

**注意** 本文仅供参考，建议与教科书插图配合食用。

## 1 光的干涉

**定義** 满足一定条件的两束光在叠加区域强度有一定稳定分布的现象叫做**光的干涉**。

### 1.1 光的相干性

**光源** 粒子从高能级跳到低能级

普通光源——自发辐射：不同原子发出的光 & 同一原子先后发出的光是**独立**的。

激光光源——受激辐射：发出的光传播方向，频率，位相，振动方向**完全一样**。

**光的强度** 对于各项同性介质有  $E = E_0 \cos \omega t - kx$ ，则光的强度

$$\mathbf{I} = \bar{S} = \frac{n}{2c\mu_0} E_0^2 \propto \mathbf{n} \mathbf{E}_0^2$$

**两光波叠加** 若频率，振动方向相同，在某点的振动方程

$$E_1 = E_0 \cos \omega t - kr_1 + \phi_{10} = E_0 \cos \omega t + \phi_1$$

$$E_2 = E_0 \cos \omega t - kr_2 + \phi_{20} = E_0 \cos \omega t + \phi_2$$

两式相加可得

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos \omega t + \phi$$

其中

$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \Delta\phi \quad \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

由于我们已经知道  $\mathbf{I} \propto \mathbf{E}_0^2$ ，所以

$$I_0 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

其中  $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi$  为干涉项。

**条纹衬比度** 完全相干光的情况下

$$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \Delta\phi = \pm 2k\pi$$

$$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad \Delta\phi = \pm (2k + 1)\pi$$

$$I = \frac{1}{2}(I_{\max} + I_{\min}) + \frac{1}{2}(I_{\max} - I_{\min}) \cos \Delta\phi$$

于是定义条纹衬比度  $V$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

## 1.2 双缝干涉实验

**双缝干涉** 要求  $d \gg \lambda$ ,  $D \gg d$ , 设波程分别为  $r_1, r_2$ , 差为  $\delta$ 。由于  $\theta$  是一个小角度, 我们可以有如下近似

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{x}{D}$$

相应的, 相位差是

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{x}{D}$$

根据明条纹条件  $\Delta\phi = \pm 2k\pi$ ,  $\delta = k\lambda$ , 明条纹位置为

$$x_{\pm k} = \pm k \frac{D}{d} \lambda$$

类似的, 暗条纹位置和条纹间距为

$$x_{\pm k} = \pm (2k + 1) \frac{D}{2d} \lambda$$

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$$

其中中间级次低, 两边级次高。**要注意的是**, 以上内容知识在  $\theta$  是小角度时的近似, 实际上条纹间隔与条纹所在位置是有关的。

**双缝干涉光强公式** 根据相干光的光强公式, 假设  $I_1 = I_2 = I_0$ , 可以得到双缝干涉的光强公式

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2} \quad \Delta\phi = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

## 1.3 时间相干性

**光的非单色性** 单色光源发的光不是严格的只包含单一频率的光, 而是在某个中心频率包含一定频率范围的光, 这种光被称为**准单色光**。一般用  $\lambda$  表示中心波长, 光强等于最大强度一半的波长范围  $\Delta\lambda$  叫做**谱线宽度**。 $\Delta\lambda$  越小, 光的单色性越好。

**相干长度和相干时间** **相干长度**  $\delta_M$  即两列波能发生干涉的最大波程差, 通过相干长度的时间为**相干时间**  $\tau$ 。可以用下面的公式计算

$$\delta_M = k_M \lambda \quad \tau = \frac{\delta}{c}$$

其中  $\lambda$  表示中心波长。只有同一波列分成两部分, 经过不同路程再相遇时才能发生干涉。波列长度即为相干长度:  $L = \tau c = \delta_M$ 。

