链接: <https://www.bilibili.com/video/BV1g7411b7r2?from=search&seid=3565213393412089079>

1. P1, 引言; 随机过程; 随机变量; 让随机变量动起来; SP的例子; 随机游动; 计数过程; 随机简谐波; 随机场; SP是一个随时间演化的随机系统; (2020-10-16)
2. P2, 概率论基础; 可测空间; 概率与概率空间; 条件概率; 条件概率测度; 乘积公式, P(AB)=P(A)P(B|A); 全概率公式; 独立性; 随机变量; 分布函数; 常用的一维分布; 二项分布; 泊松分布; 均匀分布; 指数分布; 正态分布; 随机变量的独立性; 随机变量的期望; 随机变量的方差; 协方差; (2020-10-17)
3. P3, 特征函数; 复值随机变量; 特征函数的定义和例子; 分布函数的分析性质不好; 定义1.2.3, 特征函数; 二项分布特征函数; 泊松分布特征函数; 分布函数和特征函数一一对应; 特征函数的应用例子; 多维随机变量的特征函数; (2020-10-17)
4. P4, 多维正态分布; 多维正态分布的概率密度函数表达式; 正态分布的性质; 正态分布的线性变换依然是正态分布; (2020-10-17)
5. P5, 条件期望; 条件期望的定义; 条件期望的性质; 全期望公式; 线性性; 关于条件期望的理解; 随即个随机变量的和; 定义条件方差; (2020-10-17)
6. P6, 随即模拟; 蒙特卡洛算法; 随机数; 让计算机去掷骰子; 密度函数、分布函数、逆分布函数; eg 1, 正态分布密度函数; eg 2, 圆周率的计算; 逆变换法; 标准柯西分布; 逆变换法的局限性; 接受-拒绝法(acceptance-rejection); 效率较低; (2020-10-17)
7. P7, 随即模拟matlab演示; (2020-10-17)
8. P8, 随机过程的基本概念; SP的古典定义; 对称随机游动的模拟; 关于古典定义的说明; 看待随机过程的另外的观点; 随机变分学; SP分布的困难所在; SP的分布函数族; 有限维分布函数族; 密度函数族; 分布函数族的性质; 对称性; 相容性; Kolmogorov定理; 一个随机过程的有限维分布函数族完全决定了这个随机过程的分布; SP的数字特征; 均值函数; 方差函数; 自相关函数; 自协方差函数; 互相关函数; 互协方差函数; (2020-10-18)
9. P9, 随机过程的分类1; SP的增量; 平稳增量并不需要以独立增量为前提; 正态过程; 正态分布完全由均值向量和协方差矩阵决定; 分数布朗运动; Markov过程; (2020-10-18)
10. P10, 随机过程的分类2; 平稳过程; 任意有限维分布在时间平移下不变, 侠义平稳过程; 一阶、二阶矩在时间平移下不变, 广义平稳过程; 正态过程, 广义平稳就是狭义平稳; sigma代数流和适应过程; 赋流的概率空间; 适应的随机过程; 鞅; (2020-10-18)
11. P11, 泊松过程的定义; 计数过程; 泊松过程的第一个定义; 泊松过程的第二个定义; 泊松过程的轨道图; 两个定义的等价性; (2020-10-18)
12. P12, 泊松过程的基本性质; 泊松过程的数字特征; 泊松过程的可加性; 泊松过程的可分解性质; (2020-10-18)
13. P13, 泊松过程的到达时刻与时间间隔; 到达时刻的分布; 时间间隔的分布; CRV顺序统计量的分布; (2020-10-19)
14. P14, 泊松过程的两个案例; 问题一的提出; 可靠性的描述; 问题二; (2020-10-19)
15. P15, 泊松过程的推广; 非其次泊松过程; 保留了独立增量性, 没有了平稳增量性; 时间间隔不再服从指数分布, 也不相互独立; 复合泊松过程; 复合泊松过程的性质; 条件泊松过程; 更新过程; (2020-10-20)
16. P16, 维纳过程; 布朗运动; 维纳过程; 维纳过程的构造; 股票价格的波动是由投资者的买卖(相当于撞击)引起的; 维纳过程的归类; 维纳过程的有限维密度; Kolmogorov连续性准则; 维纳过程有连续轨道的修正; 双边布朗运动; 多维布朗运动; (2020-10-22)
17. P17, 维纳过程的性质与计算; 维纳过程的性质; (2020-10-22)
