1. Reference: 《高等代数》丘维声
2. Web course: <https://www.bilibili.com/video/av39523603?from=search&seid=14380188539431065684>
3. Sketch of linear algebra;
4. ----------------------- determinant -----------------------
5. Ep 1: 高等代数研究对象(一); 一元一次方程; 一元高次方程; n元一次(几何直观: 线性)方程组; 系数形成矩阵; 系数矩阵; 增广矩阵; 直线相交, 唯一解; 直线平行, 没有解; 直线重合, 有无穷多解; 解的情况的判别; n维线性方程组(研究的出发点)=>n维向量空间=>线性空间(非线性问题的局部也是线性问题, 比如球面的一小片)=>线性映射(旋转, 伸缩, 投影)<=>矩阵; (2019-9-12)
6. Ep 2: 高等代数研究对象(二); 具有度量; 双线性函数(内积)=>具有度量的线性空间, 欧几里德空间(实数上的, 有限维的), 内积空间(复数域上); 线性变换, 线性空间到自身的线性映射; 与度量有关的线性变换(正交变换, 对称变换); 酉变换, Hermite变换; 线性代数的主线, 研究线性空间和线性映射; 一元高次方程的求根=>一元多项式环(所有一元多项式组成的集合)=>环的概念; 域的概念, 群的概念; 高等代数=线性代数+一(n)元多项式环的结构和通用性质; 数学的思维方式, 观察客观现象(纷繁复杂), 提出研究问题, 抓住主要特征, 抽象概念或建立模型, 探索(运用直觉, 类比, 归纳, 联想, 推理), 猜测可能有的规律, 论证(深入分析, 运用定义公理, 已经证明的定理), 揭示出事物的内在规律(井然有序); (2019-9-12)
7. Ep 3: 线性方程组的解法(一); 第一章, 线性方程组的解法; 解线性方程组的矩阵消元法; 阶梯形矩阵; 主元都是1, 主元所在列其余元素都是0; 简化行阶梯形矩阵; (2019-9-13)
8. Ep 4: 线性方程组的解法(二); 矩阵的初等行变换, 把一列的倍数加上另一行, 两行互换, 一行乘以非零数; 矩阵消元法; example 2, 在有理数集内解线性方程组; (2019-9-13)
9. Ep 5: 线性方程组的解法(三); 有无穷多个解, 自由未知量, 主变量; 一般解; 定理1, n元线性方程组解的情况有三种可能; 无解(平行), 有唯一解(相交), 有无穷多解(重合); 把线性方程组的增广矩阵经过初等行变换化成阶梯形; 若0=d, 则原方程组无解, 否则有解; 当有解时, 若r=n(未知量数目), 则有唯一解; 若r<n, 则有无穷多解; (2019-9-13)
10. Ep 6: 线性方程组的解法(四); 情形1, 0=d(非零的数), 无解; 情形2, 情形2.1, r=n, 情形2.2, r<n; 参考书, 《高等代数学习指导书》; (2019-9-13)
11. Ep 7: 线性方程组的解法(五); n元齐次线性方程组; 零解, 非零解; 推论1, n元齐次线性方程组(1)有非零解<=>系数矩阵经过初等行变换化成的阶梯形矩阵的非零行数目r<n; 推论2, n元齐次线性方程组(1)若它的方程个数s<n, 则r<=s<n; 定义1, 复数集的一个非空子集K如果满足: (1) 0, 1属于K; (2) a, b属于K从=> a+-b属于K, ab属于K, a/b属于K; 2阶行列式=>n阶行列式; (2019-9-14)
12. Ep 8: N阶行列式(一); 解剖麻雀; 二元一次方程组; 二阶行列式, 也成为矩阵A的行列式; n阶行列式的定义; 有唯一解<=>|A| != 0; n元排列; 顺序(从小到大)的数对; 逆序(从大到小)的数对; (2019-9-14)
13. Ep 9:N阶行列式(二); 顺序(从小到大), 逆序(从大到小); 逆序数; 对换; 定理1, 对换改变排列的奇偶性; 定理2, 任一n元排列j1j2...jn与12...n可以经过一系列对换且所做对换次数与j1j2...jn有相同的奇偶性; (2019-9-14)
14. Ep 10:N阶行列式(三); 定义1, n阶行列式; 偶排列带正号, 奇排列带负号; 上三角形行列式; (2019-9-14)
15. Ep 11:N阶行列式(四); 命题1, n阶上三角行列式的值等于主对角线上n个元素的乘积; 转置; 行列式的性质; (2019-9-15)
16. Ep 12:N阶行列式(五); 性质1, 转置矩阵的行列式的值不变; 性质2, 行列式一行的公因子可以提出去; 性质3, 行列式中若有一行是两组数的和, 则此行列式等于两个行列式之和; 性质4, 两行互换, 行列式反号; (2019-9-15)
17. Ep 13:N阶行列式(六); 性质5, 两行相同, 行列式值为0; 性质6, 两行成比例, 行列式值为0; ex 1, 计算行列式的值; (2019-9-15)
18. Ep 14:N阶行列式(七); 行列式的性质; 余子式, 代数余子式; 定理1, n阶行列式|A|等于它的第i行元素与自己的代数余子式的乘积之和; (2019-9-15)
19. Ep 15:N阶行列式(八); 定理2, 类似于定理1, 列也有这个性质; 定理3, 第i行元素和第k行元素相应元素的代数余子式的乘积之和等于0; 定理4, 交换定理3中的行列依然等于0; (2019-9-15)
20. Ep 16:N阶行列式(九); 方程组有唯一解的充要条件; 增广矩阵经过初等行变换成阶梯形矩阵; 系数矩阵也变阶梯形; 无解, 0=非0; 有无穷多解, r<n; 有唯一解, r=n; 克莱默法则, 定理1, n元线性方程组有唯一解<=>|A| =0; 推论1, 只有零解<=>|A|!=0, 有非零解<=>|A|=0; (2019-9-15)
21. Ep 17:N阶行列式(十); 三阶行列式, 平行六面体的定向体积; 行列式按k行k列展开; k阶子式; 定理1, Laplace定理; (2019-9-15)
22. Ep 18:N阶行列式(十一); proof; 推论1, 矩阵打洞方便计算; (2019-9-16)
23. ----------------------- linear space ---------------------------------
24. Ep 19:线性空间(一); 线性空间; 数学的基本概念, 集合和映射; 数量乘法; 加法; 零向量; 像, 一个原像; domain, codomain(陪域); 满射, 单射, 双射; 笛卡尔积; 代数运算的定义; 加法交换律, 加法结合律, 零元, 负元; 分配律, 加法和数乘的结合; 线性空间的定义; (2019-9-16)
25. Ep 20:线性空间(二); 几何空间; ex 1, 以定点O为起点的所有向量; ex 2, n维向量是数域K上的线性空间; 向量空间就是线性空间;ex 3, X到R的映射称为实值函数; 零元唯一, 负元唯一; (2019-9-17)
26. Ep 21:线性空间(三); 0\*alpha=O; k0=O; 若k\*alpha=O, 则k=0或alpha=O; (-1)\*alpha=-alpha; 定义1, 线性子空间; 必须是过点O的平面或直线才是子空间; 加法封闭, 数乘封闭; (2019-9-17)
27. Ep 22: 线性空间(四); 笛卡尔积; 一个映射叫一个代数运算; 定理1, 子空间<=>加法封闭, 数乘封闭; {0}可以记成O; 线性组合, 生成的子空间; 线性表出; 记号简洁了; 有解<=>线性表出; (2019-9-17)