**非单色性对干涉条纹的影响** 随着  $x$  的增大, 明暗条纹的对比度将减小直至消失, 消失位置是在  $\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}$  的  $k_M$  级明纹和  $\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2}$  的  $k_M + 1$  级明纹重合处。根据公式  $x_{\pm k} = \pm k \frac{D}{d} \lambda$  可得

$$k_M \frac{D}{d} (\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}) = (k_M + 1) \frac{D}{d} (\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2})$$

有因  $\lambda \gg \Delta\lambda$ , 所以

$$k_M = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$\delta_M \approx k_M \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

## 1.4 空间相干性

**光源宽度对干涉条纹对比度的影响** 整个带状光源可以看成是由许多并排的线光源组成的, 这些线光源是彼此独立发光的, 因而他们是不相干的。

设光源长度为  $b$ , 到双缝的距离为  $R$ , 双缝之间的距离为  $d$ , 可以得到以下结论

$$bd = R\lambda$$

当  $d$  和  $R$  一定时, 可以得出能产生干涉现象的普通光源的**极限宽度**

$$b < b_0 = \frac{R}{d} \lambda$$

为观察到较清晰的条纹通常取  $b \leq b_0/4$ 。

**相干间隔和相干孔径角** 根据极限宽度公式, 当  $b$  和  $R$  一定时, 要得到干涉条纹, 双缝间距必须要满足如下式子

$$d < d_0 = \frac{R}{b} \lambda$$

这便是**相干间隔**。也可以用**相干孔径角**  $\theta_0$  来代替

$$\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b}$$

表示  $d_0$  对光源中心的张角。

## 1.5 光程

**光程** 光在介质中传播时, 光振动的相位沿传播方向逐点落后。当光通过路程  $r$  时, 设波长为  $\lambda'$ , 则光的相位落后

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda'} r$$

以  $n = c/v$  表示折射率, 已知  $\lambda' = \lambda/n$ , 则

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}nr$$

也就是说光在介质中传播  $r$  和在真空中传播  $nr$  造成的相位差相同。我们称  $nr$  为介质中的路程  $r$  的**光程**。

## 1.6 薄膜干涉——等厚条纹

**劈尖干涉** 产生干涉的部件是一个放在空气中的劈尖形状的介质薄片或膜, 它的两个表面是平面, 其间有一个很小的夹角  $\theta$ 。使平行单色光近乎垂直地入射, 一部分在上表面反射, 成为反射光 1; 另一部分进入介质后在下表面反射, 形成反射光 2。设在某一点上下表面距离为  $e$ , 由于上表面反射光 1 有半波损, 所以两束相干反射光的光程差是

$$\delta(e) = 2ne + \frac{\lambda}{2}$$

不同光程差会产生相长或相消干涉, 相长干涉产生明纹的条件是

$$\delta(e) = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

相消干涉产生暗纹的条件是

$$\delta(e) = (2k' + 1)\lambda \quad k' = 0, 1, 2, \dots$$

同一厚度  $e$  对应同一级条纹。由于  $\theta$  是小角度, 推导可得**条纹间隔**  $L$

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$$

$$L = \frac{\Delta e}{\sin \theta} \approx \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta} \quad \theta \downarrow \longrightarrow L \uparrow$$

由此可见, 劈尖干涉形成的干涉条纹是**等间距**的。

**牛顿环** 在一平面玻璃上放一块曲率半径  $R$  很大的平凸透镜, 二者之间形成劈尖, 上下表面反射光光程差为

$$\delta(e) = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

设某处圆环半径为  $r$ , 由于  $R \gg e$ , 则  $r^2 = R^2 - (R - e)^2 \approx 2Re$ , 变换可得

$$e = \frac{r^2}{2R}$$

这时候根据暗纹条件公式  $2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\lambda$ , 我们可以推导出暗纹的半径

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \propto \sqrt{k} \quad \Delta r \propto \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$$

所以**条纹级次越大, 条纹间距越小**。同理可得明条纹半径

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$$

**要注意的是, 内圈条纹级次低。**

**增透膜和增反膜** 一般来说, 介质的上表面和下表面都有半波损。使反射光相消, 透射光加强, 即为**增透膜**

$$\delta(e) = 2n_e e = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad e = \frac{\lambda}{4n_e}$$

