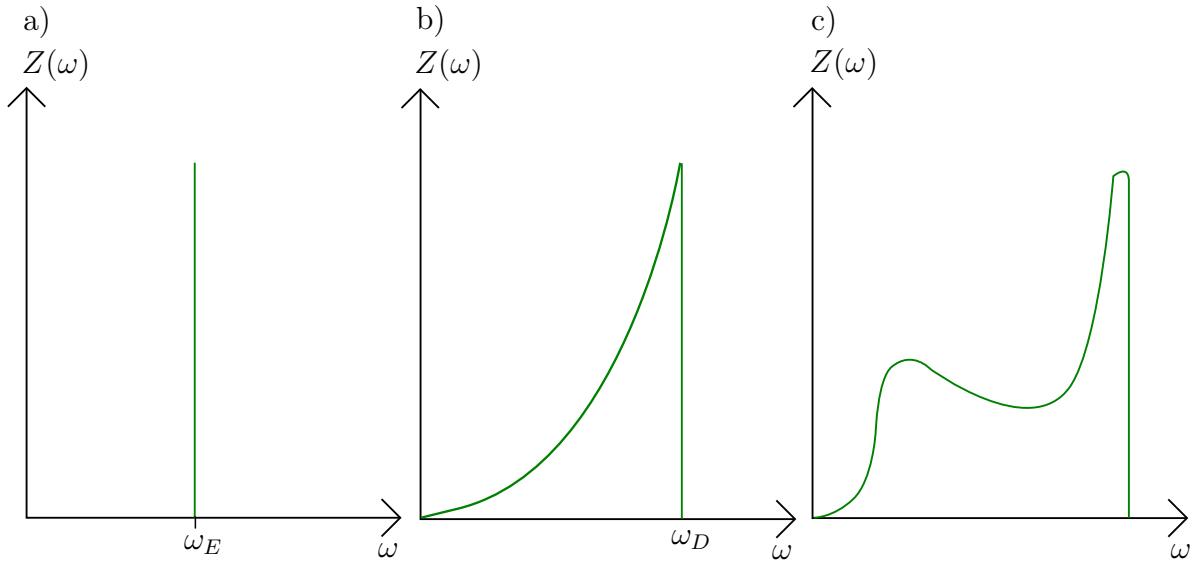


Abbildung 3: Frequenzspektren  $Z(\omega)$  der Gitterschwingungen von Einsteinmodell (a), Debyemodell (b) und realem Gitter (c).

Anmerkung: Als reales Gitter wird hier ein einfaches kubisches Gitter mit Federbindungen zwischen nächsten und übernächsten Nachbarn angenommen. In der Natur können jedoch auch kompliziertere Strukturen auftreten.

Quelle: nach [6, S.56].

### 3.4.1 Debye-Waller-Faktor

Das Debye-Modell wird verwendet, um den Anteil der rückstoßfreien Emission zu bestimmen. Hierzu wird der Debye-Waller-Faktor  $f$  eingeführt, der wie in Abb. 4 sichtbar von der Temperatur abhängt. Da bei Raumtemperatur der Abfall des Debye-Waller-Faktors für den 14,4 keV-Zustand von  $^{57}\text{Fe}$  vernachlässigbar klein ist, eignet sich dieses Isotop für den Versuch, der nicht gekühlt durchgeführt wird. Nach [7, Kap.3, S.39] ist  $f=0,91$  bei  $T=300\text{ K}$  für den im Versuch untersuchten Zustand. Für andere Isotope wie z.B.  $^{187}\text{Re}$  würde eine Kühlung jedoch höhere rückstoßfreie Emissionsanteile hervorrufen (s. Abb. 4).

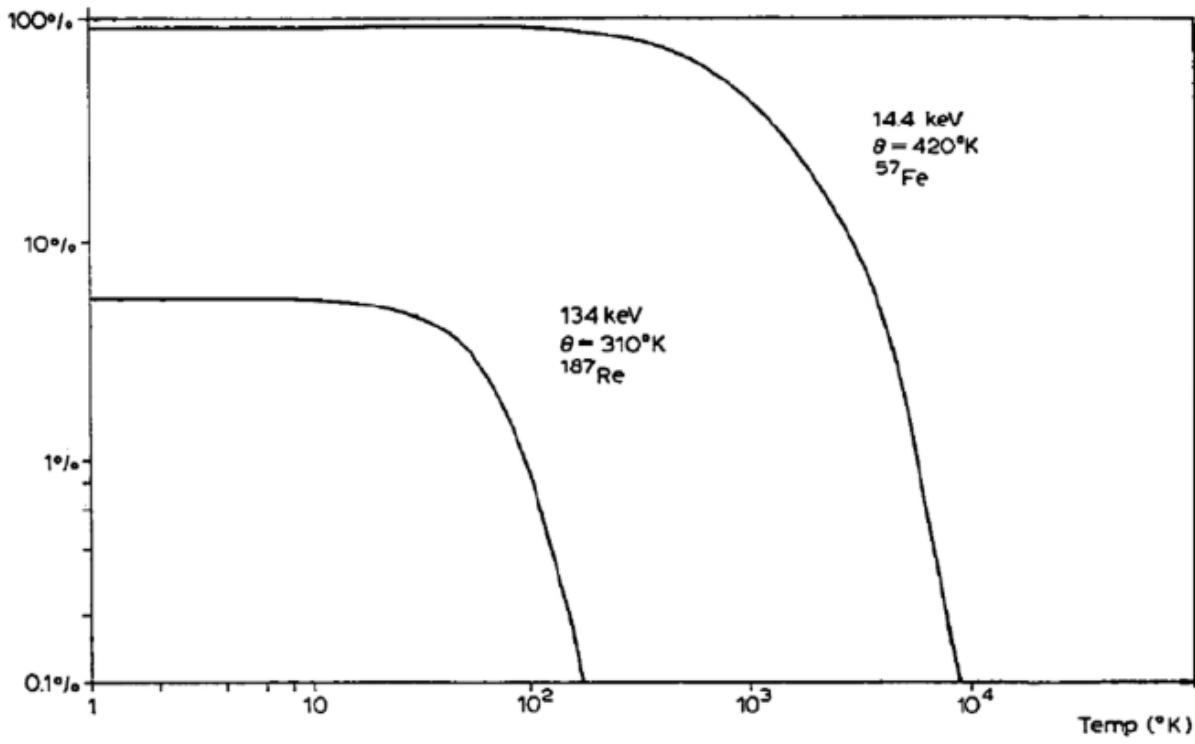


Abbildung 4: Debye-Waller-Faktoren für die Isotope  $^{57}\text{Fe}$  und  $^{187}\text{Re}$  in Abhängigkeit der Temperatur.

Für das im Versuch verwendete  $^{57}\text{Fe}$  ist für Raumtemperatur der Abfall des Debye-Waller-Faktors vernachlässigbar klein, sodass es sich als Quelle für den Mößbauer-Effekt eignet.

Quelle: [1, S.11].

Um den Debye-Waller-Faktor der Quelle  $f_Q$  zu berechnen, wird Gl. (13) mit den Zählraten  $Z(v)$  in Abhängigkeit der Geschwindigkeiten 0 und  $\infty$ , der Absorberdicke  $T_A$  und der Besselfunktion nullter Ordnung  $J_0$  verwendet (vgl. [6, S.29]).

$$f_Q = \frac{Z(\infty) - Z(0)}{Z(\infty)} \cdot \frac{1}{1 - \exp(-\frac{T_A}{2}) \cdot J_0(i \frac{T_A}{2})} \quad (13)$$

### 3.4.2 Isomerieverschiebung

Die Isomerieverschiebung bzw. „chemical shift“ entsteht durch die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen in der s-Schale in Quelle und Absorber (vgl. [9, S.6f.]). Diese nehmen Einfluss auf das Coulomb-Potenzial des Kerns und den Kernradius. Sind die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten in Quelle und Absorber unterschiedlich also auch deren potenzielle Energie, so ergibt sich beim Übergang eine Energieverschiebung  $\delta$ , die Isomerieverschiebung. Diese bewirkt eine komplette Verschiebung des Mößbauerspektrums, wodurch dieses nicht mehr symmetrisch um  $v = 0 \frac{m}{s}$  ist (vgl. Kap.6.5).

### 3.4.3 Hyperfeinaufspaltung

Nach [9, S.8f.] kommt es durch ein magnetisches Moment  $\mu$  eines Atomkerns und ein effektives magnetisches Feld am Kernort zur magnetischen Aufspaltung. Diese Hyperfeinaufspaltung in  $2I + 1$  Unterniveaus mit Kernspin  $I$  wird durch Gl. (14) beschrieben.

$$E_m = \frac{\mu_I m_I B}{I} \quad (14)$$

wobei  $m_I$  die magnetische Quantenzahl und  $B$  das Magnetfeld am Kernort ist.

Für die Natureisenprobe wird aufgrund der Auswahlregel  $\Delta m = 0, \pm 1$  eine Aufspaltung in sechs Linien erwartet (s. Abb. 5).

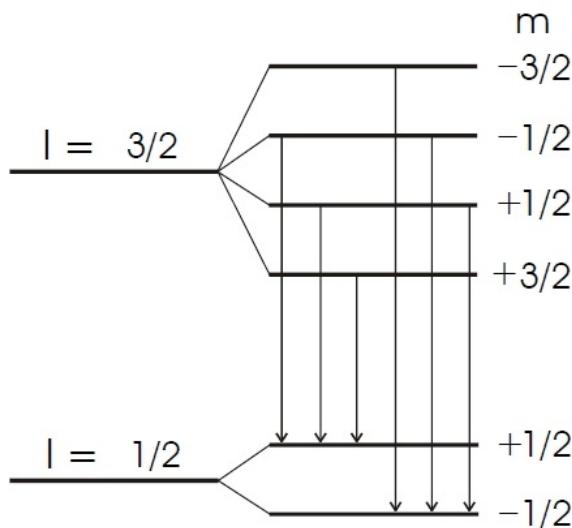


Abbildung 5: Hyperfeinaufspaltung von  $^{57}\text{Fe}$ . Quelle: [9, S.9].

## 4 Aufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau kann Abb. 6 entnommen werden. Der Absorber ist hier auf einem beweglichen Schlitten montiert, dessen Motor über den PC mit dem „LabView“ Programm gesteuert werden kann. Auf der einen Seite des Absorbers ist die  $^{57}\text{Co}$ -Probe angebracht, auf der anderen Seite nimmt ein Szintillationszähler mit einer zugehörigen Photomultipliereinheit (PM)<sup>1</sup> die Signale des Transmissionsspektrums auf. Im Hauptverstärker (HV) werden diese verstärkt und über einen T-Stecker am unipolaren Output an Delay und Single Channel Analyser (SCA) weitergeleitet. Von Delay und positivem Output des SCA gelangen die Pulse zum Gate, von wo sie zum Multichannel Analyser geleitet werden. Ebenso wird der positive Outut des SCA wiederum über einen T-Stecker noch mit dem Counter verbunden, der die Pulse zählt. Von MCA und Counter kommen die Signale zum PC, wo sie mit Hilfe des Programms „Gamma Aquisition & Analysis“ ausgelesen werden können.

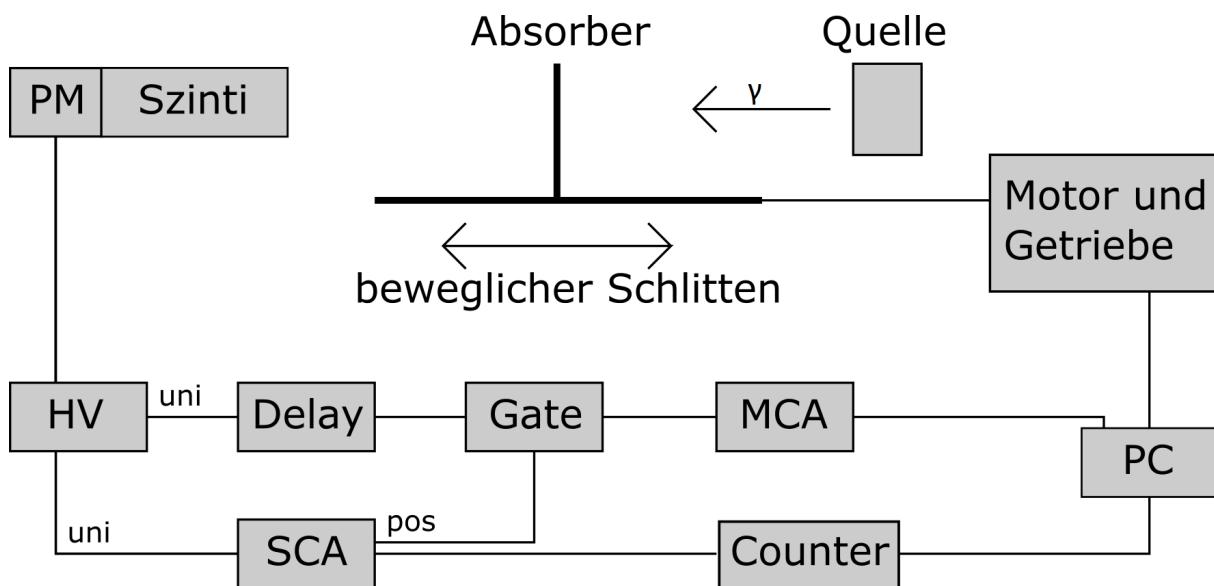


Abbildung 6: **Schematischer Versuchsaufbau.**

Dabei ist Szinti = Szintillationszähler, PM = Photomultiplier, HV = Hauptverstärker, SCA = Single Channel Analyser und MCA = Multi Channel Analyser.

Für die Schaltung ist zu beachten, dass die Signale wie in Abb. 7 aufeinander abgestimmt sind. Dazu werden mit einem Oszilloskop zunächst die Signale betrachtet und entsprechend Abb. 7 optimiert.

<sup>1</sup>Eine detaillierte Beschreibung der Geräte erfolgt in Kap. 5.

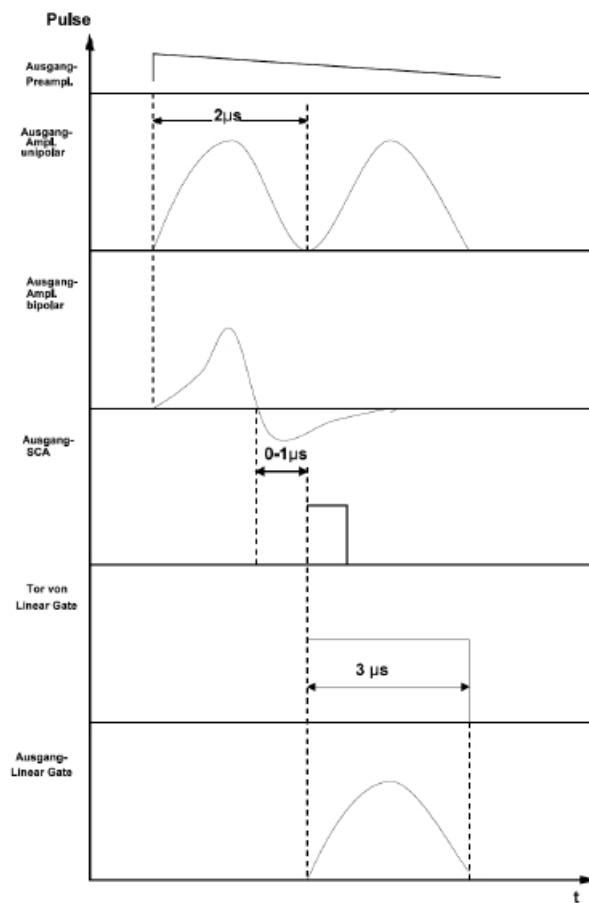


Abbildung 7: Schematische Darstellung der Pulsformen im Versuch. Quelle: [1, S.5].

Vor der eigentlichen Messung des Mößbauerspektrums wird eine Energiekalibrierung mit Hilfe einer  $^{241}\text{Am}$ -Röntgenstrahlquelle gemacht. Der Schlitten bleibt hierbei im Stillstand. Die Quelle selbst besteht aus der Primärquelle und sechs inaktiven Röntgen-fluoreszenz-Targets in einem scheibenförmigen Edelstahlhalter. Durch Rotation der Scheibe kann das gewünschte Target gewählt werden, mit dessen charakteristischer Röntgenstrahlung eine Energiekalibrierung durchgeführt werden kann. Dazu werden die in Tab. 3 genannten  $K_{\alpha}$ -Peaks verwendet.

Tabelle 3: Charakteristische Röntgenfluoreszenzpeaks der Targets der Americiumquelle.

Quelle: [1, S.10].

