

計算機実習 問題 6.2-ロジスティック写像の定性的な特徴

早稲田大学先進理工学部物理学科 B4 藤本将太郎

2014/04/29

1 シミュレーションの目的

ロジスティック写像

$$x_{n+1} = f(x_n) = 4rx_n(1 - x_n) \quad (1)$$

の振る舞いを調べる方法の一つとして、 x の値を r の関数としてプロットする方法がある。初期の過渡的な振る舞いを捨てて、その後の反復で得られる x の値をプロットするのである。本シミュレーションの目的は、式 (1) を差分方程式として扱い、上に述べたような条件を満たすようなプログラムを作成して、実際にシミュレーションを行うことである。

2 作成したプログラム

Python を用いて作成したプログラムを以下に示す。

```
1  #!/usr/bin/env python
2  # coding:utf-8
3  #
4  # written by Shotaro Fujimoto, May 2014.
5  """ 計算機実習
6  問題 6.8
7  プログラムを実行すると、パラメータの設定ダイアログが開き、
8  OK ボタンを押すとグラフが描画される。
9  いろいろな  $r$  について  $x$  の値をプロットする。
10 """
11 from math import *
12 import SetParameter
13 import myplot_bifurcation
14
15 def assignment():
16     x0 = float(run.entry[0].get())
17     ntransient = int(run.entry[1].get())
```

```

18     nplot = int(run.entry[2].get())
19     r0 = float(run.entry[3].get())
20     rmax = 1.0
21     dr = float(run.entry[4].get())
22     def func(x_i, r):
23         return 4.0*r*x_i*(1.0-x_i)
24     run.quit()
25     myplot_bifurcation.Plot(func, x0, ntransient, nplot, r0, rmax, dr)
26
27 if __name__ == '__main__':
28     run = SetParameter.SetParameter()
29     parameters = [{'x0':0.3}, {'ntransient':1000}, {'nplot':50}, {'r0':0.7}, {'dr':0.0005}]
30     run.show_setting_window(parameters, {'OK':assignment})
31

```

このプログラムは、追加のモジュールとして、matplotlib を使用している。プログラムを実行すると各パラメータ $\{x_0, n_{\text{transient}}, n_{\text{plot}}, r_0, dr\}$ (x_0 : x の初期値 x_0 、 $n_{\text{transient}}$: プロットしない n の範囲、 n_{plot} : プロットする n の大きさ、 r_0 : 制御パラメータ r の初期値、 dr : プロットする r の刻み幅) の設定ダイアログが開き、値を設定して OK ボタンを押すことで、その値で計算されたロジスティック写像の分岐図が描画される。はじめの $n_{\text{transient}}$ 回は、計算はするがプロットはされず、次の n_{plot} 回は赤でプロットし、その後の n_{plot} 回は青でプロットする。

3 実習課題

a. 作成したプログラムを使って、図 6.2 の再現を行う。

初期値として、表 1 に示した値を代入してプログラムを実行した結果を図 1 に示す。このグラフから、 $r = 0.75$ で周期が 2 になり、 $r = 0.86$ のあたりで周期が 4 となり、また $r = 0.89$ のあたりで周期が 8 となっていく様子を見ることができる。また、それ以降は判別が難しくなり、カオス的な振る舞いとなった。しかし、ところどころには周期的振る舞いを示す領域も存在していることも見て取れる。

表 1 使用した各種パラメータの値

パラメータ	値
x_0	0.3
$n_{\text{transient}}$	1000
n_{plot}	50
r_0	0.7
dr	0.0005

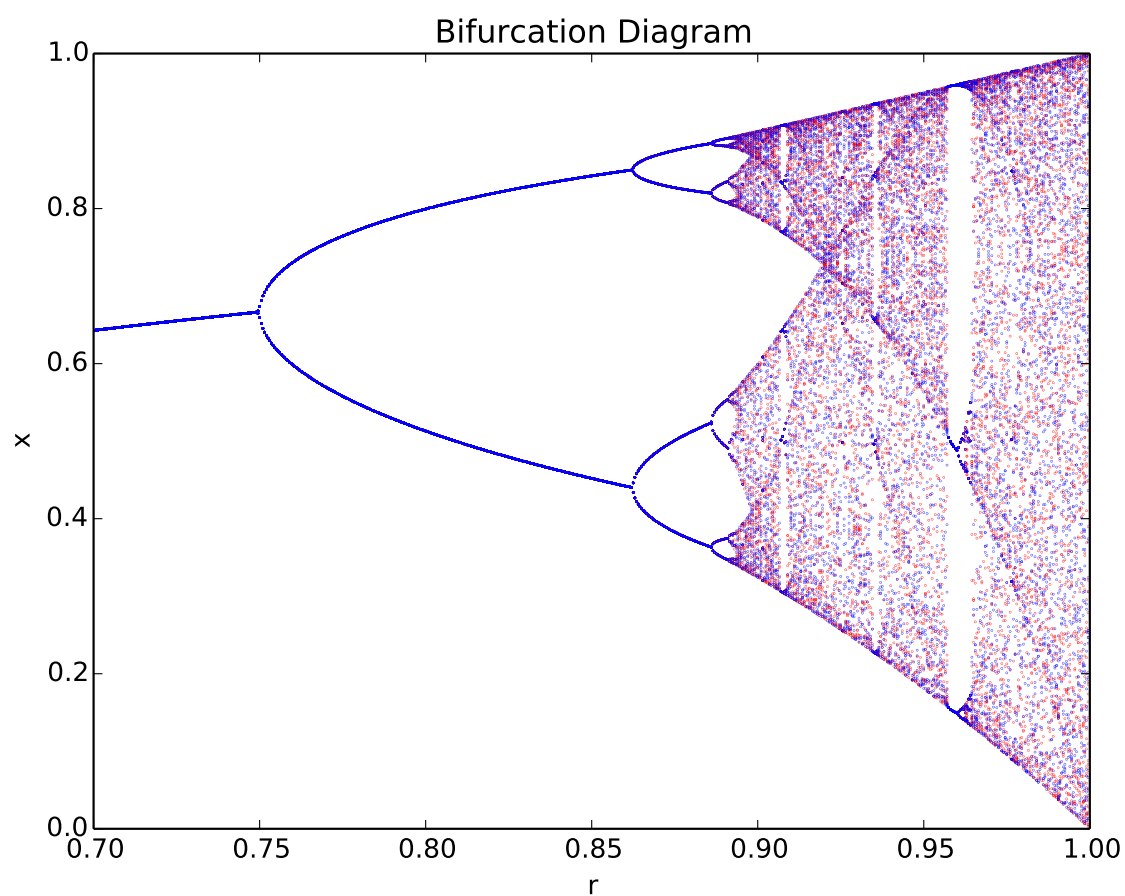


図1 表1 で定めたパラメータでの Bifurcation-Diagram

4 まとめ

ロジスティック写像の定性的な特徴を、Bifurcation-Diagram を作成することにより確認することができた。

5 参考文献

- ハーベイ・ゴールド, ジャン・トポチニク, 石川正勝・宮島佐介訳『計算物理学入門』, ピアソン・エデュケーション, 2000.