CyC - Practica 3

Facundo Tomatis

(1)

Consigna:
Construir máquinas de Turing que acepten los siguientes lenguajes

a) $L_1 = \Sigma^*$

b) $L_2 = \{\lambda\}$

c) $L_3 = \varnothing$

d) $L_4 = \{0^n 1^{2n} / n \geq 0\}$

e) $L_5 = \{a^n b^n c^n / n \geq 0\}$

f) $L_6 = \{a^n b^m c^k / k = n + m, n, m \geq 1\}$

g) $L_7 = \{ww^R / w \in \{0,1\}^*\}$, donde w^R es el reverso de w

h) $L_8 = L_7 \cup \{w0w^R / w \in \{0,1\}^*\} \cup \{w1w^R / w \in \{0,1\}^*\}$

Respuesta:

a) $\delta = \{(q_0, n) \rightarrow (q_A, n, S) / n \in \Gamma\}$

b) $\delta = \{(q_0, B) \rightarrow (q_A, B, S), (q_0, n) \rightarrow (q_R, B, S) / n \in \Sigma\}$

c) $\delta = \{(q_0, n) \rightarrow (q_R, B, S) / n \in \Gamma\}$

d) $\delta = \{$
$(q_0, 0) \rightarrow (q_1, B, D)$
$(q_0, B) \rightarrow (q_A, B, S)$
$(q_1, 0) \rightarrow (q_1, 0, D)$
$(q_1, 1) \rightarrow (q_1, 1, D)$
$(q_1, B) \rightarrow (q_2, B, I)$
$(q_2, 1) \rightarrow (q_4, B, I)$
$(q_4, 1) \rightarrow (q_3, B, I)$
$(q_3, 0) \rightarrow (q_3, 0, I)$
$(q_3, 1) \rightarrow (q_3, 1, I)$
$(q_3, B) \rightarrow (q_0, B, D)$
$\}$

e) $\delta = \{$
$(q_0, a, B, B) \rightarrow (q_0, (B, D), (a, D), (B, S))$
$(q_0, b, B, B) \rightarrow (q_0, (B, D), (B, S), (b, D))$
$(q_0, c, B, B) \rightarrow (q_0, (c, D), (B, S), (B, S))$
$(q_0, B, B, B) \rightarrow (q_1, (B, I), (B, I), (B, I))$
$(q_1, c, a, b) \rightarrow (q_1, (B, I), (B, I), (B, I))$
$(q_1, B, B, B) \rightarrow (q_A, (B, S), (B, S), (B, S))$
$\}$

f) $\delta = \{$
$(q_0, B, B, B) \rightarrow (q_R, (B, S), (B, S), (B, S))$
$(q_0, a, B, B) \rightarrow (q_1, (a, S), (B, S), (B, S))$
$(q_1, a, B, B) \rightarrow (q_1, (B, D), (a, D), (B, S))$
$(q_1, b, B, B) \rightarrow (q_1, (B, D), (B, S), (b, D))$
$(q_1, c, B, B) \rightarrow (q_1, (c, D), (B, S), (B, S))$
$(q_1, B, B, B) \rightarrow (q_2, (B, I), (B, I), (B, S))$
$(q_2, c, a, B) \rightarrow (q_2, (B, I), (B, I), (B, S))$
$(q_2, c, B, B) \rightarrow (q_2, (c, S), (B, S), (B, I))$
$(q_2, c, B, b) \rightarrow (q_2, (B, I), (B, S), (B, I))$
$(q_2, B, B, B) \rightarrow (q_3, (B, I), (B, I), (B, I))$
$(q_3, B, B, B) \rightarrow (q_A, (B, S), (B, S), (B, S))$
$\}$

g) $\delta = \{$
$(q_0, 0) \rightarrow (q_1, B, D)$
$(q_0, 1) \rightarrow (q_2, B, D)$
$(q_0, B) \rightarrow (q_A, B, S)$
$(q_1, 0) \rightarrow (q_1, 0, D)$
$(q_1, 1) \rightarrow (q_1, 1, D)$
$(q_1, B) \rightarrow (q_3, B, I)$
$(q_3, 0) \rightarrow (q_5, B, I)$
$(q_3, 1) \rightarrow (q_R, 1, S)$
$(q_3, B) \rightarrow (q_R, B, S)$
$(q_2, 0) \rightarrow (q_2, 0, D)$
$(q_2, 1) \rightarrow (q_2, 1, D)$
$(q_2, B) \rightarrow (q_4, B, I)$
$(q_4, 1) \rightarrow (q_5, B, I)$
$(q_4, 0) \rightarrow (q_R, 0, S)$
$(q_4, B) \rightarrow (q_R, B, S)$
$(q_5, 0) \rightarrow (q_5, 0, I)$
$(q_5, 1) \rightarrow (q_5, 1, I)$
$(q_5, B) \rightarrow (q_0, B, D)$
$\}$

