

**Unidad Profesional Interdisciplinaria  
en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas**

**Instituto Politécnico Nacional**



Líneas de transmisión y antenas  
Lucas Bravo Andrés

**Tarea**

---

**Región visible de | F.A |**

**Alumno:**

Reyna Juárez Saúl

## Introducción

---

Un arreglo lineal uniforme de antenas consiste en un arreglo de elementos idénticos con la misma magnitud y cada uno con fase progresiva. El factor de arreglo se obtiene al considerar que los elementos son fuentes isotrópicas. Si los elementos no son fuentes isotrópicas el patrón de campo eléctrico total se obtiene al multiplicar el factor de ángulo (F.A.) por el factor de elemento (F.E).

$$B = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1) \qquad \lambda = \frac{c}{f} \quad (2)$$

En la agrupación uniforme el máximo principal tiene una amplitud N, igual al número de elementos de la agrupación. El primer lóbulo secundario se produce aproximadamente para el primer máximo del numerador de la expresión:

$$\psi = \beta d \cos \theta \quad (3) \qquad |FA| = \left| \frac{\sin\left(\frac{N\psi}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right| \quad (4)$$

En la agrupación uniforme el primer cero se encuentra situado a una distancia angular con respecto al máximo de:

$$\psi = \frac{2\pi}{N} \quad (5)$$

Se define como margen visible el conjunto de valores del ángulo eléctrico  $\psi$  que se corresponden con direcciones del espacio real tridimensional.

El margen visible se corresponde con los valores que toma la variable angular  $\theta$ . Teniendo en cuenta la relación:

$$\psi = \beta d \cos \theta + \alpha \quad (6)$$

Se obtiene el margen visible:

$$\psi \in [\alpha - \beta d, \alpha + \beta d] \quad (7)$$

Si la fase progresiva es cero, el máximo del diagrama de radiación es perpendicular al eje de la agrupación (dirección broadside).

Si la fase progresiva es  $\alpha = -\beta d$ , el máximo está en la dirección del eje de la agrupación (dirección endfire).

En general variando el valor de  $\alpha$  se puede controlar la dirección del máximo de radiación. Gráficamente se puede estudiar la variación del margen visible y su relación con la posición de los máximos y nulos del diagrama de radiación.

El número de máximos de radiación en el espacio real depende de la separación entre las antenas. Si dicha separación es menor que  $\lambda/2$ , tan sólo aparece un máximo principal. Si el espaciado entre las antenas  $d > \lambda$ , el diagrama de radiación tendrá más de un máximo principal. Estos máximos adicionales se denominan lóbulos de difracción o grating lobes. En el caso intermedio, la aparición de lóbulos de difracción depende del desfase progresivo. El espaciado máximo será:

$$d \leq \frac{\lambda}{1 + \cos \theta} \quad (9)$$

---

Considerando que:  $N = 5$  ;  $\left| FA \right| = \left| \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \right|$  ;  $0 \leq \theta \leq \pi$

1. Considere un arreglo lineal de 5 antenas. Graficar la región visible en forma rectangular y polar de  $|F.A|$  para el caso de  $\Theta_0 = \frac{\pi}{2}$  ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$ . Determinar los valores de  $\theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$ .

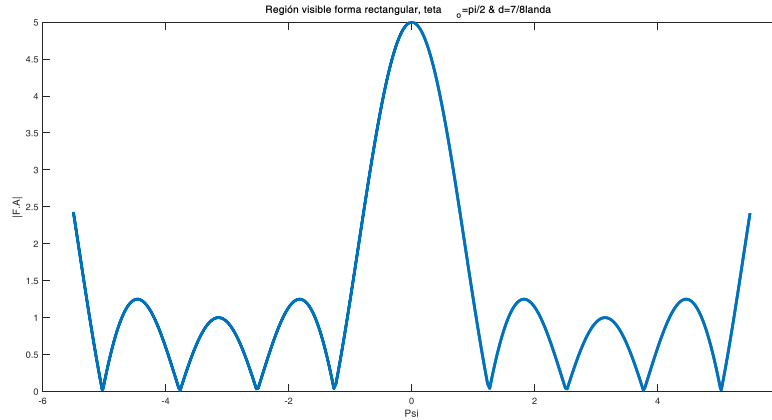


Figura 1. Región visible forma rectangular  $\Theta_0 = \frac{\pi}{2}$  ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$ .