Target	Energie [keV]		Ausbeute* [( $\gamma$ /s)/sr]
	K <sub>α</sub>	K <sub>β</sub>	
Cu	8,04	8,91	$2,5 \cdot 10^3$
Rb	13,37	14,97	$8,8 \cdot 10^3$
Mo	17,44	19,63	$2,43 \cdot 10^4$
Ag	22,10	24,99	$3,85 \cdot 10^4$
Ba	32,06	36,55	$4,65 \cdot 10^4$
Tb	44,23	50,65	$7,6 \cdot 10^4$

Im Anschluss kann mit Upper und Lower Level des SCAs das Fenster so gesetzt werden, dass nur Signale des 14,4 keV-Peaks von  $^{57}\text{Fe}$  aufgenommen werden. Dann wird zunächst eine Untergrundmessung gemacht, indem Aluminiumplättchen verschiedener Dicke nach und nach an die Stelle des Absorbers gesetzt werden. Der Schlitten ist hierbei noch immer im Stillstand. Außerdem wird die Transmission durch eine Plexiglasscheibe analog bestimmt.

Zuletzt wird das Transmissionsspektrum eines Einlinien- (Edelstahl) und Sechslinien-absorbers (Natureisen) aufgenommen. Der Schlitten kann hierbei über das „LabView“-Programm auf verschiedene Schrittweiten und Geschwindigkeiten eingestellt werden wie auch die Messzeit.

## 5 Geräte

Die Beschreibung der Geräte erfolgte bereits im Protokoll zum Versuch „Szintillationszähler“ und wird hiervon übernommen. Genauere Informationen sind [5] zu entnehmen.

In diesem Versuch ist lediglich der Nachweis von  $\gamma$ -Strahlung von Interesse, da  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung weitgehend von der Ummantelung der Quelle und dem Eintrittsfenster des Szintillators absorbiert werden.

Beim Durchgang hochenergetischer Photonen erzeugt der Szintillator - hier ein anorganischer - Photonen im sichtbaren oder im UV-Bereich, die vom Photomultiplier vervielfacht werden.

## Anorganischer Szintillator

Anorganische Szintillatoren haben aufgrund ihrer hohen Ordnungszahl und Dichte eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit für elektromagnetische Strahlung und besitzen somit eine gute Energieauflösung.

Als anorganischer Szintillator wird in diesem Versuch ein Kristall verwendet. Dringt ein Photon in den Kristall ein, gibt es seine Energie durch Photo- oder Comptoneffekt an die Elektronen ab. Dadurch werden die Elektronen vom Valenz- in das Leitungsband angeregt und können unter Emission von niederenergetischen Photonen wieder abgeregelt werden. Eine Dotierung des Kristalls führt zu zusätzlichen Energieniveaus zwischen Valenz- und Leitungsband. Dort können Elektronen aufgenommen werden, um zu verhindern, dass die emittierten Photonen direkt wieder zur Erzeugung eines Elektronen-Lochs absorbiert würden.

## Photomultiplier (PM)

Ein Photomultiplier wandelt Lichtimpulse in elektrische Signale um, wobei die erzeugte Spannung proportional zur an kommenden Lichtintensität ist. An kommende Photonen schlagen an der Kathode des PM durch Photoeffekt Elektronen heraus, die zur nächsten Dynode beschleunigt werden. Dort werden wiederum Elektronen befreit und der Prozess wiederholt sich an jeder Dynode, sodass sich die Spannung am PM erhöht. Die Funktionsweise des PM wird in Abb.8 veranschaulicht.

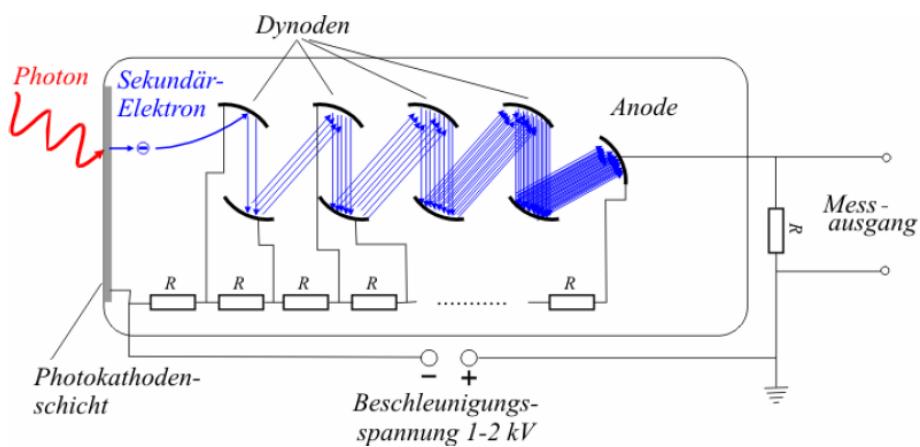


Abbildung 8: Prinzipielle Funktionsweise des Photomultipliers.

An kommende Photonen schlagen an der Kathode des PM durch Photoeffekt Elektronen heraus, die zur nächsten Dynode beschleunigt werden. Dort werden wiederum Elektronen befreit und der Prozess wiederholt sich an jeder Dynode, sodass sich die Spannung am PM erhöht.

Quelle: [3, S.77].

Im Folgenden werden die verwendeten NIM-Module (Nuclear Instrument Module) zur Signalverarbeitung vorgestellt.

### **Hauptverstärker (HV)**

Der Hauptverstärker (HV) verstärkt das Signal vom Photomultipier und passt die Pulsform für die weitere Verarbeitung an. Am unipolaren Ausgang tritt ein semigaußförmiges Signal (vgl. Abb. 10(a)) aus, dessen Amplitude (positiv oder negativ) einstellbar ist. Dieser Ausgang eignet sich für Messungen, bei denen Informationen über die Energie von Bedeutung sind. Am bipolaren Ausgang tritt ein sinusförmiges Signal aus (vgl. Abb. 10(b)). Aufgrund des Nulldurchgangs eignet sich dieser Ausgang für Messungen, bei denen Zeitinformationen von Bedeutung sind.

### **Single Channel Analyser (SCA)**

Der Single Chanel Analyser (SCA) wandelt analoge Signale in digitale Signale um. Durch Einstellen einer unteren und oberen Schwelle werden nur Signale, die innerhalb dieses Bereichs liegen weiterverarbeitet. Als Ausgänge können ein negativer Peak oder ein positives Rechtecksignal (vgl. z.B. Abb.11) gewählt werden.

### **Gate**

Liegt am *enable* Eingang des Gates ein Signal an, so wird in dieser Zeit das Signal des Eingangs direkt an den Ausgang weitergeleitet. Mit einem Schlitzschraubenzieher kann die Dauer des Gatesignals eingestellt werden.

### **Multi Channel Analyser (MCA)**

Der Multi Channel Analyser (MCA) sortiert eintreffende Signale nach ihrer Pulshöhe und somit nach ihrer Energie verschiedenen Kanälen zu und zählt die Häufigkeit der Pulse pro Kanal. Die Daten können vom PC ausgelesen werden.

## 6 Auswertung

Zur Auswertung wird das Programm Origin Pro 2016 verwendet.

Zunächst erfolgt die Auswertung der Oszilloskopbilder, eine Energiekalibrierung des MCA, die Bestimmung des Compton-Untergrunds und die Untersuchung der Abschwächung durch Plexiglas. Danach werden die Absorptionsspektren von Edestahl und Natureisen untersucht, um die Isomerieverschiebung, die effektive Absorberdicke, die Lebensdauer des 14,4 keV-Zustands von  $^{57}\text{Fe}$  und den Debye-Waller-Faktor der Quelle zu bestimmen. Beim Natureisen werden zudem die magnetischen Momente und die magnetische Feldstärke am Kernort bestimmt.

### 6.1 Oszilloskopbilder

Um sich mit dem Aufbau vertraut zu machen, werden die Signale der verwendeten Geräte mit Hilfe eines Oszilloskops untersucht. Dadurch können außerdem eventuelle Fehler z.B. durch Kabeldefekte ausgeschlossen werden.

Nach dem Photomultiplier wird das in Abb. 9 dargestellte Signal mit typischem exponentiellem Abfall aufgenommen. Die Verstärkung durch den Hauptverstärker wird durch die Änderung der Pulshöhe von  $(1,30 \pm 0,04)\text{V}$  (s. Abb. 9) zu  $(6,7 \pm 0,2)\text{V}$  (s. Abb. 10(a)) sichtbar. Die Werte wurden den Abb. 9 und 10(a) entnommen und ihr Ablesefehler geschätzt.

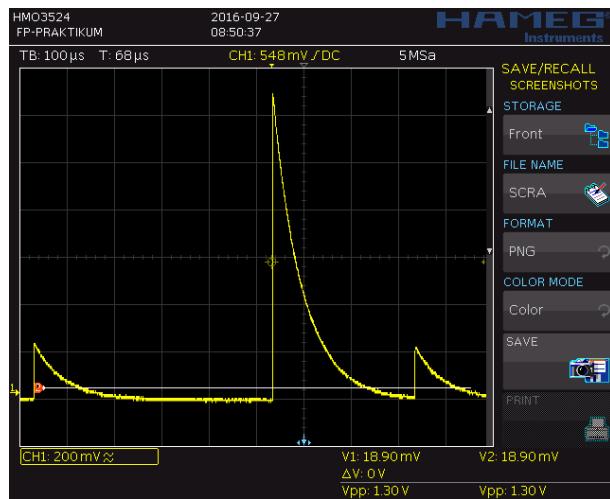
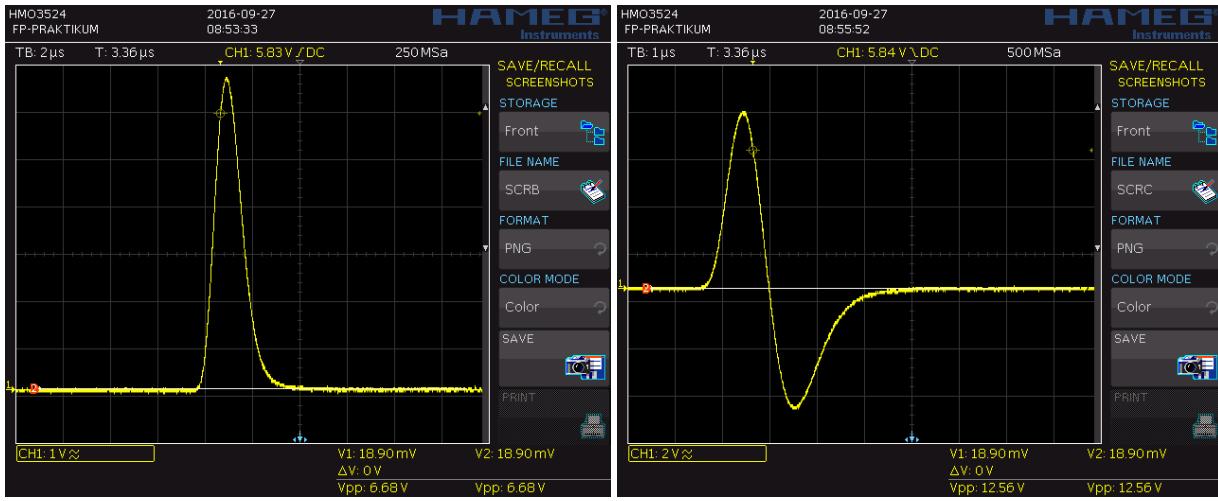


Abbildung 9: Aufnahme des Signals mit dem Oszilloskop vor dem Hauptverstärker.

Das Signal zeigt erwartungsgemäß den Puls mit exponentiell abfallendem Ende.

Das bipolare Signal des Hauptverstärkers in Abb. 10(b), welches für zeitlich bedingte Messungen relevant ist, wird für die Einstellung des SCAs benötigt. Nach Abb. 7 wird es um  $1\text{ }\mu\text{s}$  vom Nulldurchgang des bipolaren Signals verzögert (s. Abb. 11).



(a) unipolarer Ausgang

(b) bipolarer Ausgang

Abbildung 10: Aufnahme des Signals mit dem Oszilloskop am unipolaren (a) und am bipolaren Ausgang des Hauptverstärkers (b).

Das semigaußförmige, unipolare Signal ist hier bereits auf die in Kap. 4 geforderten 2 μs eingestellt.

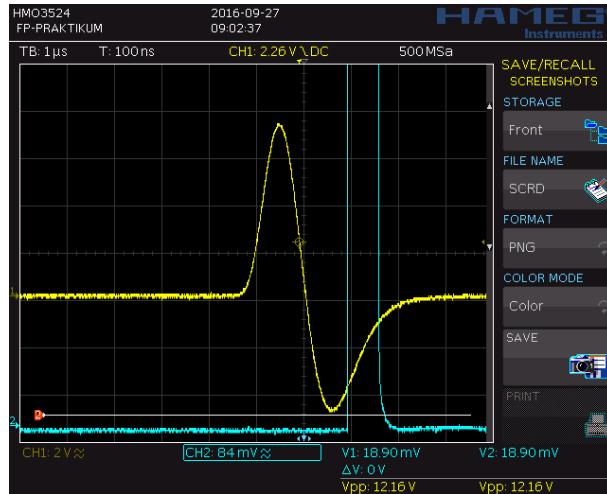
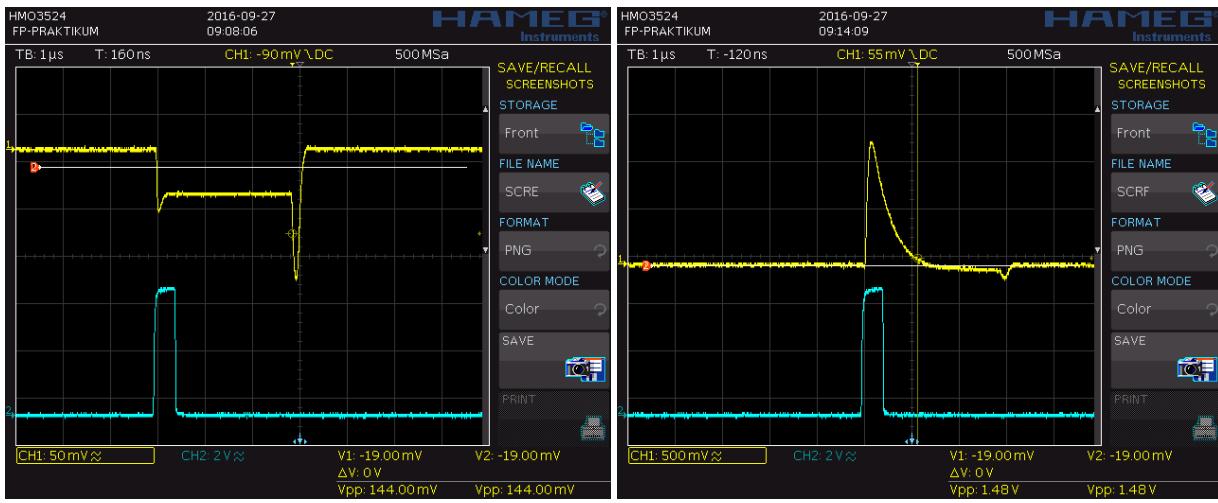


Abbildung 11: Aufnahme der Signale mit dem Oszilloskop am bipolaren Ausgang des Hauptverstärkers (gelbes Signal) und am positiven Ausgang des SCA (blaues Signal).

Das Signal des SCAs ist um ca. 0,9 μs vom Nulldurchgang des bipolaren Signals verschoben.

Abschließend wird das Gate auf die in Abb. 7 geforderten 3 μs eingestellt. Dabei ist am Gate kein Kabel am Input, sondern nur am enable angeschlossen (s. Abb. 12(a)). Hingegen ist in Abb. 12(b) am Input das vom Delay kommende Signal angelegt, wodurch ein Puls mit exponentiell abfallendem Ende ähnlich Abb. 10(a) aufgenommen wird.



(a) unipolarer Ausgang

(b) bipolarer Ausgang

Abbildung 12: Aufnahme der Signale mit dem Oszilloskop am positiven Ausgang des SCA und am Gate ohne Input (a) und mit Input (b).

Das blaue Signal kommt vom SCA, das gelbe jeweils vom Gate. Dieses ist in (a) auf die in Kap. 4 geforderten 3  $\mu$ s eingestellt.

Da die Aufzeichnung der Spektren für die Americiumquelle zunächst vermuten ließ, dass der 14,4 keV-Peak von  $^{57}\text{Fe}$  aufgrund defekter Kanäle des MCA im niederen keV-Bereich nicht komplett aufgenommen werden könnte, wurde ein Delay von 2  $\mu$ s eingestellt. Dadurch wird das gesamte Spektrum entlang der x-Achse verschoben. Im Oszilloskop ergab sich damit das Bild in Abb. 13. Der Output des Gate ist hier semigaußförmig.

