

复旦大学信息科学与工程学院

《线性代数》期中考试试卷

共 7 页

课程代码: COMP120004.11

考试形式: 开卷 闭卷

2024 年 11 月

(本试卷答卷时间为 100 分钟, 答案必须写在试卷上, 做在草稿纸上无效)

专业_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

1. 请写出矩阵乘法 AB 列组合、行组合、行列内积和分块乘积的四种理解方式。(12 分)



2. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, 求出 A^{-1} 。要求有具体步骤。(12 分)



扫描全能王 创建

3. 若线性空间 V 的维度是 r , 请证明 V 中不存在 $n > r$ 个线性无关成员。(12 分)



扫描全能王 创建

4. 求 P^2 空间中四个多项式 $\{1, (1+x), (1+x^2), (1+x)^2\}$ 的一个极大线性无关组. 请给出详细过程。(12 分)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{bmatrix}$$



扫描全能王 创建

$$5. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \text{ 求两个左零空间之和 } N(A^T) + N(B^T) \text{ 的一组基。}$$

分)



扫描全能王 创建

6. A 和 B 都为 n 阶方阵, 请证明: AB 可逆, 当且仅当 BA 也可逆。(12 分)

7. 对于任何矩阵 A , 请证明线性方程组 $(A^T A)x = A^T b$ 一定有解。(12 分)



扫描全能王 创建

8. 对于线性空间 U 中的两个线性子空间 V 和 W , 若 $V \cap W = \{0\}$. 请证明 $V + W = U$ 当且仅当 $\dim V + \dim W = \dim U$. (14 分)

