Planificación Automática: Modelización matemática de una cadena de ensamblaje

Sergio Santamaria Carrasco

Índice

1. Introducción

El objetivo de este documento es presentar un primer modelo con el fin de encontrar una solución al problema de planificación temporal de una cadena de ensamblaje.

La empresa desea hacer una planificación desde el proceso de producción hasta la satisfacción de la demanda, teniendo en cuenta la disponibilidad de los recursos y la duración de cada acción.

En primer lugar se hace una detallada descripción del problema, se definen los elementos de este y se detallan las distintas dificultades en las que se descompone este problema. Una vez establecido el problema y la notación utilizada para sus elementos, se presenta un primer modelo matemático.

2. Descripción del problema

Dado un horizonte de planificación, se debe satisfacer la demanda de piezas que han sido sometidas a un determinado proceso de producción. Estos procesos se realizan en diferentes máquinas, y conllevan una duración en función del proceso y máquina utilizada. Además, cada máquina puede atender simultáneamente a una única pieza, y es capaz de realizar diferentes procesos de producción. Entre los diferentes procesos existe una relación de orden, de manera que un para aplicar un determinado proceso a una pieza, es posible haber tenido que aplicar previamente otro a esta misma.

Con estos datos, el modelo debe determinar un plan de acción que le permita obtener el número de piezas adecuadas, minimizando el tiempo necesario para esto.

3. Elementos del problema

3.1. Conjuntos

$\mathcal{T}$, conjunto de periodos de tiempo en el horizonte de planificación.

$\mathcal{M}$ conjunto de máquinas.

$\mathcal{F}$ conjunto de procesos aplicables a las piezas.

$\mathcal{F}^{final}$ conjunto de procesos finales.

O conjunto de ordenación de los procesos. $\forall(f_1, f_2) \in O$, f_1 debe realizarse antes que f_2 y $f_1, f_2 \in \mathcal{F}$

3.2. Parámetros

t_m^f duración del proceso f en m, $f \in \mathcal{F}, m \in \mathcal{M}$.

d^f demanda de piezas con el proceso f aplicado, $f \in \mathcal{F}^{final}$.

c_m^f compatibilidad del proceso f en la máquina m, $f \in \mathcal{F}, m \in \mathcal{M}$.

$c_m^f = 1$ si el proceso f se puede aplicar en la máquina m.

$c_m^f = 0$ en otro caso.

4. Modelo matemático

La solución matemática propuesta se plasma en la siguiente sección a través del conjunto de variables y restricciones:

4.1. Variables

Con el objetivo de determinar los itinerarios de las máquinas y el uso de determinados recursos, se definen las siguientes variables binarias:

α^t_{fm}, la variable que determina si se emplea la máquina m para aplicar un proceso f durante el periodo t $\quad \forall m \in \mathcal{M}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}$

$\alpha^t_{fm} = 1$ si la máquina m aplica el proceso f a una pieza durante el periodo t.

$\alpha^t_{fm} = 0$ en otro caso.

y las siguientes variables enteras:

n^t_f, la variable que determina el número de piezas disponibles a las que le han sido aplicado con anterioridad el proceso f durante el periodo t $\quad \forall f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}$

$makespan$ la variable que determina el número mínimo de periodos necesarios para llevar a cabo el plan.

4.2. Restricciones

- Define la relación de orden entre los procesos a aplicar en una pieza:

$$\alpha^t_{m,f_2} \leq \sum_{m'}^{\mathcal{M}} \sum_{t'=1}^{t-t^{f_1}_{m'}} \alpha^{t'}_{m',f_1} \qquad \forall m \in \mathcal{M}, (f_1, f_2) \in O, t \in \mathcal{T}$$

- Establece la demanda que se debe producir de cada pieza:

$$\sum_{m'}^{\mathcal{M}} \sum_{t'=1}^{|T|-t^{f}_{m'}} \alpha^{t'}_{m',f} = d^f \qquad \forall f \in \mathcal{F}^{final}$$

- Define si un proceso se puede realizar en una determinada maquina:

$$\alpha^t_{m,f} \leq c^f_m \qquad \forall m \in \mathcal{M}, f \in \mathcal{F} t \in \mathcal{T}$$

- Impide que una misma maquina sea utilizada en paralelo:

$$\sum_{f'}^{\mathcal{F}} \alpha_{m,f'}^{t} \leq 1 \qquad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}$$

$$L\alpha_{m,f}^{t} + \sum_{f'}^{\mathcal{F}} \sum_{i=1}^{t_m^f} \alpha_{m,f'}^{t+i} \leq L \qquad \forall m \in \mathcal{M}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \ | \ t+1 \leq |T|$$

donde L es un número real, positivo y arbitrariamente alto

- Ecuaciones de balance del número de piezas:

$$n_{f_1}^{1} = \sum_{m'}^{\mathcal{M}} \alpha_{m',f_1}^{1-t_{m'}^{f_1}} - \sum_{m'}^{\mathcal{M}} \alpha_{m',f_2}^{1} \qquad \forall (f_1, f_2) \in O, t = 1$$

$$n_{f_1}^{t} = n_{f_1}^{t-1} + \sum_{m'}^{\mathcal{M}} \alpha_{m',f_1}^{t-t_{m'}^{f_1}} - \sum_{m'}^{\mathcal{M}} \alpha_{m',f_2}^{t} \qquad \forall (f_1, f_2) \in O, t \in \{2, ..., |T|\}$$

$$n_{f}^{1} = \sum_{m'}^{M} \alpha_{m',f}^{1-t_{m'}^{f}} \qquad \forall f \in \mathcal{F}^{final}, t = 1$$

$$n_{f}^{t} = n_{f}^{t-1} + \sum_{m'}^{M} \alpha_{m',f}^{t-t_{m'}^{f}} \qquad \forall f \in \mathcal{F}^{final}, t \in \{2, ..., |T|\}$$

- Establece el número mínimo de periodos necesarios para completar los objetivos:

$$makespan \geq (t\alpha_{m,f}^{t}) + t_m^f$$

4.3. Función objetivo

El objetivo del problema es minimizar el número mínimo de periodos necesarios para completar los objetivos, es decir minimizar $makespan$:

$$\min makespan$$