

**Unidad Profesional Interdisciplinaria  
en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas**

**Instituto Politécnico Nacional**



Líneas de transmisión y antenas

Lucas Bravo Andrés

## **Tarea 2**

---

### **Carta de Smith**

**Alumno:**

Reyna Juárez Saúl

### Carta de Smith

Según Neri Vela [0], la impedancia  $Z(s)$  esta relacionada con el coeficiente de reflexión  $\Gamma(s)$ , el cual contiene un modulo acotado de  $|\Gamma| < 1$ , esto representa gráficamente la impedancia  $Z(s)$  en los términos del coeficiente de reflexión  $\Gamma(s)$ .

La carta de Smith contiene círculos de resistencia constante, círculos de reactancia constante que cuando son incorporados juntos se crea la carta de Smith; además se le agregan escalas periféricas que ayudan al diseño de circuitos, tales como: relación de onda estacionaria (SWR), el coeficiente de reflexión y las perdidas de transición a lo largo de la línea de transmisión. [1]

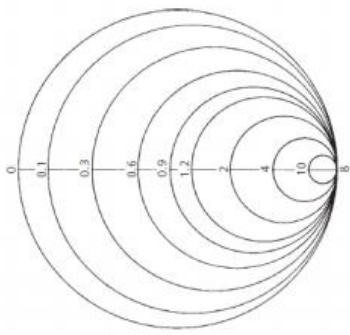


Figura 1. Círculos reactancia constante.[1]

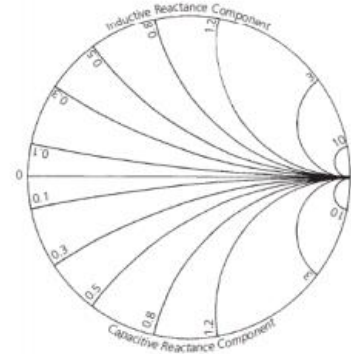


Figura 2. Círculos de reactancia constante.[1]

Uso de la Carta de Smith.

1. Normalizar valor de impedancia de carga con respecto a la impedancia característica de la línea,  $Z(s) / Z_0$ .
2. Localizar impedancia de carga normalizada en la Carta de Smith.
3. Utilizar como referencia el centro de la Carta de Smith.
4. Moverse de la impedancia de carga hacia el generado o a la carga la distancia que se quiere evaluar en una línea de transmisión.
5. La impedancia medida en la Carta de Smith debe de ser desnormalizada.

Se define una impedancia normalizada respecto a la impedancia intrínseca de la línea

Matemáticamente corresponde una transformación entre la impedancia normalizada y el coeficiente de reflexión complejo que se caracteriza por ser conforme (=conserva los ángulos entre dos curvas).

Ecuacion 1. Impedancia normalizada.

$$\bar{Z} = \frac{Z}{Z_0} = r + jx = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

Ecuación 2. Coeficiente de reflexión.

$$\Gamma = \frac{\bar{Z} - 1}{\bar{Z} + 1}$$

*Ecuacion 3. Formúla de Impedancia.*

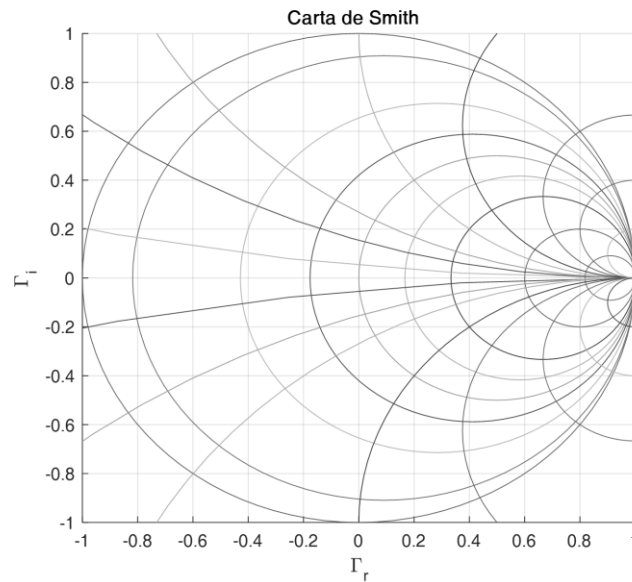
$$Z = Z_0 \left[ \frac{1 + \Gamma(0)e^{-2\gamma s}}{1 - \Gamma(0)e^{-2\gamma s}} \right] \quad \text{Donde } \gamma = \alpha + j\beta$$

