## 경사로에서 이륜 역진자 로봇의 안정적인 주행제어

이동진\*† . 유홍희\*††

# Stable Driving Control of Two wheeled inverted pendulum robot on the slope

Hong Hee Yoo, and Dong Jin Lee

**Key Words**: Two Wheeled Pendulum Robot(이륜 역진자 로봇), Optimal Control(최적 제어)

#### Abstract

This paper proposes climbing algorithm for a two wheeled pendulum robot Until now, a lot of research have been studied on the flat Additionally, the research on the slope driving is needed. The dynamics of two wheeled pendulum robot is obtained by using Kane's method, and two wheeled pendulum robot is controlled by LQR controller. System is modeled by 3-dgree of freedom equation. and we can get reaction force when robot rotate on the slope. Finally the optimal rotation speed of robot is obtained.

#### 1. 서 론

현재 로봇은 많은 분야에서 인간이 보다 편리하 게 생활하도록 해주고 다양한 작업을 수행할 수 있도록 연구되고 있다. 또한 친환경적인 이동수단 으로 이동될 수 있는 이륜 역진자 로봇에 대한 다 양한 연구가 진행되어 오고 있다. 이륜 역진자 로 봇은 동적 안정화 기술이라는 무게의 균형에 대한 원리를 이용한다. 무게 균형의 원리는 막대기를 손바닥 위에 세웠을 때 막대기가 쓰러지는 방향으 로 손을 이동함으로써 중심을 잡는 것을 의미한다. 기존의 역진자 로봇의 경우는 구름 조건을 가정한 Non-Honlonomic 3 자유도 시스템의 동역학 방정식 으로 모델링을 하고 있다. 본 논문에서는 역진자 로봇의 동역학 방정식을 유도하기 위해서 Kane의 방법을 이용하였으며 자유도를 추가하여 6 - 자유 도 문제로 정의하였다. 또한 구름 조건이 아닌 미 끄러지는 경우를 고려한 모델의 운동방정식을 유 도한 후 바퀴의 구름 조건을 가정하여 운동 방정

†발표자. 한양대학교 융합기계공학과

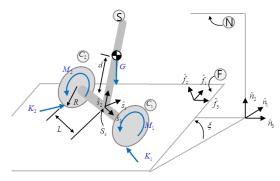
E-mail: ldjin1114@naver.com

TEL: (02)2299-8169

††교신저자, 한양대학교 기계공학부

E-mail: hhyoo@hanyang.ac.kr

TEL: (02)2299-8169



**Fig. 1** Modeling of a inverted pendulum robot 식을 정리하고 최적 제어 방법을 이용하였다.

#### 2. 본론

#### 2.1 이륜 역진자 로봇의 운동방정식

Kane 의 방법을 이용하여 이륜 역진자 로봇의 운동방정식을 유도한다. 본 연구에서는 미끄러지는 상태를 고려해주기 위해 경사로에서의 이륜 역진자 로봇의 운동방정식을 유도한다. 바퀴와 지면사이는 구름운동이 아니라 미끄러진다고하였다. 그리고 바퀴와 지면의 접촉점에서는 마찰력이 작용한다. 역진자 로봇의 운동방정식을 유도하기 위해 다음과 같은 일반좌표와 일반속

력을 정의한다. 추가적으로 각각의 바퀴에 가해 지는 반력을 구하기 위해 일반속력을 도입하여 편속도와 편각속도를 추가로 구하고 이때 그 방

$$q_1 = C_1$$
바퀴의 회전각  $u_1 = \dot{q}_1$   $u_2 = C_2$ 바퀴의 회전각  $u_2 = \dot{q}_2$   $u_3 = 몸체와 \hat{a}_2$  축 사잇각  $u_3 = \dot{q}_3$  (1)  $q_4 = 몸체와 \hat{a}_3$  축 사잇각  $u_4 = \dot{q}_4$   $q_5 = S_c$ 점의  $\hat{f}_1$  방향 성분  $u_5 = c_3\dot{q}_5 - s_3\dot{q}_6$   $u_6 = S_c$ 점의  $\hat{f}_3$  방향 성분  $u_6 = s_3\dot{q}_5 + c_3\dot{q}_6$ 

향 성분으로의 힘이 새로운 운동방정식에 나타나게 된다. 작용하는 힘과 토크는 몸체와 바퀴의 하중와 바퀴에 작용하는 모터의 토크 그리고바퀴와 접촉점사이에 작용하는 접촉력이며 접촉력을 반력와 마찰력으로 이루어진다. 이 때 모터의 토크는 몸체에 작용 반작용의 토크로 작용한다. 일반작용력, 일반 관성력 그리고 운동방정식은 다음의 식으로 구한다.

