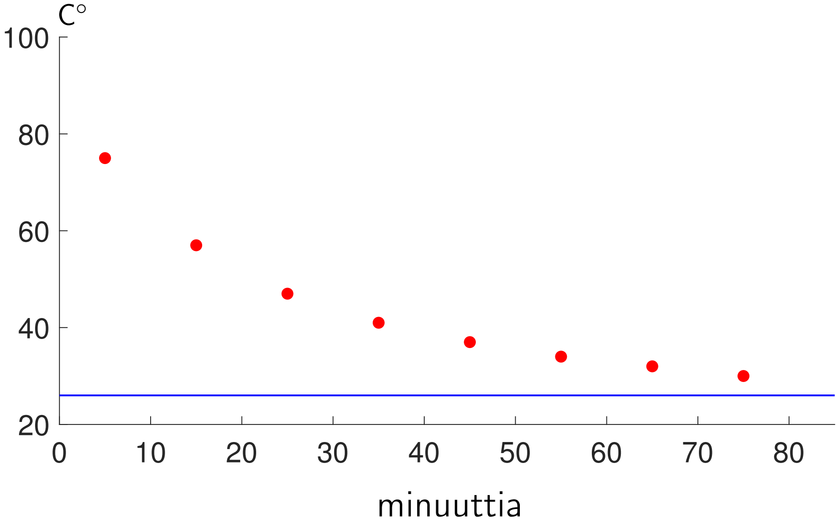
Outline

Mittauslukemat punaisella, taustalämpö sinisellä



Outline

Teen yksinkertaisen mallin vesilasin lämpötilalle

Olkoon $L(t)$ lämpötila ajan t funktiona. Kirjoitetaan

$$L(t) = 26 + Ce^{-bt},$$

missä vakioiden $b > 0$ ja C arvot on määritettävä mittausten avulla.

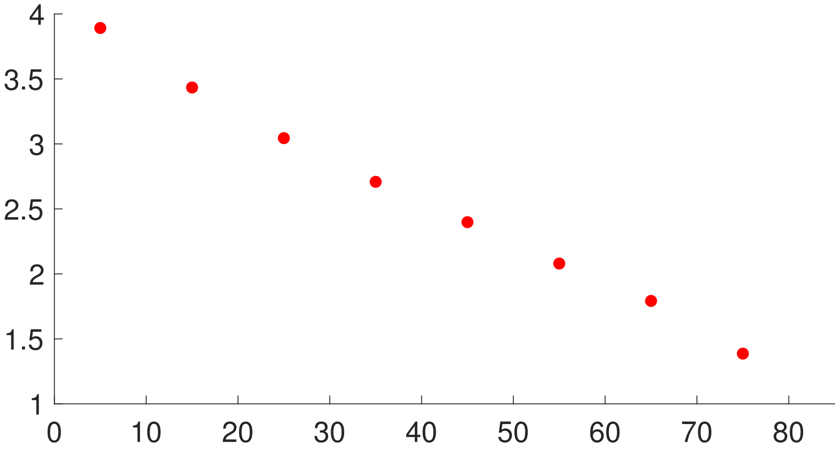
Siirretään taustalämpö 26 yhtälön vasemmalle puolelle ja otetaan kummastakin puolesta logaritmi:

$$\ln(L(t) - 26) = \ln(Ce^{-bt}) = \ln C + \ln(e^{-bt}) = a - bt.$$

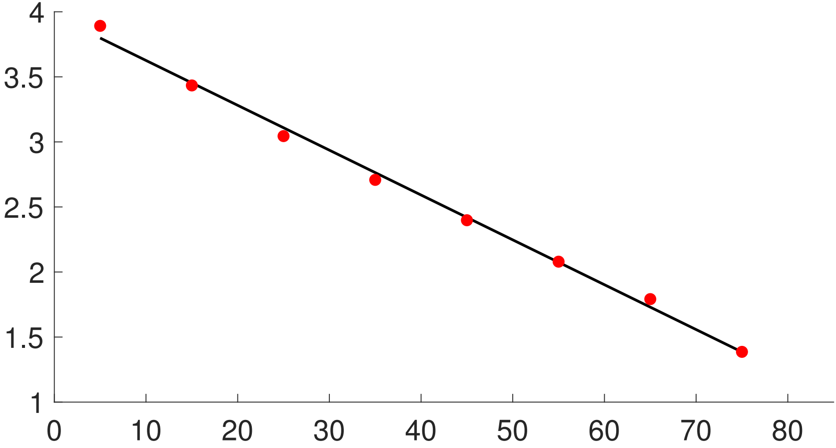
Yllä merkitsimme $a = \ln C$.