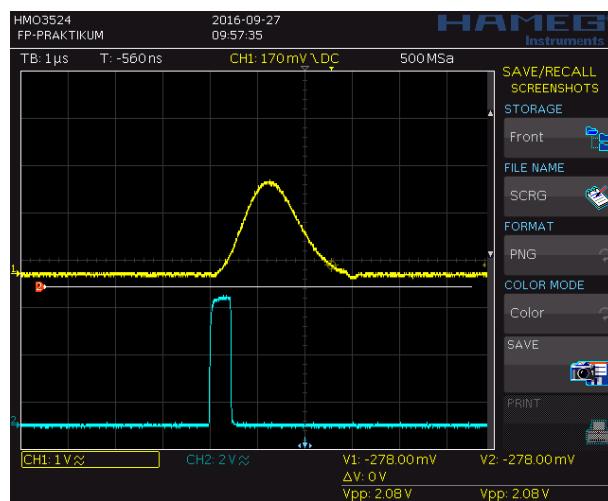


Abbildung 13: Aufnahme der Signale mit dem Oszilloskop am positiven Ausgang des SCA (blaues Signal) und am Gate (gelbes Signal) bei einem Delay von 2  $\mu$ s.

## 6.2 Energiekalibrierung des MCA

Zur Energiekalibrierung des MCA werden die  $K_{\alpha}$ -Linien von Kupfer (Cu), Rubidium (Rb), Molybdän (Mo), Silber (Ag), Barium (Ba) und Terbium (Tb) bestimmt. Aus den gemessenen  $K_{\alpha}$ -Linien und den Literaturwerten (vgl. Tab. 4) kann eine Eichgerade erstellt werden, mit deren Parametern sich der 14,4 keV-Zustand im Cobalt-Spektrum identifizieren lässt.

### Energiespektren der Metalle

Mit einer  $^{241}\text{Am}$ -Quelle wurden während 15 min sechs verschiedene Metalle bestrahlt und die Counts mit einem MCA gezählt. Aus den gemessenen Counts  $N$  wird die Zählrate  $\dot{N}$  bestimmt, indem die Messzeit  $t$  ohne Totzeit berücksichtigt wird:

$$\dot{N} = \frac{N}{t} \quad (15)$$

Die Counts  $N$  sind eine poissonverteilte Größe, da man eine geringe Wahrscheinlichkeit eines Übergangs in einem einzelnen Atom hat, aber eine hohe Anzahl an Atomen. Daher beträgt der Fehler auf die Counts:

$$s_N = \sqrt{N} \quad (16)$$

Mit gaußscher Fehlerfortpflanzung und einem vernachlässigbar kleinen Fehler auf die Messzeit erhält man den Fehler auf die Zählrate:

$$s_{\dot{N}} = \frac{\sqrt{N}}{t} \quad (17)$$

Diese Fehler werden in Abb. 14 bis 19 als y-Fehlerbalken eingezeichnet. Über die Unsicherheit der Kanalzuteilung durch das MCA liegen keine Informationen vor, daher werden keine x-Fehlerbalken eingezeichnet.

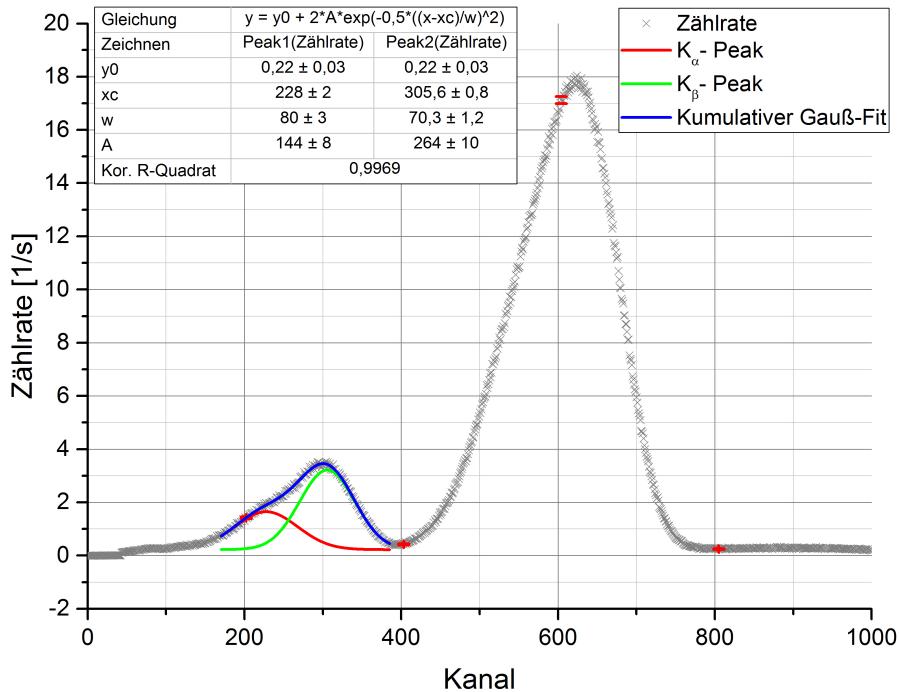


Abbildung 14: Energiespektrum von Cu.

Da sich der  $K_\alpha$  - Peak und der  $K_\beta$  - Peak überlappen, wurde ein kumulativer Gauß-Fit durchgeführt. Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbalken exemplarisch für jeden zweihundertsten Kanal in rot eingezeichnet.

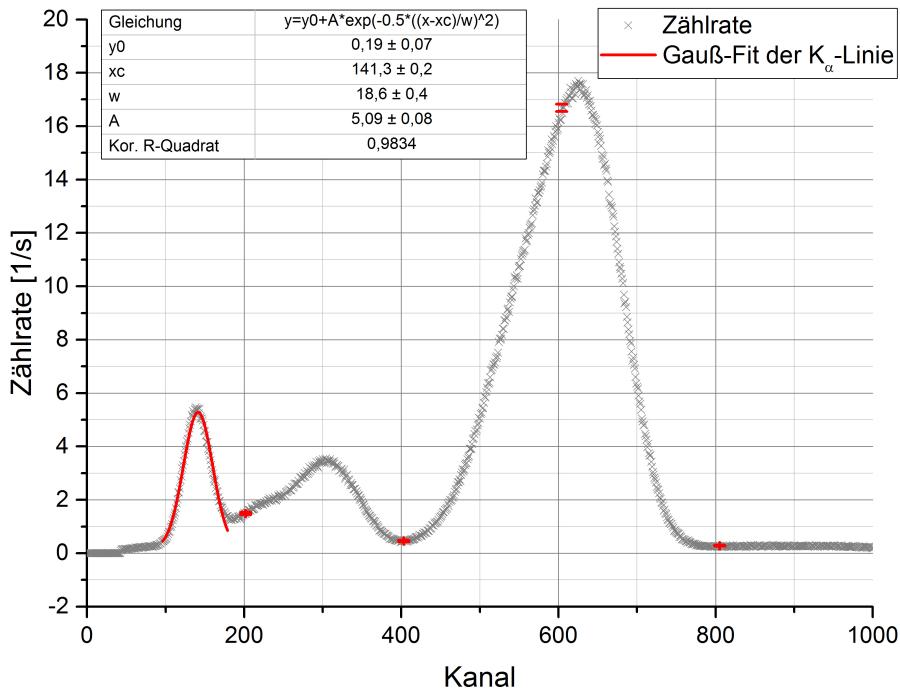


Abbildung 15: Energiespektrum von Rb.

Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbalken exemplarisch für jeden zweihundertsten Kanal in rot eingezeichnet.

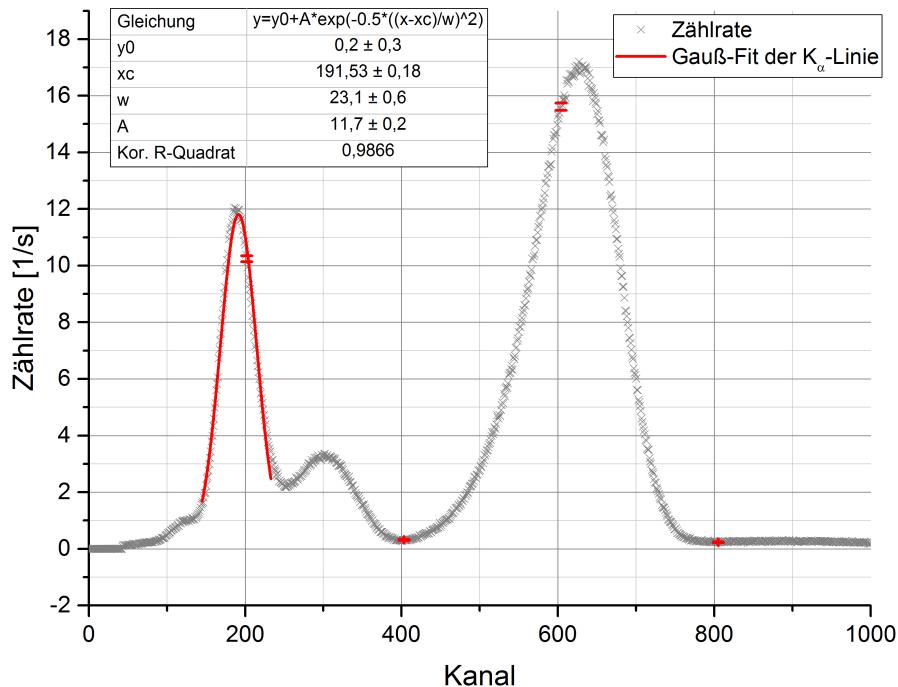


Abbildung 16: Energiespektrum von Mo.

Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbalken exemplarisch für jeden zweihundertsten Kanal in rot eingezeichnet.

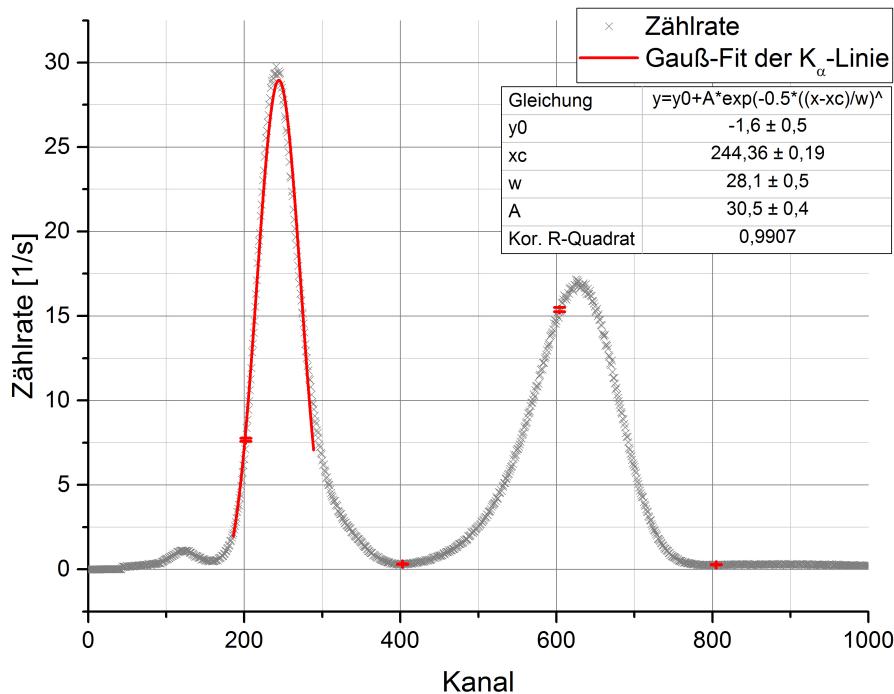


Abbildung 17: Energiespektrum von Ag.

Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbalken exemplarisch für jeden zweihundertsten Kanal in rot eingezeichnet.

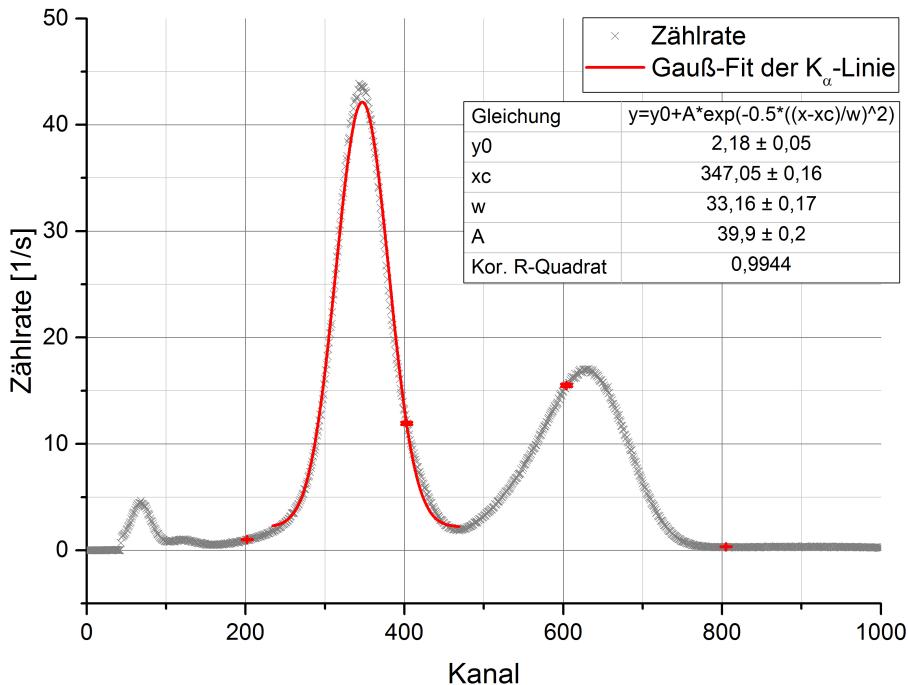


Abbildung 18: Energiespektrum von Ba.

Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbalken exemplarisch für jeden zweihundertsten Kanal in rot eingezeichnet.

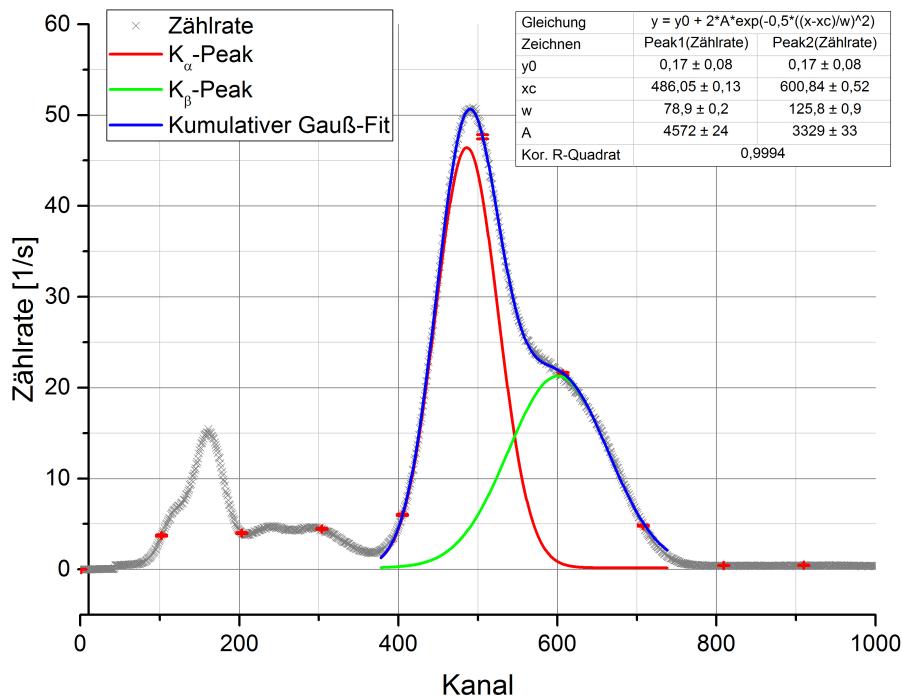


Abbildung 19: Energiespektrum von Tb.

Da sich der  $K_{\alpha}$ -Peak und der  $K_{\beta}$ -Peak überlappen, wurde ein kumulativer Gauß-Fit durchgeführt. Zur besseren Übersichtlichkeit wurden die Fehlerbalken exemplarisch für jeden hundertsten Kanal in rot eingezeichnet.

In Abb. 14 bis 19 sind die Energiespektren von Cu, Rb, Mo, Ag, Ba und Tb zu sehen. Die  $K_\alpha$ -Linien werden mit Gauß-Funktionen angepasst, wobei für Cu und Tb kumulative Gauß-Fits durchgeführt werden, da sich die  $K_\alpha$ -Linie und die  $K_\beta$ -Linie überlappen. Die Fits besitzen alle ein korrigiertes R-Quadrat, welches größer als 0,98 ist. Somit können 98% der Messwerte mit den Anpassungen erklärt und damit die Fit-Funktionen als gelungen bezeichnet werden.

### Eichgerade

Der Erwartungswert  $xc$  der Gauß-Fits entspricht der Position der  $K_\alpha$ -Linien und als Fehler darauf wird die Standardabweichung  $w$  gewählt. Die Literaturwerte aus [1, S.10] und die gemessenen Werte der  $K_\alpha$ -Linien können Tab. 4 entnommen werden.

