



Temel İstatistik

Tanımlayıcı İstatistik

Dağılımları Tanımlayıcı Ölçüler
Dağılım Ölçüleri

Y.Doç.Dr. İbrahim Turan
Mart 2011

DAĞILIM / YAYGINLIK ÖLÇÜLERİ

Verilerin değişkenlik durumu ve dağılışın şeklini tespit için kullanılan ölçülerdir.

- **Dağılım Aralığı / Genişliği (Range)**
- **Varyans**
- **Standart sapma**
- **Varyasyon katsayısı**
- **Standart Hata**

1- Dağılım Aralığı / Genişliği / Ranj (Range)

En büyük ölçümle en küçük ölçüm arasındaki farktır.

$$DG = Max - Min$$

➤ *Dağılım aralığı sınıf aralığını saptamakta kullanılır.*

$$DG / 15 < \text{Sınıf Aralığı} < DG / 8$$

Dağılım Aralığı / Genişliği / Ranj (Range)

- Bir sınıftaki ranjin büyük çıkması sınıfın heterojenliğini gösterir. Bu da ölçülen özellik bakımından testin ayırt ediciliğinin iyi olduğunu gösterir.
- Aynı zamanda testin ayırt ediciliğini artırdığı için testin güvenilir olduğunu gösterir.
- Ayırt edicilik için ranj en az testteki soru sayısının yarısı kadar olmalıdır.
Örneğin 40 soruluk bir testte;
 $40/2 = 20$ 'den büyük olması gerekir.

2- Varyans (Variance)

Dağılımdaki tüm verilerin aritmetik ortalamaya ile olan farklarının toplamının veri sayısına bölümüdür.

Standart Sapmanın karesi varyansı verir.

