第十一章　本章历学年期末试题

1. (**2017年**)以下四个关于级数的结论中，正确的结论是 (　　)

   (A) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n^2$ 都收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (u_n+v_n)^2$ 收敛.

   (B) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |u_n v_n|$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n^2$ 都收敛.

   (C) 若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散，则 $u_n \geq \dfrac{1}{n}$.

   (D) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，且 $u_n \geq v_n\ (n=1,2,\cdots)$, 则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 也收敛.

2. (**2016年**) 设a为常数,则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sin a}{n^2}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$ (　　) .

   (A) 绝对收敛　　**(B)** 发散

   (C) 条件收敛　　**(D)** 收敛性取决于a的值

3. (**2014年**) 若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ 满足关系 $a_n \leq b_n$, 则 (　　) .

   (A) 当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛时， $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ 也收敛　　**(B)** 当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ 收敛时， $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 也收敛

   (C) 当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ 发散时， $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛　　**(D)** 当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ 发散时， $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 也发散

4. (**2013年**)设 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 是正项级数，且 $u_n > v_n(n=1,2,\cdots,99)$, $u_n \leq v_n(n=100,101,\cdots)$, 则下列命题正确的是 (　　) .

   (A) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛　　**(B)** 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散, 则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散

   (C) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散　　**(D)** 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛， 则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散

5. (**2012年**)设$0<u_n<\dfrac{1}{n}(n=1,2,\cdots)$，则下列级数中一定收敛的是 (　　) .

   (A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$　　**(B)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$　　**(C)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt{u_n}$　　**(D)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n^2$

6. (2011年)设级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$收敛, 则下列级数中必定发散是 (　　).

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n^2$　　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{u_n}$

7. (2010年) 设 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$, 则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ (　　).

(A) 一定收敛, 其和为零　　(B) 一定收敛, 但和不一定为零

(C) 一定发散　　(D) 可能收敛, 也可能发散

8. (2017年) 设幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x+1)^n$ 的收敛域是 $(-4,2]$, 则幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n a_n(x-2)^n$ 的收敛区间是________.

9. (2016年) 设 $\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \dfrac{1}{4}$, 则幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$的收敛半径$R=$________.

10. (2015年) 实数 q 满足什么条件，几何级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} q^{n-1}$ 收敛，即 q 满足 ________.

11. (2014年) 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n \dfrac{x^n}{2^n}$, $|x|<2$ 的和函数是 ________.

12. (2013年) 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n n}x^n$ 的收剑半径为________.

13. (2012年)幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2^n\cdot n}(x-1)^n$的收敛域为 ________.

14. (2011年)级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+2)}$的和$S=$ ________.

15. (2010年)设幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}x^n$的收敛域为________.

16. (2017年) 判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\ln(1+n)}$ 敛散性，若收敛，指出其是绝对收敛还是条件收敛.

17. (2017年)求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n}}{2^n\cdot n}$ 的收敛域及和函数.

18. (2016年)求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+2}$的和函数及收敛域。

19. (2016年)将函数$f(x)=\frac{1}{5-x}$展开为$(x-1)$的幂级数,并求其收敛域.

(A班) 将函数$f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$展开为$(x-1)$的幂级数,并求其收敛域.

20. (2015年) 级数$\sum_{n=2}^{\infty}\sin\left(n\pi+\frac{1}{\ln n}\right)$是绝对收敛，条件收敛，还是发散？

21. (2014年)求幂级数$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{n}(x-1)^n$ 的收敛域。

22. (2013年)判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\frac{n+1}{n}$ 的敛散性.

23. (2013年)将函数 $f(x)=\ln x$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数。

24. (2012年) (本题满分8分)判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{b}{a_n})^n$的敛散性，其中$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$，$(a>0$，$b>0)$.

25. (2012年) 将函数$f(x)=\frac{1}{x^2+4x+3}$展开成$(x-1)$的幂级数.

26. (2011年)讨论级数$\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{a^n}(a>0)$是绝对收敛,条件收敛,还是发散.

27. (2011年)试求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)x^n$的收敛域$I$与和函数$S(x)$,并求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n}$的和.

[另附] 试求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}nx^n$的收敛域I与和函数$S(x)$,并求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$的和.

28. (2010年)判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n+1}}$绝对收敛和条件收敛性.

29. (2010年) 将函数$f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$展开成$(x+4)$的幂级数.

30. (**2011年**)设级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n^2$收敛, 证明级数$\sum\limits_{n=}^{\infty} \frac{u_n}{n}$绝对收敛.

[另附] 设级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$收敛, 证明级数$\sum\limits_{n=}^{\infty} \frac{u_n}{n^2}$绝对收敛.