28. Ep 23: 线性空间(五); beta在空间里就有解, 不在就无解; 线性相关与线性无关的向量组; 研究线性空间和子空间的结构; 向量共线(线性相关)的代数刻画; 向量不共线(线性无关)的代数刻画; 线性相关(有非零解), 线性无关(只有零解); 线性相关<=>行列式=0; (2019-9-17)
29. Ep 24: 线性空间(六); 线性相关和线性无关向量组; (1)alpha线性相关<=>k\*alpah=0; (2)部分组线性相关, 则整体相关; 若整体线性无关, 则部分线性无关; (3)含有O的任意向量组一定线性相关; (4)若线性相关, 则至少有一向量可以用其余向量线性表出; 若线性无关, 则所有向量都不能由其余向量线性表出; 命题1, 线性无关<=>表出方式唯一; (2019-9-18)
30. Ep 25: 线性空间(七); 命题2, alpha线性无关, alpha, beta线性相关, 则beta可以由alpha线性表出; 极大线性无关组; 部分组线性无关, 从其余向量中任取一个填进来得到的新部分组都是线性相关; (2019-9-18)
31. Ep 26: 线性空间(八); 向量组可以由向量组线性表出, 则它们等价; 命题1, 向量组与它任一极大线性无关组等价; 向量组等价的性质; (1)alpha与自身等价(反身性); (2)若alpha等价于beta, 则beta等价于alpha(对称性); (3)若alpha等价于beta, beta等价于gamma, 则alpha等价于gamma(传递性); (2019-9-18)
32. Ep 27: 线性空间(九); 命题2, 向量组任意两个极大线性无关组等价; 引理1, 如果beta可以由alpha线性表出, 如果r>s, 则beta一定线性相关; 推论1, 如果beta可以由alpha线性表出, 如果beta线性无关, 则r<=s; 推论2, 等价的线性无关的两个向量组所含向量的个数相等; 推论2, 向量组alpha的任意两个极大线性无关组所含的向量的个数相等; 定义3, 向量的秩; 只含O的秩规定为0; (2019-9-18)
33. Ep 28: 线性空间(十); 命题3, 向量组alpha线性无关, 则满秩; 命题4, 若向量组I可以由向量组II线性表出, 则rank(I)<=rank(II); 推论4, 等价向量组秩相等; 定义1, 有限子集线性相关<=>向量组线性相关; 极限是数学上处理无穷问题的强有力的工具; (2019-9-19)
34. Ep 29: 线性空间(十一); 无限子集线性相关<=>有一个有限子集线性相关; 无限子集线性无关<=>任何一个有限子集都线性无关; 定义2, 一个基, 不是一组基; 有序基; 空集线性无关; 定理, 任何一个数域任一线性空间都有一个基; 定义3, 有限维, 无限维; 定理2, 若V是有限维, 则V任意两个基所含向量的个数相等; (2019-9-19)
35. Ep 30: 线性空间(十二); 基; 推论1, 若V是无限维的, 则V的任何一个基都是无限子集; 维数, dimkV或dimV; 无限维, 无穷大; 可数, 不可数; 命题1, 若dimV=n, 则任意n+1个向量都线性相关; 坐标; example 1, 几何空间中三个不共面的向量构成一个基, 因此几何空间是三维; 平面是二维, 直线是一维; (2019-9-19)
36. Ep 31: 线性空间(十三); 标准基; 命题1, 设dimV=n, 则V中任意n个线性无关的向量都是V的一个基; 命题3, 设dimV=n, 若V中每一个向量可以由向量组alphaN线性表出, 则alphaN是V的一个基; 命题5, 设dimV=n, W是V的子空间, 则dimW<=dimV; (2019-9-19)
37. Ep 32: 线性空间(十四); 基 <=> 极大线性无关集; 命题6, 极大线性无关组是子空间的一个基; (2019-9-19)
38. Ep 33: 线性空间(十五); 命题7, 两个向量的子空间相等, 则等价; 列秩=列空间的维数, 行秩=行空间的维数; 延伸组; 向量组的秩等于向量组生成的子空间的维数, dim<alpha>=rank{alpha}; (2019-9-19)
39. Ep 34: 线性空间(十六); 定理1, 列秩=行秩=非零行个数, 并且J的主元所在的列构成一个极大线性无关组; 定理2, 矩阵的初等行变换不改变矩阵的行秩; 定理3, 矩阵的初等行变换不改变列向量组的线性相关性, 从而不改变矩阵的列秩; (2019-9-20)
40. Ep 35: 线性空间(十七); 定理4, 行秩=列秩; 行秩和列秩统称秩, rank; 推论1, rank(A)=J中非零行个数; (2019-9-20)
41. Ep 36: 线性空间(十八); 推论3, 矩阵的初等行变换不改变矩阵的秩; 定理5, 非零矩阵A的秩等于A的不为零的子式的最高阶数; (2019-9-20)
42. Ep 37: 线性空间(十九); 推论4, 设rank(A)=r, 则A的不为零的r阶子式所在的列(行)是A的列向量组的一个极大线性无关组; 满秩矩阵; 推论, 满秩 <=> |A|！=0; 线性方程组有解判别定理; 定理1, n元线性方程组有解 <=> 增广矩阵与系数矩阵的秩相等; (2019-9-20)
43. Ep 38: 线性空间(二十); rank(A)=n, 有唯一解; rank(A)<n, 有无穷多解; 推论1, 有非零解, rank(A)<n; 齐次线性方程组解集的结构; 性质1, 加法封闭; 解空间就是子空间; A->J(阶梯形); (2019-9-20)
44. Ep 39: 线性空间(二十一); 定理1, 数域K上n元齐次线性方程组(1)有非零解时, 它的解空间的维数dimW=n-rank(A); 基础解系; 性质1; (2019-9-21)
45. Ep 40: 线性空间(二十二); 性质2, 非齐次的解+齐次的解=非齐次的解; 定理1, 非齐次线性方程组的解集U=gamma0+W, 其中gamma0是特解, W是齐次线性方程组的解空间, 称为W型的一个线性流形, 或称为W的一个陪集; 线性空间的元素叫向量; 子空间的运算; 定理1, 子空间的交还是子空间; 子空间的交满足交换律; (2019-9-21)
46. Ep 41: 线性空间(二十三); 一群子空间的交也是V的子空间; 并集可能不是子空间; 命题1, 子空间的和还是子空间; 定理2(子空间的维数公式), dim(V1+V2)=dimV1+dimV2-dim(V1交V2); (2019-9-21)
47. Ep 42: 线性空间(二十四); 子空间的运算; dim(V1+V2)=dimV1+dimV2 <=> V1交V2=0; 定义1, 直和; 定理3, v1+v2是直和 <=> v1+v2中零向量表示法唯一 <=> v1交v2=0; v1+v2中0的表示法唯一; (2019-9-21)
48. Ep 43: 线性空间(二十五); <=>S1并S2是V1+V2的一个基; 定理4, 设v1, v2都是v的有限维子空间, 则v1+v2是直和<=>dim(v1+v2)=dim(v1)+dim(v2); 定义2, 若V=V1直和V2, 则称v2是v1的补空间, v1是v2的补空间; 命题2, 设dimV=n, 则V的每一个子空间U都在V中有一个补空间; (2018-5-20)
49. Ep 44: 线性空间(二十六); 多个子空间直和的定义, 表示法唯一; 定理5, 设都是V的子空间, 则下列命题等价; V1+...+Vm是直和 <=> v1+...+vm中O的表示法唯一 <=> Vi交sigma=O <=> 设一个基Si, 则s1Us2U...sm是v1Uv2...vm的一个基; 定理6, V1+V2+...Vm是直和 <=> dim(V1+V2+...Vm) = dim(V1)+dim(V2)+...+dim(Vm); 小空间的基(容易找)合起来就是大空间的基(不容易找); 同时可以类比于子空间的分解; (2019-9-22)