Örnek Varyansı: S^2

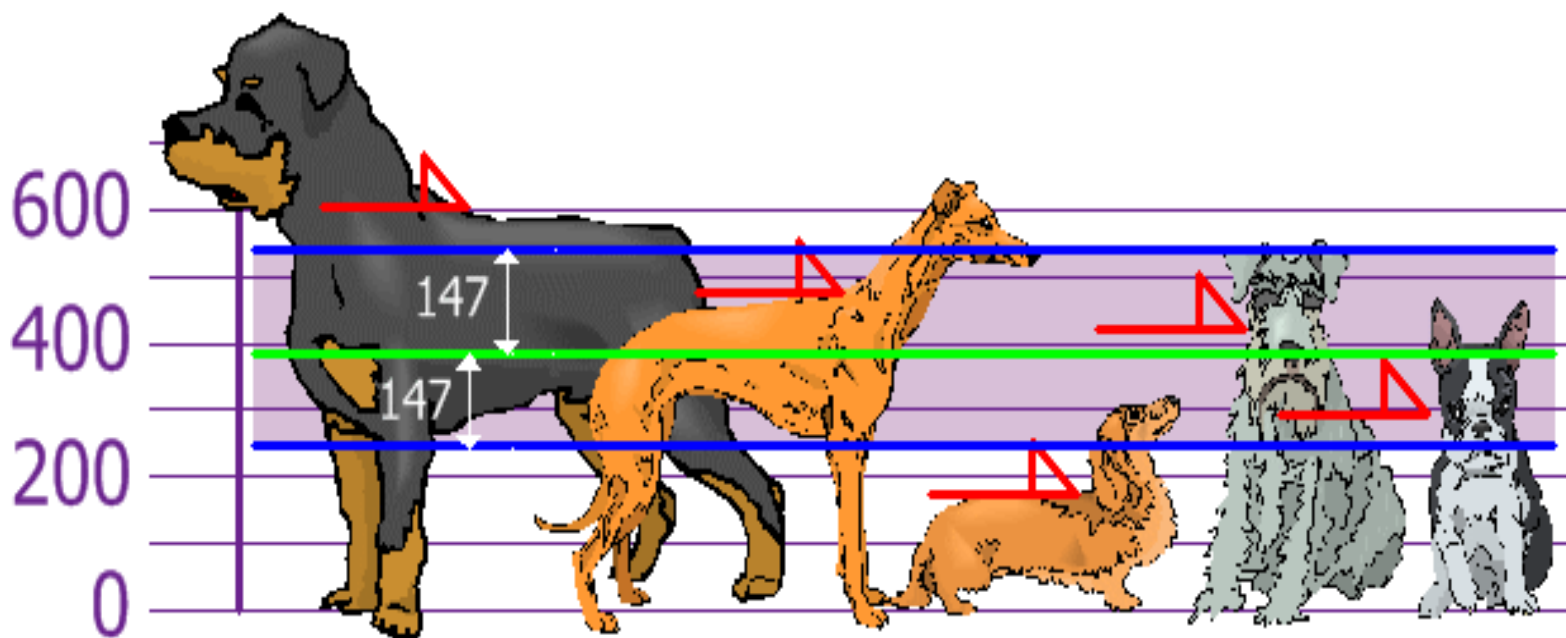
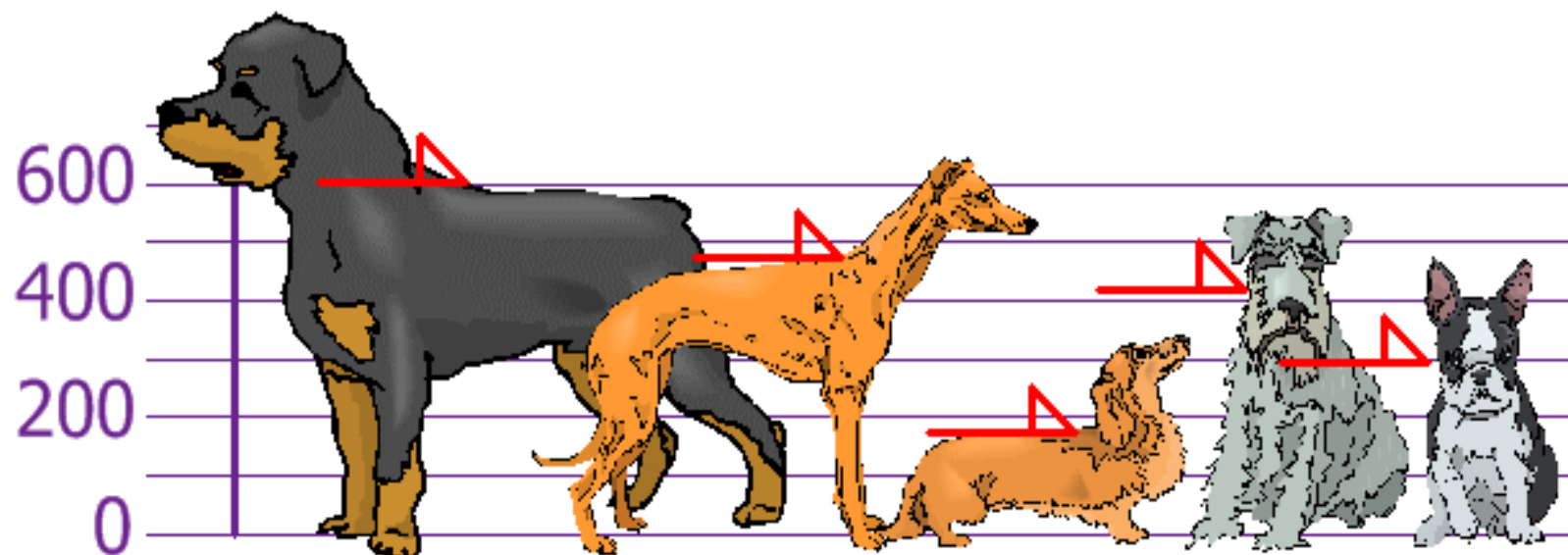
Popülasyon Varyansı: σ^2

3- Standart Sapma (Standard Deviation)