同理, 增强反射光的膜即为**增反膜**

$$\delta(e) = 2n_e e = k\lambda \quad e = \frac{\lambda}{2n_e}$$

## 1.7 薄膜干涉——等倾条纹

**干涉条纹分析** 设干涉膜厚度为  $e$ , 折射率  $n$ , 膜外折射率  $n'$ , 入射角度为  $i$  的光束折射角为  $r$ , 于是反射光有光程差

$$\delta(e) = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2} = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

同样的, 明纹条件  $\delta(e) = k\lambda$ , 暗纹条件  $\delta(e) = (2k+1)\lambda/2$ 。用  $f$  来表示凸透镜焦距, 则**条纹半径为**

$$r_{ring} = f \tan i$$

而由于条纹间隔为

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2ne \sin r}$$

所以条纹间隔**内疏外密, 级次内高外低**。

又因为所有入射角度相同的光线都对应同一条干涉条纹, 所以使用面光源照明时, 条纹明暗对比将更加清晰。

## 1.8 迈克耳孙干涉仪

**测量微小位移** 以波长为尺度, 可以精确到  $\frac{\lambda}{20}$ 。当干涉条纹移动了  $N$  条

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$$

**测介质折射率** 通过在光路中加入介质来增加光程差  $\delta = N\lambda$ ，但还要根据不同的仪器构造具体情况具体分析。

## 2 光的衍射

**定义** 光在传播过程中能绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象叫做**光的衍射**。

### 2.1 惠更斯—菲涅尔原理

**含义** 波传播到的任意一点都是子波的波源。各子波在空间某点的相干叠加，决定了该点波的强度。 $p$  点的总波函数

$$E(p) = \iint_{\Sigma} dE_p$$

$p$  点波的强度  $I_p \propto E_0^2(p)$ 。

### 2.2 单缝夫琅禾费衍射

**半波带法** 设衍射角为  $\theta$ ，单缝宽度是  $a$ ，则单缝两边缘处衍射光线的光程差  $\delta$  是

$$\delta = a \sin \theta$$

若缝宽  $\delta = \lambda/2$  时，可以将缝看作一个**半波带**，此时衍射产生的是**明条纹（中心）**；若缝宽  $\delta = \lambda$  时，可以将缝分为两个半波带。由于两个半波带之间的相位差是  $\lambda/2$ ，两个半波带发出的光发生相消干涉，形成**暗条纹**。再当缝宽  $\delta = 2\lambda/3$  时，可以将缝分为三个半波带，其中相邻两个半波带产生相消干涉，余下一个半波带的衍射光形成明条纹……由是类推，如果单缝处波被分为奇数个半波带，则衍射光在对应  $p$  点处形成明条纹中心；如果被分文偶数个半波带，则在  $p$  点处形成暗条纹中心，有以下公式

$$Dark: \quad a \sin \theta = \pm k\lambda \quad k = 1, 2, 3...$$

$$Light(approx): \quad a \sin \theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3...$$

$\theta = 0$  时为中央亮条纹中心。由于  $\theta$  越大，半波带面积越小，所以明纹光强越小。

**振幅矢量法推导光强公式** 设单缝宽度为  $a$ ，将缝等分成  $N$  个窄带（ $N$  很大），每个窄带的宽度即为  $\Delta x = a/N$ ，各子波在  $p$  点引起的振动方程为

$$\Delta E_{ip} = \Delta E_0 \cos(\omega t - \phi_i)$$

光程差  $\delta = a \sin \theta / N$ ，即相位差为

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a \sin \theta}{N}$$

由于在  $p$  点，这  $N$  个同方向，同频率，同振幅的简谐振动合成后依然为简谐振动， $p$  点和振幅  $E_p$  为各子波振幅矢量和的模。

在中央明纹处， $\theta = 0$ ， $\Delta\phi = 0$ ，所以

$$E_0 = N \Delta E_0$$

对于其他点  $p$ ，当  $N \rightarrow \infty$  时， $N$  个相接矢量变成一个圆弧，对应圆心角  $\Delta\Phi$

$$\Delta\Phi = N \Delta\phi = \frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