50. Ep 45: 线性空间(二十七); 映射, 定义域, 陪域; 满射, 值域=陪域; 单射; 双射; 线性空间的同构; 定义1, 同构映射, 保持加法, 保持数乘; 性质1, sigma(0)=0’; 性质2, sigma(-alpha)=-sigma(alpha); (2019-9-22)
51. Ep 46: 线性空间(二十八); 性质3, sigma(k1alpha1+...+ksalphas)=k1sigma(alpha1)+...+kssigma(alphas); 性质4, V中alpha1, ...alphas线性相关<=>V’中sigma(alpha1), ..., sigma(alphas); 性质5, alpha是V的一个基 <=> sigma(alpha)是V‘的一个基; 定理1, 有限维线性空间同构 <=> dimV=dimV’; (2019-9-22)
52. Ep 47: 线性空间(二十九); 定理1, 有限维线性空间同构 <=> dimV=dimV’; 推论1, 任意n维线性空间V与K^n同构; 命题1, 一个同构映射, U是V的一个子空间, 则sigma(U)是V’的一个子空间; 若dim(U)=m, 则dim(sigma(U))=m; (2019-9-23)
53. Ep 48: 线性空间(三十); 线性空间的同构; 映射的乘法; 定义1, 映射的乘积或合成; 映射的乘法满足结合律, 不满足交换律; 恒等变换; 命题1, 设f: A->B, 则f1A=f, 1Bf=f; 定义3, 可逆映射; (2019-9-23)
54. Ep 49: 线性空间(三十一); 定理1, f:A->B是可逆映射 <=> f是双射; 恒等变换; (2019-9-23)
55. Ep 50: 线性空间(三十二); 集合的划分, 不相交子集的并; 模7同余; 二元关系, 有W关系, 没有W关系; 反身性, 对称性, 传递性; 定义3, 等价关系; (2019-9-24)
56. Ep 51: 线性空间(三十三); 划分, 模7剩余类; 同余是等价关系; 定义4, 等价类, 一个代表; 性质1, a等价类=b等价类 <=> a~b; 性质2, 若a等价类!=b等价类, 则a等价类交b等价类=空; 定理1, 如果集合S上有一个等价关系, 则所有等价类组成的集合是S的一个划分; (2019-9-24)
57. Ep 52: 线性空间(三十四); 同构是等价关系; 同构类; 线性空间的同构类完全被维数决定, 可以被自然数决定; 一个划分称为一个商集; 星期一, 星期二到星期天; 划分类似于刀削面; (2019-9-24)
58. Ep 53: 线性空间(三十五); 几何空间, 考虑一组平行平面; 陪集, 代表; 两个陪集相等<=>它们代表的差属于子空间; 陪集的代表不唯一; 子空间W就是商空间的零元; 商空间; (2019-9-24)
59. Ep 54: 线性空间(三十六); 定理1, 设V是n维线性空间, W是V的子空间, 则dim(V/M) = dimV - dimW; 商空间的基; 定理2, 若V/W的一个基beta+W, 另U=beta, 则V=W直和U, 且beta是U的一个基; 可以推广到无限维; (2019-9-25)
60. --------------------- operation of matrix ---------------------------
61. Ep 55: 矩阵的运算(一); 矩阵的记号; 矩阵相等; 矩阵的加法; 矩阵的数乘; 零矩阵; 旋转; (2019-9-25)
62. Ep 56: 矩阵的运算(二); 由旋转引出矩阵乘法; ex 1, 计算矩阵乘法; 矩阵的乘法不满足交换律, 满足结合律, 左分配律, 右分配律; n阶单位矩阵; (2019-9-25)
63. Ep 57: 矩阵的运算(三); AI=IA=A; k(AB)=(kA)B=A(kB); (A+B)T=AT+BT; (kA)T=kAT; (AB)T=BTAT; rank(AB)<=rank(A); (2019-9-26)
64. Ep 58: 矩阵的运算(四); 定理1, rank(AB)<=min{rank(A), rank(B)}; 特殊矩阵; 基本矩阵; 矩阵的基是Eij, 维数是s\*n; 对角矩阵; 对角矩阵相乘还是对角矩阵; 数量矩阵, k\*对角矩阵; 是Mn(k)的一个子空间; 数量矩阵相乘还是数量矩阵; 数量矩阵的乘法可以交换, A(kI)=(kI)A; 上三角矩阵; (2019-9-26)
65. Ep 59: 矩阵的运算(五); 初等矩阵; 左乘是对行做变换, 右乘是对列做变换; 对称矩阵 <=> AT=A; (2019-9-26)
66. Ep 60: 矩阵的运算(六); 斜对称矩阵, 是Mn(k)的一个子空间; 可逆矩阵, 逆矩阵; (2019-9-26)
67. Ep 61: 矩阵的运算(七); 伴随矩阵; A^-1=A\*/|A|; 设A, B都是数域K上的n阶矩阵, 若AB=I, 则A, B可逆, 且A^-1=B; 定理1, A可逆<=>A的行列式不为0<=>A满秩; 命题2, 第一型初等矩阵是可逆矩阵; P(j, i(k))^-1=P(j, i(-k)); 命题3, 若A, B都是可逆矩阵, 则AB是可逆矩阵, 且(AB)-1=B-1A-1; 可逆矩阵对乘法封闭; 命题4, 若A可逆, 则AT可逆; (2019-9-27)
68. Ep 62: 矩阵的运算(八); 命题5, n阶矩阵A可逆, 则rank(A)=n; 命题6, n阶矩阵A可逆<=>A等于一些初等矩阵的乘积; 命题7, 用可逆矩阵左(右)乘矩阵A不改变A的秩; 求逆矩阵的初等变换法; 矩阵的分块; (2019-9-27)
69. Ep 63: 矩阵的运算(九); 分块矩阵的初等行变换; 1, 块左乘; 2, 互换两个块行位置; 3, 用一个可逆矩阵P左乘某一个块行; 类似的, 有分块矩阵的初等列变换; (2019-9-27)
70. Ep 64: 矩阵的运算(十); 分块矩阵的初等行变换不改变矩阵的秩; 矩阵乘积的行列式; 定理1, s>n, |AB|=0, s=n, |AB|=|A||B|; (2019-9-28)
71. Ep 65: 矩阵的运算(十一); 若s<n, 柯西–比内公式; (2019-9-28)
72. ------------------------ polynomial -----------------------------
73. Ep 66: 多项式(一); 一元多项式; 不定元; 零多项式; 次数; 多项式加法; 多项式乘法; 数乘; 多项式的加法和数乘构成线性空间; (2019-9-29)
74. Ep 67: 多项式(二); 线性表出; 线性无关, 基; 多项式是无限维线性空间; 命题1, deg[f(x)+g(x)]<=max{degf(x), degg(x)}; deg[f(x)g(x)]=degf(x)+degg(x); 推论1, f(x)!=0, g(x)!=0 => f(x)g(x)!=0; 推论2, 多项式乘法满足消去律; 加法结合律, 加法交换律, 零元, 负元; 乘法结合律, 左右分配律; 定义, 环; (2019-9-29)
75. Ep 68: 多项式(三); 一元多项式环; 环的概念和性质; 交换环; 单位元; 左零因子, 右零因子, 零因子; 平凡的零因子; 定义, 子环; 命题3, 子环=>a-b; 矩阵的多项式; 双射, 同构映射; 同构的环; (2019-10-8)
76. Ep 69: 多项式(四); 命题4, 若环到R‘有一个同构映射sigma, 且R有单位元e, 则sigma(e)是R’的单位元; 定理1, 一元多项式环的通用性质; (2019-10-9)
