



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA

# CyC - Practica 2

Facundo Tomatis

(1)

**Consigna:**

Construir MT:

- a) Construir una máquina de Turing que haga un corrimiento a derecha de la cadena binaria en la cinta, marcando con un símbolo especial '#' la celda que corresponde al primer símbolo desplazado.  
 $\Gamma = \{B, \#, 0, 1\}$ .
- b) Y otra que haga un corrimiento a izquierda.

**Respuesta:**

Ejercicio a)

q0,0  
q1,#,D  
  
q0,1  
q2,#,D  
  
q1,0  
q1,0,D  
  
q1,1  
q2,0,D  
  
q1,B  
qd,0,S  
  
q2,0  
q1,1,D  
  
q2,1  
q2,1,D  
  
q2,B  
qd,1,S

Ejercicio b)

q0,0  
q0,0,D  
  
q0,1  
q0,1,D  
  
q0,B  
q1,B,I  
  
q1,0  
q2,#,I  
  
q1,1  
q3,#,I  
  
q2,0  
q2,0,I  
  
q2,1  
q3,0,I  
  
q2,B  
qd,0,S  
  
q3,0  
q2,1,I  
  
q3,1  
q3,1,I  
  
q3,B  
qd,1,S

## (2)

### Consigna:

Construir MT

- a) Construir una máquina de Turing M tal que  $L(M) = \{0^n 1^n / n \geq 1\}$  y mostrar la traza de computación de M para las entradas  $w_1 = 0011$  y  $w_2 = 011$ .
- b) Construir una máquina de Turing que busque en la cinta el patrón “abab” y se detenga si y sólo si encuentra ese patrón.  $\Gamma = \{a, b, c, B\}$

### Respuesta:

#### Ejercicio a)

q0,0  
q7,0,S  
  
q0,1  
qR,1,S  
  
q0,B  
qR,B,S  
  
q7,0  
q1,B,D  
  
q7,B  
qA,B,S  
  
q1,0  
q1,0,D  
  
q1,1  
q1,1,D  
  
q1,B  
q2,B,I  
  
q2,0  
qR,0,S  
  
q2,1  
q3,B,I  
  
q2,B  
qR,B,S  
q3,0  
q3,0,I  
q3,1  
q3,1,I  
q3,B  
q7,B,D

#### Ejercicio b)

q0,a  
q1,a,D  
  
q0,b  
q0,b,D  
  
q0,c  
q0,c,D  
  
q1,a  
q1,a,D  
  
q1,b  
q2,b,D  
  
q1,c  
q0,c,D  
  
q2,a  
q3,a,D  
  
q2,b  
q0,b,D  
  
q2,c  
q0,c,D  
  
q3,a  
q0,a,D  
  
q3,b  
qA,b,D  
  
q3,c  
q0,c,D

Trazas ejercicio a)

$w_0 = 0011$   
 $q_00011 \vdash^* 0011q_0B \vdash 001q_61B \vdash 00q_11 \vdash^* q_1B001 \vdash Bq_9001 \vdash q_001 \vdash 0q_01 \vdash 01q_0B \vdash 0q_61 \vdash 0q_1B \vdash Bq_10 \vdash 0q_9B \vdash Bq_0B \vdash Bq_6B \vdash Bq_aB$

$w_1 = 011$   
 $q_0011 \vdash^* 011q_0B \vdash 01q_61 \vdash 0q_11 \vdash Bq_101 \vdash Bq_901 \vdash Bq_01 \vdash 1q_0B \vdash Bq_61 \vdash Bq_1B \vdash Bq_9B \vdash Bq_rB$

(3)

**Consigna:**  
Construir máquinas de Turing para computar las siguientes funciones:  
a) Suma unaria.  $\Sigma = \{+, 1\}$ .

b) Resta unaria  $a - b$  con  $a > b$   $\Sigma = \{-, 1\}$ .

c) Calcular el complemento a 2 de un número binario de 8 bits  $\Sigma = \{0, 1\}$

Respuesta:

Ejercicio a)
q0,1 q0,1,D
q0,+ q0,+,D
q0,B q1,B,I
q1,1 q2,B,I
q2,+ q2,1,S
q2,1 q2,1,I

Ejercicio b)
q0,1 q0,1,D
q0,- q0,-,D
q0,B q1,B,I
q1,1 q2,B,I
q1,- qD,B,S
q2,1 q2,1,I
q2,- q2,-,I
q2,B q3,B,D
q3,1 q0,B,D

### Ejercicio c)

q0,0  
qD,0,S  
  
q0,1  
q2,0,D  
  
q0,B  
qd,B,S  
  
q2,0  
q2,1,D

1

q2,1  
q2,0,D  
  
q2,B  
q3,B,I  
  
q3,0  
qd,1,S  
  
q3,1  
q3,0,I

2

(4)

#### Consigna:

Sea  $\Sigma = \{a\}$  y  $w = a$ . Decir cuáles son las palabras que se obtienen como resultado de aplicar las siguientes operaciones:  $ww, www, w^3, w^5, w^0$  ¿Cuáles son sus longitudes? Definir  $\Sigma^*$ .