假设圆半径为  $R$ ，于是

$$E_p = 2R \sin \frac{\Delta\Phi}{2} \quad E_0 = R \Delta\Phi$$

$$E_p = \frac{E_0}{\Delta\Phi/2} \sin \frac{\Delta\Phi}{2}$$

设  $\alpha = \Delta\Phi/2$ ，代入可得

$$E_p = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \text{ where } \alpha = \frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

根据光强与振幅的关系  $I \propto E_p^2$ ，我们可以得到光强公式

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

其中  $I_0$  为中央明纹中心光强。

**条纹宽度** 由第一级暗纹位置  $a \sin \theta_1 = \lambda \rightarrow \sin \theta_1 = \lambda/a$ ，且  $\sin \theta_1 \approx \theta_1$ ，所以**中央明纹的角宽度和线宽度**为

$$\Delta\theta_0 = 2\theta_1 \approx 2\frac{\lambda}{a} \quad \Delta x = 2f \tan \theta \approx 2f \frac{\lambda}{a}$$

所以  $\Delta x \propto \lambda/a$ （衍射反比定律）。类似地，其他明纹宽度为

$$\Delta x_k = f \tan \theta_{k+1} - f \tan \theta_k \approx f \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta x$$

所以  $\Delta x \propto \lambda$ ，波长越长，条纹间隔越宽。

同理，缝宽越窄，条纹间隔越宽。对于第一级暗纹位置，当  $a > \lambda$  &  $a/\lambda \rightarrow 1$ ， $\theta_1 \rightarrow \pi/2$ ，也就是只有中央明纹；当  $a \gg \lambda$  &  $a/\lambda \rightarrow 0$ ， $\theta_k \rightarrow 0/2$ ，只显出单一的明条纹——单缝的几何光学像。

## 2.3 光栅衍射

**光栅** 是由大量等宽等间距的平行狭缝构成的光学元件。若透光部分长度为  $a$ ，不透光部分长度为  $b$ ，所以**光栅常数**为  $d = a + b$ 。

**正入射光栅方程** 各缝之间的干涉和每个缝的夫琅禾费衍射决定了光通过光栅后的光强分布。设当衍射角为  $\theta$  时，每个缝发出的光对应的振幅为  $E_p$ ，光栅从上到下相邻两缝之间发出的光之间的光程差为  $d \sin \theta$ 。由叠加规律可知，当满足

$$d \sin \theta = k\lambda \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 2k\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

将发生相长干涉，在  $\theta$  方向上形成主极大明条纹。设一共有  $N$  个缝组成光栅，此时主极大的光强为

$$I = N^2 E_p^2 = N^2 I_0$$

**暗纹条件** 以  $N = 4$  为例，各振幅矢量合成多边形时形成暗纹，根据  $\Delta\phi$  计算

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta &= \frac{\pi}{2} & \sin \theta &= \frac{d}{4} \\ \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta &= \pi & \sin \theta &= \frac{2d}{4} \\ \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta &= \frac{3\pi}{2} & \sin \theta &= \frac{3d}{4} \end{aligned}$$

对  $N$  个缝的暗纹，要求

$$N\Delta\phi = \pm 2k\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

以此类推，第  $k$  级和  $k+1$  级亮纹的位置

$$\begin{aligned} d \sin \theta_k &= k\lambda & \Delta\phi &= 2k\pi \\ d \sin \theta_{k+1} &= (k+1)\lambda & \Delta\phi &= 2(k+1)\pi \end{aligned}$$

之间的暗纹位置

$$\Delta\phi = 2k\pi + \frac{2\pi}{N}, 2k\pi + \frac{4\pi}{N}, \dots, 2k\pi + \frac{m\pi}{N} \quad m = N-1$$