Johtopäätös: jos mallimme on tarkka, taustakorjattujen mittauspisteiden logaritmit käyttäytyvät lineaarisesti.

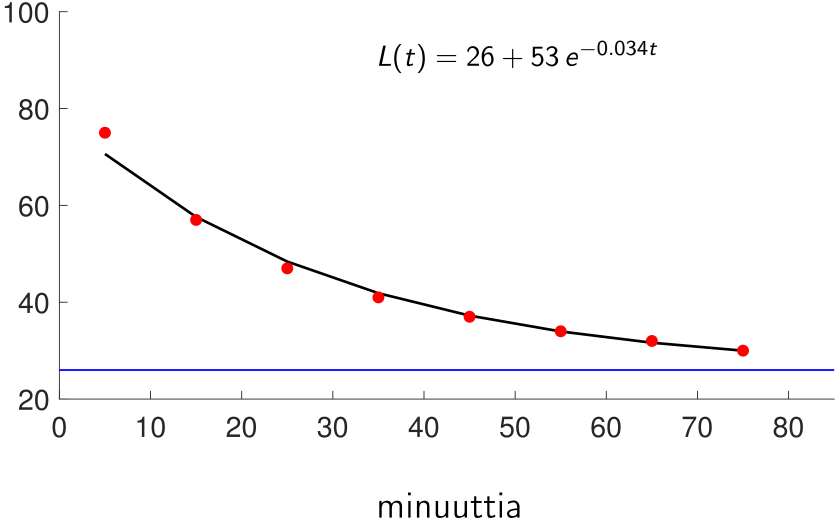
Vähennetään mittauksista 26 ja otetaan logaritmi



Sovitamme pisteisiin suoran käyttäen pienimmän neliösumman keinoa.



Tässä on eksponentiaalinen mallimme.



Outline

Lämpötilan kehityksen ennustaminen 15 minuutin kohdalla saadun mittauksen perusteella

Aikaisempi mallimme $L(t) = 26 + 53\,e^{-0.034t}$ oli sovitettu kulkemaan kaikkien mittauspisteiden kautta niin hyvin kuin mahdollista. Silloin siis $C = 53$ ja $b = 0.034$ kaavassa $L(t) = 26 + Ce^{-bt}$.

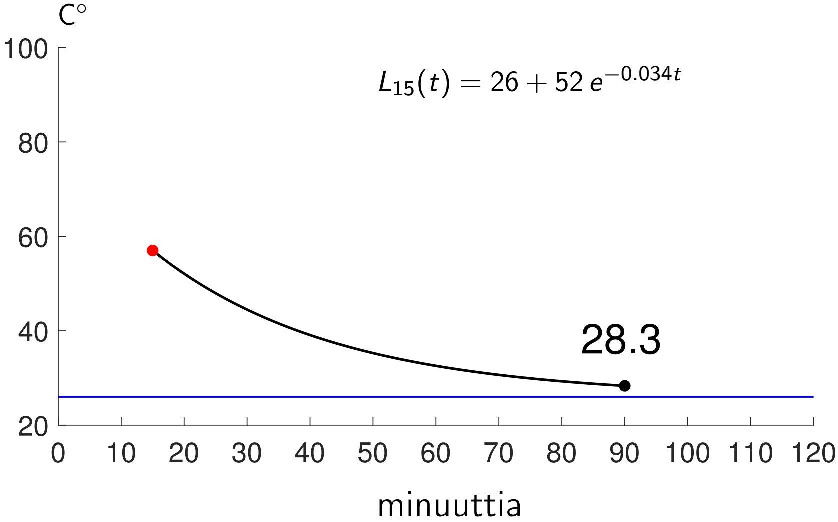
Nyt pidämme jäähtymisen nopeutta kuvaavan vakion b samana ja säädämme vakiota C niin, että malli kulkee 15 minuutin kohdalla mitatun datapisteen kautta. Etsimme siis vakiota C', jolla funktiolle $L_{15}(t) = 26 + C'\,e^{-0.034t}$ pätee $L_{15}(15) = 57$ C$^\circ$. Saamme

$$57 = 26 + C'\,e^{-0.034 \cdot 15}$$

ja edelleen

$$C' = \frac{57 - 26}{e^{-0.034 \cdot 15}} \approx \frac{31}{0.6004955} \approx 52.$$

Punainen piste: mittaus 15 minuutin kohdalla.
Musta piste: ennuste 90 minuutin kohdalle.