77. Ep 70: 多项式(五); 本章的主线, 研究数域K上的一元多项式环的结构及其通用性质; 定义1, 整除, 不能整除; 命题1, 若g(x)|f(x), 则degg(x)<=degf(x); 多项式相伴, f(x)~g(x); 命题2, f(x)~g(x) => f(x)=cg(x); 命题3, 若g(x)|fi(x), 则g(x)|u1(x)f1(x)+...+us(x)fs(x); (2019-10-13)
78. Ep 71: 多项式(六); 定理1, 带余除法, 商式, 余式; 推论1, g(x)|f(x), g(x)除f(x)余式是0; 命题4, E>=K, g(x)|f(x) => g(x)|f(x); f(x)=h(x)g(x)+r(x), degr(x)<degg(x); (2019-10-13)
79. Ep 72: 多项式(七); 整除关系, 带余除法; 公因式; 最大公因式; 引理1, 若f=hg+r=>c|f, 则c|f, c|g=>c|g, c|r; 辗转相除法; (2019-10-14)
80. Ep 73: 多项式(八); 定理1, uf+vg=d; 命题1, 首一最大公因式; 定义2, 互素; 定理2, 互素<=>uf+vg=1; 命题2, 在K中, (f, g)=1 => 在E中, (f, g)=1; 互素性不随数域的扩大而改变; 性质1, 若f|g\*h, 且(f, g)=1, 则f|h; 性质2, 若f|h, g|h, 且(f, g)=1, 则fg|h; 性质3, 若(f, h)=1, (g, h)=1, 则(f\*g, h)=1; (2019-10-30)
81. Ep 74: 多项式(九); 一元多项式环K[x]的结构; 定义1, 不可约, 可约; 定理1, p(x)不可约 <=> (p, f)=1 <=> p|fg可推出p|f或p|g <=> p不能分解成两个次数; (2019-10-30)
82. Ep 75: 多项式(十); 推论1; 推论2, 一次多项式是不可约的; 推论3, f(x)可约<=>f(x)能分解成两个次数比f(x)的次数低的多项式的乘积; 定理2, 唯一因式分解定理; k重因式; (2019-10-30)
83. Ep 76: 多项式(十一); 不可约多项式唯一因式分解定理; 次数大于1有一次因式=>可约; 定理1, x-c|f(x) <=> f(c)=0; 多项式的根; 定理2, x-c|f(x) <=> c是f(x)的一个根; k重根; 定理2, 至多n个根; 推论1, degh(x)<=n, 若h(x)有n+1个根, 则h(x)=0; 命题1, degf(x)<=n, degg(x)<=n, f(ci)=g(ci), 则f(x)=g(x); (2019-10-30)
84. Ep 77: 多项式(十二); 多项式函数; 一元多项式函数; 规定加法, 规定乘法; 命题2, 若f=g, 则f(x)=g(x); (2019-10-31)
85. Ep 78: 多项式(十三); 模; 连续; 常值函数; 定理4(代数基本定理), 每一个次数大于0的复系数多项式都有复根; 推论2, 复数域中, 不可约多项式只有一次多项式; 推论3, 复数域中, 次数大于0的多项式f(x)=a(x-c1)(x-c2)...(x-cs); 推论4, 复数域中, n次多项式f(x)恰好有n个复根(重根按重数计算); (2019-10-31)
86. Ep 79: 多项式(十四); 实数域上的不可约多项式; 命题1, 如果某个复数是一个根, 那么它的共轭也是一个根; 定理1, 实数域上的不可约多项式只有一次多项式和判别式小于0的二次多项式; 判别式小于0, 复数根共轭成对出现; 有理数域上的不可约多项式; 定义1, 本原多项式; 性质1, g(x)~h(x) <=> g(x)=+-h(x); (2019-11-1)
87. Ep 80: 多项式(十五); 性质2(高斯定理), 两个本原多项式的乘积是本原多项式; (2019-11-1)
88. Ep 81: 多项式(十六); 命题1, 次数大于0的本原多项式g(x)在Q上可约 => g(x)能分解成两个次数比g(x)低的本原多项式的乘积; 推论1, 次数大于0的本原多项式一定能分解成有限个在Q上不可约的本原多项式的乘积; 推论2, 次数大于0的整系数多项式可约 => f(x)能分解成两个次数比较低的整系数多项式的乘积; 定理1, 若f(x)有一个有理数q/p, 其中(p, q)=1, 则p|an; 二次或三次多项式f(x)没有有理根=>f(x)在Q上不可约; (2019-11-1)
89. Ep 82: 多项式(十七); 定理2(艾森斯坦判別法), 素数p满足p|an, p^2不能整除常数项, f(x)在Q上不可约; 定理3, Q[x]中, 存在任意次数的不可约多项式; 次数大于0的整系数多项式f(x)在Q上不可约 <=> f(x+1)在Q上不可约或f(x-1)在Q上不可约; (2019-11-1)
90. Ep 83: 多项式(十八); 同余; 规定加法, 乘法; 模m的剩余类; (2019-11-1)
91. 实数域上的不可约多项式; 命题1, 若f(x)有一个虚根c, 则c共轭也是f(x)的一个根; 判别式小于0的二次多项式没有实根; (2019-11-1)
92. Ep 82: 定理1, 实数域上的不可约多项式只有一次多项式和判别式小于0的二次多项式; 虚根成对出现; 有理数域上的不可约多项式; 本原多项式; (2018-6-2)
93. Ep 83: 性质1, g(x)~h(x) => g(x)=+-h(x); 性质2, 两个本原多项式的乘积是本原多项式; 规定加法; 规定乘法; (2018-6-2)
94. Ep 84: 可逆元, 逆元; 域; 定理1, 若p是素数, 则Zp是一个域; 定理2, 特征为0; (2018-6-3)
95. Ep 85: 代数系统(非空集合, 代数运算, 运算法则); 环, 加法4条, 乘法2条; 域, 加法4条, 乘法5条; 域F上的线性空间, 加法4条, 纯量乘法4条; 线性映射; (2018-6-3)
96. --------------------------- linear map --------------------------
97. Ep 86: 到自身的线性映射叫线性变换; 数乘变换; 同构映射; (2018-6-3)
98. Ep 87: 定理1, V和V‘都是线性空间, dimV=n, 则A是V到V‘的线性映射; Hom(V, V’)={V到V‘的线性映射}; (2018-6-3)
99. Ep 88: 线性映射的乘法满足结合律, 左右分配律; 有单位元的环; 可逆线性变换<=>A-1是V上的可逆变换; 线性映射的运算; 平行于W在U上的投影; (2018-6-3)
100. Ep 89: 幂等变换; 核, kernel; 性质1, kerA是V的一个子空间; 性质2, A是单射=>kerA=0; (2018-6-4)
101. Ep 90: 定理1, V/kerA同构于ImA; 定理2, dimV=n, 则dimV=dim(kerA)+dim(ImA); 推论1, A是单射 <=> A是满射; (2018-6-4)
102. Ep 91: 基的矩阵; (2018-6-4)
103. Ep 92: 线性映射的矩阵; (2018-6-4)
104. Ep 93: Hom(V, V’)同构于Msf(F); (2018-6-4)
105. Ep 94: 过渡矩阵; 矩阵相似; 相似关系是等价关系; 相似类; 性质1, 若A~B, 则|A|=|B|, rank(A)=rank(B); 迹; 矩阵的迹在群表示论有重要作用; (2018-6-4)
106. Ep 95: tr(A+B) = tr(A)+tr(B); tr(kA)=ktr(A); tr(AB)=tr(BA); 线性变换的行列式, 秩, 迹; 特征值, 特征向量; 波函数, 量子态; (2018-6-5)