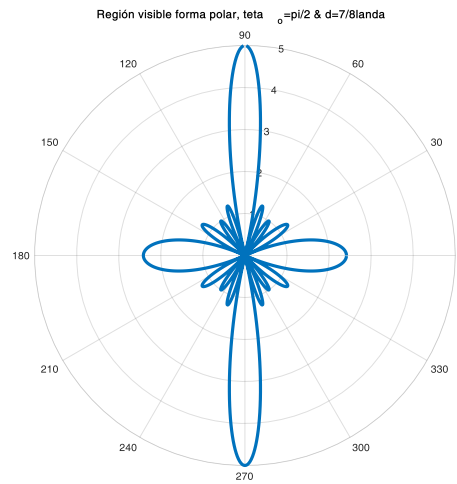


Figura 2. Región visible forma polar  $\Theta_0 = \frac{\pi}{2}$  ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$ .

Valores de  $\theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$  traslape para  $\Theta_0 = \frac{\pi}{2}$  ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$ .

$$\psi = \beta * d(\cos \theta - \cos \theta_0) = \frac{2\pi}{\lambda} * \frac{7\lambda}{8} \left( \cos \theta - \cos \frac{\pi}{2} \right) = \frac{14\pi}{8} (\cos \theta - 0)$$

Para obtener el primer valor a evaluar se considera  $\theta = 0$ , con lo que se obtiene un máximo en  $\psi$

Como sabemos que cada  $2\pi$  se cumple un ciclo, restamos al máximo valor que nos puede dar  $\psi$  con  $2\pi$  dando:

$$\frac{14\pi}{8} - 2\pi = -\frac{\pi}{4}$$

De este valor procedemos a despejar  $\theta$  obteniendo:

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{-\frac{\pi}{4}}{\frac{14\pi}{8}} \right) = 98.2132^\circ$$

Para el valor evaluado en  $\theta = \pi$ ,  $\psi = -\frac{14\pi}{8}$  :

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{-\frac{14\pi}{8}}{\frac{14\pi}{8}} \right) = \cos^{-1}(-1) = 180^\circ$$

2. Considere un arreglo lineal de 5 antenas. Graficar la región visible en forma rectangular y polar de  $|F.A|$  para el caso de  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$ . Determinar los valores de  $\Theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$ .

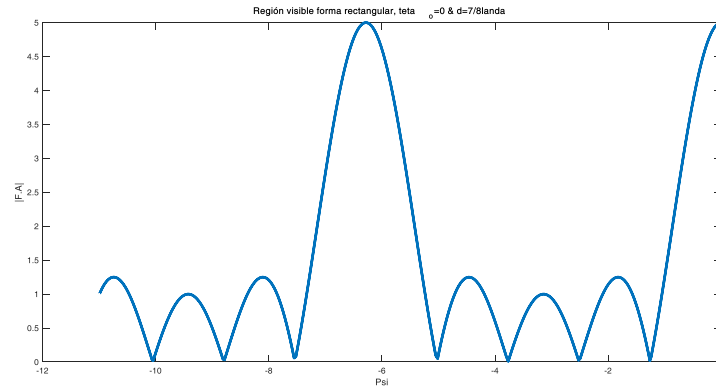


Figura 3. Región visible forma rectangular  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$

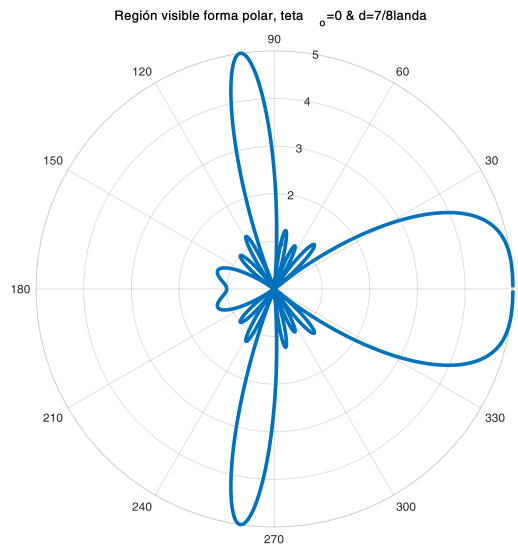


Figura 4. Región visible forma polar  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$

Valores de  $\Theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$  traslape para  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \frac{7}{8}\lambda$ .

