PROBLEMAS DE APLICACIÓN.
Polinomio de interpolación de Lagrange, splines y curvas de ajuste.

1. Se sospecha que las elevadas concentraciones de tanina en las hojas de los robles maduros inhiben el crecimienbto de las larvas de la polilla invernal (Operophtera bromata L., Geometridae) que tanto dañan a los árboles en algunos años. La tabla anexa contiene el peso promedio de dos muestras de larvas, tomadas en los primeros 28 días después del nacimiento. La primera muestra se crió en hojas de robles jóvenes, mientras que la segunda se hizo en hojas maduras del mismo roble.

   a) Use la interpolación de Lagrange para aproximar la curva del peso promedio de las muestras.

   b) Para calcular un peso promedio máximo apróximado de cada muestra, determine el máximo de cada polinomio interpolante.

día	0	6	10	13	17	20	28
Peso promedio de la muestra 1 (en mg)	6.67	17.33	42.67	37.33	30.10	29.31	28.74
Peso promedio de la muestra 2 (en mg)	6.67	16.11	18.89	15.00	10.56	9.44	8.89

2. Un automóvil va por una carretera recta y su velocidad se cronometra en varios puntos. Los datos tomados de las observaciones aparecen en la tabla adunta, donde el tiempo se anota en segundos, la distancia en pies y la velocidad en pies por segundo.

Tiempo	0	3	5	8	13
Distancia	0	225	383	623	993
Velocidad	75	77	80	74	72

   a) Use un spline cúbico sujeto para predecir la posición del automóvil y su velocidad en el instante $t = 10$ segundos.

   b) Use la derivada del spline calculado en el literal anterior, para determinar si el automóvil rebasa el límite de velocidad de 55 millas por hora; de ser así, ¿ en qué momento el automóvil excede esta velocidad ?

3. Se reunieron los siguientes datos para determinar la relación entre la presión y temperatura correspóndientes a un volumen fijo (10 m^3) de 1 kg de nitrógeno.

T (temperatura, datos en ^oC)	-20	0	20	40	50	70	100	120
p (presión, datos en Newtons por m^3)	7500	8104	8700	9300	9620	10200	11200	11700

   Emplee la ley de los gases ideales
$$pV = nRT$$
   para determinar R con base en estos datos. (Aplique una curva de ajuste a los datos linealizados y tenga presente que en la ecuación anterior la temperatura debe estar expresada en grados Kelvin).

4. Se realiza un experimento para definir la relación entre el esfuerzo aplicado y el tiempo para fracturar un acero inoxidable. Se aplican ocho diferentes valores de esfuerzo y los datos resultantes son:

Esfuerzo aplicado ($\frac{kg}{mm^2}$)	x	5	1 0	15	20	25	30	35	40
tiempo de fractura	t	40	30	25	40	18	20	22	15

a) Grafique los datos.

b) Encuentre la ecuación de la recta de ajuste en mínimos cuadrados.

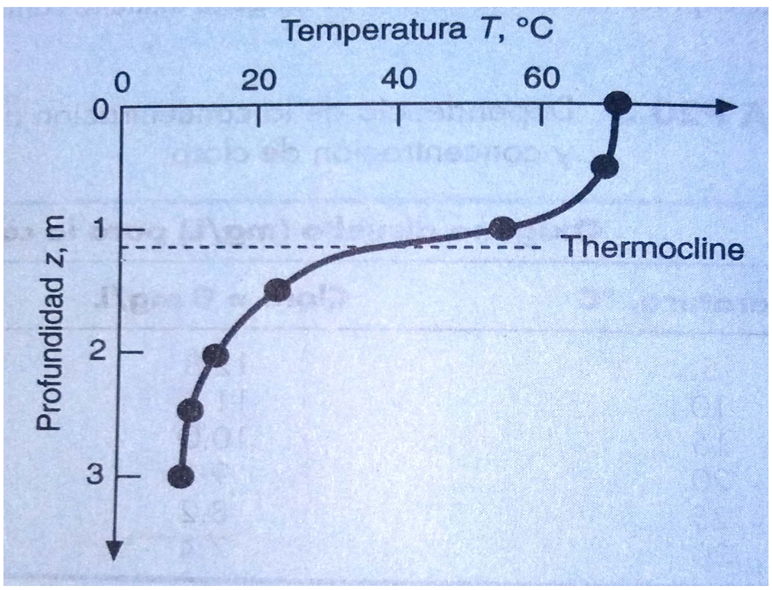
c) Use la recta de ajuste para predecir el tiempo de fractura para un esfuerzo aplicado de 17 $\frac{kg}{mm^2}$.

