

Matemática Discreta

Segunda Prova

8 de maio de 2018

Em cada questão, explique o raciocínio que leva à resposta apresentada¹.

1. (30 pontos) Resolva a seguinte recorrência.

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0, \\ 3f\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + n^2, & \text{se } n \geq 1. \end{cases}$$

2. O seguinte algoritmo devolve o n -ésimo termo da sequência de Fibonacci.

$F(n)$

Se $n \leq 1$

Devolva n

Devolva $F(n-1) + F(n-2)$

Para cada $n \in \mathbb{N}$, seja $S(n)$ o número de somas efetuado na execução de $F(n)$.

- (a) (15 pontos) Expresse $S(n)$ por uma recorrência.
(b) (25 pontos) Resolva essa recorrência.

3. (30 pontos) Dê uma expressão livre de somatórios para a soma dos quadrados dos n primeiros² inteiros.

¹Decorar, ninguém merece: na notação usada em sala de aula, se $f(n) = m(n)f(h(n)) + s(n)$, então

$f(n) = f(h^u(n)) \prod_{i=0}^{u-1} m(h^i(n)) + \sum_{i=0}^{u-1} s(h^i(n)) \prod_{j=0}^{i-1} m(h^j(n))$

²a partir de 1.