$$F_{i} = \vec{G}_{S} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{S^{*}} + \vec{G}_{C_{1}} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{C_{1}^{*}} + \vec{G}_{C_{2}} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{C_{2}^{*}}$$

$$+ \vec{K}_{1} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{\hat{C}_{1}} + \vec{K}_{2} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{\hat{C}_{2}} + \vec{M}_{1} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{C_{1}}$$

$$+ \vec{M}_{2} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{C_{2}} - \vec{M}_{1} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{S} - \vec{M}_{2} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{S}$$

$$(i = 1 \sim 8)$$

$$(2)$$

$$F_{i}^{*} = \vec{R}_{S}^{*} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{S^{*}} + \vec{R}_{C_{1}}^{*} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{C_{1}^{*}} + \vec{R}_{C_{2}}^{*} \cdot {}^{N} \vec{v}_{i}^{C_{2}^{*}} + \vec{T}_{C_{3}}^{*} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{C_{1}} + \vec{T}_{C_{1}}^{*} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{C_{1}} + \vec{T}_{C_{2}}^{*} \cdot {}^{N} \vec{\omega}_{i}^{C_{2}}$$

$$(i = 1 \sim 8)$$
(3)

$$F_i + F_i^* = 0$$
  
(i = 1 ~ 8)

위의 (4)의 방정식에서 바퀴의 구름을 가정하게 되면

$$F_i + F_i^* = 0$$
 (5)   
 (i = 3 ~ 8)

7 ,8번째 운동방정식을 통해 반력을 구할 수 있고 나 머지 운동방정식을 통해 주행 속도 및 자세, 선회에 대한 제어를 하게 된다.

#### 2.2 이륜 역진자 로봇의 최적제어

상태공간 방정식 형태로 정리하면 다음의 식으로 정리 된다.

$$X = [q_5, \dot{q}_5, q_3, \dot{q}_3, q_4, \dot{q}_4]^T, \quad U = [M_1 \ M_2]^T$$

$$\dot{X} = AX + BU \tag{7}$$

가제어성과 가관측성을 알아본 결과 Full rank가 나왔다. 그러므로 이 시스템은 제어가 가능하고 관측이 가능하다. 최적제어기법을 이용하여 시스템을 제어하였고 이때 성능지수는 다음과 같이 정의 된다.

$$J = \int_0^\infty [X(t)^T Q X(t) + u(t) R u(t)] dt \tag{8}$$

Q,R은 오차와 에너지 소모간의 상대적인 중요성을 결정하는데 이용되며 이 때 제어입력은 u=-KX으로 정의 되며 K는 matlab에서 lqr(A,B,Q,R)명령어를 이용하여 구하였다.

#### 2.3 시뮬레이션

역진자 로봇이 5도의 경사로에서 정지한 상태에서 lm/s의 속도가 되도록 제어하였고 목표값과 현재값과 의 오차의 그래프는 다음과 같다.

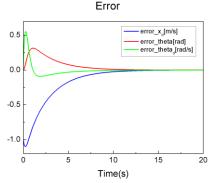


Figure 2 Error of velocity, angle, angular velocity

역진자 로봇이 5도의 경사로에서 정지한 상태에서 lm/s의 속도와 lm/s의 선회 각속도가 되도록 제어할 때 양 바퀴에 생기는 반력은 다음과 같다.

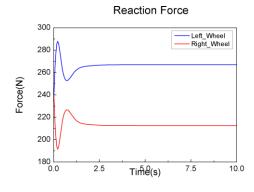


Figure 3 Reaction force of wheel

#### 3. 결 론

본 논문에서는 경사로에서 주행하는 이륜 역진자 로 봇의 운동방정식을 유도하였고 체적제어를 이용하고 경사로에서의 주행을 제어하였다. 또한 선회하는 경우 생기는 반력을 계산하였다. 차후 연구에서는 구해진 반력을 통해 최적의 선회각속도를 구해내고 미끄러지 는 경우에 이륜 역진자 로봇에 대한 주행과 자세 제어 에 관한 연구를 수행할 예정이다.

### 후 기

본 연구는 2015년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구과제입니다. (No. 20111510100050)

### 참고문헌

- (1) Won Seok Kang, Jun Hong Park, Hong Hee Yoo, 2014, "The experimental verification of the analytical model for the self-exited vibration caused by friction", Proceedings of the KSNVE Annual Spring Coference, pp. 682~683
- (2) Feelix Grasser, Aldo D'Arrigo, Silvio Comlombi, Alfred C. Rufer, "JOE: A Mobile, Inverted Pendulum", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol 49, No. 1, Feb. pp107~114, 2002