# 第三章历年期末试题

1. (**2020年**) 已知生产某商品 $Q$ 单位, 需求函数为 $Q=16-\dfrac{P}{3}$, 当 $P=8$ 时，若价格上涨 $1\%$, 则需求将 ( ).

**(A)** 减少 $0.8\%$ **(B)** 增加 $0.8\%$ **(C)** 减少 $0.2\%$ **(D)** 增加 $0.2\%$

2. (**2019年**) 函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ 的第一类间断点的个数为 ( ).

**(A) 0** **(B) 1** **(C) 2** **(D) 3**

3. (**2019年**) 设 $Q=f(p)$ 为需求函数, 其中 $p$ 为价格 ( 单位: 元 / 吨 ),$Q$ 为需求量 ( 单位：吨)。若价格为 **100** 元 / 吨时的需求弹性为 $\eta(100)=-\frac{100}{f(100)}f'(100)=0.25$, 则当价格调整为 **101** 元 / 吨时, 需求量将约 ( ).

**(A)** 增加 $25\%$ **(B)** 增加 $0.25\%$ **(C)** 减少 $25\%$ **(D)** 减少 $0.25\%$

4. (**2018年**) 函数 $y=|\sin x|$ 在 $x=0$ 处是 ( ).

**(A)** 无定义 **(B)** 有定义，但不连续

**(C)** 连续但不可导 **(D)** 连续且可导

5. (**2018年**) 设 $y=x+\sin x$, $\mathrm{d}y$ 是 $y$ 在 $x=0$ 点的微分，则当 $\Delta x\to 0$ 时，有 ( ).

**(A)** $\mathrm{d}y$ 与 $\Delta x$ 相比是等价无穷小

**(B)** $\mathrm{d}y$ 与 $\Delta x$ 相比是同阶 (非等价) 无穷小

**(C)** $\mathrm{d}y$ 是比 $\Delta x$ 高阶的无穷小

**(D)** $\mathrm{d}y$ 是比 $\Delta x$ 低阶的无穷小

6. (**2017年**) 设函数 $y=(1+\cos x)^{\arcsin x}$, 则微分 $\mathrm{d}y\big|_{x=0}=$ ( ).

**(A)** $-2\,\mathrm{d}x$ **(B)** $-\ln 2\,\mathrm{d}x$ **(C)** $2\,\mathrm{d}x$ **(D)** $\ln 2\,\mathrm{d}x$

7. (**2017年**) 设需求函数 $Q=3000\mathrm{e}^{-0.125p}$, 则当价格 $p=10$, 且上涨 **1%** 时，需求量 $Q$ 约 ( ).

**(A)** 减少 $1.25\%$ **(B)** 增加 $1.25\%$ **(C)** 减少 $125\%$ **(D)** 增加 $125\%$

8. (2015年) 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 则函数 $f\left(x+\frac{1}{4}\right)+f\left(x-\frac{1}{4}\right)$ 的定义域为 (  ).

(A) $[0,1]$　　(B) $\left[-\frac{1}{4},\frac{5}{4}\right]$　　(C) $\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right]$　　(D) $\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$

9. (2014年) 设函数 $f(x)=\sin 2x+3^x$, 则导数值 $f'(0)=$ (  )

(A) $\ln 3-2$　　(B) $\ln 3+2$　　(C) 1　　(D) $\ln 3+1$

10. (2013年) 设 $f(x)=3^x+x^2+\ln 3$, 则 $f'(1)$ 等于 (  ).

(A) $3\ln 3$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{3}{\ln 3}+2$　　(D) $3\ln 3+2$

11. (2012年) 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x+1)-f(1-x)}{x}=$ (  )

(A) $f'(1)$　　(B) $2f'(1)$　　(C) 0　　(D) $f'(2)$

12. (2012年) 某需求函数为 $Q=-100P+3000$，那么当 $P=20$ 时需求的价格弹性 $E_d=$ (  )

(A) 2　　(B) 1000　　(C) $-100$　　(D) $-2$

13. (2011年) 设 $f(x)=2^x+\ln 2$, 则 $f'(1)$ 等于 (  ).