- Dağılımdaki tüm verilerin aritmetik ortalamaya ile olan farklarının karelerinin ortalamasının kareköküdür.
- Varyansın karekökü standart sapmayı verir.
- Örnek için: $S_S, S_D,$
- Popülasyon için: σ

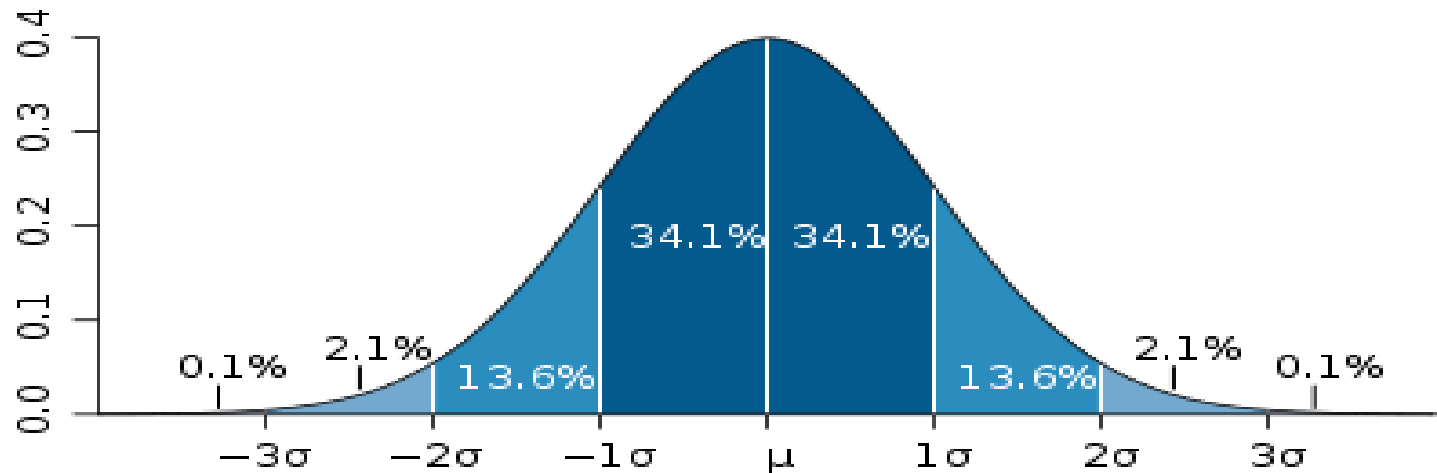
Standart Sapma ve Varyansın Hesaplanması

1. Aritmetik ortalama hesaplanır.
2. Her ölçümün aritmetik ortalamadan farkı alınır.
3. Farkların kareleri alınıp toplanır.
4. Bulunan toplam, öğrenci sayısına bölünerek ölçümlere ait varyans bulunur.
5. Hesaplanan varyansın karekökü alınarak standart sapma bulunur.



Normal Dağılım Standart Sapma İlişkisi

68, 95, 99.7 kuralı



Puanların % 68'i	1 SD sınırları içinde
" % 95'i	2 SD sınırları içinde
" % 99.7'si	3 SD sınırları içinde yer alır.

Standart Sapma Değeri Büyükse

- Testin ayırt ediciliği yüksektir.
- Grup heterojendir.
- Puanlar arasındaki farklar fazladır.
- Öğrenci puanlarının sınıf ortalamasından farkı fazladır.

Standart Sapma Değeri Küçükse

- Testin ayırt ediciliği düşüktür.
- Grup homojendir.
- Puanlar arasındaki farklar azdır.
- Öğrenci puanlarının sınıf ortalamasından farkı azdır.

4- Varyasyon Katsayısı

Varyasyon katsayısı standart sapmanın aritmetik ortalamaya oranıdır.

$$V_K = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

5- Standart Hata

Aritmetik ortalamada oluşan hatanın belirlenmesi için kullanılır.

