

复旦大学信息科学与工程学院

《线性代数》期中考试试卷

共 7 页

课程代码：COMP120004.11      考试形式：☐开卷 ☒闭卷      2024 年 11 月  
(本试卷答卷时间为 100 分钟，答案必须写在试卷上，做在草稿纸上无效)

专业 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

1. 请写出矩阵乘法  $AB$  列组合、行组合、行列内积和分块乘积的四种理解方式。(12 分)



2. 矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ , 求出  $A^{-1}$ 。要求有具体步骤。(12 分)



3. 若线性空间  $V$  的维数是  $r$ , 确证明  $V$  中不存在  $n > r$  个线性无关成员。(12 分)



4. 求  $P^2$  空间中四个多项式  $\{1, (1+x), (1+x^2), (1+x)^2\}$  的一个极大线性无关组, 请给出详细过程。(12 分)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & x & x^2 & 2x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



5.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . 求两个左零空间之和  $N(A^T) + N(B^T)$  的一组基。(4分)



6.  $A$  和  $B$  都为  $n$  阶方阵, 请证明:  $AB$  可逆, 当且仅当  $BA$  也可逆. (12 分)

1  
2  
3  
4  
5

— — — — —

7. 对于任何矩阵  $A$ , 请证明线性方程组  $(A^T A)x = A^T b$  一定有解。(12 分)

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



8. 对于线性空间  $U$  中的两个线性子空间  $V$  和  $W$ , 若  $V \cap W = \{0\}$ , 请证明  $V + W = U$  当且仅当  $\dim V + \dim W = \dim U$ . (14 分)