(A) $2\ln 2$;　　(B) $2\ln 2+\frac{1}{2}$;　　(C) $\frac{2}{\ln 2}$　　(D) $\frac{2}{2\ln 2}+\frac{1}{2}$.

14. (2020年) 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 所确定, 则曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,1)$ 处的切线方程为 ________.

15. (2020年) 设函数 $f(x)=\frac{1}{3x+2}$, 对正整数 $n$, 则 $f^{(n)}(0)=$ ________.

16. (2020年) 设产量为 $Q$, 单价为 $P$, 厂商成本函数为 $C(Q)=100+13Q$, 需求函数为 $Q(P)=\frac{800}{P+3}-2$, 则厂商取得最大利润时的产量为 ________.

17. (2019年) 设函数 $f(x)=(1+\cos x)^{\frac{1}{x}}$, $dy|_{x=\frac{\pi}{2}}=$ ________.

18. (2019年) 设 $\begin{cases} x=f'(t) \\ y=tf'(t)-f(t) \end{cases}$, 其中 $f(t)$ 具有二阶导数, 且 $f''(t)\neq 0$, 则 $\frac{d^2y}{dx^2}=$ ________.

**19.** (**2018** 年) 设函数 $f(x)=x(\sin x)^{\cos x}$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=$________.

**20.** (**2018** 年) 设商品的需求函数为 $Q=100-5P$, 其中 $Q,P$ 分别表示需求量和价格. 如果商品需求弹性的绝对值大于 **1**, 则商品的价格的取值范围是__________.

**21.** (**2018** 年) 设曲线 $f(x)=x^n, n\in N$ 在点 $(1,1)$ 处的切线与 $x$ 轴相交于 $(\xi_n,0)$, 则极根 $\lim\limits_{n\to\infty} f(\xi_n)=$________.

**22.** (**2017** 年) 由参数方程 $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=2\sin^3 t \end{cases}$ 所确定的曲线在 $t=\frac{\pi}{4}$ 处的切线方程是__________________.

**23.** (**2017** 年) 设 $y=f(\sqrt{x})f^2(x)+f(\mathrm{e})$, 其中 $f(x)$ 在 $R$ 上可导, 则 $y'=$______________________________

**24.** (**2017** 年) 设函数 $y=x\mathrm{e}^x$, 对正整数 $n$, $n$ 阶导数 $y^{(n)}=$____________.

**25.** (**2016** 年) 某商品的需求函数为 $Q=400-100P$, 则 $P=2$ 时的需求弹性为________.

**26.** (**2015** 年) 设函数 $y=\dfrac{x}{\ln x}$, 则导数 $y'=$___________.

**27.** (**2015** 年) 曲线 $\begin{cases} x=\ln\left(1+t^2\right) \\ y=\arctan t \end{cases}$ 在 $t=1$ 的对应点处的切线方程是____________________.

**28.** (**2015** 年) 设 $y=(1+\sin x)^x$, 则 $y'\big|_{x=\pi}=$________.

**29.** (**2015** 年) 已知某商品的需求函数为 $Q=16-\frac{P}{3}$($P$ 为价格, $Q$ 为需求量), 当价格 $P=8$ 时, 若价格上涨 1%, 则需求量将下降约________.

**30.** (**2014** 年) 曲线 $y+x\mathrm{e}^y=1$ 在点 $P(0,1)$ 处的切线方程是______________.

**31.** (**2014** 年) 已知某商品的需求函数为 $Q=\mathbf{3000}-\mathbf{100}P$,（$P$ 为价格,$Q$ 为需求量）, 当价格 $P=20$ 时, 若价格上涨 1%, 则需求量将下降________.