Standart hata, örneklem aritmetik ortalamasının hatasını ifade eder.

$$\text{SEM} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Standart Hata

- Evrenin / Popülasyonun tamamı söz konusu olduğunda standart hatadan söz edilemez.
- Örneklem ortalaması standart hatası ile birlikte ifade edilmelidir.

Yer ve Dağılış Ölçüleri Arasındaki İlişki

Aritmetik ortalama ile standart sapmanın arası büyürse,



Heterojen yapı oluşur ve grup başarısı düşer.

Aritmetik ortalama ile standart sapmanın arası küçülürse,



Homojen yapı oluşur ve grup başarısı artar.

Bir puan dağılımında puanlar arası fark (ranj) büyüdükçe,



Standart sapmada büyür.

Bir testten elde edilen puanların standart sapması büyüdükçe,



Testin güvenilirliği artar
(Bkz. Standart hata formülü)

Aritmetik ortalamaya bağlı olarak verilen kararlar

- ✓ Grubun başarı düzeyi nedir?
- ✓ Grubun mutlak başarı düzeyi nedir?
- ✓ Öğrencilerin ortalama başarı düzeyi nedir?
- ✓ Öğrencilerin öğrenme düzeyi nedir?

Standart sapmaya bağlı olarak verilen kararlar

- ✓ Başarılı ve başarısız sınıf (grup) hangisidir?
- ✓ Öğrencileri arasında farklılaşma var mı? ya da öğrencilerin öğrenme düzeyleri benzer mi?
- ✓ Grup ya da dağılım homojen mi, heterojen mi?
- ✓ Grup aritmetik ortalamaya ne kadar uzaktır? Ya da yakındır?

Merkezi Eğilim Ölçülerine Göre Dağılımlar

- Çarpıklık
- Basıklık

a) Çarpıklık (Skewness)

- Çarpıklık, bir dağılıma ilişkin ölçme sonuçlarının nasıl dağıldığı hakkında bilgi verir.
- Çarpıklık katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{Çarpıklık katsayısı (ÇK)} = \frac{3(\text{Ortalama} - \text{Medyan})}{\text{Standart Sapma}}$$