Tabelle 4: Literaturwerte der  $K_\alpha$ -Energien und gemessene Positionen.

Metall	Literaturwert [keV]	Kanal
Cu	8,04	$228 \pm 80$
Rb	13,37	$141 \pm 19$
Mo	17,44	$192 \pm 23$
Ag	22,10	$244 \pm 28$
Ba	32,06	$347 \pm 33$
Tb	44,23	$486 \pm 80$

Zur Erstellung der Eichgeraden werden die Literaturwerte der  $K_\alpha$ -Linien über die gemessenen Positionen der  $K_\alpha$ -Linien in Abb. 20 aufgetragen und mit einer linearen Funktion angepasst.

Aus Abb. 20 können der y-Achsenabschnitt  $a$  und die Steigung  $b$  für die Energiekalibrierung entnommen werden. Die Energie  $E$  lässt sich aus den Kanälen mit folgender Gleichung berechnen:

$$E[\text{keV}] = a + b \cdot \text{Kanal} \quad (18)$$

Der Fehler auf die Energie  $s_E$  beträgt:

$$s_E[\text{keV}] = \sqrt{s_a^2 + \text{Kanal}^2 \cdot s_b^2} \quad (19)$$

Für den Fehler  $s_E$  wird kein Fehler auf den Kanal berücksichtigt, weil dieser bereits durch die Fehlerbalken in Abb. 20 Einfluss auf die Fehler von y-Achsenabschnitt und Steigung hat und keine weiteren Fehler durch die Kanäle bekannt sind.

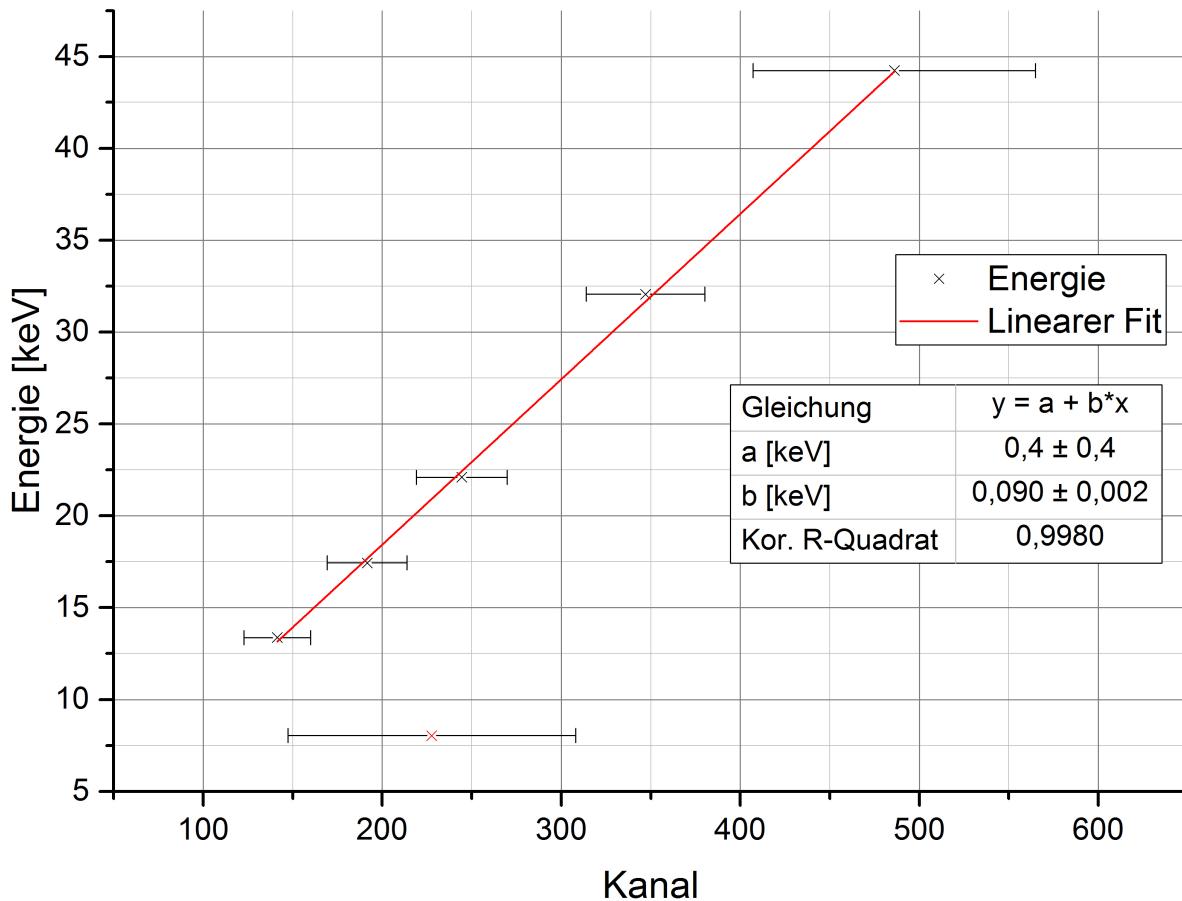


Abbildung 20: Eichgerade zur Energiekalibrierung des MCA.

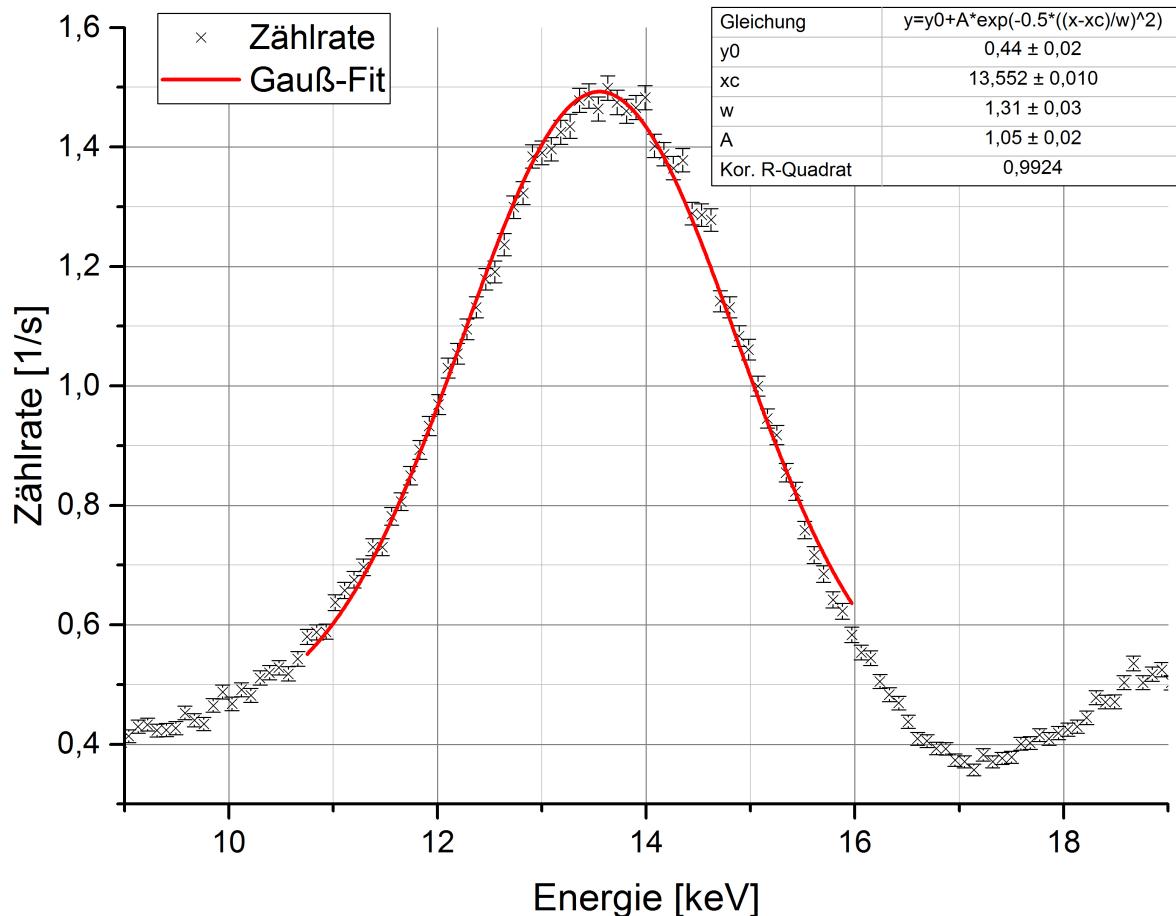
Die Literaturwerte der  $K_{\alpha}$ -Energien sind über die Kanäle aufgetragen. Als Fehler auf die Kanäle ist ein Viertel der Standardabweichung der Gauß-Fits eingezeichnet. Die Literaturwerte sind ohne Fehler angegeben.

Der rot markierte Punkt stammt von dem Cu-Fit und wurde nicht berücksichtigt, da er stark von den anderen Werten abweicht.

Bei der linearen Anpassung wird der Cu-Messwert nicht berücksichtigt, da dieser stark von den anderen Werten abweicht. Es könnte sein, dass die Zuordnung des MCA bei niedrigeren Energien nicht zuverlässig ist, da es zu thermischen Effekten im Szintillator und in den Kabeln kommen kann. Die anderen fünf Messwerte lassen sich sehr gut mit einem linearen Fit beschreiben, da das korrigierte R-Quadrat 99,80% beträgt.

### Identifizierung des 14,4 keV-Peak

Mit Gleichung (18) kann in Abb. 21 die Zählrate des Cobaltspektrums über die Energie auftragen und der 14,4 keV-Peak mit einer Gauß-Funktion angepasst werden. Das gesamte Energiespektrum von Cobalt ist Kap. 9.1 im Anhang zu entnehmen. Die Zählrate und der Fehler darauf werden mit den Gleichungen (15) und (17) berechnet.

Abbildung 21: Gauß-Fit des 14,4 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$ .

Die gemessene Energie  $E_{gem}$  des 14,4 keV-Peaks kann Abb. 21 entnommen werden und beträgt:

$$E_{gem} = 13,6 \pm 1,3$$

Dieser Wert stimmt innerhalb der einfachen Standardabweichung mit dem Literaturwert von 14,4 keV (vgl. [1, S.6]) überein, sodass die Energiekalibrierung bestätigt wird. Als Fehler auf  $E_{gem}$  wurde die Standardabweichung  $w$  aus dem Gauß-Fit in Abb. 21 gewählt. Zum Setzen der Energienster wurden die Kanäle 131 und 160 markiert und das lower und upper level des SCA so eingestellt, dass nur noch Counts innerhalb dieses Bereichs gezählt wurden. Der Bereich von Kanal 131 bis 160 entspricht der gemessenen Energie des 14,4 keV-Peaks unter Berücksichtigung des Fehlers.

### 6.3 Bestimmung des Compton-Untergrunds

Photonen mit höheren Energien als 14,4 keV können durch Compton-Streuung Energie an Elektronen im Absorber abgeben und im 14,4 keV-Fenster liegen. Dieser zusätzliche Beitrag kommt zu 12 % von Photonen des 136,5 keV-Übergangs und zu 88 % vom 122,1 keV-Übergang in  $^{57}\text{Co}$  (vgl. Abb. 1) und wird Compton-Untergrund genannt.

Zur Bestimmung des Compton-Untergrunds wurden Aluminiumplatten der Dicke  $d$  vor den Szintillationszähler gelegt und jeweils für 5 min die Counts  $N$  im 14,4 keV-Fenster gemessen. Mit Gleichung (15) und (17) wird die Zählrate und der Fehler auf die Zählrate bestimmt. In Abb. 22 wird die Zählrate über die Dicke  $d'$  der Summe der Absorberplatten aufgetragen. Der Fehler auf die einzelnen Platten wurde mit Hilfe von Messungen an verschiedenen Orten einer Platte auf

$$s_d = 0,05 \text{ mm}$$

geschätzt. Der Fehler auf die Dicke  $d'$  für  $n$  Absorberplatten beträgt somit:

$$s_{d'} = \sqrt{n} \cdot s_d$$

Die Fehler auf die Zählrate  $\dot{N}$  und die Dicke  $d'$  der Absorberplatten sind als Fehlerbalken in Abb. 22 eingezeichnet.

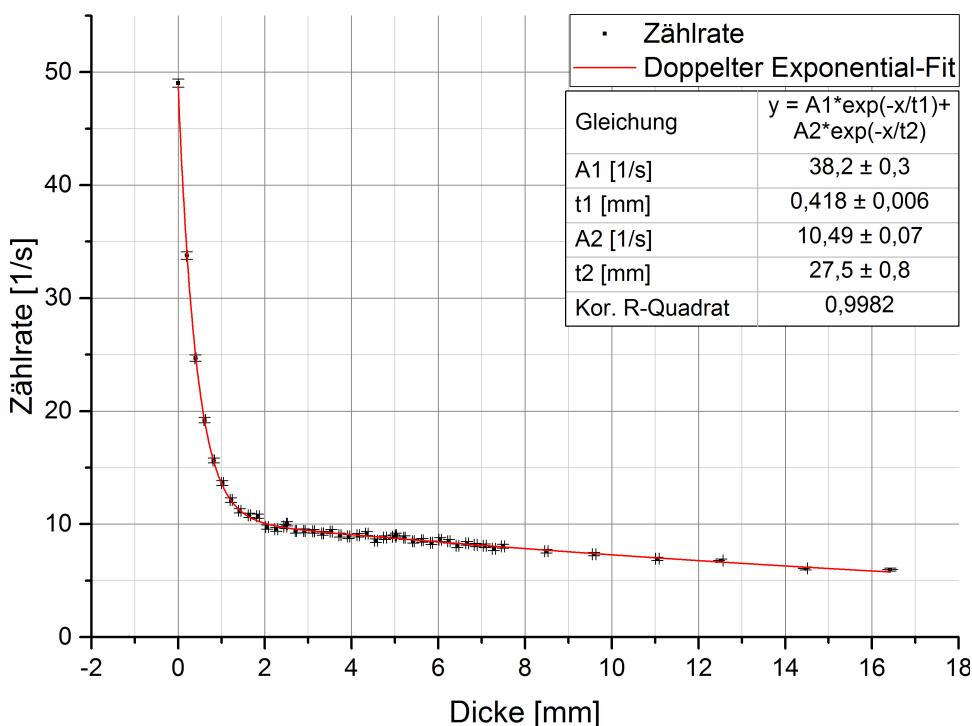


Abbildung 22: **Doppelter Exponential-Fit zur Bestimmung des Compton-Untergrunds.** Die Zählrate  $\dot{N}$  der Untergrundmessung ist über die Dicke  $d'$  der Summe der Absorberplatten aufgetragen und die jeweiligen Fehler eingezeichnet.

Zur Bestimmung der Compton-Untergrund-Zählrate wurden die Daten der Untergrundmessung in Abb. 22 mit einem doppelten Exponential-Fit angepasst:

$$y = A_1 e^{-\frac{s}{t_1}} + A_2 e^{-\frac{x}{t_2}} \quad (20)$$

Der erste Summand beschreibt die exponentielle Abschwächung des 14,4 keV-Beitrags mit zunehmender Plattendicke und der zweite Summand beschreibt den Compton-Untergrund. Durch Extrapolation des Compton-Untergrunds zur Dicke  $d' = 0$  mm erhält man die Untergrund-Zählrate:

$$\dot{N}_U = A_2 e^0 = (10,49 \pm 0,07) \frac{1}{s} \quad (21)$$

Der relative Fehler auf die Untergrund-Zählrate ist kleiner als 1 %, weshalb der experimentell bestimmte Compton-Untergrund in Kap. 6.5 und 6.6 ohne Bedenken von den Messdaten abgezogen werden kann.