d) Repita los literales b) y c) pero considerando ahora una curva de ajuste de la forma

$$t = C_1 e^{C_2\, x}$$

5. Un reactor está termicamente estratificado con los valores de la siguiente tabla:

Profundidad (en metros) z	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Temperatura (datos en ^oC) T	70	68	55	22	13	11	10



Como se ilustra en la figura, se puede idealizar al tanque como dos zonas separadas por un fuerte gradiente de temperatura o thermocline. La profundidad de este gradiente se puede definir como el punto de inflexión de la curva temperatura-profundidad; es decir, el punto para el cual

$$\frac{d^2T}{dz^2} = 0\ .$$

A esta profundidad, el flujo de calor de la superficie al fondo de la capa se puede calcular con la ley de Fourier:

$$J = \, -\, k\frac{dT}{dz}\ .$$

Use un spline cúbico que interpole estos datos con el fin de determinar la profundidad de la thermocline. Considere una constante

$$k = \, 0{,}01\frac{\text{cal}}{\text{s-cm-}\ ^oC}$$

Calcule el flujo a través de la interface.

6. La concentración temporal de fármacos en el torrente sanguíneo puede describirse mediante la fórmula

$$y = ate^{bt} \ ,$$

donde t denota el tiempo transcurrido después de administrar el fármaco. El modelo debe exhibir un aumento rápido del medicamento cuantro entra en el torrente sanguíneo, seguido de un decaimiento exponencial lento. La **vida media** del fármaco se define como el tiempo que transcurre desde que la concentración alcanza su nivel máximo, $y_{\max}$, hasta que se reduce la su mitad: $\frac{y_{\max}}{2}$. Al linealizar el modelo, aplicando a ambos lados de la ecuacioón el logartimo natural, se obtiene

$$A + Bt = \ln(y) - \ln(t) \ ,$$

donde $A = \ln(a)$ y $B = b$. Esto conduce a la ecuación matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ . & . \\ . & . \\ 1 & t_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(y_1) - \ln(t_1) \\ \ln(y_2) - \ln(t_2) \\ . \\ . \\ \ln(y_m) - \ln(t_m) \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones normales se resuelven para A y B , obteniendo así los parámetros del modelo: $a = e^A$ y $b = B$.
Usando este método ajuste el modelo con el nivel medido del fármaco norfluoxetina en el torrente sanguíneo de un paciente , dado por la siguiente tabla:

hora	t	1	2	3	4	5	6	7	8
concentración (ng/ml)	y	8	12.3	15.5	16.8	17.1	15.8	15.2	14

A partir del modelo obtenido calcule el momenbto de concentración máxima, la concentración máxima y la vida media.

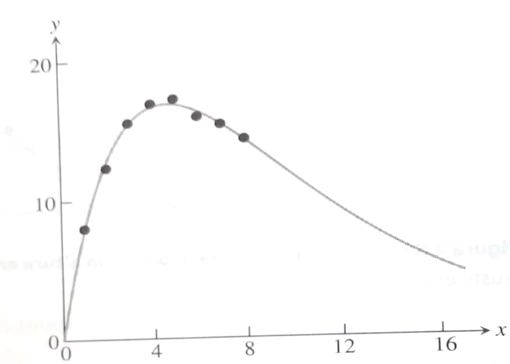


Figura 4.9 Gráfica de la concentración del fármaco en la sangre. El modelo (4.21) muestra un decaimient exponencial después del pico inicial.

Bibliografía

Steven C. Chapra y Raymond P. Canale; 2001, Métodos numéricos para ingenieros, McGraw Hill; tercera edición. Ejercicios números 3, 4 y 5 .

Richard L.Burden, Douglas J. Faires y Annette M. Burden; 2017, Análisis numérico , Cengage learning; décima edición. Ejercicios números 1 y 2.

Timothy Sauer; 2017, Análisis numérico , Pearson; segunda edición. Ejercicio número 6.