ÇK > 0
Sağa çarpık dağılım



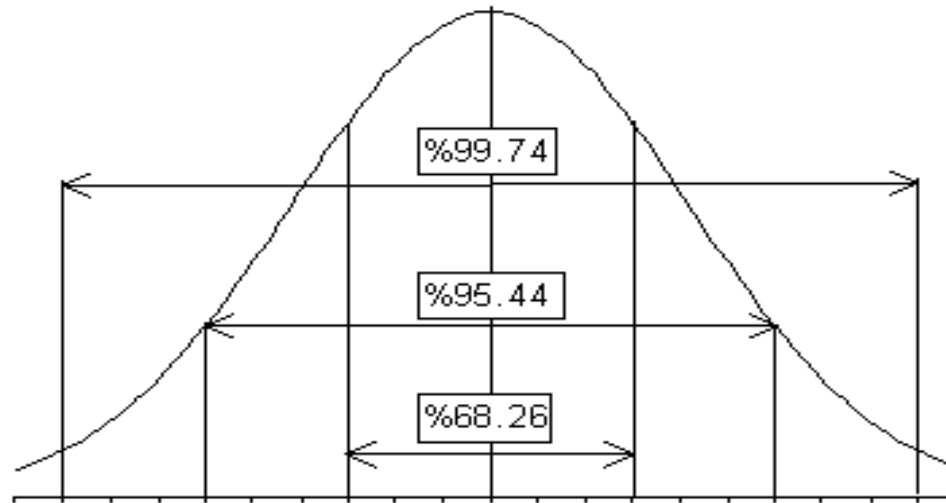
ÇK = 0
Normal dağılım



ÇK < 0
Sola çarpık dağılım

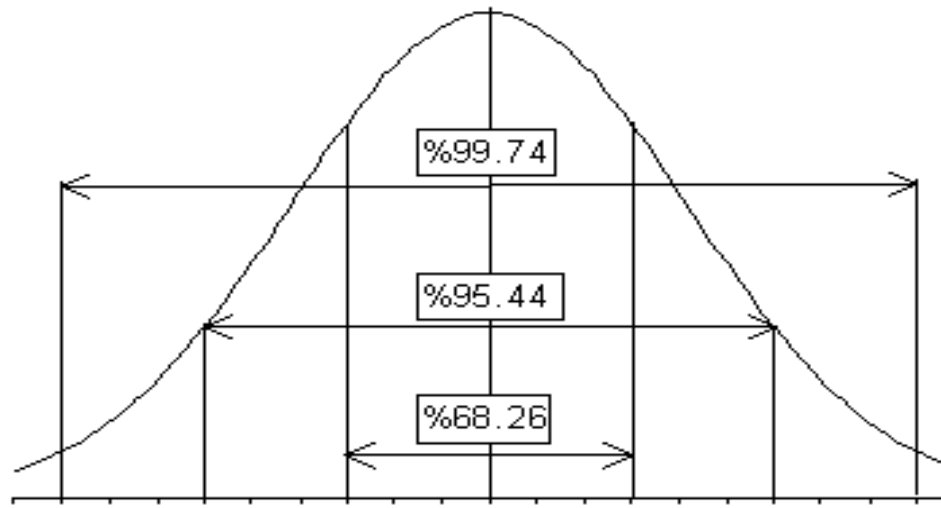
1) Simetrik (Normal) Dağılım

Ortalama = Tepe Değeri = Ortanca
ise, dağılım simetrik dağılımdır.



Simetrik (Normal) Dağılım

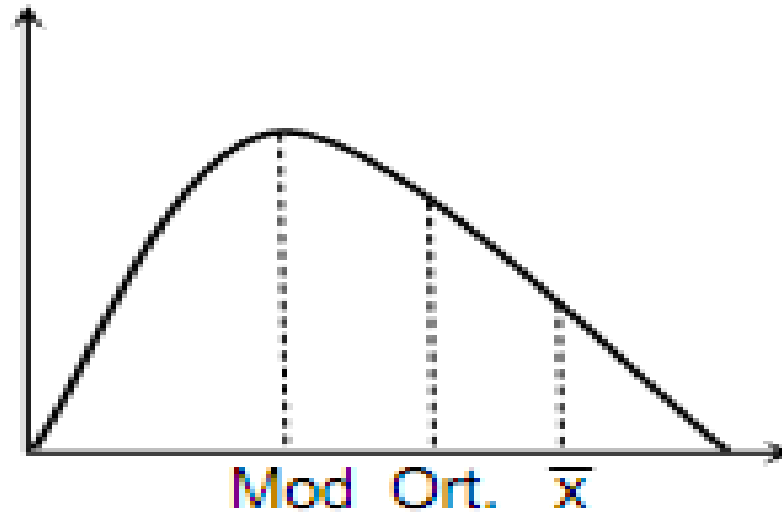
- Çarpıklık değeri sıfırdır.
- Merkezi eğilim ölçülerine göre normal bir dağılımdır.
- Başarı açısından düzeyin normal olduğunu gösterir



- Dağılım ortalamaya göre simetriktir. %50'si sağda, %50'si soldadır.
- Eğriyle X eksenini arasındaki toplam alan 1 birim karedir.
- Aritmetik ortalama, ortanca, tepe değeri(mod) birbirine eşittir.
- Ortalama ile ± 1 standart sapma arası deneklerin %68.2'sini
- Ortalama ile ± 2 standart sapma arası deneklerin %95.44'ünü
- Ortalama ile ± 3 standart sapma arası deneklerin %99.74'ünü kapsar.

2) Sağa Çarpık (Pozitif) Dağılım

Tepe değeri < Ortanca < Ortalama
ise, dağılım sağa-çarpık
yani (+) yöne eğilimli dağılımdır.

