1 第一章复习

1.4 事件的独立性

两个事件的独立性

定义：若两事件 A、B 满足

$$P(AB) = P(A)P(B),$$

则称事件 A、B 相互独立。实际意义：若 $P(B) > 0$，则上式等价于

$$P(A|B) = P(A),$$

即事件 A 的概率不受事件 B 发生与否的影响。

两个事件的独立性

性质：若事件 A 与 B 相互独立，则

$$\overline{A} \text{ 与 } B\text{、}A \text{ 与 } \overline{B}\text{、}\overline{A} \text{ 与 } \overline{B}$$

也是相互独立的。

小注: 若 A 与 B 相互独立, 且 B 与 C 相互独立, 则 A 与 C 未必相互独立.

多个事件的独立性

定义. 称 $n(n \geq 2)$ 个事件 $A_1, A_2, \ldots, A_n$ 相互独立, 如果对任意一组指标

$$1 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq n \quad (k \geq 2)$$

都有

$$P\left(A_{i_1} A_{i_2} \cdots A_{i_k}\right) = P\left(A_{i_1}\right) P\left(A_{i_2}\right) \cdots P\left(A_{i_k}\right)$$

性质. 设 $n(n \geq 2)$ 个事件 $A_1, A_2, \ldots, A_n$ 相互独立, 则

1. 其中任意 $k(k \geq 2)$ 个事件也是相互独立的.
2. 将若干个 A_i 用 $\overline{A}_i$ 替换后, 得到的新事件集也相互独立.
3. 特别地, 我们有

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup \cdots \cup A_n) &= 1 - P\left(\overline{A}_1\right) \cdots P\left(\overline{A}_n\right) \\ &= 1 - \prod_{1}^{n} [1 - P(A_i)] \end{aligned}$$