107. Ep 96: 特征空间; 定理1, 若alpha线性无关, beta线性无关, 则alpha, beta线性无关; 推论1, 数学归纳法仍线性无关; 定理2, A\*s = lambda\*s; (2018-6-5)
108. Ep 97: 特征值, 特征向量; 定理2, 特征值, 特征向量; 求特征值和特征向量步骤, (1)计算|lambda\*I-A|, (2)计算|lambda\*I-A|的全部根, 他们就是A的全部特征值, (3)对于每一个特征值, 求齐次线性方程组(lambdaiI-A)X=0的一个基或基础解系, 则全部特征向量; (2018-6-5)
109. Ep 98: 命题1, 若A~B, 则A与B的特征多项式相等, 从而A与B有相同的特征值; 命题2, A的特征多项式f(lambda)=|lambda\*I-A|; (2018-6-5)
110. Ep 99: 可对角化<=>特征向量组成一个基<=>n个线性无关的特征向量; (2018-6-5)
111. Ep 100: 可对角化 <=> 代数重数=几何重数 <=> dimV=dimV1+dimVs; A可对角化 <=> A有n个线性无关的特征向量; (2018-6-5)
112. Ep 101: A可对角化<=>V=v1+v2+vs; 不变子空间, 平凡的; 命题1, A的特征子空间, kerA, ImA都是A的不变子空间; 命题2, 若AB=BA, 则kerB是A的不变子空间; 命题3, A的不变子空间的交与和仍是A的不变子空间; 命题4, W是A的不变子空间<=>Aalpha属于W; (2018-6-5)
113. EP 102: 定理1; 线性变换的多项式; 定理1, 得到分块对角矩阵<=>V=W1+Ws; 如何寻找A的非平凡不变子空间; 线性变换A的一个多项式; (2018-6-6)
114. Ep 103: 线性变换的不变子空间; 定理2, f(x)=f1(x)f2(x), 且(f1(x), f2(x))=1, 则kerf(A)=kerf1(A)+kerf2(A); (2018-6-6)
115. Ep 104: 推论1, f(x)=f1(x)...fs(x); 零化多项式; (2018-6-6)
116. Ep 105: hamilton-cayley定理; (2018-6-6)
117. Ep 106: 最小多项式; 命题1, A的最小多项式唯一; 命题2, 设m是A的最小多项式, 则m|g <=> g是A的一个零化多项式; 命题3, A的特征多项式f与最小多项式m; (2018-6-6)
118. Ep 107: 定理1, 设A是域F上n维线性空间V上的一个线性变换, 设V=W1直和Ws, 则A的最小多项式m=m1ms; (2018-6-6)
119. Ep 108: 推论3, A的最小多项式m m1ms; 幂零变换, 幂零指数; 命题4, 设A是幂零指数为l的幂零变换, 则A的最小多项式m(lambda)=lambda^l; 定理2, A可对角化 <=> A的最小多项式m(lambda); (2018-6-7)
120. ep 109: 推论4, 幂零指数l>1的幂零变换一定不可对角化; 推论5, 幂等变换一定可以对角化; (2018-6-7)
121. Ep 110: 幂零变换的标准型; Jordan块; Jordan形矩阵; (2018-6-7)
122. ep 111: 循环子空间; 强循环子空间; 定理1, 设B是幂零变换, 则W可分解成W0个B强循环子空间的直和; (2018-6-7)
123. ep 112: 定理2, W=W0+U; (2018-6-7)
124. ep 113: 定理2, 幂零指数为l, 则在W中有一个基使得B在基下的矩阵是一个Jordan形矩阵, 且dimW0=dimker(B)=dimW-rankB; (2018-6-8)
125. ep 114: 推论1, Jordan标准形; 定理1, 设A是域F上n维线性空间V上的一个线性变换, 如果A的最小多项式m在F中的标准分解式为m=(lambda-lambda1)..(lambda-lambdas); (2018-6-8)
126. ep 115: proof; (2018-6-8)
127. Ep 116: 线性变换Jordan标准形; (2018-6-10)
128. ep 117: 推论1, 如果域F上的n阶矩阵A的最小多项式m(lambda)能够分解成一次因式的乘积, 则A相似于一个Jordan形矩阵, 其中它的主对角线上的元素是A的全部特征值, 主对角元为Jordan块的总数Nj, 其中t级Jordan块的个数Nj(t)=rank(A-lambda\*I)^t-1+rank-2rank, 这个Jordan形矩阵称为矩阵A的Jordan标准形; 推论2, A有Jordan标准形 <=> A的最小多项式m(lambda)在F(lambda)中可分解成一次因式的乘积; 推论3, A有Jordan标准形 <=> A的特征多项式f在F可以分解成一次因式的乘积; 推论4, 域F上A相似于一个Jordan矩阵 <=> A的特征多项式f在F中可以分解成一次因式的乘积; 推论5, A~B <=> A与B有相同的Jordan标准形(除去Jordan块的排列外); 推论6, 矩阵相似<=>它们有相同的Jordan标准形(除去Jordan排列次序以外); (2018-6-10)
129. Ep 118: 线性函数; 基下的表达式; 线性函数空间; 对偶空间; 对偶基; (2018-6-11)
130. Ep 119: j=i, f=1, j!=i, f=0; 克劳尼克符号; 定理1, 设f是域F上n维线性空间的一个线性函数, V中的两个基beta=alphaA, g=fB, 则B=(A^-1)T; (2018-6-13)
131. Ep 120: 双重对偶空间; 不依赖于基的选择的同构映射, 称为一个自然同构; 可以把V和V\*\*等同起来, 互为对偶空间; (2018-6-13)
132. ----------------------------------------- bilinear map ---------------------------------------
133. Ep 121: 双线性函数的概念和性质; 双线性函数的定义; 度量矩阵; (2018-6-13)
134. Ep 122: 定理1, f在alpha下度量矩阵为A, beta下的度量矩阵为B, 则B=CTAC; 矩阵合同; 若矩阵合同, 则rank(A)=rank(B); (2018-6-15)
135. Ep 123: 双线性函数f在V下的一个度量矩阵的秩称为f的矩阵秩, 记为rankm(f); 命题2, 若A合同B, 则可以把A, B堪称域F上n维线性空间V上同一个双线性函数f在V的不同基下F的度量矩阵; 左根, 右根; 非退化的; 定理2, 双线性函数f非退化 <=> f在V的一个基下的度量矩阵是满秩的; (2018-6-17)
136. Ep 124: 对称(斜对称)的双线性函数; 对称的, 斜对称的; f对称<=>A是对称矩阵; f斜对称<=>A是斜对称矩阵; 定理1, 若一个对称的双线性函数, 则存在一个基, 使得f在基F的度量矩阵是对角矩阵; (2018-6-17)
137. ep 125: 推论1, 特征不为2的域F上的n级对称矩阵A一定合同于一个对角矩阵, 称为A的一个合同标准形; 定理2, 设f是特征不为2的域F上的一个斜对称双线性函数, 则V中存在一个基, 使得f在此基下的度量矩阵是一个形如下述的分块对角矩阵; 推论2, 特征不为2的域F上的n阶斜对称矩阵一定合同于形如(4)式的分块对角矩阵; (2018-6-17)
138. -------------------------------------- measure -----------------------------------