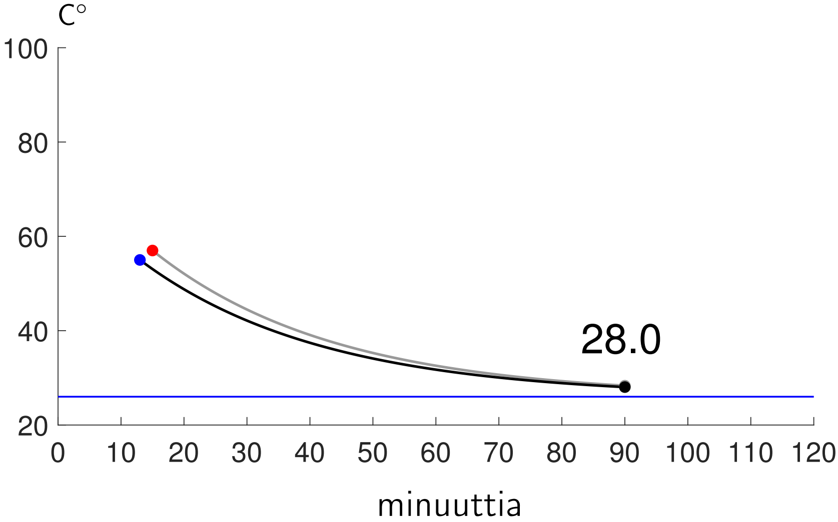


Virheiden vaikutus

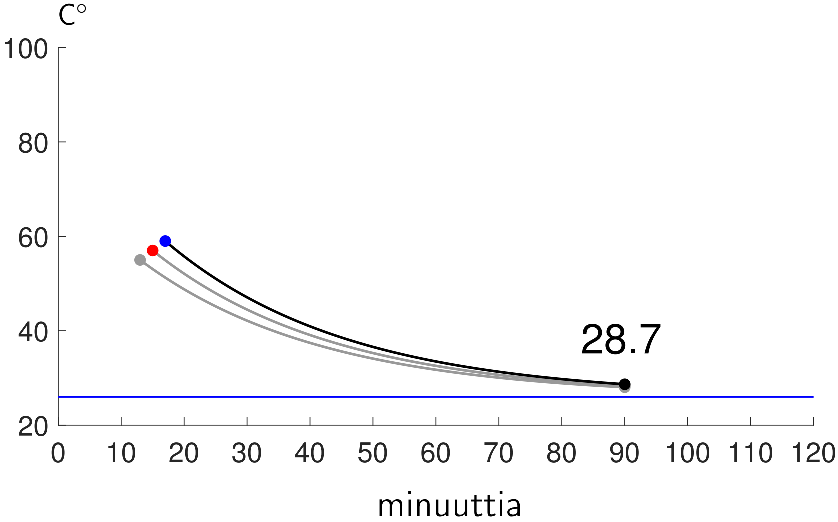
Entä jos mittauksessamme on hiukan virhettä sekä ajan että lämpötilan suhteen? Kuinka ennuste muuttuu silloin?

Tutkitaan asiaa laskemalla vastaavat ennusteet kuin yllä kahdelle hiukan virheelliselle mittaukselle.

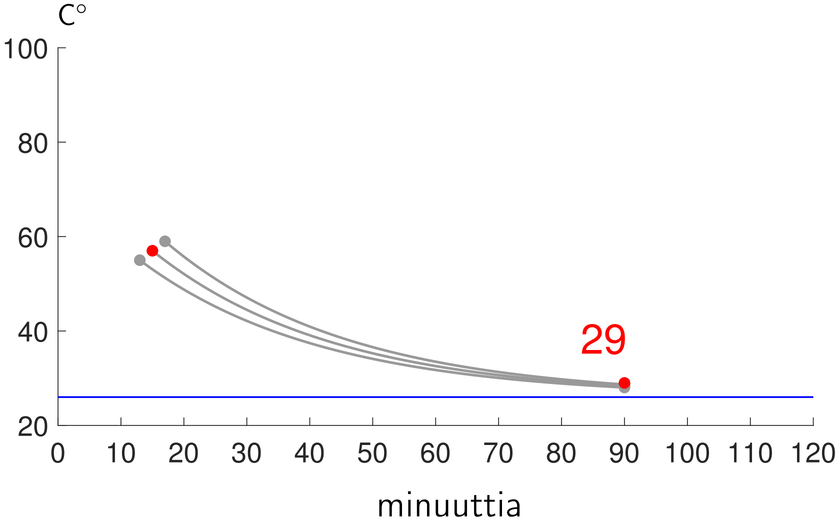
Pieni virhe ajassa ja alkulämmössä muuttaa ennustetta vain hiukan.