18. P18, 维纳过程的轨道性质(一); 均方收敛; 维纳过程轨道二次变差的性质; (2020-10-23)
19. P19, 维纳过程的轨道性质(二); a.s.收敛(Almost Sure Convergence); 维纳过程轨道的二次变差; 维纳过程轨道的p次变差; (2020-10-25)
20. P20, 维纳过程首中时和最大值过程; 首中时和最大值过程; 首中时的分布; 首中时的性质; Ta几乎处处有限, 期望无穷大; 维纳过程轨道的不可微性; 维纳过程过0点的反正弦律; (2020-10-27)
21. P21, 维纳过程的推广; 带漂移的布朗运动; 带吸收壁的布朗运动; 布朗桥; 几何布朗运动; (2020-10-28)
22. P22, Markov链的定义和例子; 马尔可夫链的定义; 马尔可夫链的转移概率; 随机游动; 有粘性的随机游动; 带有两个吸收壁的随机游动; 带一个反射壁的随机游动; Ehrenfest模型; 离散分支过程; 状态转移图; (2020-10-29)
23. P23, C-K方程; 转移概率矩阵的性质; 随机矩阵; 双随机矩阵; n步转移概率; C-K方程; C-K方程的证明; 两状态Markov链; 初始概率分布与绝对概率分布; (2020-11-3)
24. P24, Markov链状态的分类(一); 状态之间的差异; 状态的可达; 可达, 不可达, 互通; 首达时及其概率分布; 常返与非常返; 常返的直观含义; 首次进入分解定理; 常返与非常返的判别准则; 常返的充要条件; 关于判别准则的说明; 整数点上无限制随机游动; 对称随机游动; (2020-11-5)
25. P25, Markov链状态的分类(二); 正常返和零常返; 正常返和零常返判别准则; 状态的类性质; 若i<->j, 则i,j具有相同的状态分类; (2020-11-9)
26. P26, Markov链状态的分类(三); 闭集, 和拓扑学中的闭集概念不同; 不可约闭集; 不可约Markov链; 所有常返态集合, 所有正常返态集合, 所有零常返态集合都是闭集; 状态空间的分解; 有限状态情形; 有限Markov链不可能都是非常返态, 有限Markov链没有零常返态, 有限Markov链从任意状态出发, 一定会在有限的时间里进入某个正常返态的闭集; (2020-11-10)
27. P27, Markov链的平稳分布和极限; 状态的周期性; 周期的类性质; 遍历态; 平稳分布; 遍历态的判别准则; 极限概率分布; (2020-11-11)
28. P28, Markov链的应用案例; 赌徒输光问题; 用C-K方程; 在药物疗效检验中的应用; 市场份额; (2020-11-20)
29. P29, 连续时间的Markov链; 定义; 连续时间Markov链的转移概率; Poisson过程; 连续时间Markov链的轨道图; 停留时间的分布; 正则性条件; C-K方程; 初始分布与绝对分布; (2021-1-29)
30. P30, Kolmogorov微分方程; 转移概率矩阵的一致连续性; 转移概率在0点的导数; 转移速率矩阵; 转移速率矩阵的性质; Poisson过程的转移速率矩阵; Kolmogorov后向方程; Kolmogorov前向方程; Fokker-Planck方程; 两状态的Markov链; (2021-1-30)
31. P31, 生灭过程; 状态的可达、闭集; 状态分类; 平稳分布; 正常返判别准则; 生灭过程; 生灭过程的前后向方程; 生灭过程的平稳分布; 排队论; 排队模型的四个基本量; 四个基本量的计算; (2021-1-31)
32. P32, 平稳过程定义与例子; 离散白噪声; MA(q)模型; AR(1)模型; 随机相位过程; 随机电报信号过程; (2021-2-1)
33. P33, 平稳过程相关函数的性质; 平稳过程相关函数的说明; Bochner-Khintchine定理; Herglotz定理; 联合平稳过程; (2021-2-1)
34. P34, 均方微积分; 均方收敛性; 均方收敛的Cauchy准则; 均方收敛的性质; 均方收敛的判别准则; 均方连续; 均方连续的判别准则; 均方可微的性质; 均方可积; 均方可积的判别准则及性质; (2021-2-2)
35. P35, 平稳随机过程的各态历经性; 随机过程的统计方法; 平稳过程的各态历经性; 反例; 均值各态历经的判别准则; (2021-2-2)
36. -