139. Ep 126: 实内积空间的概念和性质; 正定的; 命题1, 正定的<=>度量矩阵A是对称矩阵; 正定对称矩阵; 实线性空间V上的一个正定的对称双线性函数f称为V上的一个内积; 实内积空间; 有限维的实内积空间称为欧几里德空间; 标准内积; (2018-6-17)
140. Ep 127: 内积的长度; 单位向量; 单位化; 定理1(柯西-俄国人-施瓦兹定理), |(alpha, beta)|<=|alpha||beta|; 夹角的定义; (2018-6-17)
141. Ep 128: 正交; 命题2(三角不等式), |alpha+beta|<=|alpha|+|beta|; 推论1(勾股定理), 若alpha与beta正交, 则|alpha+beta|^2=|alpha|^2+|beta|^2; 实内积空间的结构; 命题1, 实内积空间V中, 由两两正交的非零向量组成的集合S一定是线性无关的; 推论1, n维欧几里德空间V中, n个两两正交的非零向量是V的一个基, 称它为V的一个正交基; n个两两正交的单位向量组成的V的一个基称为V的一个标准正交基; 欧几里德空间的标准正交基; ex 1, Rn中指定标准内积; (2018-6-18)
142. Ep 129: 定理1, alpha是实内积空间V中一个线性无关的向量组, 令beta, 则beta是两两正交的非零向量组, 且beta与alpha等价; 施密特正交化; 推论2, n维欧几里德空间V一定有标准正交基; n维欧几里德空间V, 有唯一内积, 称为基alpha的度量矩阵; (2018-6-18)
143. Ep 130: 性质1, (alpha, beta) = XTY; 性质2, alpha=sigma, 称为alpha的Fourier展开; 定理2, 设是标准正交基, beta=yita\*P, 则beta是V的一个标准正交基<=>PTP=I<=>P是正交矩阵; 标准正交基到标准正交基的过渡矩阵是正交矩阵; 正交矩阵; 命题2, A是正交矩阵<=>ATA=I=>A可逆且A^-1=AT<=>AAT=I; 性质1, I是正交矩阵; 性质2, 若A, B是正交矩阵, 则AB也是正交矩阵; 性质3, 若A是正交矩阵, 则A^-1也是正交矩阵; (2018-6-18)
144. Ep 131: 性质4, 若A是正交矩阵, 则|A|=1或-1; 欧几里德空间中的标准正交基; 子空间; 正交补; 定理3, 设U是实内积空间V的一个有限维子空间, 则V=U直和U; 正交投影; 定理4, 若V=U直和U, 则正交投影<=>d(alpha, alpha1)<=d(alpha, gamma); (2018-6-19)
145. Ep 132: 定义, 最佳逼近元; 同构映射, 同构的, 线性同构, 保距同构; 定理5, 两个欧几里德空间同构<=>它们有相同的维数; n维欧几里德空间～R^n; (2018-6-20)
146. Ep 133: 正交变换; 性质, 若A是正交变换, 则(1) |A\*alpha|=|alpha|, (2) <A\*alpha, A\*beta> = <alpha, beta>, (3) A\*alpha垂直A\*beta <=> alpha垂直beta, (4) A一定是线性变换; (2018-6-20)
147. ep 134: (5) A是单射, 从而A是双射(即A可逆); (6) d(Aalpha, Abeta)=d(alpha, beta); 命题1, A是正交变换<=>A是V到自身的一个保距同构映射; 命题2, 正交变换的逆变换也是正交变换, 两个正交变换的乘积也是正交变换; 命题3, 如果满足<A\*alpha, A\*beta> = <alpha, beta>, 那么A是V上的一个正交变换; 命题4, 设A是n维欧几里德空间V上的线性变换, 则下列命题等价, (1)A是正交变换, (2)A把V的标准正交基映成标准正交基, (3)A在V的任一标准正交基yita下的矩阵A是正交矩阵; (2018-6-20)
148. ep 135: 推论1, n维欧几里德空间V上的正交变换A的行列式等于1或-1, 若|A|=1, 则称A是第一类正交, 若|A|=-1, 则称A是第二类; 定理2, 设A是正交变换, 则V中存在一个标准正交基, 使A在此基下的矩阵为下述形式的分块对角矩阵; (2018-6-21)
149. ep 136: 对称变换; 命题1, 对称变换一定是线性变换; 命题2, A是对称变换, A在V的一个标准正交基下的矩阵是对称矩阵; (2018-6-21)
150. ep 137: 命题3, 矩阵A的特征多项式f(x)的复根都是实数; 命题4, 实对称矩阵A的属于不同特征值的特征向量一定是正交的; (2018-6-21)
151. ep 138: 命题5, 设A是一个对称变换, 如果W是A的一个不变子空间, 那么W的正交补也是A的不变子空间; 定理1, 设A是对称变换, 则V中存在一个标准正交基, 使得A在此基下的矩阵是对角矩阵; 推论1, A是实对称矩阵, 则存在一个正交矩阵T, 使得(T^-1)AT=(对角); (2018-6-21)
152. Ep 139: (1)计算|lambda\*I-A|, (2)求|lambda\*I-A|的所有不同的, (3)对每一个特征值lambda, 求齐次线性方程组(lambda\*I-A)X=0的一个基础解系, (4)施密特正交化, (5)单位化; 定义, 复线性空间的内积; (2018-6-22)
153. Ep 140: 半线性的, 长度; 定理1, 在酉空间V中, |(alpha, beta)|<=|alpha||beta|, 等号成立<=>alpha, beta线性相关; 定义, <alpha, beta> = arccos|<alpha, beta>|/|alpha||beta|; 定义, 距离; 酉空间的结构; 命题1, 酉空间中两两正交的非零向量组成的集合一定是线性无关的; 正交基, 标准正交基; (2018-6-22)
154. Ep 141: 标准内积; 定理2, n维酉空间V一定有标准正交基; 定理3, 设yita是标准正交基, 则beta是标准正交基<=>P\*P=I <=> P是酉矩阵; 定义, 酉矩阵; 定理4, 设U是酉空间中的一个有限维空间, 则V=U直和U正交补; (2018-6-22)
155. Ep 142: 正交投影, 向量的正交投影; 定义, 最佳逼近元; 定义, 希尔伯特空间; 定理5, 设V是一个希尔伯特空间, 若U是V的一个闭子空间, 则V中任一向量alpha在U上都有最佳逼近元, 从而V=U直和U正交补; 定理6, 两个欧几里德空间同构<=>它们维数相同; 定义, 酉变换; 命题1, 酉空间上的变换是酉变换<=>A是V到自身的同构映射; 命题2, n维酉空间V上的变换A如果满足<A\*alpha, A\*beta> = <alpha, beta>, 则A是酉变换; (2018-6-22)
156. ep 143: 命题3, 酉变换A的特征值的模等于1; 推论4, 设A是酉空间V上的酉变换, 若W是V上一个有限维子空间和不变子空间, 则W的正交补也是A的不变子空间; 定理1, 设A是酉变换, 则V中存在一个标准正交基, 使得A在此基下的矩阵是对角矩阵; n级酉矩阵一定相似于一个正交矩阵; (2018-6-23)
157. Ep 144: Hermite变换; 命题1, 线性变换A是Hermite变换 <=> A在V的标准正交基的矩阵A满足A的共轭转置=A; Hermite变换A的特征值一定是实数; 推论1, n级酉矩阵一定酉相似于一个对角矩阵; 洛仑兹变换; 闵可夫斯基空间; 定义, 非退化对称双线性函数; 正交空间; 辛空间; (2018-6-23)