$$\psi = \beta * d(\cos \theta - \cos \theta_0) = \frac{2\pi}{\lambda} * \frac{7\lambda}{8}(\cos \theta - \cos 0) = \frac{14\pi}{8}(\cos \theta - 1)$$

Como sabemos que cada  $2\pi$  se cumple un ciclo, restamos al máximo valor que nos puede dar  $\psi$  con  $2\pi$  dando:

$$\frac{14\pi}{8}(\cos(0) - 1) = \frac{14\pi}{8}(1 - 1) = 0 \rightarrow 0 - 2\pi = -2\pi$$

De este valor procedemos a despejar  $\theta$  obteniendo:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-2\pi + \frac{14\pi}{8}}{\frac{14\pi}{8}}\right) = 98.2132^\circ$$

Para el valor evaluado en  $\theta = \pi$ :

$$\frac{14\pi}{8}(\cos(\pi) - 1) = \frac{14\pi}{8}(-2) = -\frac{7\pi}{2}$$

$$\psi = -\frac{7\pi}{2}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-\frac{7\pi}{2} + \frac{14\pi}{8}}{\frac{14\pi}{8}}\right) = \cos^{-1}(-1) = 180^\circ$$

3. Considere un arreglo lineal de 5 antenas. Graficar la región visible en forma rectangular y polar de  $|F.A|$  para el caso de  $\Theta_o = \frac{\pi}{2}$ ,  $d = \lambda$ . Determinar los valores de  $\Theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$ .

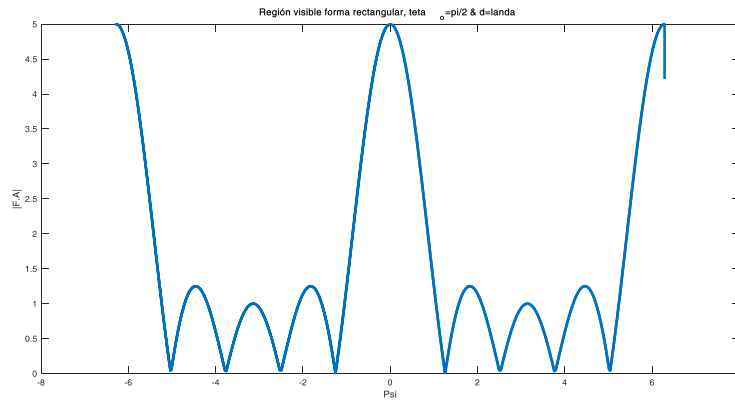


Figura 5. Región visible forma rectangular  $\Theta_o = \frac{\pi}{2}$ ,  $d = \lambda$

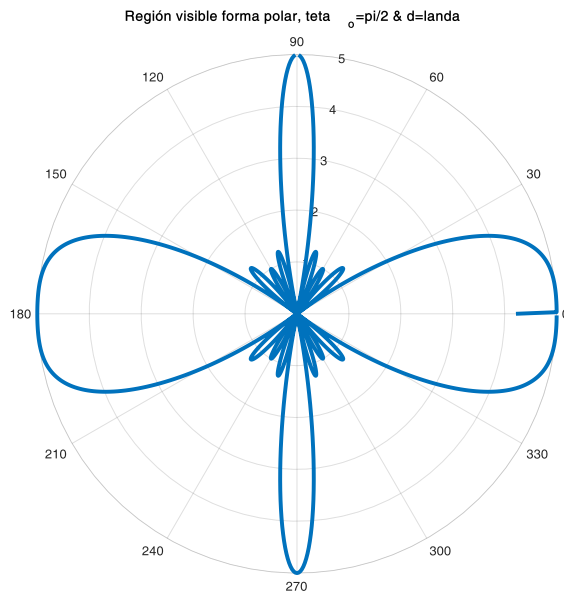


Figura 6. Región visible forma polar  $\Theta_o = \frac{\pi}{2}$ ,  $d = \lambda$

Valores de  $\Theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$  traslape para  $\Theta_o = \frac{\pi}{2}$ ,  $d = \lambda$ .

$$\psi = \beta * d(\cos \theta - \cos \theta_o) = \frac{2\pi}{\lambda} * \lambda \left( \cos \theta - \cos \frac{\pi}{2} \right) = 2\pi(\cos \theta - 0)$$

Para obtener el primer valor a evaluar se considera  $\theta = 0$ , con lo que se obtiene un máximo en  $\psi$