**Desarrollo y resultados**

1. Graficar la carta de Smith para los siguientes valores:

$r_s = 0, 0.1, 0.4, 0.7, 1, 1.4, 2, 4, 10$

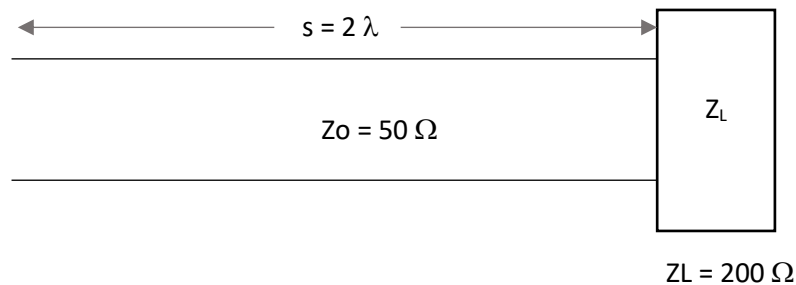
$x_s = \pm 0.1, 0.3, 0.5, 1, 1.6, 3, 5, 10$



*Figura 3. Carta de Smith*

2. En la carta de Smith graficada, insertar la impedancia a lo largo de una línea con las siguientes características.

Considerar  $f = 300 \text{ MHz}$ ,  $\alpha = 2 \text{ dB/m}$ , en nepers  $= 0.2304$



*Figura 4. Representación Línea Tx para sección 2.*

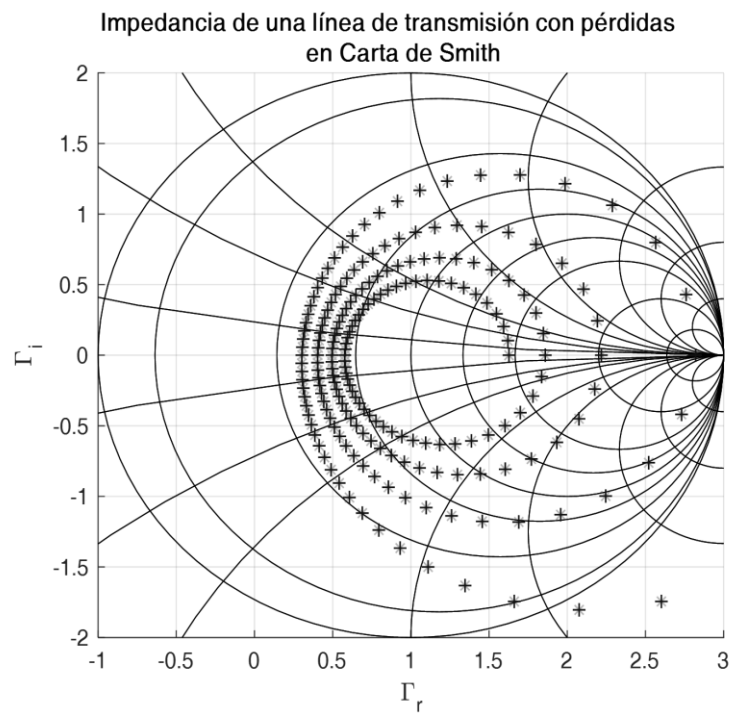


Figura 5. Impedancia una línea Tx con pérdidas de  $\alpha = 2$  db.

2.1. Graficar la parte real e imaginaria de  $Z(s)$ .

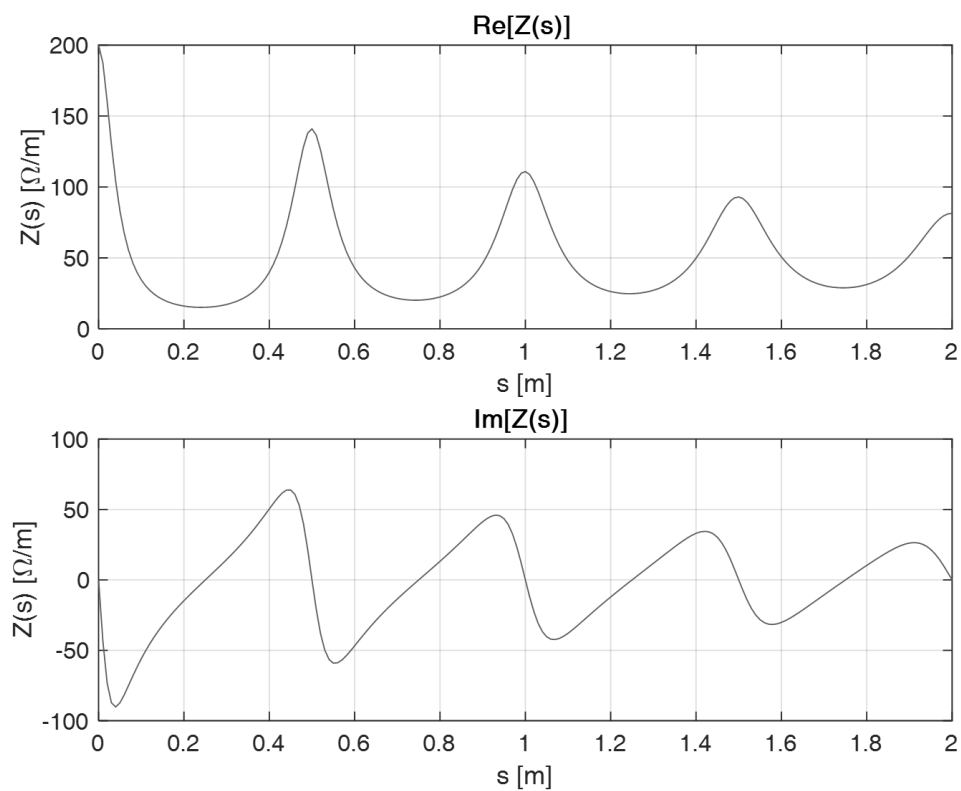


Figura 6. Graficas parte real e imaginaria de  $Z(s)$ .