h) $\delta = \{$
$(q_0, 0, B) \rightarrow (q_0, (0, D), (B, S))$
$(q_0, 1, B) \rightarrow (q_0, (1, D), (B, S))$
$(q_0, B, B) \rightarrow (q_1, (B, I), (B, S))$
$(q_1, 0, B) \rightarrow (q_1, (0, I), (0, D))$
$(q_1, 1, B) \rightarrow (q_1, (1, I), (1, D))$
$(q_1, B, B) \rightarrow (q_2, (B, D), (B, I))$
$(q_2, 0, 0) \rightarrow (q_2, (0, S), (0, I))$
$(q_2, 0, 1) \rightarrow (q_2, (0, S), (1, I))$
$(q_2, 0, B) \rightarrow (q_3, (0, S), (B, D))$
$(q_2, 1, 0) \rightarrow (q_2, (1, S), (0, I))$
$(q_2, 1, 1) \rightarrow (q_2, (1, S), (1, I))$
$(q_2, 1, B) \rightarrow (q_3, (1, S), (B, D))$
$(q_3, 0, 0) \rightarrow (q_4, (B, D), (B, D))$
$(q_3, 0, 1) \rightarrow (q_R, (B, D), (B, D))$

$(q_3, 1, 0) \rightarrow (q_R, (B, D), (B, D))$
$(q_3, 1, 1) \rightarrow (q_4, (B, D), (B, D))$
$(q_4, 0, 0) \rightarrow (q_3, (B, D), (B, D))$
$(q_4, 0, 1) \rightarrow (q_R, (B, D), (B, D))$
$(q_4, 1, 0) \rightarrow (q_R, (B, D), (B, D))$
$(q_4, 1, 1) \rightarrow (q_3, (B, D), (B, D))$
$(q_4, B, B) \rightarrow (q_A, (B, S), (B, S))$
}

---

(2)

Consigna:
Construya una Máquina de Turing de 2 cintas que implemente un contador binario en la segunda cinta para contabilizar la cantidad de letras "a" que aparecen en el input de la primera cinta. Con $\Sigma = \{a, b\}$; $\Gamma = \{a, b, 0, 1, B\}$
Respuesta:

Ejercicio 2

1

```
q0,a,B
q1,a,S,1,S

q0,a,0
q1,a,S,1,S

q0,a,1
q2,a,S,1,S

q0,b,B
q0,b,D,B,S

q0,b,1
q0,b,D,1,S

q0,b,0
q0,b,D,0,S

q0,B,B
qD,B,S,B,S

q0,B,0
qD,B,S,0,S
```

2

```
q0,B,1
qD,B,S,1,S

q1,a,1
q0,a,D,1,S

q2,a,1
q2,a,S,0,I

q2,a,0
q3,a,S,1,D

q2,a,B
q3,a,S,1,D

q3,a,0
q3,a,S,0,D

q3,a,B
q0,a,D,B,I
```

---

(3)

Consigna:
Sea M una máquina de Turing del modelo "D-I-S". ¿Existe una máquina de Turing M' equivalente a M que

comience con el cabezal apuntando a cualquier celda de la cinta? Note que M' puede apuntar a una celda no ocupada por el input. ¿Qué puede decir al respecto si se sabe que $\lambda \notin$ L(M)? Justifique su respuesta.
Respuesta:
Si el L(M) contiene a λ no se puede hacer una maquina equivalente M' a M, pero si se asegura que no esta λ en L(M) podemos encontrar la cadena original haciendo zig-zag, luego borrar la cadena que se genero para hacer el zig-zag y colocarse en la posicion inicial de la cadena para que empiece la ejecucion.

---

(4)

Consigna:
Probar que para toda máquina de Turing M reconocedora del modelo DIS, existe una máquina de Turing M' equivalente con la restricción que no puede cambiar el símbolo de la cinta y mover el cabezal simultáneamente, es decir:
$\delta'(q_i, a_k) = (q_j, a_l, X)$, si $a_k \notin a_l$ entonces $X = S$
Respuesta:

$$\delta(q_i, n) = (q_{zD}, m, S), n, m \in \Gamma, n \neq m$$
$$\delta(q_{zD}, n) = (q_j, n, M), D$$
$$\delta(q_i, n) = (q_{zI}, m, S), n, m \in \Gamma, n \neq m$$
$$\delta(q_{zI}, n) = (q_j, n, M), I$$

Ya que la maquina de turing M' puede llegar al mismo estado que la maquina M queda demostrado que son equivalentes.

---

(5)

Consigna:
Probar que para toda máquina de Turing M reconocedora del modelo DIS, existe una máquina de Turing M' equivalente con la restricción que no puede cambiar de estado y mover el cabezal simultáneamente, es decir:
$\delta'(q_i, a_k) = (q_j, a_l, X)$, si $X \in \{D, I\}$ entonces $i = j$
Respuesta:

$$\delta(q_i, a_k) = (q_{kD}, \#, S)$$
$$\delta(q_{kD}, \#) = (q_{kD}, a_k, D)$$
$$\delta(q_{kD}, a_l) = (q_j, a_l, S)$$
$$\delta(q_i, a_k) = (q_{kI}, \#, S)$$
$$\delta(q_{kI}, \#) = (q_{kI}, a_k, D)$$
$$\delta(q_{kI}, a_l) = (q_j, a_l, S)$$

tanto q_{kI} como q_{kD} no pertenecen a Q y $\#$ no pertenece a Γ