

Matemática Discreta

Terceira Prova

9 de agosto de 2021

Instruções

As respostas devem ser enviadas como um arquivo **pdf** anexo a uma mensagem de e-mail.

1. A mensagem deve ser **enviada** até as 17h45 para renato.carmo.rc@gmail.com (turma A) ou menottid@gmail.com (turma B).
2. O **Subject**: da mensagem deve ser “CI1237: Prova 3”;
3. Quanto ao arquivo **pdf** anexo à mensagem,
 - (a) o nome do arquivo deve ser seu “login” na rede do Departamento de Informática (por exemplo, **jbas18.pdf**);
 - (b) O arquivo pode ser produzido digitalmente com $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ ou qualquer outro software, ou pode ser uma série de fotos de folhas manuscritas;
 - (c) as respostas devem estar na mesma ordem das questões;
 - (d) a resposta de cada questão deve iniciar uma página nova;
 - (e) a resposta de cada questão pode ocupar várias páginas;
 - (f) em cada questão, apresente o raciocínio que conduz à solução;
 - (g) caso o arquivo seja produzido a partir de fotos de folhas manuscritas,
 - i. escreva com clareza, bom contraste e boa letra;
 - ii. cuide para que a fotografia/”scan” seja feita paralela à superfície do papel.

Durante o período de prova o Professor Renato estará em <https://bbb.c3s1.ufpr.br/b/ren-qhs-xmc-oz9> para esclarecer eventuais dúvidas.

Você pode usar todos os resultados já vistos na disciplina como **lemas, teoremas e corolários** (inclusive aqueles cujas demonstrações são deixadas como exercícios) **sem necessidade de prová-los**: basta enunciá-los.

Você pode consultar o material online da disciplina (notas de aula, slides etc) mas não pode comunicar-se com os colegas até as 17h45.

Boa prova.

1. (15 pontos) Considerando todos os resultados da mega-sena equiprováveis, qual a probabilidade de todos os números sorteados serem ímpares?
2. (20 pontos) Quantos são os múltiplos de 3 ou de 4 que não são múltiplos de 5 nem de 7 e são menores que 100 000.
3. No jogo *Defense of the Ancients* o *herói* tem três diferentes tipos de “*orb*”s. Cada combinação de três “*orb*”s, quaisquer que sejam seus tipos, resulta numa *arma* distinta.
 - (a) (10 pontos) Quantas *armas* distintas existem?
 - (b) (10 pontos) Responda a mesma pergunta para a versão generalizada onde existem k diferentes tipos de “*orb*”s e cada combinação de n “*orb*”s resulta numa *arma* distinta.
4. (20 pontos) De quantas maneiras podem ser escolhidos 3 números naturais distintos de 1 a 30 de modo que sua soma seja par?
5. (25 pontos) Uma máquina de embaralhar cartas consegue embaralhar um baralho de 52 cartas de tal forma que todas as possibilidades de embaralhamento ocorrem com a mesma probabilidade, qualquer que seja o estado inicial do baralho. Considere uma sequência de n execuções dessa máquina. Estime¹ o valor de n a partir do qual a chance de a máquina produzir uma configuração repetida seja pelo menos 50%. Explique seu raciocínio e apresente o cálculo efetuado.

¹**Sugestão:** Pergunta equivalente: quantos baralhos (embaralhados ao acaso) são necessários para ter pelo menos 50% de chance de haver dois deles embaralhados da mesma maneira?