#### Respuesta:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= \{a\} \\
 w &= a \\
 w^0 &= \lambda \\
 w^{(i+1)} &= w.w^i, i \geq 0 \\
 i &= 0 \quad \lambda \\
 i &= 1 \quad a \\
 i &= 2 \quad aa \\
 i &= 3 \quad aaa \\
 i &= 5 \quad aaaaa \\
 \text{sus longitudes son lo mismo que sus } i \\
 \Sigma^* &= \{\lambda, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \dots\}
 \end{aligned}$$

(5)

#### Consigna:

Idem al ejercicio anterior, pero con  $\Sigma = \{a, b\}$  y  $w = aba$ .

#### Respuesta:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= \{a, b\} \\
 w &= aba \\
 w^0 &= \lambda \\
 w^{(i+1)} &= w.w^i, i \geq 0 \\
 i &= 0 \quad \lambda \\
 i &= 1 \quad aba
 \end{aligned}$$

---

$i=2$  abaaba  
 $i=3$  abaabaaba  
 $i=5$  abaabaabaabaaba  
 sus longitudes son lo mismo que sus  $i$ \*cantidad de a's  
 $\Sigma^* = \{\lambda, a, b, aa, bb, ab, ba, \dots\}$

---

(6)

**Consigna:**

Sea  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , escriba las 13 cadenas más cortas de  $\Sigma^*$ .

**Respuesta:**

$\lambda, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc$

---

(7)

**Consigna:**

Dar tres ejemplos de lenguajes basados en el alfabeto  $\{0, 1\}$

**Respuesta:**

$\Sigma = \{0, 1\}$   
 $\Sigma^* = \{\lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\}$   
 ejemplos de lenguajes son:  
 $\emptyset \ \Sigma^* \ \{\lambda\}$

---

(8)

**Consigna:**

¿Cuántas cadenas de longitud 3 hay en  $\{0, 1, 2\}^*$ , y cuántas de longitud  $n$ ?

**Respuesta:**

$\Sigma = \{0, 1, 2\}$

existen las cadenas 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111, 002, 012, 022, 102, 112, 122, 202, 212, 222, 200, 210, 220, 020, 021, 201, 211, 221, 121, 120

$3^3$

si la longitud hubiese sido  $n$ , habría  $3^n$  cadenas

---

(9)

**Consigna:**

Explicar la diferencia -si la hay- entre los lenguajes  $L_1$  y  $L_2$ .

a)  $L_1 = \emptyset$   $L_2 = \{\lambda\}$

- 
- b)  $L_1 = \Sigma^* \cup \{\lambda\}$   $L_2 = \emptyset \cup \Sigma^*$   
 c)  $L_1 = \Sigma^* - \emptyset$   $L_2 = \Sigma^*$   
 d)  $L_1 = \Sigma^* - \{\lambda\}$   $L_2 = \Sigma^*$

**Respuesta:**

- a)  $L_1$  es un conjunto vacío o sea un conjunto sin elementos  $\{\}$   
 $L_2$  es un conjunto con un elemento  $\{\lambda\}$  que representa la cadena vacía siendo esta una cadena válida  
 b)  $\Sigma^*$  contiene a  $\lambda$  por lo que  $L_1 = L_2$   
 c)  $L_1$  sin el conjunto vacío sigue siendo  $L_1$  por lo que  $L_1 = L_2$   
 d)  $L_1$  sin  $\lambda$  pasa a tener un elemento menos, la cadena vacía, por lo que  $L_1 \neq L_2$
- 

(10)

**Consigna:**

Mostrar que  $\Sigma^*$  es infinito contable.

**Respuesta:**

$$|\Sigma^*| \leq |\mathbb{N}|$$

f:  $\Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$  inyectiva  
 f(y)=convierto y a num unico

---

(11)

**Consigna:**

Indicar cuál es el lenguaje que se obtiene al intersectar los siguientes lenguajes:

- a)  $L_1 = \{a^n c^m d^n / n \geq 0, m \geq 0\}$  con  $L_2 = \{c^n / n \geq 0\}$   
 b)  $L_1 = \{a^n c^m d^n / n > 0, m \geq 0\}$  con  $L_2 = \{c^n / n \geq 0\}$   
 c)  $L_1 = \{a^n c^m d^n / n \geq 0, m > 10\}$  con  $L_2 = \{c^n / n > 5\}$   
 d)  $L_1 = \{1^n 2^m / n, m \geq 0, n \text{ par}, m \text{ impar}\}$  con  $L_2 = \{2^n / n \geq 0\}$   
 e)  $L_1 = \{1^n 2^m / n, m \geq 0, n \text{ par}, m \text{ impar}\}$  con  $L_2 = \{1^n / n \geq 0\}$

