**統計諮詢\_作業五**

統計所碩一 R26091024王苡璿

**Exercises 12.4**

一、資料說明

農學家欲比較不施肥及施不同種類(共五種)的氮肥是否會影響大麥的產量，為消除不同土壤的肥沃程度會影響作物產量，將四種不同的土壤各自劃分成六個區塊進行實驗，且每個區塊最多只能施一種氮肥。因此此資料集有一個處理因子，其水準數為六個(不施肥及五種氮肥)、一個區集因子，其水準數為四個(四種土壤)，資料筆數共24筆。詳細變數介紹如表1所示。

**表 1：變數介紹**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 變數  名稱 | 意義說明 | 變數  類型 |
| Yield | 反應變數：大麥產量 | 屬量  變數 |
| Trt | 處理因子：五種氮肥與不施肥  (1: (NH4)SO4 / 2: NH4NO3 / 3: CO(NH2)2 /4: Ca(NO3)2 /5: NaNO3 / 6: 不施肥) | 屬質  變數 |
| Soil | 區集因子：四種不同土壤  (1/2/3/4) | 屬質  變數 |

從圖1可得，氮肥中的NH4NO3、CO(NH2)2、Ca(NO3)2、NaNO3對於大麥平均產量差異不大，但是氮肥中的(NH4)SO4相較於其他氮肥對於大麥的平均產量明顯偏高，而完全不施肥對於大麥的平均產量相較於有施肥的明顯低下。不同土壤對於大麥平均產量差異較大，因此初步判斷不同土壤對於大麥平均產量可能有影響，但是諮詢者感興趣的是施肥是否影響產量，因此將土壤視為區集因子，進行隨機完全區集設計。

**圖 1：在不同氮肥及不同土壤下之大麥產量盒鬚圖**

 

二、隨機完全區集設計

1. 模型

，i=1,2,…,6，j=1,2,…,4， ~ NID ( 0 ,)

假設不同氮肥為A因子，其中A因子為處理因子，共有六種水準。

不同土壤為B因子，其中B因子為區集因子，共有四種水準。

令代表A因子第i個水準，B因子第j個水準的樣本的反應變數觀察

值，其中i=1,2,…,6，j=1,2,…,4

代表全體的混合總平均

代表A因子第i個水準的A因子效應

代表B因子第j個水準的B因子效應

代表A因子第i水準，B因子第j個水準的樣本的個別誤差效應，其

中模型假設

模型限制：

=0

=0

2. 檢驗處理因子是否滿足變異數同質性

在此我們使用Levene變異數同質性檢定A因子六個水準之產量變異數是

否均相同，其中令分別代表(NH4)SO4、

NH4NO3、CO(NH2)2、Ca(NO3)2、NaNO3、不施肥之產量變異數。

：

：不完全相同

**表 2：Levene變異數同質性檢定**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Levene變異數同質性檢定結果 | | | |
| 變數名稱 | p-value | 檢定結果 | 結論 |
| Trt | 0.8833 > 0.05 | 不拒絕 | 沒有顯著證據顯示  變異數不具同質性 |

3. ANOVA Table

由上述之結果，因此模型假設必須改寫如下：

，i=1,2,…,6，j=1,2,…,4， ~ NID ( 0 ,)

： (即不同土壤不會影響大麥產量)

：不全為0 (即不同土壤會影響大麥產量)

： (即不同氮肥不會影響大麥產量)

：不全為0 (即不同氮肥會影響大麥產量)

由表2可得，沒有顯著證據顯示，處理因子之變異數不具同質性，因此

滿足ANOVA之前提假設。接下來便進一步檢定，區集效果是否顯著，

最後再看主效果是否對反應變數有顯著影響。

由表3可得，不同土壤以及施不同氮肥對大麥產量均有顯著影響。

**表 3：ANOVA table**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ANOVA table | | | | |
| 變異來源 | 自由度 | 均方和 | 檢定統計量 | p-value |
| 不同土壤(區集因子) | 3 | 64.18 | 21.62 | 1.06e-05 |
| 不同氮肥(處理因子) | 5 | 51.06 | 44.89 | 9.68e-06 |
| 殘差 | 15 | 2.97 |  |  |

4. 檢驗殘差是否滿足常態性、變異數同質性

1. 利用QQ-plot及Shapiro-Wilk test檢驗是否滿足常態性

從圖2可發現，殘差大致分布在虛擬的常態線上(即圖中之45度虛線上)，且使用Shapiro-Wilk常態性檢定後，從表4可得其p-value = 0.6833> 0.05，故不拒絕虛無假設，表示無足夠證據顯示殘差不服從常態，意即殘差服從常態分配的假設。