## 6.4 Abschwächung durch Plexiglas

Zur Bestimmung der Abschwächung der Zählrate durch das Plexiglasfenster wurden die Zählraten ohne Plexiglas (oP) und mit Plexiglas (mP) während einer Messzeit von 5 min (oP) und 10 min (mP) bestimmt:

$$\dot{N}_{oP} = (49,0 \pm 0,4) \frac{1}{s} \quad (22)$$

$$\dot{N}_{mP} = (36,3 \pm 0,3) \frac{1}{s} \quad (23)$$

Zur Bestimmung des Abschwächungskoeffizienten  $\mu$  von Plexiglas wird der Quotient  $\frac{\mu}{\rho}$ , wobei  $\rho = 1,19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  die Dichte von Plexiglas ist (vgl. [1, S.7]), über die Energie E in Abb. 23 aufgetragen. Die Werte stammen aus [1, S.13] und der Energierbereich wird so gewählt, dass sechs Messpunkte in der Umgebung von 14,4 keV zu sehen sind. Die Werte werden mit einer Exponentialfunktion angepasst:

$$\frac{\mu}{\rho}(E) = A_1 e^{-\frac{E}{t_1}} + y_0 \quad (24)$$

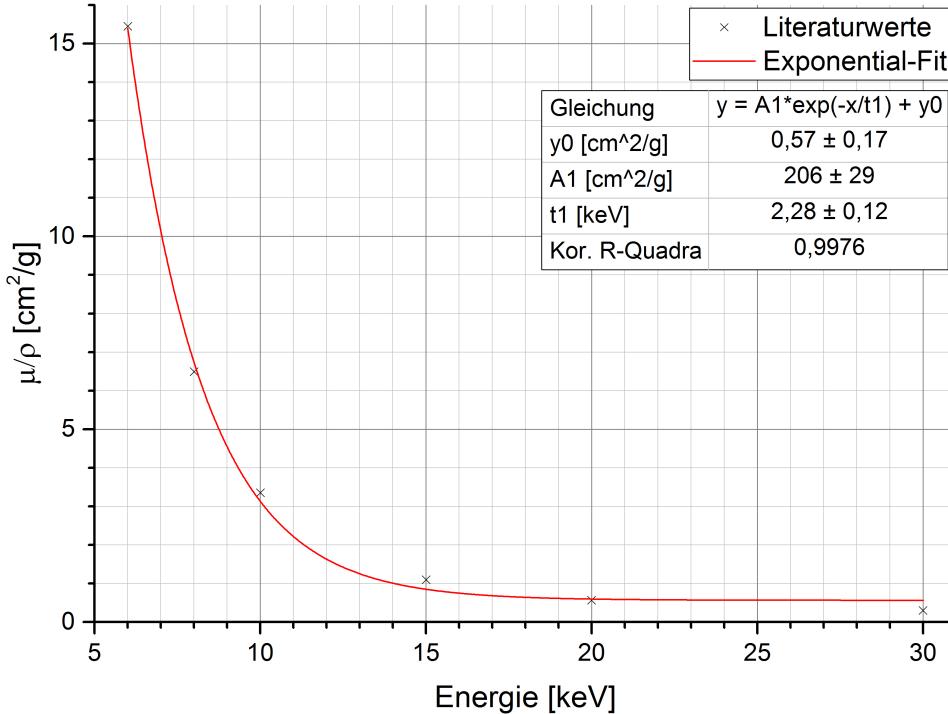


Abbildung 23: Exponential-Fit zur Bestimmung des Verhältnisses  $\frac{\mu}{\rho}$  für 14,4 keV Photonen.

Das Verhältnis des Massenabschwächungskoeffizienten  $\mu$  zur Plexiglas-Dichte  $\rho$  wurde für sechs Literaturwerte in der Umgebung von 14,4 keV über die Energie aufgetragen.

Quelle: nach [1, S.13]

Die Parameter  $A_1$ ,  $t_1$  und  $y_0$  können Abb. 23 entnommen werden und mit (24) erhält man:

$$\frac{\mu}{\rho}(14,4 \text{ keV}) = (0,94 \pm 0,18) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \quad (25)$$

Der Fehler in (25) wird mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$s_{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{(e^{-\frac{E}{t_1}} s_{A_1})^2 + (A_1 e^{-\frac{E}{t_1}} \frac{1}{t_1^2} s_{t_1})^2 + s_{y_0}^2}$$

Mit Gleichung (25) und der Dichte  $\rho = 1,19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  von Plexiglas aus [1, S.7] lässt sich der Massenabschwächungskoeffizient  $\mu$  für Plexiglas berechnen:

$$\mu = (1,1 \pm 0,2) \frac{1}{\text{cm}} \quad (26)$$

$$\text{wobei } s_{\mu} = s_{\frac{\mu}{\rho}} \rho \quad (27)$$

Die theoretische Zählrate mit Plexiglas beträgt somit:

$$\dot{N}_{mP,\text{theo}} = \dot{N}_{oP} e^{-\mu d} = (39,5 \pm 1,7) \frac{1}{\text{s}} \quad (28)$$

Hierbei ist  $d = (0,194 \pm 0,010)$  cm die gemessene Dicke des Plexiglas. Der Fehler  $s_{\dot{N}_{mP, theo}}$  wird mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet. Ein Vergleich von (23) und (28) zeigt, dass die gemessene Zählrate mit Plexiglas innerhalb der zweifachen Standardabweichung mit der theoretischen Zählrate mit Plexiglas übereinstimmt.

Bei den Berechnungen in Kap.6.4 wird die Untergrund-Zählrate nicht abgezogen, da diese auch durch das Plexiglas abgeschwächt wird.

Für die weitere Auswertung ist die Plexiglas-Abschwächung nicht relevant, da im Versuchsaufbau kein Plexiglas verwendet wurde.

## 6.5 Einlinienabsorber: Edelstahl

Als Einlinienabsorber wird Edelstahl verwendet. In einer ersten Messreihe von  $0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  bis  $4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  wurde das gesamte Absorptionsspektrum und in einer zweiten Messreihe von  $0,02 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  bis  $1,6 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  wurde der Absorptionspeak mit kleineren Schrittweiten aufgenommen (vgl. Anhang 9.2). Zur Auswertung wird das gewichtete Mittel gebildet, wenn bei einer Geschwindigkeit zwei Messwerte vorliegen:

$$\bar{\dot{N}} = \frac{\sum \frac{\dot{N}_i}{s_{\dot{N}_i}^2}}{\sum \frac{1}{s_{\dot{N}_i}^2}} \quad (29)$$

$$s_{\bar{\dot{N}}} = \sqrt{\frac{1}{\sum \frac{1}{s_{\dot{N}_i}^2}}} \quad (30)$$

Zur Berechnung der Zählrate  $\dot{N}$  aus den aufgenommenen Counts  $N$  wird die Untergrundzährlate (vgl. (21)) und die Messzeit  $t$  ohne Totzeit berücksichtigt:

$$\dot{N} = \frac{N}{t} - \dot{N}_U \quad (31)$$

$$s_{\dot{N}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{N}}{t}\right)^2 + s_{\dot{N}_U}^2} \quad (32)$$

In Abb. 24 ist das Absorptionsspektrum des Einlinienabsorbers, sowie die Anpassungen mit einer Gauß-Funktion (rot), einer Lorentz-Funktion (dunkelblau) und einer Voigt-Funktion (türkis) zu sehen. Als y-Fehlerbalken werden die Fehler aus (32) eingezeichnet, die Fehler auf die Geschwindigkeit der Absorberfolie sind nicht bekannt, weshalb keine x-Fehlerbalken eingezeichnet werden. Die Voigt-Funktion ist eine Faltung aus der Gauß-Funktion und der Lorentz-Funktion und entspricht dem theoretisch erwarteten Verlauf eines Absorptionspeaks. Daher wird die Voigt-Funktion im Folgenden verwendet, um charakteristische Größen wie die Isomerieverziehung, die effektive Absorberdicke, die Lebensdauer des 14,4 keV-Zustands von  $^{57}\text{Fe}$  und den Debye-Waller-Faktor der Quelle zu bestimmen.

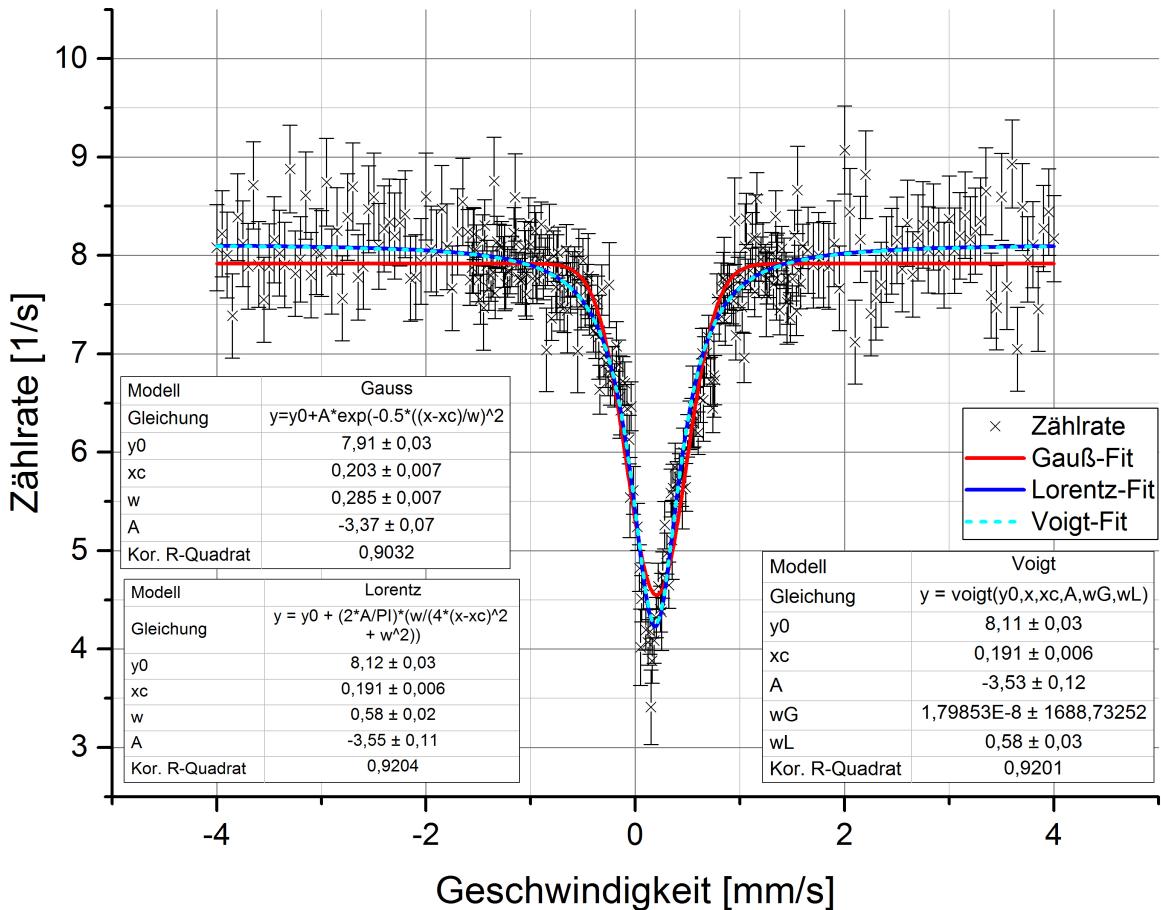


Abbildung 24: Absorptionsspektrums des Einlinienabsorbers.

Als y-Fehlerbalken werden die Fehler aus (32) eingezeichnet. Die Fehler auf die Geschwindigkeit sind nicht bekannt.

### 6.5.1 Isomerieverschiebung

Die Isomerieverschiebung  $v_{iso}$  ist die horizontale Abweichung des Minimums von der Geschwindigkeit  $v = 0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ . Sie entspricht im Voigt-Fit dem Wert des Fit-Parameters  $xc$ :

$$v_{iso} = (0,191 \pm 0,006) \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Eine Umrechnung in die Energie-Einheit ergibt mit der Energie  $E_0 = 14,4 \text{ keV}$  (vgl. [1, S.6]) und der Lichtgeschwindigkeit  $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (vgl. [10, S.1]):

$$E_{iso} = E_0 \frac{v_{iso}}{c} = (9,2 \pm 0,3) \text{ neV} \quad (33)$$

### 6.5.2 Direkte Bestimmung der Lebensdauer

Die Lebensdauer  $\tau_0$  des 14,4 keV-Zustands lässt sich mit Gleichung (9) direkt aus der Breite  $\Gamma_0$  der Voigt-Funktion bestimmen:

$$\tau_0 = \frac{\hbar}{\Gamma_0 \cdot [e]} = (94 \pm 6) \text{ ns} \quad (34)$$

In Gleichung (34) wurden folgende Werte eingesetzt:

$$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (\text{reduziertes Plancksches Wirkungsquantum vgl. [10, S.1]})$$

$$[e] = 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \quad (\text{Energieumrechnung mit der Elementarladung vgl. [10, S.1]})$$

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} \cdot (0,5346 \cdot wL + \sqrt{0,166 \cdot wL^2 + wG^2}) = (7,0 \pm 0,5) \text{ neV}$$

Hierbei sind die Fit-Parameter  $wL$  und  $wG$  aus Abb. 24 entnommen und die Gleichung für  $\Gamma_0$  aus dem Programm Origin Pro 2016.

Mit Hilfe von (34) und (2) lässt sich die Halbwertszeit berechnen:

$$T_{\frac{1}{2}0} = \tau_0 \cdot \ln(2) = (65 \pm 4) \text{ ns} \quad (35)$$

Die Fehler wurden in (34) und (35) mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet. Die Literaturwerte (vgl. Kap. 3.1) für die Lebensdauer und die Halbwertszeit des 14,4 keV-Zustands sind:

$$\tau_{lit} = 141 \text{ ns}$$

$$T_{\frac{1}{2},lit} = 98 \text{ ns}$$

Die aus dem Voigt-Fit bestimmte Lebensdauer und Halbwertszeit stimmen somit nicht innerhalb der dreifachen Standardabweichungen mit den Literaturwerten überein, sondern liegen systematisch darunter. Es ist daher notwendig die effektive Absorberdicke zu berücksichtigen, die zu einer relativen Linienverbreiterung führt.

### 6.5.3 Effektive Absorberdicke

Die effektive Absorberdicke  $T_A$  lässt sich mit folgender Gleichung berechnen (vgl. [1, S.7]):

$$T_A = f_A \beta d_A n_A s_0 = 6,1 \pm 0,6 \quad (36)$$

In Gleichung (36) werden folgende Werte eingesetzt:

$f_A = 0,8$	(Debye-Waller-Faktor des Absorbers bei 20° vgl. [1, S.7])
$\beta = 0,022$	(Anteil an $^{57}\text{Fe}$ im Isotopengemisch vgl. [1, S.7])
$d_A = 25 \mu\text{m}$	(Dicke des Absorbers vgl. [1, S.7])
$n_A = (59 \pm 4) \cdot 10^{27} \frac{1}{\text{cm}^3}$	(Zahl der Eisenatome in 1 m <sup>3</sup> vgl. (37))
$s_0 = (2,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-22} \frac{1}{\text{m}^2}$	(Wirkungsquerschnitt vgl. (38))

Die Zahl der Eisenatome  $n_A$  pro Kubikmeter lässt sich mit folgender Gleichung berechnen:

$$n_A = \frac{\rho_{Fe}}{M_{Fe}} N_A \alpha_{Fe} \quad (37)$$

In Gleichung (37) werden folgende Werte eingesetzt:

$\rho_{Fe} = 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	(Dichte von Eisen vgl. [10, S.499])
$M_{Fe} = 55,85 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$	(Molare Masse von Eisen vgl. [10, S.499])
$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	(Avogadro-Konstante vgl. [10, S.1])
$\alpha_{Fe} = (70 \pm 5)\%$	(Eisengehalt im Absorber vgl. [10, S.7])

Der Wirkungsquerschnitt  $s_0$  lässt sich mit folgender Gleichung aus [8, S.219] berechnen:

$$s_0 = 2\pi \left(\frac{c}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{2I' + 1}{2I + 1}\right) \left(\frac{1}{1 + \alpha}\right) \quad (38)$$

In Gleichung (38) werden folgende Werte eingesetzt:

$c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	(Lichtgeschwindigkeit vgl. [10, S.1])
$\omega_0 = \frac{14,4 \text{ keV}}{\hbar} = 2,19 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{s}}$	(Winkelgeschwindigkeit des 14,4 keV-Photons)
$I' = \frac{3}{2}$	(Kernspin des angeregten Zustands)
$I = \frac{1}{2}$	(Kernspin des Grundzustands)
$\alpha = 9,1 \pm 0,8$	(Konversionskoeffizient vgl. [11, S.495])

#### 6.5.4 Alternative Bestimmung der Lebensdauer

Mit Kenntnis der effektiven Absorberdicke aus Kap. 6.5.3 lässt sich die relative Linienvverbreiterung  $W = \frac{\Gamma_0}{2\Gamma}$  der gemessenen Linienbreite  $\Gamma_0$  im Vergleich zur natürlichen Linienbreite  $\Gamma$  mit Abb. 25 aus [8, S.223] graphisch bestimmen.