**Respuesta:**

- a)  $L_1$  y  $L_2 = L_2$   
 b)  $L_1$  y  $L_2 = \emptyset$  ya que  $L_1$  si o si tiene a o d  
 c)  $L_1$  y  $L_2 = L_3 = \{c^n / n > 10\}$   
 d)  $L_1$  y  $L_2 = L_3 = \{2^n / n \geq 0, n \text{ impar}\}$   
 e)  $L_1$  y  $L_2 = \emptyset$  ya que m no puede ser 0.
-

---

## (12)

### Consigna:

Encontrar si es posible un lenguaje  $L_1$  que cumpla:

- a)  $L_1 \cap \{1^k 2^m 3^n / m = k + n + 1 \text{ y } n, k \geq 0\} = \{1^n 2^{n+1} / n \geq 0\}$
- b)  $L_1 \cap \{1^n 2^m / n \neq m \text{ y } n, m \geq 0\} = \{1^n 2^n / n > 0\}$

### Respuesta:

- a)  $L_1 = \{1^n 2^{n+1} / n \geq 0\}$
  - b)  $\emptyset$  ya que no pueden ser diferentes e iguales al mismo tiempo
- 

## (13)

### Consigna:

Conteste las siguientes preguntas sobre Máquinas de Turing

- a) ¿Puede el alfabeto de la cinta (  $\Gamma$  ) ser el mismo que el alfabeto de entrada (  $\Sigma$  )?
- b) ¿Puede una máquina de Turing tener un único estado?
- c) ¿Cuántos lenguajes existen definidos sobre el alfabeto  $\Sigma = \{0, 1\}$ ? ¿y sobre  $\Sigma = \{1\}$ ?
- d) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son lenguajes definidos sobre  $\Sigma$ ?  
 $\emptyset, \Sigma, \Sigma^*, \{\lambda\}, \{\lambda\} \cup \Sigma, \{\emptyset\}$
- e) Sea la siguiente máquina de Turing:  
 $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$   
Con  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $\Gamma = \{a, b, c, B\}$  y  $\delta(q, s) = (q', s', m)$  tal que  
 $q \in Q \quad q' \in Q \cup \{q_R\} \quad s, s' \in \Gamma \quad m \in \{D, I\}$   
¿Reconoce el lenguaje  $\{\lambda\}$ ? Si no es así indique cuál es el lenguaje que reconoce

### Respuesta:

- a) No, ya que  $\Gamma$  siempre contiene el valor B y  $\Sigma$  nunca puede tenerlo
- b) Si, el inicial

c)  $\Sigma = \{0, 1\}$   
 $\Sigma^* = \{\lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\}$   
es un lenguaje que tiene todas las palabras formadas por  $\Sigma$   
 $\rho(\Sigma^*)$  es el conjunto de todos los lenguajes definidos sobre  $\Sigma$ , es infinito incontable  
 $\Sigma = \{1\}$   
 $\Sigma^* = \{\lambda, 1, 11, \dots\}$   
es un lenguaje que tiene todas las palabras formadas por  $\Sigma$   
 $\rho(\Sigma^*)$  es el conjunto de todos los lenguajes definidos sobre  $\Sigma$ , es infinito incontable

- d)  $\emptyset$  si,  $\Sigma$  si,  $\Sigma^*$  si,  $\{\lambda\}$  si,  $\{\lambda\} \cup \Sigma$  si,  $\{\emptyset\}$  no
  - e) No reconoce  $\{\lambda\}$  al no tener transiciones a  $q_A$ , el unico lenguaje que reconoce es al  $\emptyset$
-



---

(14)

**Consigna:**

Sea  $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$ , en cada caso asumir que los  $\delta()$  no especificados son los que hacen detener la MT en  $q_R$ , determinar  $L(M)$

a)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$

$$\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, I)$$

$$\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$$

$$\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, D)$$

b)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, B, D)$$

$$\delta(q_1, B) = (q_A, B, D)$$

$$\delta(q_1, 0) = (q_A, 0, D)$$

$$\delta(q_1, 1) = (q_A, 1, D)$$

c)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$

$$\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, I)$$

$$\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$$

$$\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, D)$$

$$\delta(q_1, 0) = (q_0, B, I)$$

$$\delta(q_1, B) = (q_0, B, D)$$

d)  $Q = \{q_0\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$

$$\delta(q_0, 1) = (q_0, B, I)$$

$$\delta(q_0, 0) = (q_A, B, I)$$

$$\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$$

e)  $Q = \{q_0, q_1\}; \Sigma = \{0, 1\}; \Gamma = \{0, 1, B\}$

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, B, D)$$

$$\delta(q_1, 0) = (q_1, 1, D)$$

$$\delta(q_1, 1) = (q_1, 0, D)$$

$$\delta(q_1, B) = (q_A, 1, D)$$

**Respuesta:**

a)  $L(M) = \emptyset$

b)  $L(M) = \{00, 01, 0B\}$

c)  $L(M) = \emptyset$

d)  $L(M) = \{w/w \text{ contiene un } 0\}$

e)  $L(M) = \{w/w \text{ empieza con } 0\}$