**圖2：殘差QQ-PLOT**



**表 4：Shapiro-Wilk殘差常態性檢定**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Shapiro-Wilk 常態性檢定結果 | | | | |
| 變數  名稱 | 假設 | 顯著  水準 | p-value | 檢定結果 |
| residual | ：殘差服從常態分佈  ：殘差不服從常態分佈 | 0.05 | 0.6833  > 0.05 | 不拒絕 |

1. 利用檢定檢驗是否滿足變異數同質性

使用Levene做變異數同質性的檢定，從表5得知，

p-value=0.7647 >0.05，不拒絕虛無假設，表示無足夠證據顯示殘

差不具有變異數同質性，意即殘差符合變異數同質性。

**表 5：Levene殘差變異數同質性檢定**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Levene變異數同質性檢定結果 | | | | |
| 變數  名稱 | 假設 | 顯著水準 | p-value | 檢定結果 |
| residual | ：殘差滿足變異數同質性  ：殘差不滿足變異數同質性 | 0.05 | 0.7647  > 0.05 | 不拒絕 |

四、多重比較

欲知道施不同氮肥與沒有施肥對於大麥產量是否有顯著差異，我們利用

Dunnett檢定進行多重比較。

由表6及圖3結果可得，僅有(NH4)SO4與不施肥其大麥平均產量有顯著

差異，其餘氮肥與不施肥其大麥平均產量無顯著差異。

**表6：Dunnett多重比較分析表**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dunnett多重比較分析 | | | | |
| 成對比較 | 平均差 | 信賴區間下界 | 信賴區間上界 | p-value |
| (NH4)SO4-不施肥 | 10.900 | 3.811 | 17.988 | 0.002 |
| NH4NO3-不施肥 | 7.025 | -0.063 | 14.113 | 0.052 |
| CO(NH2)2-不施肥 | 4.075 | -3.013 | 11.163 | 0.395 |
| Ca(NO3)2-不施肥 | 5.675 | -1.413 | 12.763 | 0.143 |
| NaNO3-不施肥 | 5.350 | -1.738 | 12.438 | 0.179 |

**圖 3：不同氮肥與不施肥對於大麥產量之多重比較圖**



**Exercises 13.1**

一、資料說明

設計一項實驗，欲確認人造心臟所使用的四種瓣膜中，哪一種瓣膜控制血壓的能力最佳。實驗者在六種脈搏率下，記錄此四種瓣膜之血壓，每種瓣膜均重複實驗兩次。因此此資料集有一個處理因子，其水準數為四個(四種瓣膜)、一個區集因子，其水準數為六個(六種脈搏率)，每組實驗均重複兩次，故資料筆數共48筆。詳細變數介紹如表1所示。

**表 1：變數介紹**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 變數名稱 | 意義說明 | 變數類型 |
| Flow | 反應變數：血壓  (單位為毫米汞柱mm Hg) | 屬量變數 |
| Valve | 四種不同瓣膜種類  (1/2/3/4) | 屬質變數 |
| Pulse | 六種不同脈搏率  (1/2/3/4/5/6) | 屬質變數 |
| Run | 隨機因子：八種實驗順序  (1/2/3/4/5/6/7/8) | 屬質變數 |

從圖1可得，瓣膜種類1及種類2對於平均血壓差異不大，瓣膜種類3及種類4對於平均血壓差異不大，但辦膜種類3及種類4的可控制平均血壓較瓣膜種類1及種類2高。不同脈搏率對於可控制平均血壓差異較大，因此初步判斷不同脈搏率對於可控制平均血壓可能有影響。

**圖 1：在不同氮肥及不同土壤下之大麥產量盒鬚圖**

 

二、隨機完全區集設計

在此實驗中實驗順序(Run)是套層在瓣膜種類(Valve)的水準裡，而且脈搏率

(Pulse)與瓣膜種類(Valve)是交叉的。因此這個設計有著套層及交叉的因

子稱為套層的因子設計(nested-factorial designs)

1. 模型

，

i = 1,2,…,6，j=1,2,…,4，k=1,2，~ NID ( 0 ,)

令代表脈搏率因子(Pulse)第i個水準，瓣膜因子(Valve)第j個水準，

實驗順序因子(Run)的第k個水準的樣本反應變數觀察值，

其中i = 1,2,…,6，j=1,2,…,4，k=1,2

代表全體的混合總平均

代表脈搏率因子(Pulse)第i個水準之效果

代表瓣膜因子(Valve)第j個水準之效果

代表在瓣膜因子(Valve)第j個水準裡，實驗順序因子(Run)的第k個

水準之效果

代表脈搏率因子(Pulse)與瓣膜因子(Valve)之交互作用效果

代表脈搏率因子(Pulse)第i水準，瓣膜因子(Valve)第j個水準，實驗

順序因子(Run)的第k個水準樣本的個別誤差效應

模型限制：

=0

=0

=0

==0

2. 檢驗瓣膜因子(Valve)在不同實驗順序下是否滿足變異數同質性

在此我們使用Levene變異數同質性檢定瓣膜因子(Valve)四個水準在不同

實驗順序下之變異數是否均相同，其中令代表在瓣膜因子(Valve)的第

j個水準裡，實驗順序因子(Run)的第k個水準之變異數

：

：不完全相同

**表 2：Levene變異數同質性檢定**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Levene變異數同質性檢定結果 | | | |
| 檢定統計量 | p-value | 檢定結果 | 結論 |
| 1.4563 | 0.2395 > 0.05 | 不拒絕 | 沒有顯著證據顯示  變異數不具同質性 |