Como sabemos que cada  $2\pi$  se cumple un ciclo, restamos al máximo valor que nos puede dar  $\psi$  con  $2\pi$  dando:

$$2\pi - 2\pi = 0$$

De este valor procedemos a despejar  $\theta$  obteniendo:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{0}{2\pi}\right) = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$$

Para el valor evaluado en  $\theta = \pi$ ,  $\psi = -2\pi$ :

$$\cos^{-1}\left(\frac{-2\pi}{2\pi}\right) = \cos^{-1}(-1) = 180^\circ$$

4. Considere un arreglo lineal de 5 antenas. Graficar la región visible en forma rectangular y polar de  $|F.A|$  para el caso de  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \lambda$ . Determinar los valores de  $\Theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$ .

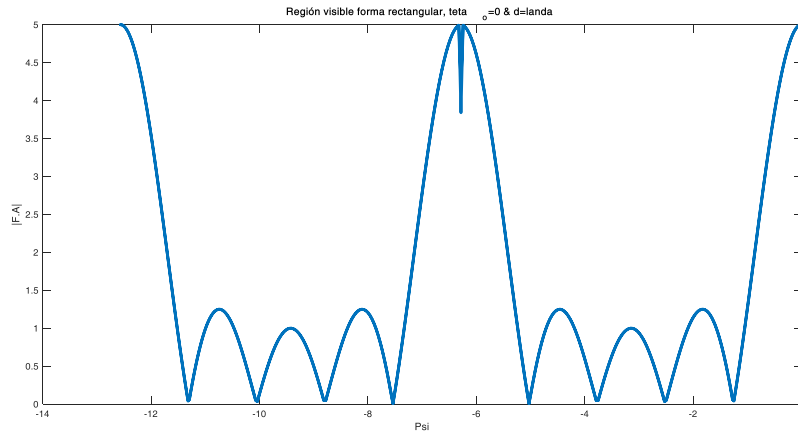


Figura 7. Región visible forma rectangular  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \lambda$

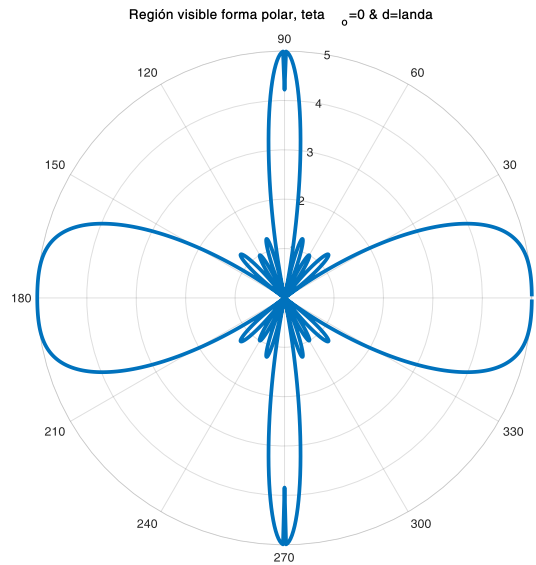


Figura 8. Región visible forma polar  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \lambda$

**Valores de  $\Theta$  donde hay traslape de  $|F.A|$  traslape para  $\Theta_0 = 0$ ,  $d = \lambda$ .**

$$\psi = \beta * d(\cos \theta - \cos \theta_0) = \frac{2\pi}{\lambda} * \lambda(\cos \theta - \cos 0) = 2\pi(\cos \theta - 1)$$

Como sabemos que cada  $2\pi$  se cumple un ciclo, restamos al máximo valor que nos puede dar  $\psi$  con  $2\pi$  dando:

$$2\pi(\cos(0) - 1) = 2\pi(1 - 1) = 0 \rightarrow 0 - 2\pi = -2\pi$$

De este valor procedemos a despejar  $\theta$  obteniendo:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-2\pi + 2\pi}{2\pi}\right) = 90^\circ$$

Para el valor evaluado en  $\theta = \pi$ :

$$2\pi(\cos(\pi) - 1) = 2\pi(-2) = -4\pi$$

$\psi = -4\pi$ :

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{-4\pi + 2\pi}{2\pi}\right) = \cos^{-1}(-1) = 180^\circ$$