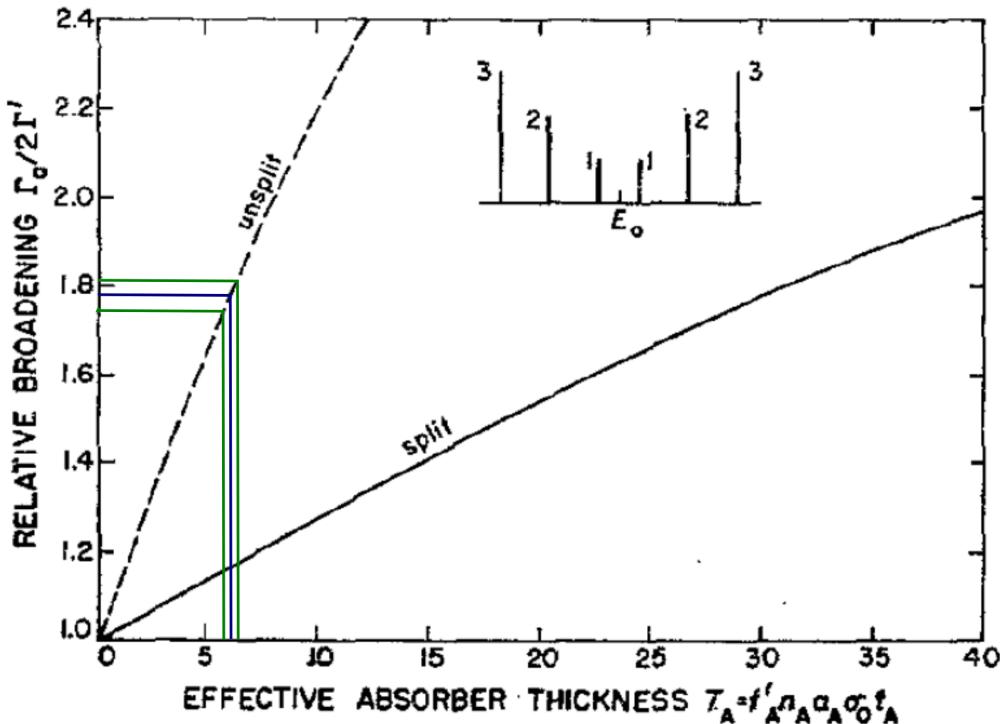


Abbildung 25: **Relative Linienvverbreiterung über Absorberdicke für den Einlinienabsorber.**

In blau ist die effektive Absorberdicke  $T_A = 6,1$  markiert und in grün die Fehler  $s_{T_A} = \pm 0,6$ . Die relative Linienvverbreiterung  $\frac{\Gamma_0}{2\Gamma} = (1,78 \pm 0,06)$  wurde graphisch durch Berechnung von Pixeln entlang der Skala mit dem Programm Inkscape bestimmt.

Quelle: nach [8, S.223]

Durch Berechnung der Pixel mit dem Programm Inkscape wurde folgende Linienvverbreiterung bestimmt:

$$W = (1,78 \pm 0,06) \quad (39)$$

Mit Gleichung (39) und der gemessenen Linienbreite aus dem Voigt-Fit (vgl. Kap. 6.5.2) lässt sich die natürliche Linienbreite berechnen:

$$\Gamma = \frac{\Gamma_0}{W} = (3,9 \pm 0,3) \text{ neV} \quad (40)$$

Mit den Gleichungen (34) und (35) lässt sich aus der natürlichen Linienbreite die Lebens-

dauer  $\tau$  und die Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}}$  bestimmen:

$$\tau = (168 \pm 12) \text{ ns} \quad (41)$$

$$T_{\frac{1}{2}} = (116 \pm 8) \text{ ns} \quad (42)$$

Ein Vergleich mit den Literaturwerten aus Kap. 6.5.2 zeigt, dass die experimentell bestimmte Lebensdauer und Halbwertszeit innerhalb der dreifachen Standardabweichung mit den Literaturwerten übereinstimmen, wenn die effektive Absorberdicke berücksichtigt wird. Bei der Fehler-Berechnung wurde der statistische Fehler auf die Zählrate, die Unsicherheit auf den Eisenanteil im Absorber und die Unsicherheit auf den Konversionskoeffizienten berücksichtigt. Die systematische Abweichung nach oben könnte aufgrund der graphischen Bestimmung der relativen Linienverbreiterung entstanden sein. Mit Hilfe einer Formel hätte die relative Linienverbreiterung präziser bestimmt werden können.

### 6.5.5 Debye-Waller-Faktor

Mit Gleichung (13) lässt sich der Debye-Waller-Faktor  $f_Q$  der Quelle berechnen:

$$f_Q = \frac{Z(\infty) - Z(0)}{Z(\infty)} \cdot \frac{1}{1 - \exp(-\frac{T_A}{2}) \cdot J_0(i \frac{T_A}{2})} = (0,41 \pm 0,03) \quad (43)$$

In (43) wurden folgende Werte eingesetzt:

$$Z(\infty) = (8,11 \pm 0,03) \frac{1}{\text{s}} \quad (\text{Zählrate für unendliche Geschw. aus Abb. 24})$$

$$Z(0) = (4,75 \pm 0,08) \frac{1}{\text{s}} \quad (\text{Zählrate für } v = 0 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \text{ mit Voigt-Funktion aus Abb. 24})$$

$$T_A = (6,1 \pm 0,6) \quad (\text{Absorberdicke vgl. (36)})$$

Der Fehler in (43) wurde mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet. Der experimentell bestimmte Debye-Waller-Faktor besagt, dass  $(41 \pm 3) \%$  der Photonen ohne Rückstoßenergie aus der Quelle emittiert werden.

## 6.6 Sechslinienabsorber: Natureisen

Als Sechslinienabsorber wird Natureisen verwendet und das Absorptionsspektrum wird mit einer Absorberplattengeschwindigkeit von  $0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  bis  $8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  mit einer Schrittweite von  $0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  und einer Messzeit von 600 s aufgenommen. Die Messzeit wurde so gewählt, dass der relative Fehler auf die Zählrate kleiner als 1 % ist. Die Untergrundzählrate wird analog zu Kap. 6.5 von der gemessenen Zählrate abgezogen, sodass die Zählrate mit Fehlerbalken über die Geschwindigkeit der Absorberplatte in Abb. 26 aufgetragen werden kann. Da der Fehler auf die Geschwindigkeit nicht bekannt ist, werden keine x-Fehlerbalken eingezeichnet.

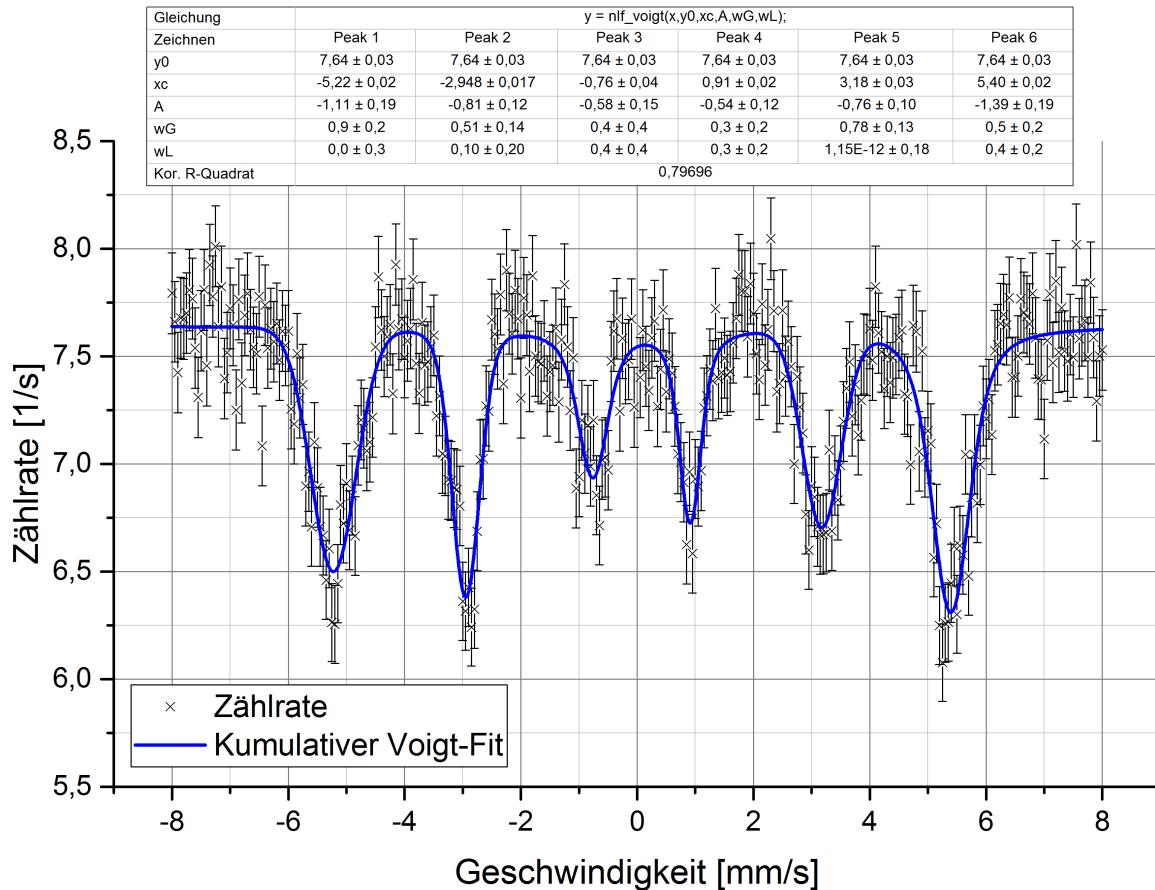


Abbildung 26: Absorptionsspektrums des Sechslinienabsorbers.

Als y-Fehlerbalken werden die Fehler aus (32) eingezeichnet. Die Fehler auf die Geschwindigkeit sind nicht bekannt. Die Voigt-Anpassung hat im Gegensatz zur Gauß-Anpassung und zur Lorentz-Anpassung konvergiert.

Wie erwartet sind aufgrund der Hyperfeinaufspaltung von  $^{57}\text{Fe}$  (vgl. Abb. 5) sechs Linien in Abb. 26 zu sehen, die mit einer sechsfachen Voigt-Funktion angepasst werden. Eine Anpassung mit einer sechsfachen Gauß-Funktion oder einer sechsfachen Lorentz-Funktion hat nicht konvergiert, weshalb die Voigt-Funktion die beste der drei Fit-Möglichkeiten zu sein scheint. Im Folgenden werden die Parameter der sechsfachen Voigt-Funktion aus Abb. 26 verwendet, um die Isomerieverschiebung, die magnetischen Momente, das Magnetfeld am Kernort, die effektive Absorberdicke, die Lebensdauer des 14,4 keV-Zustands und den Debye-Waller-Faktor zu bestimmen.

### 6.6.1 Isomerieverschiebung

Analog zu Kap. 6.5.1 lässt sich die Verschiebung des Minimums  $v_i$  und die Energiedifferenz zum 14,4 keV-Zustand  $E_i$  für die sechs Peaks aus Abb. 26 bestimmen. Die Werte können Tab. 5 entnommen werden.

Tabelle 5: **Isomerieverschiebung beim Sechslinienabsorber.**

Peak	$v_i$ [mm/s]	$E_i$ [neV]
1	$-5,22 \pm 0,02$	$251,1 \pm 1,1$
2	$-2,947 \pm 0,017$	$141,7 \pm 0,8$
3	$-0,76 \pm 0,04$	$36,6 \pm 1,7$
4	$0,91 \pm 0,02$	$43,9 \pm 1,1$
5	$3,18 \pm 0,03$	$152,7 \pm 1,3$
6	$5,40 \pm 0,02$	$259,4 \pm 1,0$

Den sechs Peaks aus Abb. 26 können unterschiedliche magnetische Quantenzahlen für den angeregten Zustand  $m_a$  und für den Grundzustand  $m_g$  zugeordnet werden (vgl. Abb. 5). Die Peaks und die zugehörigen magnetischen Quantenzahlen können Tab. 6 entnommen werden.

Tabelle 6: **Magnetische Quantenzahlen der Hyperfeinaufspaltung von  $^{57}\text{Fe}$ .**

Die magnetischen Quantenzahlen für den angeregten Zustand  $m_a$  und für den Grundzustand  $m_g$  werden den sechs Peaks von Natureisen zugeordnet.

Peak	$m_a$	$m_g$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
5	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
6	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Die theoretischen Aufspaltungsenergien  $E_i$  zwischen zwei Hyperfeinzuständen lassen sich für jeden Peak  $i$ , wobei  $i \in 1, \dots, 6$ , mit (14) berechnen:

$$\begin{aligned} E_1 &= (\mu_a - \mu_g)B = -E_6 \\ E_2 &= \left(\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g\right)B = -E_5 \\ E_3 &= \left(\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g\right)B = -E_4 \end{aligned}$$

Zur Berechnung der Aufspaltungsenergien wurden die magnetischen Quantenzahlen aus Tab. 6 und die Kernspins  $I_g = \frac{1}{2}$  für den Grundzustand bzw.  $I_a = \frac{3}{2}$  für den angeregten Zustand in (14) eingesetzt. Bei Betrachtung der Aufspaltungsenergien fällt auf, dass diese ohne Isomerieverschiebung symmetrisch um  $v = 0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  liegen müssten. Die Isomerieverschiebung lässt sich somit folgendermaßen berechnen:

$$v_{iso} = \frac{v_1 + v_6}{2} = \frac{v_2 + v_5}{2} = \frac{v_3 + v_4}{2}$$

Durch Umrechnung mit (33) werden folgende drei Energiewerte bestimmt:

$$\begin{aligned} E_{iso,16} &= (4,1 \pm 0,8) \text{ neV} \\ E_{iso,25} &= (5,5 \pm 0,8) \text{ neV} \\ E_{iso,34} &= (3,7 \pm 1,0) \text{ neV} \end{aligned}$$

Das gewichtete Mittel wird analog zu (29) und (30) berechnet und ergibt:

$$\overline{E_{iso}} = (4,5 \pm 0,5) \text{ neV}$$

Folgender Literaturwert wurde dem Datenblatt der Absorberplatte beim Versuch entnommen:

$$E_{iso,lit} = (5,288) \text{ neV}$$

Die experimentell bestimmte Isomerieverschiebung stimmt somit innerhalb der zweifachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein. Der Fehler auf das experimentell bestimmte Ergebnis ergibt sich aus der Unsicherheit bei der Bestimmung des Parameters  $xc$  des Voigt-Fits. Um die statistische Unsicherheit auf die Zählrate zu minimieren, hätte die Messzeit länger und die Schrittweite der Geschwindigkeit kleiner gewählt werden können. Allerdings betrug die Messzeit bereits 100 h und das LabView-Programm hat bei kleinen Geschwindigkeitsschritten nach kurzer Zeit die Messung abgebrochen.

### 6.6.2 Magnetische Momente

Das magnetische Moment des Grundzustands kann [12, S.55] entnommen werden und beträgt in Einheiten des Kernmagnetons  $\mu_N = 3,152 \cdot 10^{-8} \frac{\text{eV}}{\text{T}}$  (vgl. [12, S.12]):

$$\mu_g = (0,0906)\mu_N \quad (44)$$

Mit den Gleichungen (14) und (33), sowie mit der Isomerieverziehung  $v_{iso}$  gilt für die Verschiebung des Geschwindigkeitminimums  $v_i$  eines Peaks  $i$ :

$$v_i = v_{iso} - \frac{c}{E_0} \left( \frac{\mu_a m_a}{I_a} - \frac{\mu_g m_g}{I_g} \right) B$$

Einsetzen der magnetischen Quantenzahlen aus Tab.6 und der Kernspins  $I_a = \frac{3}{2}$  und  $I_g = \frac{1}{2}$  ergibt folgende Energiedifferenzen:

$$\Delta v_a = v_6 - v_1 = \frac{2c}{E_0} (\mu_a - \mu_g) B \quad (45)$$

$$\Delta v_b = v_5 - v_2 = \frac{2c}{E_0} \left( \frac{1}{3}\mu_a - \mu_g \right) B \quad (46)$$

$$\Delta v_c = v_4 - v_3 = \frac{2c}{E_0} \left( -\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g \right) B \quad (47)$$

Um das unbekannte Magnetfeld  $B$  zu eliminieren, wird der Quotient von zwei Geschwindigkeitsdifferenzen gebildet:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta v_a}{\Delta v_b} &= \frac{\mu_a - \mu_g}{\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g} \\ \frac{\Delta v_a}{\Delta v_c} &= \frac{\mu_a - \mu_g}{-\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g} \\ \frac{\Delta v_b}{\Delta v_c} &= \frac{\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g}{-\frac{1}{3}\mu_a - \mu_g} \end{aligned}$$

Durch Umstellen der Gleichungen nach dem magnetischen Moment des angeregten Zustands  $\mu_a$  und Einsetzen von  $\mu_g$  (vgl. (44)) werden folgende Werte in Einheiten des Kernmagnetons  $\mu_N$  berechnet:

$$\begin{aligned} \mu_{a,ab} &= (-0,158 \pm 0,004)\mu_N \\ \mu_{a,ac} &= (-0,155 \pm 0,002)\mu_N \\ \mu_{a,bc} &= (-0,155 \pm 0,002)\mu_N \end{aligned}$$

Der Fehler auf die drei Werte von  $\mu_a$  wurde mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet. Da die drei Ergebnisse korreliert sind, ist eine Mittelwertbildung nicht sinnvoll. Der Literaturwert von  $\mu_a$  kann [12, S.55] entnommen werden und beträgt:

$$\mu_{a,lit} = (-0, 15531)\mu_N$$

Die experimentell bestimmten magnetischen Momente des angeregten Zustands stimmen somit innerhalb der einfachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein. Der Versuchsaufbau scheint daher zur Bestimmung von magnetischen Momenten geeignet zu sein.