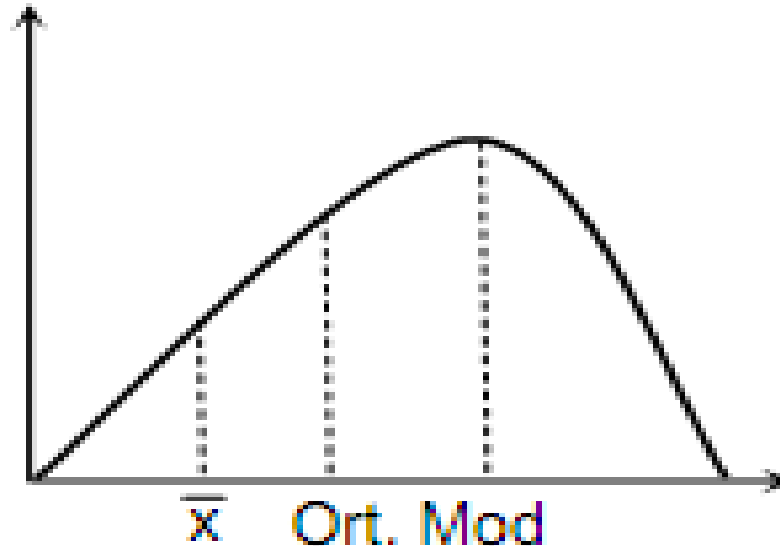


Sağa Çarpık (Pozitif) Dağılım

- Çarpıklık değeri pozitiftir.
- Başarısız bir sınıfın dağılımıdır.
- Uygulanan sınav sınıfa zor gelmiştir.
- Genellikle öğretim sürecinin başında uygulanan seviye tespit sınavları için geçerlidir.

3) Sola Çarpık (Negatif) Dağılım

Ortalama < Ortanca < Tepe
değeri ise dağılım sola çarpıktır.



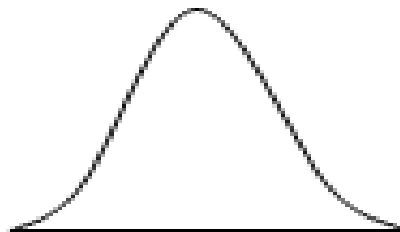
Sola Çarpık (Negatif) Dağılım

- Çarpıklık değeri negatiftir.
- Başarılı bir sınıfın dağılımıdır.
- Böyle bir sınıfta programın ve öğretimin hedefleri gerçekleşmiştir.
- Tam öğrenme modeline uygun sonuçlar gözlenmiştir.
- Uygulanan sınav sınıfa kolay gelmiştir.
- Genellikle öğretim süreci ya da ünite sonundaki sınavlar için geçerlidir.

b) Basıklık (Kurtosis)

- Basıklık bir sınıftaki değişim miktarının göstergesidir.
- Basıklık aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\text{Bağıl Değişim Katsayısı (BDK)} = \frac{\text{Standart Sapma}}{\text{Ortalama}} \times 100$$



BDK < 19
Sivri Dağılım
Homojen Grup



BDK = 20 - 25
Normal dağılım



BDK > 26
Basık Dağılım
Heterojen Grup

	Aritmetik Ortalama	Mod (Tepe)	Medyan (Ortanca)	Standart Sapma
Türkçe	68	75	70	5
Matematik	70	65	60	10
Tarih	80	80	80	7
Fizik	65	75	70	4
Coğrafya	60	70	65	3

- 1) Hangi derste dağılım normaldir?
- 2) Hangi derste grup homojendir ya da farklılaşma en düşük ya da öğrencilerin öğrenme düzeyi birbirine en yakındır?
- 3) Hangi derste grup heterojendir ya da farklılaşma en yüksek ya da öğrencilerin öğrenme düzeyi birbirine en uzaktır?
- 4) Ortalama öğrenme düzeyi ya da grup başarı düzeyi en yüksek olan ders hangisidir?
- 5) Ortalama öğrenme düzeyi ya da grup başarı düzeyi en düşük olan ders hangisidir?