



**MÉTODOS NUMÉRICOS 3006907**  
**TALLER 6, SEMESTRE 01-2023**

**Tema: Interpolación Polinomial**

1. Los datos siguientes son tomados de un polinomio de grado  $\leq 5$ . Cuál es el grado del polinomio?

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$p(x)$	-5	1	1	1	7	25

2. Determine el valor de  $\alpha$

$x$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	0	$\alpha$	-7	-18

si se sabe que el polinomio interpolante para los valores de la tabla es de grado 2.

3. La tabla de diferencias divididas para el polinomio interpolante de una función  $f(x)$  definida en  $[0, 0.7]$  está dada por

$x_k$	$f[x_k]$	$f[x_{k-1}, x_k]$	$f[x_{k-2}, x_{k-1}, x_k]$
$x_0 = 0$	$f[x_0]$		
$x_1 = 0.4$	$f[x_1]$	$f[x_0, x_1]$	
$x_2 = 0.7$	6	10	$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{50}{7}$

Encuentre  $f[x_0]$ ,  $f[x_1]$  y  $f[x_0, x_1]$ .

4. Complete la siguiente tabla de diferencias divididas obtenida a partir de los valores de una función  $f$  en los nodos  $-2, -1, 0, 1$  y 2:

$x_k$	$f[x_k]$	$f[x_{k-1}, x_k]$	$f[x_{k-2}, x_{k-1}, x_k]$	$f[x_{k-3}, x_{k-2}, x_{k-1}, x_k]$	$f[x_{k-4}, x_{k-3}, x_{k-2}, x_{k-1}, x_k]$
$x_0 = -2$	$f[x_0]$				
$x_1 = -1$	-1	-2			
$x_2 = 0$	$f[x_2]$	0	1		
$x_3 = 1$	1	2	$f[x_1, x_2, x_3]$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3]$	
$x_4 = 2$	5	4	1	$f[x_1, x_2, x_3, x_4]$	$f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$

Utilice esta tabla para construir polinomios interpolantes para  $f(x)$  en:

- (a)  $x = -1, 0, 1$ . (b)  $x = -1, 0, 1, 2$ . (c)  $x = -2, -1, 0, 1$ . (d)  $x = -2, -1, 0, 1, 2$ .

5. Considere la función  $f(x) = \frac{x^3 + \sin(x)}{e^x + 15}$  y los nodos  $x_0 = -2.8$ ,  $x_1 = -1.1$ ,  $x_2 = 2.4$ ,  $x_3 = 5.1$ . Halle:

- (a) El coeficiente polinómico de Lagrange  $L_3(x)$ .  
(b) El polinomio interpolante para  $f$  usando todos los nodos.  
(c) El valor de  $f[-2.8, -1.1, 2.4]$ .  
(d) El valor *aproximado* de  $f(3.8)$ .  
(e) El error relativo cometido al aproximar  $f(3.8)$  por medio del polinomio interpolante hallado en (b).

6. Considere la función  $f(x) = e^{\tan^{-1}(x)}$

- (a) Se aproxima con su polinomio de Taylor de grado 3 alrededor de  $x_0 = 0$ . Encuentre una cota *razonable* para el valor absoluto del error en esta aproximación sabiendo que se trabaja en el intervalo  $|x| \leq 1$ .  
(b) Se aproxima con el polinomio interpolante de grado 3 empleando los nodos  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_2 = 0$  y  $x_3 = 1$ . Encuentre una cota *razonable* para el valor absoluto del error en esta aproximación sabiendo que se trabaja en el intervalo  $|x| \leq 1$ .  
*Ayuda:* Un cero del polinomio  $p'(x)$  es 0.66317, donde  $p(x) = x(x-1)(x+1)(x+0.5)$ .  
(c) Se aproxima con el polinomio interpolante de grado 3 empleando los nodos de Chebyshev, encuentre una cota *razonable* para el valor absoluto del error en esta aproximación sabiendo que se trabaja en el intervalo  $|x| \leq 1$ .

7. Hallar el polinomio de grado menor igual a 5 que mejor aproxima a la función  $f(x) = \ln(x^2 + 3)e^{-3x}$  en el intervalo  $[-1, 3]$ . Obtenga una cota para el error en términos del  $\max_{-1 \leq x \leq 3} |f^{(6)}(x)|$ .