1. Código de Matlab para sección 1, graficar Carta de Smith.

```
%-----
close all;
clc;
rs = [ 0, 0.1, 0.4, 0.7, 1, 1.4, 2, 4, 10];
xs = [0.1, 0.3, 0.5, 1, 1.6, 3, 5, 10];
%-----

figure(1)
hold on;
for i = 1 : length(rs)
    t = 0 : pi/50 : 2*pi;
    x = (1/(rs(i) + 1))*cos(t) + rs(i)/(rs(i) + 1);
    y = (1/(rs(i) + 1))*sin(t);
    plot(x, y)
end
for i = 1 : length(xs)
    t = pi/2 : pi/50 : 3*pi/2;
    x = (1/xs(i))*cos(t) + 1;
```

```
y = (1/xs(i))*sin(t) + 1/xs(i);
    plot(x, y)
end
for i = 1 : length(xs)
    t = pi/2 : pi/50 : 3*pi/2;
    x = (1/xs(i))*cos(t) + 1;
    y = (1/xs(i))*sin(t) - 1/xs(i);
    plot(x, y)
```

```
end
%-----
title('Carta de Smith')
xlabel('\Gamma_r')
ylabel('\Gamma_i')
grid on;
xlim([-1 1])
ylim([-1 1])
%-----
```

2. Código de Matlab para sección 2, insertar la impedancia a lo largo de una línea.

```
ZO = 50;
ZL = 200;
ro = (ZL - ZO)/(ZL + ZO);
Vo = 1;
a = 2*1/8.68; %en nepers?, 2 = 2db
f = 300.*10^6;
landa=(3*10^8)/f;
B = 2*pi/landa;
gamma = a + 1i*B;
s = 0 : 0.01 : 2*landa;
%-----
Zs = ZO.*((1 + ro*exp(-2*gamma*s))./(1 - ro*exp(-2*gamma*s)));
%-----
r = [ 0, 0.1, 0.4, 0.7, 1, 1.4, 2, 4, 10];
xs = [0.1, 0.3, 0.5, 1, 1.6, 3, 5, 10];
```

```
title({'Impedancia de una línea de transmisión con pérdidas','en Carta de Smith'})
xlabel('\Gamma_r')
ylabel('\Gamma_i')
grid on;
xlim([-1 3])
ylim([-2 2])
m = zeros(1, length(Zs));
t = zeros(1, length(Zs));
for j = 1 : length(Zs)
    m(j) = abs(Zs(j)/ZO);
    t(j) = angle(Zs(j)/ZO);
    polar(t(j), m(j), 'r-|');
end
%-----
```

### 3. Código de Matlab para sección 2.1, graficar la parte real e imaginaria de Z(s).

```
clc;
clear all;
ZO = 50;
ZL = 200;
ro = (ZL - ZO)/(ZL + ZO);
Vo = 1;
a = 2*1/8.68; %en nepers?, 2 = 2db
f = 300.*10^6;
landa=(3*10^8)/f;
B = 2*pi/landa;
gamma = a + 1i*B;
s = 0 : 0.01 : 2*landa;
%-----
Zs = ZO.*((1 + ro*exp(-2*gamma*s))./(1
- ro*exp(-2*gamma*s)));
%-----
figure(3)
subplot(2,1,1);
plot(s, real(Zs))
title('Re[Z(s)]')
xlabel('s [m]')
ylabel('Z(s) [\Omega/m]')
grid on;

subplot(2,1,2);
plot(s, imag(Zs))
title('Im[Z(s)]')
xlabel('s [m]')
ylabel('Z(s) [\Omega/m]')
grid on;
```

## Conclusiones

---

La carta de Smith es una representación gráfica directa, una relación entre una impedancia normalizada y el coeficiente de reflexión. La existencia de esta representación evita cálculos extensos y en ocasiones laboriosos para conocer la impedancia de entrada de una línea, a su vez también se puede obtener el coeficiente de reflexión, así como muchos datos mas que tan solo teniendo la información necesaria se puede obtener.

## Bibliografías y referencias

---

- [0] Neri Vela. (2001). Lineas de Transmisión. México: McGRAW-HILL.
- [1] Desconocido, Circuitos de RF y las Comunicaciones Analógicas, Capitulo IV: La carta de Smith en el diseño de las Redes de Acople. Sitio web:  
<http://ingenieria1.udistrital.edu.co/archivosudin/cancino/Libro/PDF%20RF%20y%20las%20Com.%20Analógicas/6%20Cap.%204%20Diseno%20de%20redes%20de%20acople%20con%20Carta%20de%20Smith.pdf>