Toisenkinlainen virhe ajassa ja alkulämmössä muuttaa ennustetta vain hiukan.



Tässä on 90 minuutin kohdalla mitattu lämpötila. Ennusteet olivat aika hyviä virheistä huolimatta.



Outline

Lämpötilamittaukset

Mallin sovittaminen

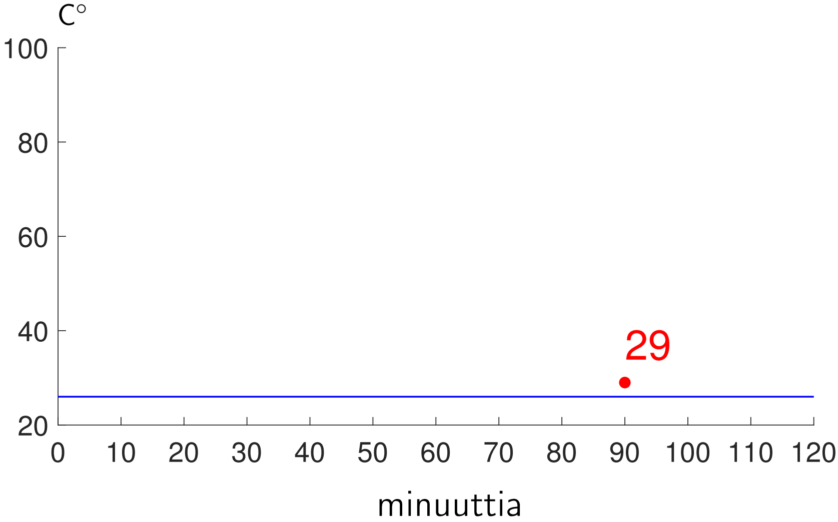
Tulevaisuuden ennustaminen

Menneisyyden “ennustaminen”

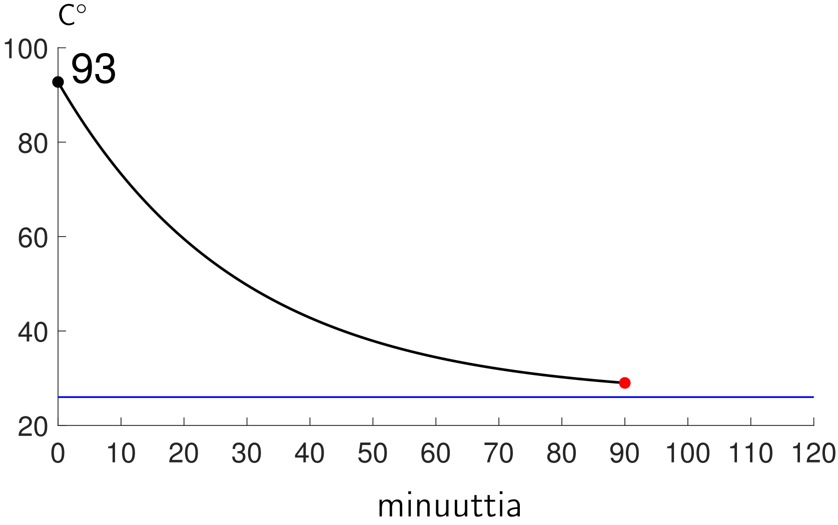
Kiehumishetken määritys

Punaisella 90 minuutin kohdalla tehty mittaus.

