

2017-2018学年第一学期期末试题

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 对于任意两个事件 A 与 B , 则 $P(A-B) = (\quad)$
(A) $P(A) - P(B)$ (B) $\overline{P(A) - P(B)} + P(AB)$
(C) $P(A) - P(AB)$ (D) $P(A) + P(\overline{B}) - P(\overline{AB})$
2. 设 X_1, X_2, X_3 相互独立同服从参数 $\lambda = 3$ 的泊松分布, $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, 则 $E(Y^2) = (\quad)$
(A) 1 (B) 6 (C) 9 (D) 10
3. 设随机变量的概率密度为 $f_X(x)$, 则 $Y = 3X - 1$ 的概率密度为 $f_Y(y) = (\quad)$
(A) $\frac{1}{3}f_X(\frac{y+1}{3})$ (B) $3f_X(\frac{y+1}{3})$ (C) $\frac{1}{3}f_X[3(y+1)]$ (D) $3f_X(\frac{y-1}{3})$
4. 设 X 与 Y 为两个随机变量, 且它们的相关系数 $\rho_{XY} = 0$, 则成立的是 (\quad)
(A) X 与 Y 一定独立 (B) X 与 Y 不相关
(C) X 与 Y 独立且不相关 (D) X 与 Y 仅不相关, 但不独立
5. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则 $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{(X_3 - X_4)^2}} \sim (\quad)$
(A) $\chi^2(1)$ (B) $F(1, 2)$ (C) $t(1)$ (D) $N(0, 1)$

二、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

1. 两射手彼此独立地向同一目标射击, 设甲击中的概率为0.8, 乙击中的概率为0.7, 则目标被击中的概率为_____.
2. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} kx + 1, & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 则 $k =$ _____.
3. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为0.5, $E(X) = E(Y) = 0$, $E(X^2) = E(Y^2) = 2$, 则 $E[(X + Y)^2] =$ _____.

4. 若 $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 且 X_i 相互独立, 则 $X = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_n X_n$ 服从 _____ 分布, 且 $D(X) =$ _____.

5. 在每次试验中, 事件 A 发生的概率为 0.5, 应用切比雪夫不等式估计在 1000 次试验中, 事件发生的次数在 400 与 600 之间的概率 $P\{400 < X < 600\} \geq$ _____.

三、计算题 (1、2、5 和 6 每题 10 分, 3 和 4 每题 15 分, 共 70 分. 解答应写出推理, 演算步骤)

1. 已知 5% 的男人和 0.25% 的女人是色盲, 假设男人女人各占一半. 现随机地挑选一人, 求:

(1) 此人恰是色盲的概率是多少?

(2) 若随机挑选一人, 此人不是色盲, 问其是男人的概率多大?

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+y) & x > 0, y > 0 \\ e^{-(x+y)} & \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 讨论 X 与 Y 是否独立?

(2) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度.

3. 设元件的正品率为 0.8, 若要以 0.95 的概率保证箱内正品数大于 1000 只, 试用中心极限定理估计箱内至少要装多少只元件? (注: $\Phi(1.64) = 0.95$)

4. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta^2}{x^3} e^{-\frac{\theta}{x}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases},$$

其中 $\theta > 0$ 是未知参数. (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的容量 n 的简单随机样本, 试求:

(1) θ 的矩估计量;

(2) θ 的极大似然估计量.