于是相邻的主极大间距  $\Delta|d \sin \theta| = \lambda$ ，相邻的暗纹间距  $\Delta|d \sin \theta| = \lambda/N$ 。相邻主极大之间有  $N-1$  个暗纹和  $N-2$  个次极大。



**受单缝衍射调制** 由于每条缝的衍射光线在不同方向上的强度不同，光栅衍射的主极大要受到单缝衍射的调制。如果  $d = Na$ ，光栅衍射的主极大条纹间隔  $\Delta \sin \theta = \lambda/d$ ，单缝衍射的中心明纹半宽度为  $\Delta \sin \theta = \lambda/a = N\lambda/a$ 。同样的，**衍射光强大的地方主极大光强大，衍射光强小的地方主极大光强小。**

当单缝衍射的光强在某些  $\theta$  处为 0，而对于光栅衍射来说这里是主极大的时候，这些主极大将消失，这便是**缺级现象**。所缺的级次由  $d$  和  $a$  决定，此时同时满足下面式子

$$d \sin \theta = k\lambda \quad a \sin \theta' = k'\lambda \quad \theta = \theta'$$

所以产生缺级现象的级次  $k$  为

$$\frac{d}{a} = \frac{k}{k'} \implies k = \frac{d}{a}k' \quad k' = 1, 2, 3, \dots$$

**光强公式推导** 设衍射角为  $\theta$ ，每个单缝在  $p$  点都有

$$E_p = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad \alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

相邻缝在  $p$  点的相位差是

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

同样利用振幅矢量法， $p$  点合振幅  $A_p$  为

$$A_p = 2R \sin \frac{N\Delta \phi}{2}$$

又有  $E_p = 2R \sin(\Delta \phi/2)$ ，故

$$A_p = E_p \frac{\sin(N\Delta \phi/2)}{\sin(\Delta \phi/2)} = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \quad \beta = \frac{\Delta \phi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

所以光栅衍射的**光强公式**为

$$I_p = I_{0;single} \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$$

其中  $I_{0;single}$  为单缝衍射的中央主极大光强， $(\sin \alpha / \alpha)^2$  为**单缝衍射因子**， $(\sin N\beta / \sin \beta)^2$  为**多束光干涉因子**。当  $\theta = 0$ ，有  $I_0 = N^2 I_{0;single}$ 。

**斜入射光栅方程** 设入射光线与水平面夹角为  $i$ ，衍射角为  $\theta$ ，则斜入射光栅方程为

$$d(\sin \theta - \sin i) = \pm k\lambda$$

## 2.4 光学仪器的分辨本领与光栅光谱

**瑞利判据** 对于两个强度相等的非相干物点，其中一个的主极大恰好和另一个的极小项重合时，认为此两物点是恰好可以分辨的。恰能分辨时，两物点在透镜处的张角  $\delta\theta$  称为**最小分辨角**。

以**圆孔夫琅禾费衍射**举例，对直径为  $D$  的圆孔，中央衍射斑的角半径为

$$\sin \theta = 1.22 \frac{D}{\lambda}$$

假设  $\theta$  很小，根据瑞利判据，角分辨率为

$$\delta\theta = \theta \approx 1.22 \frac{D}{\lambda}$$

相应的分辨本领为

$$R \equiv \frac{1}{\delta\theta} = \frac{\lambda}{1.22D}$$

**光栅的色分辨本领** 若入射波长为  $\lambda$  和  $\lambda + \delta\lambda$  时，两谱线恰能分辨，根据瑞利判据， $\lambda$  的  $k$  个主极大和  $\lambda + \delta\lambda$  的  $k$  个主极大前面的第一个极小项重合。也就是

$$d \sin \theta = k\lambda = k(\lambda + \delta\lambda) - \frac{\lambda + \delta\lambda}{N}$$