### 6.6.3 Magnetfeld am Kernort

Mit Kenntnis der Lichtgeschwindigkeit  $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (vgl. [10, S.1]), der Energie  $E_0 = 14,4 \text{ keV}$  (vgl. [1, S.6]) und der magnetischen Momente  $\mu_a$  und  $\mu_g$  aus Kap. 6.6.2 kann das Magnetfeld  $B$  am Kernort aus den Gleichungen (45) bis (47) berechnet werden:

$$B_{ab} = (32, 6 \pm 0, 5) \text{ T}$$

$$B_{ac} = (32, 8 \pm 0, 5) \text{ T}$$

$$B_{bc} = (33 \pm 2) \text{ T}$$

Die Fehler auf das Magnetfeld wurden mit gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt.

### 6.6.4 Direkte Bestimmung der Lebensdauer

Die Lebensdauer  $\tau_0$  und die Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}0}$  des  $14,4 \text{ keV}$ -Zustands lassen sich mit (34) und (35) direkt aus der Linienbreite  $\Gamma_0$  der sechs Linien in Abb. 26 bestimmen. Die Berechnung von  $\Gamma_0$  erfolgt mit dem Programm Origin aus den Fit-Parametern wL (Lorentz-Anteil der Breite) und wG (Gauß-Anteil der Breite) der sechsfachen Voigt-Funktion in Abb. 26. Die Ergebnisse von  $\Gamma_0$ ,  $\tau_0$  und  $T_{\frac{1}{2}0}$  können Tab. 7 entnommen werden. Die Fehler wurden mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Tabelle 7: Natürliche Linienbreite  $\Gamma_0$ , Lebensdauer  $\tau_0$  und Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}0}$  beim Sechslinienabsorber.

Peak	$\Gamma_0$ [neV]	$\tau_0$ [ns]	$T_{\frac{1}{2}0}$ [ns]
1	$(10, 9 \pm 0, 8)$	$60 \pm 4$	$42 \pm 3$
2	$6, 8 \pm 0, 6$	$96 \pm 9$	$67 \pm 6$
3	$7, 5 \pm 1, 4$	$88 \pm 16$	$61 \pm 12$
4	$5, 5 \pm 0, 9$	$121 \pm 20$	$84 \pm 14$
5	$9, 4 \pm 1, 5$	$70 \pm 12$	$49 \pm 8$
6	$9, 6 \pm 0, 8$	$69 \pm 6$	$48 \pm 4$

Aus Tab. 7 kann entnommen werden, dass die Werte von  $\tau_0$  und  $T_{\frac{1}{2},0}$  bis auf den Peak 4 systematisch unterhalb der dreifachen Standardabweichung von den Literaturwerten (vgl. Kap. 3.1) liegen.

$$\tau_{lit} = 141 \text{ ns}$$

$$T_{\frac{1}{2},lit} = 98 \text{ ns}$$

Die experimentell bestimmten Werte von  $\tau_0$  und  $T_{\frac{1}{2},0}$  für den Peak 4 stimmen innerhalb der einfachen Standardabweichung mit den Literaturwerten überein.

Im Folgenden wird die effektive Absorberdicke berechnet, um daraus die relative Linienverbreiterung, die natürliche Linienbreite  $\Gamma$  und die Lebensdauer  $\tau$  des 14,4 keV-Zustand auf einem alternativen Weg bestimmen zu können.

### 6.6.5 Effektive Absorberdicke

Die effektive Absorberdicke kann mit Gleichung (36) wie in Kap. 6.5.3 berechnet werden. Allerdings müssen die unterschiedlichen Wirkungsquerschnitte der sechs Übergänge berücksichtigt werden. Es wird vom gleichen Gesamtwirkungsquerschnitt wie beim Einlinienabsorber ausgegangen und die Anteile des Wirkungsquerschnitts auf die sechs Linien ergibt sich aus den Amplitudenverhältnissen der Linien. Die Amplitudenverhältnisse der Linien und die daraus berechneten effektiven Absorberdicken  $T_A$  können Tab. 8 entnommen werden.

Tabelle 8: Amplitudenverhältnis und effektive Absorberdicke beim Sechslinienabsorber.

Das Amplitudenverhältnis wurde mit den Amplituden A aus Abb. 26 berechnet.

Peak	Amplitudenverhältnis	effektive Absorberdicke $T_A$
1	$2,0 \pm 0,4$	$1,3 \pm 0,2$
2	$1,5 \pm 0,2$	$0,98 \pm 0,15$
3	$1,1 \pm 0,3$	$0,70 \pm 0,18$
4	$1,0 \pm 0,2$	$0,65 \pm 0,14$
5	$1,4 \pm 0,2$	$0,91 \pm 0,12$
6	$2,6 \pm 0,3$	$1,7 \pm 0,2$

Theoretisch wird ein Amplitudenverhältnis von 3:2:1:1:2:3 erwartet (vgl. Abb. 25). Die experimentell bestimmten Amplitudenverhältnisse aus Tab. 8 stimmen somit für alle Peaks höchstens innerhalb der dreifachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein. Die Fehler wurden mit gaußscher Fehlerfortpflanzung aus den Fehlern der Fit-Parameter A aus Abb. 26 berechnet. Ein systematischer Fehler auf die Amplituden könnte aufgrund des Erdmagnetfelds und anderer Magnetfelder in der Umgebung des Versuchsaufbaus entstanden sein, da diese einen Einfluss auf das Magnetfeld am Kernort haben.

### 6.6.6 Alternative Bestimmung der Lebensdauer

Mit Kenntnis der effektiven Absorberdicke aus Kap. 6.6.5 lässt sich die relative Linienvverbreiterung  $W = \frac{\Gamma_0}{2\Gamma}$  der gemessenen Linienbreite  $\Gamma_0$  im Vergleich zur natürlichen Linienbreite  $\Gamma$  mit Abb. 27 aus [8, S.223] graphisch bestimmen. Hierbei wird im Gegensatz zu Kap. 6.5.4 die Kurve *split* zum Ablesen verwendet, da die Hyperfeinaufspaltung des 14,4 keV-Zustands betrachtet wird.

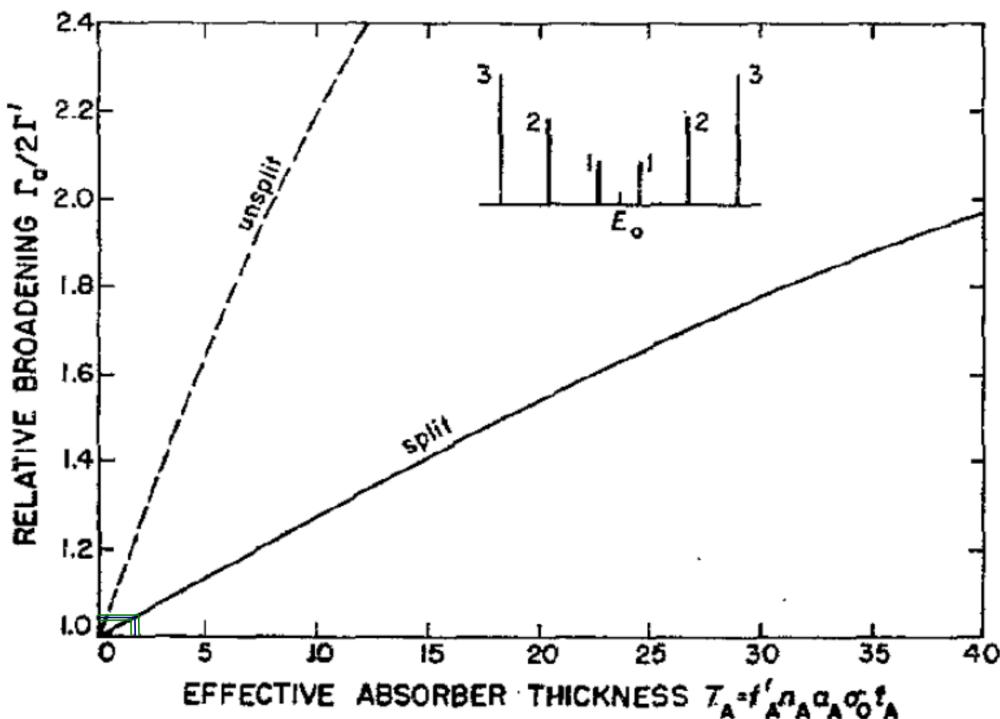


Abbildung 27: Relative Linienvverbreiterung über Absorberdicke für den Sechslienabsorber.

In blau ist die effektive Absorberdicke  $T_A = 1,7$  markiert und in grün die Fehler  $s_{T_A} = \pm 0,2$ . Die relative Linienvverbreiterung  $\frac{\Gamma_0}{2\Gamma} = (1,046 \pm 0,006)$  wurde graphisch durch Berechnung von Pixeln entlang der Skala mit dem Programm Inkscape bestimmt.  
Quelle: nach [8, S.223]

Die graphische Bestimmung der relativen Linienvverbreiterung ist in Abb. 27 exemplarisch für den Peak 6 dargestellt, da dieser Peak die größte experimentell bestimmte Absorberdicke aufweist. Für die anderen Peaks wurde die relative Linienvverbreiterung analog graphisch bestimmt, wobei die Bestimmung der Werte durch Berechnung der Pixel entlang der Achsen mit dem Programm Inkscape erfolgte.

Die Ergebnisse der relativen Linienvverbreiterung  $W$ , sowie die analog zu Kap. 6.5.4 berechnete natürliche Linienbreite  $\Gamma$ , Lebensdauer  $\tau$  und Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}}$  können Tab. 9 entnommen werden.

Tabelle 9: **Relativen Linienverbreiterung  $W$ , natürliche Linienbreite  $\Gamma$ , Lebensdauer  $\tau$  und Halbwertszeit  $T_{\frac{1}{2}}$  beim Sechslinienabsorber.**

Peak	$W$	$\Gamma$ [neV]	$\tau$ [ns]	$T_{\frac{1}{2}}$ [ns]
1	$1,034 \pm 0,006$	$10,6 \pm 0,8$	$62 \pm 4$	$43 \pm 3$
2	$1,028 \pm 0,005$	$6,7 \pm 0,6$	$99 \pm 9$	$69 \pm 6$
3	$1,022 \pm 0,005$	$7,3 \pm 1,4$	$90 \pm 17$	$62 \pm 12$
4	$1,018 \pm 0,005$	$5,4 \pm 0,9$	$123 \pm 21$	$85 \pm 14$
5	$1,029 \pm 0,005$	$9,1 \pm 1,5$	$72 \pm 12$	$50 \pm 8$
6	$1,046 \pm 0,006$	$9,1 \pm 0,8$	$72 \pm 6$	$50 \pm 4$

Aufgrund der relativen Linienverbreiterung ist die natürliche Linienbreite  $\Gamma$  kleiner als die gemessene Linienbreite  $\Gamma_0$ , somit sind die in Tab. 9 berechneten Werte der Lebensdauer und der Halbwertszeit größer als in Kap. 6.6.4. Dennoch liegen die Werte in Tab. 9 bis auf den Peak 4 weiterhin systematisch unter den Literaturwerten. Bei der grafischen Bestimmung der relativen Linienverbreiterung könnte ein systematischer Fehler vorliegen, falls die falsche Funktion gewählt wurde. Zudem könnte die Annahme eines Gesamtwirkungsquerschnitts des Sechslinienabsorbers, der dem Wirkungsquerschnitt des Einlinienabsorbers entspricht einem Fehler unterliegen. Vermutlich liegt der Fehler jedoch an der Messung selbst, da die Geschwindigkeit der Absorberplatte nicht beliebig klein gewählt werden konnte und der Fehler auf die Geschwindigkeit der Absorberplatte unbekannt ist. Aufgrund der schwankenden Zählraten besitzt der sechsfache Voigt-Fit ein korrigiertes R-Quadrat von 80%, d.h. lediglich 80% der Messwerte können mit dem Fit erklärt werden.

### 6.6.7 Debye-Waller-Faktor

Die Debye-Waller-Faktoren  $f_Q$  der sechs Absorptionslinien lassen sich analog zu Kap. 3.4.1 berechnen. Die Ergebnisse können Tab. 10 entnommen werden.

Tabelle 10: **Debye-Waller-Faktoren beim Sechslinienabsorber.**

Peak	$f_Q$
1	$0,27 \pm 0,07$
2	$0,25 \pm 0,07$
3	$0,24 \pm 0,10$
4	$0,24 \pm 0,10$
5	$0,25 \pm 0,07$
6	$0,29 \pm 0,06$

Wie erwartet ist der Anteil an rückstoßfrei-emittierten Photonen für den Peak 3 und 4 am geringsten, da dort die Amplituden am kleinsten sind (vgl. Abb. 26).

## 7 Zusammenfassung und Diskussion

### 7.1 Energiekalibrierung des MCA

Die Energiespektren von Cu, Rb, Mo, Ag, Ba und Tb wurden aufgenommen und die  $K_{\alpha}$ -Linien mit Gauß-Funktionen angepasst. Bei Cu und Tb ist ein kumulativer Fit aus zwei Gauß-Funktionen notwendig, da sich die  $K_{\alpha}$ -Linie und die  $K_{\beta}$ -Linie überlappen. Durch Auftragen der Literaturwerte über die experimentell bestimmte Position der  $K_{\alpha}$ -Linien ist eine Eichgerade mit hoher Güte (korrigiertes R-Quadrat=0,9980) erstellt worden. Der Wert von Cu wird dabei nicht berücksichtigt, da er stark von den anderen Werten abweicht. Mit der Eichgeraden ist der 14,4 keV-Peak bei

$$E_{gem} = 13,6 \pm 1,3$$

identifiziert worden. Der experimentell bestimmte Wert stimmt somit innerhalb der einfachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein, sodass die Energiekalibrierung als gelungen betrachtet werden kann. Der Fehler entspricht der Standardabweichung der Gauß-Funktion.

### 7.2 Bestimmung des Compton-Untergrunds

Zur Bestimmung des Compton-Untergrunds wurden 44 Messungen mit zunehmender Anzahl an Aluminiumplatten durchgeführt und die Zählrate über die Absorberdicke aufgetragen. Bei der Anpassung mit einem doppelten Exponential-Fit beschreibt die erste Komponente die Abschwächung des 14,4 keV-Beitrags und die zweite Komponente den Compton-Untergrund. Es wurde die Annahme gemacht, dass die gestreuten Photonen des 136,5 keV und 122,1 keV, die den Compton-Anteil ausmachen einen ähnlichen Absorptionskoeffizienten besitzen. Die experimentell bestimmte Untergrundrate beträgt:

$$\dot{N}_U = (10,49 \pm 0,07) \frac{1}{s}$$

Der relative Fehler der Untergrundrate ist kleiner als 1 %, weshalb die Annahme gerechtfertigt ist und die Untergrundmessung als gelungen bezeichnet werden kann.

### 7.3 Abschwächung durch Plexiglas

Die experimentell bestimmten Zählraten ohne Plexiglas ( $\text{oP}$ ) und mit Plexiglas ( $\text{mP}$ ) sind:

$$\dot{N}_{\text{oP}} = (49,0 \pm 0,4) \frac{1}{\text{s}}$$

$$\dot{N}_{\text{mP}} = (36,3 \pm 0,3) \frac{1}{\text{s}}$$

Der Abschwächungskoeffizient wurde durch Extrapolation von Literaturwerten bestimmt und beträgt:

$$\mu = (1,1 \pm 0,2) \frac{1}{\text{cm}}$$

und die daraus bestimmte theoretische Zählrate mit Plexiglas ist:

$$\dot{N}_{\text{mP},\text{theo}} = (39,5 \pm 1,7) \frac{1}{\text{s}}$$

Der experimentell bestimmte Wert der Zählrate mit Plexiglas stimmt somit innerhalb der zweifachen Standardabweichung mit dem theoretisch berechneten Wert überein. Der theoretisch berechnete Wert weist dabei einen größeren relativen Fehler auf als der experimentell bestimmte, da die Literaturwerte nicht vollständig mit einer Exponential-Funktion beschrieben werden konnten. Da im Versuchsaufbau kein Plexiglas verwendet wurde, wurde die Abschwächung nicht berücksichtigt.