## 1. Código de Matlab para parte 1, $\Theta_o = \frac{\pi}{2}$ , $d = \frac{7}{8}\lambda$ y $\Theta_o = 0$ , $d = \frac{7}{8}\lambda$

```
clear all;
clc;
close all;

% -----
landa = 1;
d = (7/8)*landa;
b = (2*pi)/landa;
bd = b*d;
maxi = 2*pi;
teta = 0:(maxi/1000):maxi-(1/1000);

tetao = pi/2;
tetao2 = 0;
psi = bd.*(cos(teta)-cos(tetao));
N = 5;
fa = abs( (sin(N*psi/2))./(sin(psi/2)) );
psi2 = bd.*(cos(teta)-cos(tetao2));
fa2 = abs( (sin(N*psi2/2))./(sin(psi2/2)) );
%Forma rectangular
figure(1);
[m n] = size(psi);
plot(psi,fa,'linewidth',3);
hold on;

xlabel('Psi');
ylabel('|F.A|');
title('Región visible forma rectangular,
teta_o=pi/2 & d=7/8landa');

figure(2);
[m2 n2] = size(psi2);
plot(psi2,fa2,'linewidth',3);
hold on;
xlabel('Psi');
ylabel('|F.A|');
title('Región visible forma rectangular,
teta_o=0 & d=7/8landa');
%Forma polar
figure(3);
polarplot(teta,fa,'linewidth',3);
title('Región visible forma polar,
teta_o=pi/2 & d=7/8landa');

figure(4);
polarplot(teta,fa2,'linewidth',3);
title('Región visible forma polar,
teta_o=0 & d=7/8landa');
% -----
```

## 2. Código de Matlab para parte 2, $\Theta_o = \frac{\pi}{2}$ , $d = \lambda$ y $\Theta_o = 0$ , $d = \lambda$

```
clear all;
clc;
close all;
% -----
landa = 1;
d = landa/2;
b = (2*pi)/landa;
bd = b*d;
maxi = 2*pi;
teta = 0:(maxi/1000):maxi-(1/1000);
tetao = pi/2;
tetao2 = 0;
N = 5;
psi = bd.*(cos(teta)-cos(tetao));
fa = abs( (sin(N*psi/2))./(sin(psi/2)) );
psi2 = bd.*(cos(teta)-cos(tetao2));
fa2 = abs( (sin(N*psi2/2))./(sin(psi2/2)) );
%Forma rectangular
figure(1);
[m n] = size(psi);
plot(psi,fa,'linewidth',3);
hold on;
xlabel('Psi');

ylabel('|F.A|');
title('Región visible forma rectangular, teta_o=pi/2 &
d=landa');

figure(2);
[m2 n2] = size(psi2);
plot(psi2,fa2,'linewidth',3);
hold on;
xlabel('Psi');
ylabel('|F.A|');
title('Región visible forma rectangular, teta_o=0 &
d=landa');
%Forma polar
figure(3);
polarplot(teta,fa,'linewidth',3);
title('Región visible forma polar, teta_o=pi/2 &
d=landa');

figure(4);
polarplot(teta,fa2,'linewidth',3);
title('Región visible forma polar, teta_o=0 &
d=landa');
% -----
```

## Conclusiones

---

Cuando se analiza la gráfica y los valores de la práctica, se puede determinar que el número de máximos de radiación en el espacio real depende de la separación de las antenas. No se analizó en dicho caso, sin embargo, si es menor de  $\frac{\lambda}{2}$  se asemejará a solo un máximo principal, en cambio si el espaciado es mayor a  $\lambda$ ,  $d > \lambda$ , se tendrán más de un máximo principal. A estos máximos, investigando un poco sobre el efecto del espaciado, se encontró que se le llaman lóbulos de difracción. Se apreciaron mejores resultados en el primer caso,  $7/8 \lambda$ .

## Bibliografías y referencias

---

- [1] A. B. Lucas, Relación entre transformada Z y el F.A. lineal de antenas de fase progresiva, Líneas de transmisión y antenas, UPIITA – IPN, 13 Noviembre 2019.
- [2] F. Miguel y V. Alejandro, Antenas, Comunicaciones – Universidad Politécnica de Valencia, [Available link]: [http://www.upv.es/antenas/Documentos\\_PDF/Notas\\_clase/Agrupaciones.pdf](http://www.upv.es/antenas/Documentos_PDF/Notas_clase/Agrupaciones.pdf)