3. ANOVA Table

由上述之結果，因此模型假設必須改寫如下：

i = 1,2,…,6，j=1,2,…,4，k=1,2，~ NID ( 0 ,)

： (即不同瓣膜不會影響血壓)

：不全為0 (即不同瓣膜會影響血壓)

： (即不同脈搏率不會影響血壓)

：不全為0 (即不同脈搏率會影響血壓)

：

(即不同實驗順序不會影響血壓)

：不全為0

(即不同實驗順序會影響血壓)

：，for all i = 1,2,…,6，j=1,2,…,4

(即脈搏率因子與瓣膜因子不具交互作用效果)

：不全為0

(即脈搏率因子與瓣膜因子具交互作用效果)

由表3可得，不同脈搏率以及不同瓣膜對可控制的血壓有顯著影響，且

瓣膜與脈搏率之交互作用也是顯著的，但是在瓣膜內的實驗順序對於可

控制的血壓沒有顯著差異。

**表 3：ANOVA table**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ANOVA table | | | | |
| 變異來源 | 自由度 | 均方和 | 檢定統計量 | p-value |
| 瓣膜因子 | 3 | 24.08 | 32.111 | 7.67e-08 |
| 脈搏率因子 | 5 | 21.08 | 28.111 | 2.13e-08 |
| 實驗順序因子(在瓣膜內) | 4 | 1.75 | 2.333 | 0.09079 |
| 瓣膜與脈搏率之交互作用 | 15 | 2.55 | 3.400 | 0.00591 |
| 殘差 | 20 | 0.75 |  |  |

4. 檢驗殘差是否滿足常態性、變異數同質性

1. 利用QQ-plot及Pearson Chi-Squared test檢驗是否滿足常態性

從圖2可發現，殘差大致分布在虛擬的常態線上(即圖中之45度虛線上)，且使用Pearson Chi-Squared常態性檢定後，從表4可得其p-value = 0.5204 > 0.05，故不拒絕虛無假設，表示無足夠證據顯示殘差不服從常態，意即殘差服從常態分配的假設。

**圖2：殘差QQ-PLOT**



**表 4：Pearson Chi-Squared殘差常態性檢定**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Pearson Chi-Squared 常態性檢定結果 | | | | |
| 變數  名稱 | 假設 | 顯著  水準 | p-value | 檢定結果 |
| residual | ：殘差服從常態分佈  ：殘差不服從常態分佈 | 0.05 | 0.5204  > 0.05 | 不拒絕 |

1. 利用檢定檢驗是否滿足變異數同質性

使用Levene做變異數同質性的檢定，從表5得知，

p-value= 0.155>0.05，不拒絕虛無假設，表示無足夠證據顯示殘

差不具有變異數同質性，意即殘差符合變異數同質性。

**表 5：Levene殘差變異數同質性檢定**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Levene變異數同質性檢定結果 | | | | |
| 變數  名稱 | 假設 | 顯著水準 | p-value | 檢定結果 |
| residual | ：殘差滿足變異數同質性  ：殘差不滿足變異數同質性 | 0.05 | 0.155  > 0.05 | 不拒絕 |

四、多重比較

欲知道不同瓣膜對於血壓是否有顯著差異，我們利用Tukey進行多重比較，由表6及圖3可得，僅有瓣膜2與瓣膜1、瓣膜4與瓣膜3對於血壓無顯著差異，其餘瓣膜之成對比較對於血壓均有顯著差異。

**表6：Tukey多重比較分析表**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dunnett多重比較分析 | | | | |
| 成對比較 | 平均差 | 信賴區間下界 | 信賴區間上界 | p-value |
| 2-1 | -0.33 | -1.322 | 0.656 | 0.782 |
| 3-1 | 2.00 | 1.010 | 2.989 | 0.000 |
| 4-1 | 2.50 | 1.510 | 3.489 | 0.000 |
| 3-2 | 2.33 | 1.343 | 3.322 | 0.000 |
| 4-2 | 2.83 | 1.843 | 3.822 | 0.000 |
| 4-3 | 0.50 | -0.489 | 1.489 | 0.505 |

**圖 3：不同瓣膜對於可控制血壓之多重比較圖**

