UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN

MÉTODOS NUMÉRICOS 3006907
TALLER 1, SEMESTRE 01–2023

Tema: Método de bisección

1. Falso o Verdadero (Justifique)

   (a) Considere los intervalos cerrados $\{[a_n,b_n]\}_{n\in\mathbb{N}}$ obtenidos con el método de bisección, de forma que $x_n = \dfrac{a_n+b_n}{2}$ y $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = r$, con r la raíz de la ecuación $f(x)=0$. De los siguientes enunciados, determine cuáles son verdaderos y cuáles son falsos.
      i. $[a_{n+1},b_{n+1}] \subset [a_n,b_n]$, $\forall n \geq 1$.
      ii. $\left| r - \dfrac{a_{n+1}+b_{n+1}}{2} \right| \leq \left| r - \dfrac{a_n+b_n}{2} \right|$, $\forall n \geq 1$.
      iii. $a_n \leq r \leq x_n$, $\forall n \geq 1$.
      iv. $b_n \geq r \geq x_n$, $\forall n \geq 1$.

   (b) Sea f una función definida en el intervalo $[a,b]$. Si $f(a)=-1$ y $f(b)=2$, entonces la función f tiene al menos un cero entre a y b.

2. Considere la ecuación
$$\tan(e^x) - \frac{x}{x-2} = 0.$$

   (a) Demuestre que la ecuación tiene una única raíz real en $[-1.5,0]$.

   (b) Justifique que se puede aplicar el método de bisección en $[-1.5,0]$ para aproximar la raíz de la ecuación y obtenga las 6 primeras aproximaciones a la raíz dadas por el método.

   (c) ¿Cuántas iteraciones son necesarias, con el método de bisección, para que el error absoluto cometido al aproximar la raíz partiendo del intervalo $[-1.5,0]$, sea menor que 10^{-6}?

3. Explorar la rutina `[c, err, yc] = bisect (f, a, b, delta)` de MATLAB

```
function  [c, err, yc] = bisect (f, a, b, delta)

ya = feval(f, a);
yb = feval(f, b);
if  ya*yb > 0, return, end
max1 = 1 + round((log(b-a) - log(delta)) / log(2));
for  k = 1:max1
  c = (a + b) / 2;
  yc = feval(f, c);
  if  yc == 0
      a = c;
      b = c;
  elseif  yb*yc > 0
      b = c;
      yb = yc;
  else
      a = c;
      ya = yc;
  end
  if  b-a < delta, break, end
end

c = (a + b) / 2;
err = abs(b - a);
yc = feval(f, c);
```

   y escribir nuestra propia rutina `bisect` en Python.

4. Considere la función $f(x) = e^x \cos(3x) - \operatorname{sen}(5x+1)$

   (a) ¿Cuántos números críticos tiene la función f en el intervalo $[-2,1.5]$?

   (b) Calcule el valor máximo y mínimo de f en el intervalo $[-2,1.5]$, emplee el método de bisección.