2016–2017学年第二学期期末试题

一、单项选择题（本大题共5小题, 每小题2分, 共10分）

1. 某种动物活到25岁以上的概率为0.8, 活到30岁以上的概率为0.4, 则现年25岁的这种动物活到30岁以上的概率是 (　　)

(A) 0.76　　(B) 0.4　　(C) 0.32　　(D) 0.5

2. 下列函数中可作为随机变量分布函数的是 (　　)

(A) $F_1(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1;\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

(B) $F_2(x)=\begin{cases}-1, & x<0;\\ x, & 0\le x<1;\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$

(C) $F_3(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ x, & 0\le x<1;\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$

(D) $F_4(x)=\begin{cases}0, & 0<0;\\ x, & 0\le x<1;\\ 2, & x\ge 1.\end{cases}$

3. 设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}, & 0<x<2, 0<y<2;\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 则 $P\{0<X<1, 0<Y<1\}=$ (　　)

(A) $\frac{1}{4}$　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $\frac{3}{4}$　　(D) 1

4. 设(X,Y)为二维随机变量, 且$D(X)>0, D(Y)>0$, 则下列等式成立的是 (　　)

(A) $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)$

(B) $\mathrm{Cov}(X,Y)=\rho_{\mathrm{XY}}\cdot\sqrt{D(X)}\cdot\sqrt{D(Y)}$

(C) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

(D) $\mathrm{Cov}(2X,2Y)=2\mathrm{Cov}(X,Y)$

5. 设随机变量X和Y相互独立且同服从正态分布$N(0,4)$. 从中分别抽取样本X_1, X_2和Y_1, Y_2, 则统计量$U=\dfrac{X_1+X_2}{\sqrt{Y_1^2+Y_2^2}}$服从 (　　)

(A) $t(2)$　　(B) $t(4)$　　(C) $\chi^2(2)$　　(D) $\chi^2(4)$

二、填空题（本大题共5小题, 每小题4分, 共20分）

1. 已知事件A, B满足$P(A\cap B)=P(\overline{A}\cap\overline{B})$, 若$P(A)=0.2$, 则$P(B)$=________.

2. 设随机变量X服从区间$[2,\theta]$上的均匀分布, 且概率密度$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}, & 2\le x\le\theta \\ 0 & 其他\end{cases}$,

   则θ=________.

3. 设随机变量X与Y相互独立, 且方差分别为6和3, 则$D(2X-Y+4)=$________.

4. 设X_1, X_2,…是独立同分布的随机序列, 且具有相同的数学期望和方差 $E(X_i)=0.1$, $D(X_i)=0.09\,(i=1,2,\ldots)$, 则$\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-0.1n}{\sqrt{n}}\le 0.6\right\}=$________________.

5. 设总体$X\sim N(\mu,1)$, x_1,x_2为来自总体X的一个样本, 估计量$\widehat{\mu}_1=\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}x_2$, $\widehat{\mu}_2=\frac{1}{3}x_1+\frac{2}{3}x_2$, 则方差较小的估计量是________.

三、计算题（本大题共4题, 每题10分, 共40分, 解答应写出推理, 演算步骤）

1. 设随机变量X服从$[0,1]$上的均匀分布, 求随机变量函数$Y=\mathrm{e}^X$的概率密度$f_Y(y)$.

2. 设二维随机变量(X,Y)只能取下列数组中的值：$(0,0)$, $(-1,1)$, $(-1,\frac{1}{3})$, $(2,0)$, 且取这些值的概率依次为$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$.

   (1) 写出(X, Y)的概率分布表;

   (2) 求(X, Y)分别关于X, Y的边缘分布律.

3. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y, \\ 0, & 其他,\end{cases}$$

   试求：

   (1) 边缘概率密度$f_X(x)$、$f_Y(y)$，并说明X与Y的独立性；

   (2) 在$Y=0.2$的条件下，X的条件概率密度。

4. 设总体X服从指数分布，其概率密度函数$f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，其中$\lambda>0$，是未知参数。$x_1,x_2\cdots,x_n$是来自总体$X$的一组样本观测值，求参数$\lambda$的最大似然估计值。

四、综合应用题（本大题共3题，每题10分，共30分.解答应写出推理，演算步骤）

1. 试卷中有一道选择题，共有4个答案可供选择，其中只有1个答案是正确的.任一考生如果会解这道题，则一定能选出正确答案；如果不会解这道题，则不妨任选1个答案。设考生会解这道题的概率是0.8。
(1) 求考生选出正确答案的概率；
(2) 已知某考生所选答案是正确的，求他确实会解这道题的概率。

2. 某次考试成绩X（单位：分）服从正态分布$N(75,15^2)$。
(1) 求此次考试的及格率$P\{X\ge 60\}$和优秀率$P\{X\ge 90\}$;
(2) 考试成绩至少高于多少分能排名前33.33%？
(附：$\Phi(0.33)=0.6293$，$\Phi(0.431)=0.6667$，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2.18)=0.9854$)

3. 设某行业的一项经济指标服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，其中μ，σ均未知。今获取了该指标的20个数据作为样本，并算得样本均值$\overline{x}$=56.93，样本方差$s^2=(0.93)^2$。试求：
(1) 该项经济指标标准差σ的置信水平为98% 置信区间；
(2) 该项经济指标均值μ的置信水平为95% 的（单侧）置信下限。（$\chi^2_{0.01}(19)=36.19$，$\chi^2_{0.99}(19)=7.63$，$t_{0.05}(19)=1.729$，$t_{0.025}(19)=2.093$)