CENTRO DE ENSINO SUPERIOR FUCAPI

Relações e suas propriedades - Trabalho Prático

Lógica e Matemática Discreta

Profª:Josiane Rodrigues

Alunos: Felipe Brito

Hélio Melo

Sarah Vieira

**Relações e suas propriedades**

Um par ordenado (A,B) é um par de elementos, onde A é o primeiro elemento e B é o segundo elemento. Determinados conjuntos de pares ordenados se destacam dos demais porque seus elementos satisfazem alguma relação que os componentes dos demais pares.

Para os conjuntos A= {1,2} e B= {2,3}, o produto cartesiano é o conjunto AxB = {(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)}. O conjunto de pares {(2,2)} é chamado de Relação de igualdade. Uma relação binária pode ser descrita como uma enumeração dos pares ordenados que satisfaz a ela própria.

Dados os conjuntos A e B, uma relação binaria em AxB é um subconjunto de AxB, definidos na declaração *x R y ↔ (x,y)∈ R*. A relação binária R dada por x R y ↔ x + y é impar, o conjunto que satisfaz A = {1,2} e B = {2,3,4}, pode ser dada por R = {(1,2)(1,4)(2,3)}. Uma relação binaria em um conjunto A (chamada de Endorelação) é um subconjunto de A².

**Tipos de relações**

Seja uma relação em S com os pares ordenados na forma

(s1, s2).

 Uma relação é do tipo **um para um** se cada primeira componente (s1) e cada segunda componente (s2) do par ordenado aparece uma única vez na relação.

 Uma relação é do tipo **um para muitos** se alguma primeira componente (s1) aparece em mais de um par.

 A relação é dita **muitos para um** se alguma segunda componente s2 aparecer em mais de um par.

 Finalmente, a ela é **muitos para muitos** se pelo menos

um s1 aparece em mais de um par e pelo menos um s2 também aparece em mais de um par

**Propriedade Transitiva**

Uma relação R é transitiva, se x está relacionado com y e y está relacionado com z, implica que x deve estar relacionado com z, ou seja: quaisquer que sejam x ∈ A, y ∈ A e z ∈ A , se (x,y ) ∈ R então ( x,z ) ∈ R.

Exemplo: Uma relação transitiva em A = {a,b,c}, é dada por: R = {(a,a), (a,c), (c,b), (a,b)}

Contra-exemplo: A relação R = {(a,a),(b,b),(a,b),(b,c)} sobre A = {a,b,c} não é transitiva pois aRb e bRc mas a não se relaciona com c.

**Propriedade Simétrica**

Uma relação R é simétrica se o fato que x está relacionado com y, implicar necessariamente que y está relacionado com x, ou seja: quaisquer que sejam x ∈ A e y ∈ A tal que ( x,y ) ∈ R , segue que ( x,y) ∈ R.

Exemplo: Uma relação simétrica em A = {a,b,c}, é dada por: R = {(a,a), (a,b), (c,c), (b,a)}

Contra-exemplo: A relação R = {(a,a),(b,b),(a,c)} sobre A = {a,b,c} não é simétrica pois a se relaciona com c mas c não se relaciona com a.

**Propriedade Anti-simétrica**

Uma relação R é anti-simétrica se x e y são elementos distintos do conjunto A então x não tem relação com y ou (exclusivo) y não tem relação com x, o que significa que o par de elementos distintos (x,y) do conjunto A poderá estar na relação desde que o par (y,x) não esteja.

Exemplo: Uma relação anti-simétrica em A = {a,b,c}, é dada por: R = {(a,a), (b,b), (c,b), (a,b)} Contra-exemplo: A relação R = {(a,a),(b,b),(a,b),(b,a)} sobre A = {a,b,c} não é anti-simétrica pois sendo a b ≠ , aRb e bRa.

**Propriedade Reflexiva**

Uma relação R é reflexiva se todo elemento de A está relacionado consigo mesmo, ou seja, para todo x ∈ A: ( x, x) ∈ R isto é, para todo x ∈ A: xR x.

Exemplo: Uma relação reflexiva em A = {a,b,c}, é dada por: R = {(a,a), (b,b), (c,c), (a,c)} Contra-exemplo: A relação R = {(a,a),(b,b),(a,b),(a,c)} sobre A = {a,b,c} não é reflexiva pois c não se relaciona com c.

**FECHO DE UMA RELACAO**

Uma Relacao Binaria R\* em um Conjunto S e um Fecho de uma relacao R em S com respeito a propriedade P Transitiva, Simetrica ou Reflexiva se:

1. R\* tem a propriedade P

2. R ⊆ R\*

3. R\* e um subconjunto de qualquer outra relação em S que inclui R e tem

a propriedade P

A relação S = {1, 2, 3} e R uma relação binaria definida pelo conjunto

R = {(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3)}

R não e reflexiva, não e simétrica e não e transitiva.

Se uma relação R em um conjunto S não tem uma certa propriedade,

podemos tentar estender R para obter a relação R**\*** em S que tenha a

propriedade.

▪ A nova relação R\* conterá todos os pares ordenados que R contem mais os

pares ordenados adicionais necessários para que a propriedade desejada

se verifique

▪ No exemplo acima, o fechamento de R em relação a REFLEXIVIDADE e

• R\* = {(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (2,2), (3,3)}

▪ No exemplo acima, o fechamento de R em relação a SIMETRIA e

• R\* = {(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (2,1), (3,2)}

▪ No exemplo acima, o fechamento de R em relação a TRANSITIVIDADE e

• R\* = {(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2), (3,3), (2,1)} (passo 1)

• R\*= {(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2), (3,3), (2,1), (2,2)} (passo 2)

▪ Essa maneira de determinar o fecho Transitivo de uma relação verificando

os pares ordenados na relação original, incluindo novos pares se

necessário, verificando a relação obtida, incluindo novos pares se

necessário e assim por diante, ate obtermos a relação transitiva, e um

método de forca bruta. O uso de algoritmos sobre grafos direcionados são

mais eficientes.

**O código (algoritmo)**

O usuário entrará com dois números, depois deverá informar a quantidade de pares ordenados. O algoritmo inicia um laço de repetição For, dentro do laço de repetição irá contar a quantidade de números entre o primeiro e o segundo valor digitado pelo usuário. Essa contadora servirá para realizar o calculo da potência (para imprimir posteriormente, todos os pares ordenados corretos). Após o calculo, o algoritmo fará a impressão dos pares ordenados(conforme a quantidade digitada pelo usuário), com dois laços de repetição(o primeiro laço repetira o valor enquanto o segundo laço irá gerar a sequência até que atinja o valor do segundo numero informado pelo usuário). A condição If dentro For irá controlará a impressão dos pares ordenados.

O próximo If é utilizado para definir a impressão do fecho simétrico, tomando como condição se o numero de pares digitado pelo usuário for igual ao resultado da potência. Caso seja “1” (é simetrico), imprimirá o numero um e a sequencia dos pares ordenados, caso não seja, imprimirá ”0” e os pares com o fecho simétrico.

A escolha do laço FOR e a condição IF foi utilizada por ser mais conhecida e fácil de implementar, apesar dos várias quantidades de variáveis utilizadas no código.

**Referências Bibliograficas**

<http://homepages.dcc.ufmg.br/~loureiro/md.html> - Relações e Grafos

http://www.uniriotec.br/~katerevoredo/Disciplinas/LFA/4-Relacao.pdf