158. ----------------------------------------------- polynomial --------------------------------------
159. Ep 145: n元多项式; 二次函数; n元多项式, 不定元; n元多项式环; m次齐次多项式; (2018-6-23)
160. Ep 146: 定理1, n元多项式环的通用性质; n元二次型, 二次型的矩阵; (2018-6-23)
161. Ep 147: 定义, 非退化的线性替换; 定义, 二次型等价; (2018-6-23)
162. ep 148: 命题1, F上的二次型XTAX=XTBX <=> A合同于B; 定理1, 特征不为2的F上的n元二次型XTAX一定等价于一个只含平方项的二次型, 称为标准形; 二次型的秩; 定理2, 实数域上的n元二次型XTAX有一个标准形, 其中lambda为特征值; 正交替换; (2018-6-23)
163. Ep 149: 实二次型的规范形; 规范形; 定理1, n元实二次型的规范形是唯一的; 定义, 系数为+1的平方项个数称为X的正惯性质数, -1称为负惯性指数; 符号差; (2018-6-24)
164. Ep 150: 命题1, 任一标准形系数大于0的平方项个数等于正惯性指数, 系数小于0的平方项个数等于负惯性指数; 定理2, 两个n元二次型等价<=>它们有相同的规范形<=>它们有相同的秩和相同的正惯性指数; 定理3, 两个实对称矩阵A与B合同<=>它们有相等的秩和正惯性指数; 定义, 正定二次型; 定理1, 正定 <=> 规范形为x1^2+...+xn^2 <=> 正惯性指数为n <=> 任一标准形的平方项系数全大于0; (2018-6-24)
165. Ep 151: 正定矩阵<=>alphaT\*A\*alpha>0; 定理2, n级实对称矩阵A是正定矩阵 <=> A合同于I <=> A的合同标准形中主对角元全大于0 <=> A的特征值全大于0; 顺序主子式; 定理3, A是正定矩阵<=>A的所有顺序主子式全都大于0; 半正定实二次型; 负定的; 线性空间=>线性映射<=>矩阵运算; 线性方程组=>行列式; 一元多项式环<=>线性映射; 线性空间<=>双线性函数->实内积空间, 酉空间, 正交空间, 辛空间->酉变换, Hermite变换; ;;; (2018-2-2)
166. // 高等代数(上册);
167. Chapter 1, 线性方程组的解法;
168. Node 1.1, 解线性方程组的矩阵消元法;
169. List 1.1.1, 内容精华;
170. 线性方程组; 系数; 常数项; n元线性方程组; 一个解; 解集; 线性方程组的初等变换; 阶梯形方程组(上三角系数矩阵); 简化阶梯形方程组(对角矩阵); 经过一系列初等变换的简化阶梯形方程组与原线性方程组同解; 只列系数的表是系数矩阵; 加上常数项是增广矩阵; 矩阵; 零矩阵; 方阵; 矩阵的初等行变换; 阶梯形矩阵; 简化阶梯形矩阵; 定理1, 任意一个矩阵都可以经过一系列初等行变换化成阶梯形矩阵(数学归纳法证明); 推论1, 任意一个矩阵都可以经过一系列初等行变换化成简化阶梯形矩阵; 一版解, 主变量, 自由未知量; ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;; page 7;
171. // 线性代数第六版, 同济大学数学系;
172. Chapter 1: 行列式;
173. Node 1: 二阶与三阶行列式;
174. List 1: 二元线性方程组与二阶行列式;
175. 二阶行列式; 元素, 行标, 列标; 对角线法则; 系数行列式; ex 1, 求解二元线性方程组; (2018-8-11)
176. List 2: 三阶行列式;
177. Ex 2, 计算三阶行列式; ex 3, 解方程; (2018-8-11)
178. Node 2: 全排列和对换;
179. List 1: 排列及其逆序数;
180. 全排列; 逆序; 奇排列, 偶排列; ex 4, 计算排列的逆序数; (2018-8-11)
181. List 2: 对换;
182. 对换, 相邻对换; 定理1, 一个排列中的任意两个元素对换, 改变排列的奇偶性; 推论, 奇排列对换成标准排列的对换次数为奇数; (2018-8-11)
183. Node 3: n阶行列式的定义;
184. N阶行列式; 上三角行列式; 对角行列式; (2018-8-11)
185. Node 4: 行列式的性质;
186. 性质1, 行列式与它的转置行列式相等; 性质2, 对换行列式的两行, 行列式变号; 推论, 如果行列式有两行完全相同, 则行列式=0; 性质3, 行列式某一行的所有元素都乘以k, 等于用k乘以整个行列式; 推论, 行列式某一行的所有元素的公因式可以提到外面; 性质4, 行列式中如果有两行成比例, 则行列式=0; 性质5, 若行列式的某一行元素都是两数之和, 则行列式可以拆开; 性质6, 把行列式的某一行元素乘以同一个数然后加到另一行, 行列式不变; ex 6, 计算行列式的值; ex 7, 计算四阶行列式的值; ex 8, 把所有行都加到第一行; ex 9, 逐行相减; ex 10, 证明行列式等于乘积; ex 11, 进行行对换, 计算行列式的值; (2018-9-10)
187. Node 5: 行列式按行展开;
188. 引理, D=aijAij; 定理2, 行列式等于它的任一行列与其对应的代数余子式乘积的和; ex 7, 用行列式按行展开法计算行列式; ex 12, 用数学归纳法证明范德蒙德行列式; ex 13, 余子式用1代替, 代数余子式用+-1代替; (2018-9-10)
189. Chapter 2: 矩阵及其运算;
190. Node 1: 线性方程组和矩阵;
191. List 1, 线性方程组; n元非齐次线性方程组, 常数项不全为0; n元齐次线性方程组, 常数项全为0; (2018-9-10)
192. List 2: 矩阵的定义; 定义, m\*n矩阵; 行矩阵, 行向量; 列矩阵, 列向量; 同型矩阵; 矩阵相等; 零矩阵; ex 1, 系数矩阵, 未知数矩阵, 常数项矩阵, 增广矩阵; ex 2, 三个商店的四种产品可以列成矩阵; ex 3, 矩阵表示航线; ex 4, 矩阵表示线性变换; 对角矩阵; 单位矩阵; (2018-9-10)
193. Node 2: 矩阵的运算;
194. List 1: 矩阵的加法; 定义, 矩阵A与B的和; (2018-9-10)
195. List 2: 数与矩阵的相乘; 数乘矩阵运算规律; (2018-9-10)
196. List 3: 矩阵与矩阵相乘; 定义4, 矩阵的乘积; ex 5, 计算矩阵的乘积; ex 6, 计算左乘右乘; 矩阵满足结合律和分配律; ex 2, 矩阵乘积的含义; ex 7, 把线性方程组写成矩阵形式; (2018-9-19)
197. List 4: 矩阵的转置;
198. 定义, 转置矩阵; 矩阵转置的运算规律; ex 8, 对称矩阵, 对称阵; ex 9, 证明对称矩阵; (2018-9-19)
199. List 5: 方阵的行列式;
200. 定义, 方阵的行列式; 行列式的性质; ex 10, 伴随矩阵; (2018-9-19)
201. Node 3: 逆矩阵;
202. List 1: 逆矩阵的定义, 性质和求法;
203. 定义7, 矩阵可逆, 逆矩阵; 定理1, 可逆矩阵的行列式不为0; 定理2, 逆矩阵=伴随矩阵/行列式; 推论, 若AB=E, 则B=A^-1; 逆矩阵的运算规律; ex 11, 求二阶矩阵的逆矩阵; ex 12, 求三阶方阵的逆矩阵; (2018-9-23)
204. List 2: 逆矩阵的初步应用;