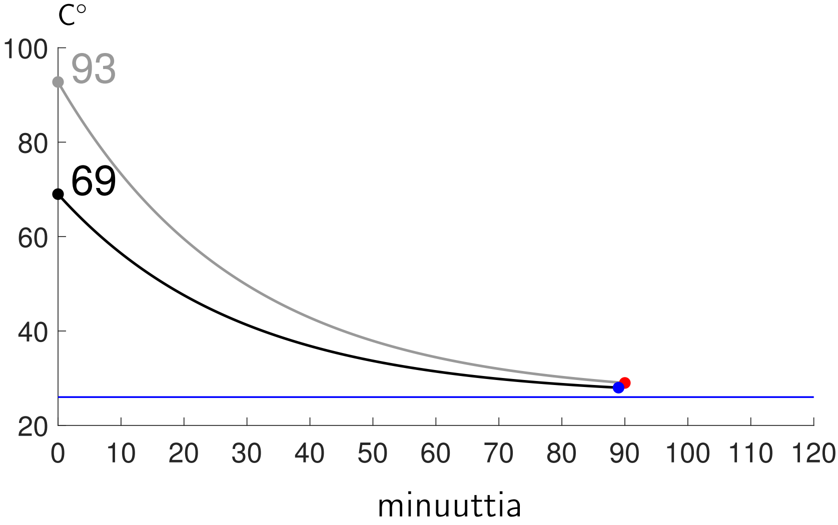
Ennustetaan siitä taaksepäin lämpötila hetkellä 0.



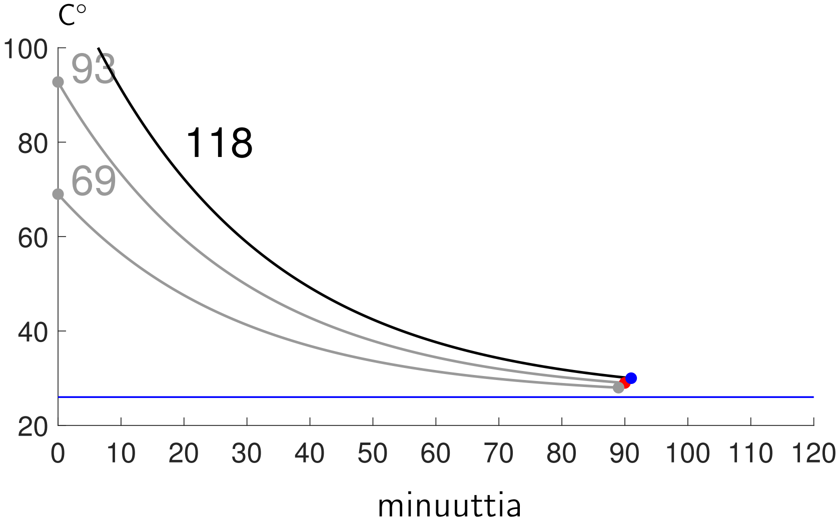
Takaperin ennustaminen ei mene ihan nappiin. Olihan vesi hetkellä 0 kiehuvaa eli sata-asteista.



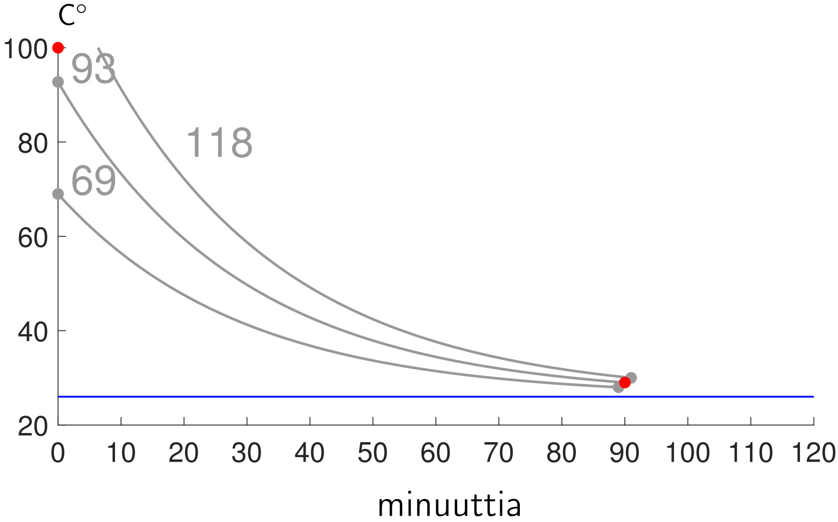
Entä jos mittauksessa hetkellä 90 on virhettä?



Entä jos mittauksessa hetkellä 90 on virhettä?