### 7.4 Einlinienabsorber: Edelstahl

Das Absorptionsspektrum von Edelstahl wurde mit einer Gauß-Funktion, einer Lorentz-Funktion und einer Voigt-Funktion angepasst. Da die Voigt-Funktion dem theoretisch erwarteten Verlauf des Absorptionspeaks entspricht, wurde sie zur Berechnung der Isomerieverschiebung  $E_{iso}$ , der effektiven Absorberdicke  $T_A$ , der direkt bestimmten Lebensdauer  $\tau_0$ , der alternativ berechneten Lebensdauer  $\tau$  und des Debye-Waller-Faktors  $f_Q$  verwendet. Die experimentell bestimmten Größen und die Literaturwerte können Tab. 11 entnommen werden.

Tabelle 11: Experimentell bestimmte Ergebnisse und Literaturwerte der Isomerieverschiebung  $E_{iso}$ , der effektiven Absorberdicke  $T_A$ , der direkt bestimmten Lebensdauer  $\tau_0$ , der alternativ berechneten Lebensdauer  $\tau$  und des Debye-Waller-Faktors  $f_Q$ .

Größe	Experimenteller Wert	Literaturwert
$E_{iso}$	$(9,2 \pm 0,3)$ neV	
$T_A$	$(6,1 \pm 0,6)$	
$\tau_0$	$(94 \pm 6)$ ns	141 ns
$\tau$	$(168 \pm 12)$ ns	141 ns
$f_Q$	$(0,41 \pm 0,03)$	

Aufgrund fehlender Literaturwerte für die Isomerieverschiebung, die effektive Absorberdicke und den Debye-Waller-Faktor ist eine Diskussion dieser Werte nicht möglich. Aus der effektiven Absorberdicke wurde jedoch die relative Linienverbreiterung bestimmt und somit die Lebensdauer auf einem alternativen Weg bestimmt. Die Lebensdauer  $\tau$  mit Berücksichtigung der effektiven Absorberdicke stimmt innerhalb der zweifachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein, während die direkt aus dem Voigt-Fit bestimmte Lebensdauer  $\tau_0$  systematisch unterhalb des Literaturwerts und außerhalb der dreifachen Standardabweichung liegt. Daher scheint es sinnvoll die relative Linienverbreiterung aufgrund der effektiven Absorberdicke zu berücksichtigen. Die Isomerieverschiebung im Bereich von neV scheint sinnvoll, da beispielsweise die Isomerieverschiebung von Natureisen auch in dieser Größenordnung liegt (vgl. Kap. 7.5). Der experimentell bestimmte Debye-Waller-Faktor gibt an, dass  $(41 \pm 3)\%$  der Photonen rückstoßfrei aus der Quelle emittiert werden.

Bei der Fehlerrechnung wurden die statistischen Fehler auf die Zählrate und die Unsicherheiten auf den Eisenanteil im Edelstahl, sowie die Unsicherheit auf den Konversionskoeffizienten berücksichtigt. Eine längere Messzeit, hätte möglicherweise zu geringeren Schwankungen in der Zählrate geführt.

## 7.5 Sechslinienabsorber: Natureisen

Im Absorptionsspektrum vom Sechslinienabsorber waren aufgrund der Hyperfeinaufspaltung von  $^{57}\text{Fe}$  wie erwartet sechs Linien zu sehen. Diese wurden mit einem sechsfachen Gauß-, Lorentz- und Voigt-Fit angepasst. Jedoch hat nur der sechsfache Voigt-Fit konvergiert, sodass bestätigt wird, dass der Voigt-Fit das Absorptionsverhalten von  $^{57}\text{Fe}$  im Vergleich zum Gauß- und Lorentz-Fit am besten beschreibt. Die experimentell bestimmten Werte und die Literaturwerte der Isomerieverschiebung  $E_{iso}$ , der magnetischen Momente  $\mu_a$  des angeregten Zustands und des Magnetfelds  $B$  am Kernort können Tab. 12 entnommen werden.

Tabelle 12: Experimentell bestimmte Ergebnisse und Literaturwerte der Isomerieverschiebung  $E_{iso}$ , der magnetischen Momente  $\mu_a$  des angeregten Zustands und des Magnetfelds  $B$  am Kernort beim Sechslinienabsorber.

Da jeweils drei Aufspaltungsenergien symmetrisch zueinander sind, liegen drei experimentelle Ergebnisse zu den Größen vor. Bei der Isomerieverschiebung konnte das gewichtete Mittel  $\overline{E_{iso}}$  gebildet werden, da bei dieser Rechnung die Messwerte unabhängig voneinander betrachtet werden.

Größe	Experimenteller Wert	Literaturwert
$\overline{E_{iso}}$	$(4,5 \pm 0,5)$ neV	5,288 neV
$\mu_{a,ab}$	$(-0,158 \pm 0,004) \mu_N$	
$\mu_{a,ac}$	$(-0,155 \pm 0,002) \mu_N$	$-0,15531 \mu_N$
$\mu_{a,bc}$	$(-0,155 \pm 0,002) \mu_N$	
$B_{ab}$	$(32,6 \pm 0,5)$ T	
$B_{ac}$	$(32,8 \pm 0,5)$ T	
$B_{bc}$	$(33 \pm 2)$ T	

Bei Betrachtung der magnetischen Quantenzahlen der sechs Hyperfeinstruktur-Zustände von  $^{57}\text{Fe}$  wurde festgestellt, dass es jeweils zwei zueinander symmetrische Aufspaltungsenergien gibt, sodass für die Isomerieverschiebung, die magnetischen Momente des angeregten Zustands und das Magnetfelds  $B$  am Kernort drei experimentell bestimmte Ergebnisse vorliegen. Bei der Isomerieverschiebung konnte das gewichtete Mittel  $\overline{E_{iso}}$  gebildet werden, da bei dieser Rechnung die Messwerte unabhängig voneinander betrachtet werden. Die experimentell bestimmte Isomerieverschiebung stimmt innerhalb der zweifachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein und die Ergebnisse der magnetischen Momente stimmen innerhalb der einfachen Standardabweichung mit dem Literaturwert überein. Da das Magnetfeld  $B$  direkt aus den magnetischen Momenten berechnet wurde, sind es vermutlich realistische experimentell bestimmte Werte für das tatsächlich vorliegende Magnetfeld.

Der relative Fehler auf die Isomerieverschiebung liegt bei über 10 %, weshalb dieses Ergebnis nicht sehr aussagekräftig ist. Die magnetischen Momente besitzen jedoch einen relativen Fehler von weniger als 3 %, sodass die Mößbauer-Spektroskopie zur Untersuchung der Hyperfeinaufspaltung geeignet zu sein scheint.

Die effektive Absorberdicke  $T_A$ , die direkt bestimmten Lebensdauer  $\tau_0$ , die alternativ berechnete Lebensdauer  $\tau$  und der Debye-Waller-Faktor  $f_Q$  wurde für die sechs Linien von Natureisen bestimmt. Bis auf den Peak 4 lagen die Lebensdauern  $\tau$  und  $\tau_0$  systematisch unter dem Literaturwert und außerhalb der Fehlertoleranz von drei Standardabweichungen. Die effektive Absorberdicke wurde unter der Annahme berechnet, dass der Gesamtwirkungsquerschnitt des Sechslinienabsorbers mit dem Wirkungsquerschnitt des Einlinienabsorbers übereinstimmt und die Anteile des Wirkungsquerschnitts auf die sechs Linien

wurde aus den Amplitudenverhältnissen der Linien bestimmt. Die erhaltenen Linienverbreiterungen waren alle kleiner als 1,05, sodass  $\tau_0$  und  $\tau$  innerhalb ihrer Fehlertoleranzen gleich sind. Vielleicht waren die gemachten Annahmen nicht richtig und auf einem anderen Weg wäre eine größere Linienverbreiterung und somit eine längere Lebensdauer  $\tau$ , die näher am Literaturwert liegt, berechnet worden. Für die Debye-Waller-Faktoren der sechs Linien gab es keine Literaturwerte, jedoch scheint die Größenordnung realistisch. Um die statistischen Fehler auf die Zählrate zu minimieren wurde eine Messzeit von 600 s pro Absorberplatten-Geschwindigkeit gewählt, sodass die Fehler auf die Zählrate weniger als 1 % betragen. Über den Fehler auf die Geschwindigkeit der Absorberplatte liegen keine Angaben vor, jedoch könnte er die Ursache für den großen Fehler auf die Isomerieverteilung sein. Eine weitere Fehlerquelle könnten Veränderungen in der Elektronik während der 100 h-Messung sein.

Eine Verbesserung des Versuchs wäre durch eine explizite Messung zur Geschwindigkeit des Schlittens denkbar, weil hier eine erhebliche Fehlerquelle zu sehen ist.

## 8 Quellenverzeichnis

### Literatur

- [1] M. KÖHLI & S. WINKELMANN (2011): Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil II. Der Mößbauer-Effekt. Universität Freiburg.
- [2] Mössbauer Effekte. Deutsches Museum Bonn. URL: <http://www.deutsches-museum.de/bonn/sammlungen/elementares/episoden/moessbauereffekte/> (2016-09-28).
- [3] T.KOTYK (2005): Staatsexamensarbeit. Versuche zur Radioaktivität im Physikalischen Fortgeschrittenen Praktikum an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg. Universität Freiburg.
- [4] M.KÖHLER, M.KÖHLI (2011): Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil I. Kurze Halbwertszeiten, Universität Freiburg.
- [5] T.KLAPDOR-KLEINGROTHAUS (2016): Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil I. Szintillationszähler. Universität Freiburg.
- [6] H. WEGENER (1965): Der Mössbauereffekt und seine Anwendung in Physik und Chemie. Hochschultaschenbücher-Verlag. Bibliographisches Institut, Mannheim.
- [7] R. GUGEL (2013): Experimentalphysik V. Kern- und Teilchenphysik. Vorlesungsmitschrift. Universität Freiburg.
- [8] H. FRAUENFELDER (1963): The Mössbauer Effect. A Review - with a Collection of Reprints. W.A. Benjamin, New York.
- [9] Mößbauerspektroskopie. URL: [https://tu-freiberg.de/fakult2/angph/studium/sne\\_v1\\_mb.pdf](https://tu-freiberg.de/fakult2/angph/studium/sne_v1_mb.pdf) (2016-10-09).
- [10] W. DEMTRÖDER (1998): Experimentalphysik 4. Kern-, Teilchen- und Astrophysik. Springer Verlag. Heidelberg.
- [11] D.C.HALL, R.G.ALBRIDGE (1966): Internal conversion coefficients in the decay of  $^{57}\text{Co}$ . In: Nuclear Physics A91 (1967) 495-504. North-Holland Publishing Company. Amsterdam.
- [12] G. SCHATZ; A.WEIDINGER (1992): Nukleare Festkörperphysik. Teubner Verlag. Stuttgart.

## 9 Anhang

### 9.1 Energiespektrum Co

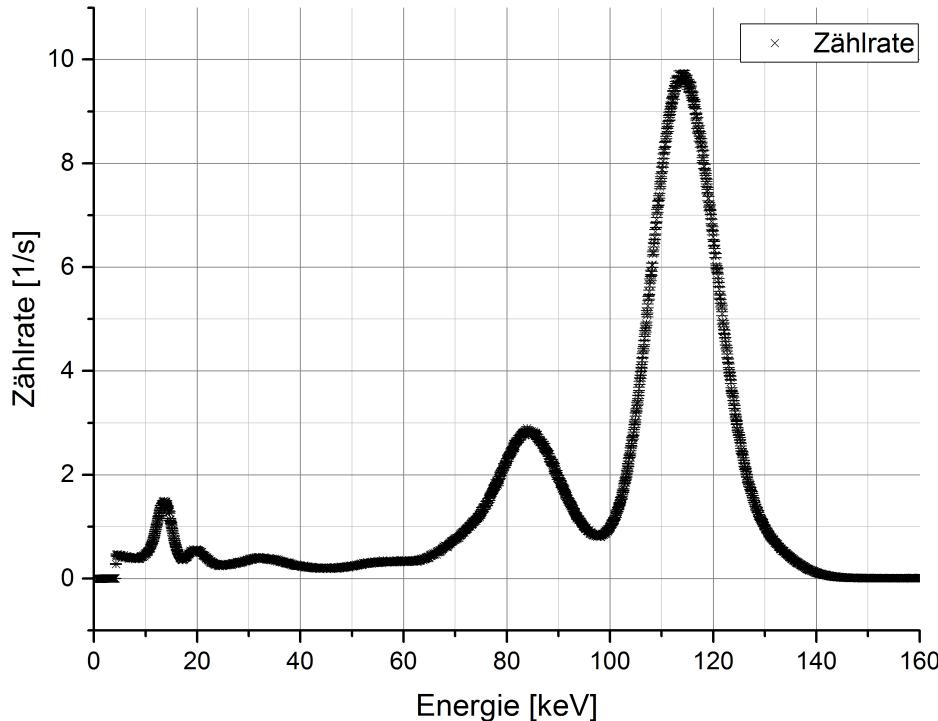


Abbildung 28: Energiespektrum von Co.

Im Energiespektrum von Co wurde der für den Versuch relevante 14,4 keV-Peak in Kap. 6.2 mit einer Gauß-Funktion angepasst. Im gesamten Spektrum ist neben dem 14,4 keV-Peak der 122,1 keV-Peak und ein Rückstreupeak zu sehen.

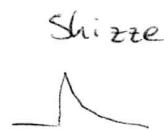
### 9.2 Messprotokoll

# Messprotokoll

27.09.16

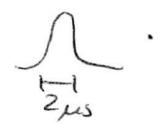
## 1. Signale am Oszilloskop

- Output signal am UV



Daten  
SCR A

- Output am HV, unipolar



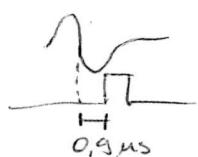
SCR B

- Output am HV, bipolar



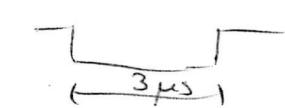
SCR C

- Output am HV, bipolar  
+ Output am SCA



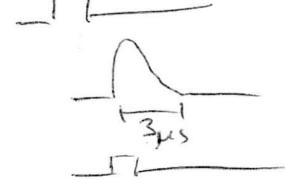
SCR D

- Output Linear Gate  
(nur mit enable, ohne input)  
+ Output am SCA



SCR E

- Output Linear Gate  
(mit unip. Input von Delay(SLA))  
+ Output am SCA



SCR F

## Einstellungen Amplifier

gain: 6,0

coarse gain: 50

shaping time: 0,5 μs

## 2. Energieeichung

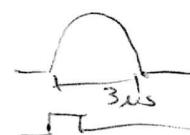
- Aufnehmen des Spektrum von Ba

Problem: 14,4 keV Peak wird mit obiger Einstellung vermutlich nicht zu sehen sein

Lösung: Delay 2,0 μs führt zur Verschiebung entlang x-Achse

→ neues Osci - Bild

Output Linear Gate  
+ Output SCA



SCR G

- Aufnehmen der Spektren von Ba, Rb, Tb, Ag, Mo, Cu während ca. 900 s

### 3. Energiefenster

upper level 0,9

lower level 0,72

### 4. Untergrundmessung

$t = 300\text{s}$

$S_d: 0,01 \text{ mm}$

Messung :	Dicke d: /mm
1	0,20
2	+0,20
3	+0,21
4	+0,21
5	+0,20
6	+0,20
7	+0,20
8	+0,22
9	+0,20
10	+0,21
11	+0,21
12	+0,21
-	-
13	+0,21
	2,51
14	+0,20
15	+0,20
16	+0,21
17	+0,21
18	+0,20
19	+0,20
20	+0,20
21	+0,22
22	+0,20
23	+0,21
24	+0,21
25	+0,21
-	-
26	2,51 + 2,51
27	+0,20
28	+0,20
29	+0,21
30	+0,21
31	+0,20
32	+0,20

Fehler geschätzt  
~~ergibt sich aus~~  
 verschiedenen Messungen  
 an einem Plättchen

Messung :	Dicke d: /mm
33	+0,20
34	+0,22
35	+0,20
36	+0,21
37	+0,21
38	+0,21
39	+1,00
40	+1,10
41	+1,46
42	+1,47
43	+1,95
44	+1,95
0	0,00

28.09.16

### 5. Plexiglasmessung

$$d = (1,94 \pm 0,10) \text{ mm}$$

$$t = 592 \text{ s}$$

### 6. Einlinienabsorber (Edelstahl)

Probemessungen zur Einstellung der Parameter

#### 1. Messung : grobes Spektrum

$$\text{Start velocity } 0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Step velocity } 0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{End velocity } 4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Measure time } 100 \text{ s}$$

#### 2. Messung : Feinmessung des Peaks

$$\text{Start velocity } 0,02 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Step velocity } 0,02 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{End velocity } 1,6 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Measure time } 300 \text{ s}$$

29.09.16

### 7. Sechs linienabsorber (Natureisen)

#### 1. Messung

$$\text{Start velocity } 0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Step velocity } 0,05 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{End velocity } 8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Measure time } 600 \text{ s}$$