205. Ex 13, 计算乘积中间的矩阵; ex 14, 计算矩阵的阶乘; 矩阵的m次多项式; ex 15, 利用对角矩阵多项式的性质; (2018-9-23)
206. Node 4: 克拉默法则;
207. 克拉默法则; ex 16, 分别用克拉默法则和逆矩阵方法解方程; (2018-9-23)
208. Node 5: 矩阵分块法;
209. 分块法, 子块, 分块矩阵; ex 17, 利用分块矩阵计算矩阵乘积; ex 18, 利用分块矩阵求逆矩阵; ex 19, A=0 <=> ATA=0; (2018-9-26)
210. Chapter 3: 矩阵的初等变换与线性方程组;
211. Node 1: 矩阵的初等变换;
212. 定义1, 初等行变换, 初等列变换; 反身性, 对称性, 传递性; 定义2, 行阶梯矩阵, 行最简矩阵; 标准形; 定理1, 行左列右; 定义3, 初等矩阵; 性质1, 初等行变换左乘初等, 初等列变换右乘初等; 性质2, 方阵A可逆的充要条件A=P1P2Pl; 推论, 矩阵可逆的充要条件; ex 1, 可逆矩阵不是唯一的; ex 2, 证明矩阵可逆, 计算可逆矩阵; ex 3, 求解线性方程; ex 4, 求解线性方程组; (2018-9-27)
213. Node 2: 矩阵的秩;
214. 定义4, k阶子式; 引理, A与B中非零子式的最高阶数相等; 定义5, 最高阶非零子式, 矩阵的秩; 满秩矩阵; 降秩矩阵; 定理2, 初等变换不改变矩阵的秩; 推论, PAQ=B => R(A)=R(B); ex 5, 计算矩阵的秩; ex 6, 矩阵和增广矩阵秩不相等, 则方程组无解; ex 7, 从秩计算矩阵元素; 矩阵秩的基本性质; 证明不等式; ex 9, 证明矩阵的秩; (2018-9-29)
215. Node 3: 线性方程组的解;
216. 有解, 相容; 无解, 不相容; 定理3, 无解R(A)<R(A, b); 唯一解, R(A)=R(A, b)=n; 无限多R(A, n)=R(A, b)<n; ex 10, 求解齐次线性方程组; ex 10, 求解齐次线性方程组; ex 11, 求解非齐次线性方程组; ex 12, 求解非齐次线性方程组; ex 13, 讨论含参数矩阵的解的情况; 定理4, 有非零解R(A)<n; 有解R(A)=R(A, b); 矩阵方程有解R(A)=R(A, B); R(AB)<=min{R(A), R(B)}; (2018-9-29)
217. Chapter 4: 向量组的线性相关性;
218. Node 1: 向量组及其线性组合;
219. N维向量; 实向量, 复向量; 向量组; 定义, 线性组合; 线性表示; 定理1, r(A)=r(A, B); 定义, 能相互线性表示则等价; 系数矩阵; 定理2, r(A)=r(A, B); 等价<=>R(A)=R(B)=R(A, B); ex 1, 求线性表达式; ex 2, 证明向量组等价; 定理3, A表示B, 则r(B)<=r(A); ex 3, R(A)=R(A, E); (2018-9-30)
220. Node 2: 向量组的线性相关性;
221. 定义4, 线性相关, 线性无关; 定理4, 线性无关 <=> R(A)=m; ex 4, 坐标向量相互独立; ex 5, 讨论向量组的线性相关性; ex 6, 从方程组证明线性无关; 定理5, 线性相关和线性无关的定理; ex 7, 向量组的降维; (2018-10-3)
222. Node 3: 向量组的秩;
223. 定义5, 最大线性无关向量组, 向量组的秩; 推论, 最大无关组的等价定义; ex 8, Rn的最大无关组; 定理6, 矩阵的秩等于列向量组的秩, 也等于行向量组的秩; 定理2’, 线性表示 <=> R(a1, a2, ..., am) = R(a1, a2, ..., am, b1, ..., bl); 定理3’, 线性表示 <=> RB<=RA; ex 11, 向量组的等价; (2018-10-3)
224. Node 4: 线性方程组的解的结构;
225. 性质1, a是解, b是解, 则a+b是解; 性质2, a是解, 则ka是解; 基础解系; 最简形矩阵; 定理7, 解集的秩Rs = n-r; ex 12, 基础解系的表达式; ex 13, 矩阵拆成向量; ex 14, 统解秩相等; ex 15, 同解证明秩相等; 性质3, a是解b是解, 则a-b是解; 性质4, a是解b是解, 则a+b是解; (2018-10-4)
226. Node 5: 向量空间;
227. 定义6, 向量空间; ex 17, 三维向量空间; ex 18, 开头0的向量空间; ex 19, 开头1的不是向量空间; ex 20, 齐次解集是一个向量空间; ex 21, 非齐次的解集不是向量空间; ex 22, 向量的线性组合是线性空间; ex 23, 证明向量空间等价; 定义7, 子空间; 定义8, 向量空间的基, 向量空间的维数; 定义9, 向量空间的坐标, 自然基; ex 24, 计算基的坐标; ex 26, 计算过渡矩阵和新坐标; (2018-10-10)
228. Chapter 5: 相似矩阵及二次型;
229. Node 1: 向量的内积, 长度及正交性;
230. 定义1, 内积; 定义2, 向量的长度; 非负性, 齐次性; 夹角; 单位向量; 向量单位化; 向量夹角; 正交; 定理1, 正交向量组线性无关; ex 1, 计算第三向量; 定义3, 标准正交基; 施密特正交化; ex 2, 利用施密特标准化; ex 3, 计算另外两个非零向量; 定义4, 正交矩阵; 列向量都是单位向量, 且两两正交; ex 4, 验证矩阵是正交矩阵; 定义5, 正交变换; 正交变换长度不变; (2018-10-10)
231. Node 2: 方阵的特征值与特征向量;
232. 定义6, 特征值, 特征向量; 特征方程, 特征多项式; ex 5, 特征向量的倍数也是特征向量; ex 6, 计算特征值和特征向量; ex 7, 证明矩阵特征值; ex 8, 行列式值等于特征值连乘; 定理2, 特征值不相等, 则特征向量线性无关; 推论, 没看懂; ex 9, 反证法; (2018-10-10)
233. Node 3: 相似矩阵;
234. 定义7, 相似矩阵, 相似变换; 定理3, 相似矩阵特征值相同; 推论, 与对角矩阵相似, 则对角矩阵元素就是特征值; 矩阵的对角化; 定理4, 能对角化的充要条件是有n个线性无关的特征向量; 推论, 如果n个特征值互不相等, 则与对角矩阵相似; ex 10, 特征值相等也可能对角化; ex 11, 计算单个元素; (2018-10-10)
235. Node 4: 对称矩阵的对角化;
236. 性质1, 对称矩阵的特征值为实数; 性质2, 特征值不相等, 则特征向量正交; 定理5, 相似变换矩阵是正交矩阵; 推论, 没看懂; ex 12, 求对角矩阵的正交矩阵; ex 13, 这里的P并不一定是正交矩阵; (2018-10-11)
237. Node 5: 二次型及其标准形;
238. 定义8, 二次型; 标准形; 规范形; 二次型f的矩阵; 对称矩阵A的二次型; 二次型f的秩; 定义9, 矩阵合同; 定理6, 二次型总有正交变换化为标准形; 推论, 化为规范形; ex 14, 利用正交矩阵求标准形; (2018-10-11)
239. Node 6: 用配方法化二次型成标准形;
240. Ex 15, 用配方法化二次型为标准形; ex 16, 只含乘积项的解决办法; (2018-10-11)
241. Node 7: 正定二次型;
242. 定理7, 正数个数相等; 定义10, 正定二次型, 负定二次型; 定理8, 二次型正定<=>标准形全正<=>规范形全1; 推论, 矩阵正定<=>特征值全正; 定理9, 正定<=>各阶主子式都正; ex 17, 判定二次型的正定性; (2018-10-11)
243. -