定义光栅的色分辨本领为  $R \equiv \lambda/\delta\lambda$ ，可以得到

$$R = Nk - 1 \approx Nk, \text{ where } N \gg 1 \text{ and } k \neq 0$$

## 2.5 X 射线衍射

**布拉格公式** 设晶体的**晶格常数**为  $d$ ，略射角为  $\Phi$ ，则相邻两个晶面的反射光线干涉加强的条件是

$$2d \sin \Phi = k\lambda \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

这便是布拉格公式。

## 3 光的偏振

**定义** 光波中光矢量的振动方向综合光的传播方向垂直的基本特征叫做**光的偏振**。

### 3.1 完全偏振光

**线偏振光** 在垂直于其传播方向的平面中光矢量只沿着一个固定方向传播的完全偏振光叫做线偏振光

**(椭) 圆偏振光** 根据光矢量旋转方向的不同可以分为左旋光和右旋光。由于**沿光的传播方向相位逐渐落后**，旋光方向与**逆传播方向**光矢量的旋转方向相同。

椭圆偏振光可以看作互相垂直而有一定相位差的线偏振光的合成。设相位差为  $\phi$ ，当  $\phi = \pi/2$ ，形成右旋偏振光；当  $\phi = 3\pi/2$ ，形成左旋偏振光，此时长轴与短轴都在  $x-y$  轴上。 $\phi \neq \pi/2, \pi, 3\pi/2$  时则合成斜椭圆形。

### 3.2 非偏振光

**自然光** 光矢量分布各向均匀，且各方向振幅相同的光，又称为**完全非偏振光**。一束自然光可以分为两束振动方向垂直的，等振幅的不相干的线偏振光。

**部分偏振光** 由自然光与完全偏振光的混合构成。

**偏振度** 用  $P$  表示，有如下定义

$$P = \frac{I_p}{I_t} = \frac{I_p}{I_p + I_n}$$

其中  $I_t$  为部分偏振光总强度， $I_p$  为部分偏振光中完全偏振光部分的光强， $I_n$  为自然光的光强。对于完全偏振光来说  $P = 1$ ，对于自然光  $P = 0$ 。

### 3.3 线偏振光的获得

**马吕斯定律** 当自然光垂直入射偏振片时，只有平行于偏振化方向的光矢量才能透过，所以透过的非偏振光就变成了线偏振光，光强变为入射前的一半。当线偏振光垂直入射偏振片时，出射光线仍是线偏振光。设入射光强为  $I_0$ ，出射光强  $I$ ，其与入射光矢量和偏振化方向之间夹角  $\alpha$  有如下关系

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

这便是马吕斯定律。

### 3.4 反射光和折射光的偏振

**现象** 自然光在两种各向同性介电质分界面发生反射和折射，反射和折射光是**部分偏振光**，其中**反射光中垂直入射面的光振动多于平行振动**，**折射光中平行振动多于垂直振动**。

**布儒斯特角** 在上述现象中, 当入射角等于某一特定值  $i_b$  时, 反射光是垂直于入射面振动的线偏振光,  $i_b$  便是布儒斯特角。当光线以  $i_b$  入射时, 有

$$i_b + r = 90^\circ$$

如果入射面上表面介质折射率  $n_1$ , 下表面介质折射率  $n_2$ , 根据折射定律, 可以计算出布儒斯特角的大小

$$\tan i_b = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{or} \quad \tan i_b = n_{21}$$

把许多互相平行的玻璃片装在一起构成玻璃片堆, 当自然光以布儒斯特角入射时, 折射光多次被反射使其中垂直分量减少, 从而可以让折射光也接近线偏振光。

### 3.5 双折射现象

**现象** 一束光射入各向异性介质时, 折射光分成两束的现象为双折射现象。其中一束遵守折射定律, 称为**寻常光线 (o 光)**, 另一束不遵守折射定律, 称为**非常光线 (e 光)**。然而, 当光沿着某一特殊方向传播时不发生双折射, 这个特殊的方向称为晶体的**光轴**。某光线传播方向与光轴方向组成的平面叫做**主平面**, 其中寻常光线振动方向垂直于主平面, 非常光线振动方向在主平面内。