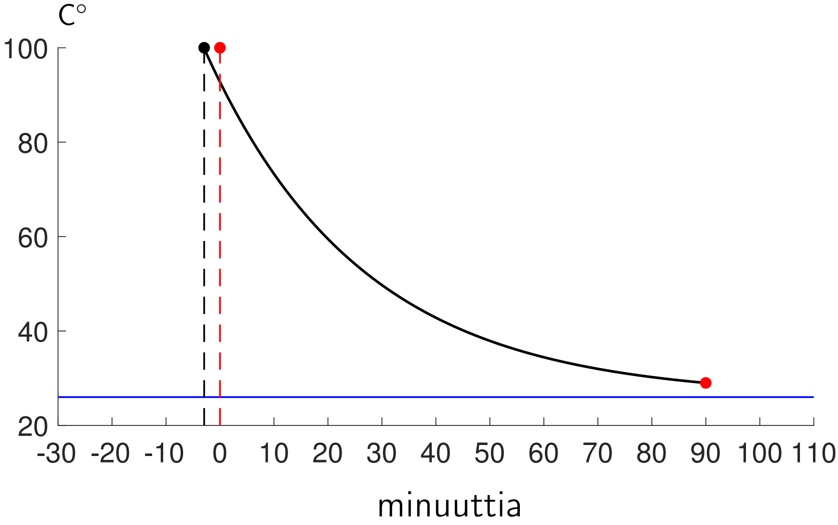


Menneisyyden ennustaminen on vaikeaa!

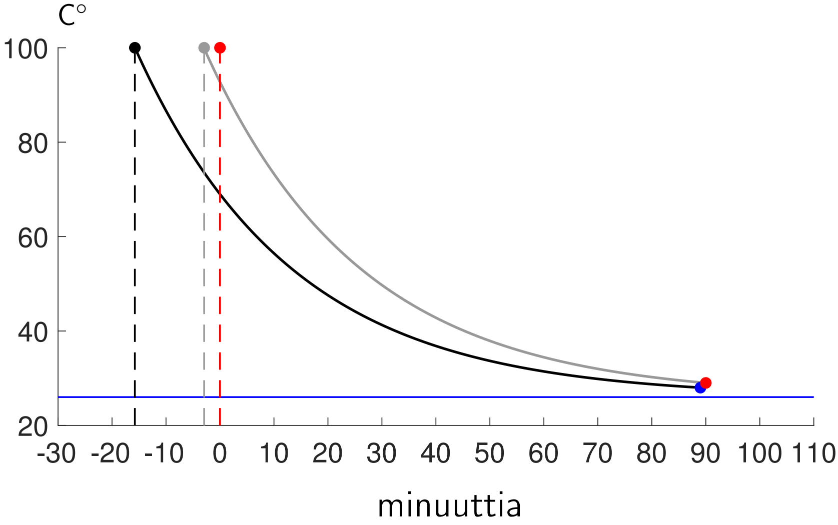


Outline

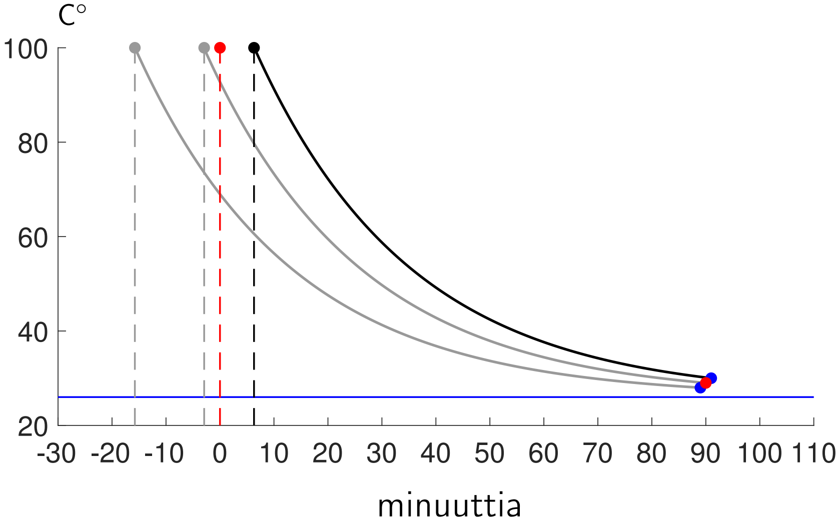
Milloin vesi kiehui? Lukemalla mallia takaperin 90 minuutin mittauksesta saamme kello 11:57.



Pikkuisen virheellinen mittaus puolentoista tunnin kohdalla muuttaa kiehumisajan arvioksi 11:44.



Virhe toiseen suuntaan muuttaa kiehumisajan arvioidun kellonajan lukemaan 12:06.



Mittausvirheen rajoissa voimme siis todeta, että vesi kiehui jollakin hetkellä 11:44 ja 12:06 välillä.