**折射率** 若寻常光线传播速度为  $v_o$ , 折射率为  $n_o$ ; 非常光线传播速度为  $v_e$ , 折射率为  $n_e$ , 则有  $n_o = c/v_o$ ,  $n_e = c/v_e$ 。  $v_o > v_e$ , 即  $n_o < n_e$  的晶体称为**正晶体**, 如石英; 反之则为**负晶体**, 如方解石。

**格兰·汤姆逊棱镜 & 沃拉斯顿棱镜** 详见书 P287。

### 3.6 晶体相移器件

**四分之一波片** 设一束线偏振光的振幅为  $A$ , 光振动方向与晶片光轴夹角为  $\alpha$ 。此线偏振光入射镜片后, o 光振幅为  $A_o = A \sin \alpha$ , e 光振幅为  $A_e = A \cos \alpha$ 。如果晶片厚度为  $d$ , 两束光通过晶片后的相差

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

再设入射点相位差为  $\Delta\phi_0 = 0$ , 选择适当厚度使得  $\Delta\phi_1 = \Delta\phi = \pi/2$ , 则通过晶片后为正椭圆偏振光, 光程差为

$$\delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}$$

故而称为四分之一波片, 而厚度

$$d = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}$$

如果使  $\alpha = \pi/4$ , 则通过晶片的光为圆偏振光。

**二分之一波片** 与四分之一波片类似, 当光通过晶片时, o 光与 e 光的相差是

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = \pi$$

对应的光程差为

$$\delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2}$$

所以晶片厚度为

$$d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)} =$$

线偏振光通过二分之一波片后仍为线偏振光, 但振动面转了  $2\alpha$ 。

### 3.7 偏振光的干涉

**装置与原理** 两偏振片  $P_1$  和  $P_2$  正交放置, 中间插入一个四分之一波片。单色自然光从  $P_1$  垂直入射, 通过后成为线偏振光。设  $A_1$  为入射后线偏振光的振幅, 则通过晶片后的两束光的振幅为  $A_o = A_1 \sin \alpha$  和  $A_e = A_1 \cos \alpha$ , 通过  $P_2$  后的振幅为  $A_{2o} = A_1 \sin \alpha \cos \alpha$  和  $A_{2e} = A_1 \cos \alpha \sin \alpha$ , 可见

$$A_{2o} = A_{2e}$$

而两相干偏振光的相差是

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d + \pi$$

其中的  $\pi$  是来自  $A_{2o}$  和  $A_{2e}$  方向相反。因此, 当

$$(n_o - n_e)d = (2k - 1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

干涉加强; 而当

$$(n_o - n_e)d = k\lambda, \quad k = 1, 2, \dots$$

干涉减弱。

### 3.8 旋光效应

**现象** 当线偏振光沿光轴方向通过晶体时, 其偏振面发生旋转的现象称为旋光现象。

**原理** 线偏振光是由两个角频率相同但是旋转方向相反的两个圆偏振光组成，而两种圆偏振光在物质中的速度与折射率不同。设左旋光与右旋光的折射率分别为  $n_L$  和  $n_R$  当通过长度为  $l$  的晶片时，造成的相位落后分别为

$$\phi_R = -\frac{n_R l}{\lambda} 2\pi \quad \phi_L = -\frac{n_L l}{\lambda} 2\pi$$

于是线偏振光旋转的角度  $\theta$  为

$$\theta = \frac{\phi_L - \phi_R}{2} = \frac{\pi}{\lambda} (n_L - n_R) l$$

其中设  $(n_L - n_R)\pi/\lambda = \alpha$  即为晶体的**旋光率**，所以晶体的旋光效应公式为

$$\theta = \alpha l$$

对于具有旋光性的溶液，旋转的角度也和溶液的浓度  $C$  有关，所以公式变成了

$$\theta = [\alpha] Cl$$