**32.** (**2014** 年) 设函数 $f(x)=x\mathrm{e}^x$, 对正整数 $n$, 则 $f^{(n)}(0)=$________.

**33.** (**2014 年**) 设函数 $y=\dfrac{x\sin x}{1+x}$,则微分 $\mathrm{d}y=$ ________________.

**34.** (**2013 年**) 曲线 $y=x\mathrm{e}^x$ 在点 $(0,0)$ 处切线的方程是 ________.

**35.** (**2013 年**) 设某种商品的总收益 $R$ 关于销售量 $Q$ 的函数为 $R(Q)=104Q-0.4Q^2$, 则销售量 $Q$ 为 **50** 个单位时总收益的边际收入是 ________.

**36.** (**2012 年**) 设生产某产品 $Q$ 单位的总成本为 $C(Q)=1100+\dfrac{Q^2}{1200}$, 则生产 **1800** 个单位产品时的边际成本是________.

**37.** (**2011 年**) 曲线 $y=x\mathrm{e}^x$ 在拐点处切线的斜率是________.

**38.** (**2011 年**) 设某种商品的总收益 $R$ 关于销售量 $Q$ 的函数为 $R(Q)=104Q-0.4Q^2$, 则销售量 $Q$ 为 **50** 个单位时总收益的边际收入是________.

**39.** (**2020 年**) 设 $y=f(\dfrac{1}{x})\mathrm{e}^{-f(x)}$, 其中 $f(x)$ 可导, 求 $\mathrm{d}y$.

**40.** (**2020 年**) 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(t+1) \\ y=t^3+t^2 \end{cases}$ 所确定, 求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 及 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**41.** (**2019 年**) 设 $f(x)$ 是可导函数, 求函数 $y=f(\tan x)\cdot\arcsin[f(x)]+\mathrm{e}^2$ 的导数.

**42.** (**2019 年**) 设函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\varphi(x)-\cos x}{x} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$, 其中 $\varphi(t)$ 具有连续的二阶导数, 且 $\varphi(0)=1$.

(1) 确定 $a$ 的值, 使 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导, 并求 $f'(x)$;

(2) 讨论 $f'(x)$ 在点 $x=0$ 处的连续性.

**43.** (**2018 年**) 设函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0; \\ k^2, & x=0; \\ kx\mathrm{e}^x+1, & x>0. \end{cases}$ 试分析在点 $x=0$ 处,

(1) $k$ 为何值时, $f(x)$ 有极限;

(2) $k$ 为何值时, $f(x)$ 连续;

(3) $k$ 为何值时, $f(x)$ 可导.

**44.** (2018 年) 求由参数方程 $\begin{cases} x=\ln\sqrt{1+t^2} \\ y=\arctan t \end{cases}$ , 所确定的函数的一阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 及二阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**45.** (2018 年) 求由方程 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 所确定的隐函数 $y$ 在 $x=0$ 处的导数 $y'(0)$.

**46.** (2018 年) 已知 $y=x\ln x$, 求 $y^{(n)}$.

**47.** (2017 年)(本题 10 分) 设函数 $f(x)=\begin{cases} \sin\left(x^2\right) & x\le 0 \\ \dfrac{\ln(1+x)}{1+x} & x>0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$.

**48.** (2016 年) 设 $f(x)=\begin{cases} b(1+\sin x)+a+2 & x>0 \\ e^{ax}-1 & x\le 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上可导, 求 $a,b$ 及 $f'(x)$.

**49.** (2016 年) 已知函数 $\begin{cases} x=\sin t \\ y=\cos 2t \end{cases}$ , 求 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{t=\frac{\pi}{6}}$ .

**50.** (2015 年) 设函数 $y=f\left(\arcsin\dfrac{1}{x}\right)+(f(\sin x))^3$, 其中 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上具有一阶导数, 求 $\mathrm{d}y$ .

**51.** (2015 年) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy-e^x=0$ 确定, 试求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 与 $y''(0)$ .

**52.** (2014 年) 设函数 $y=f(\sin x)+\cos(f(x))$, 其中 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上具有一阶导数与二阶导数, 求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 与 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**53.** (2014 年) 设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\arctan t \\ y=\ln(1+t^2) \end{cases}$ 所确定, 试求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 与 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**54.** (**2014 年**) 设 $f(x)=\begin{cases} ax+b, & x<0 \\ \mathrm{e}^x, & x\geq 0 \end{cases}$, 确定 $a,b$ 的值使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导.

**55.** (**2013 年**) 已知函数 $y=x[\sin(\ln x)+\cos(\ln x)]$, 试求 $\mathrm{d}y$.

**56.** (**2013 年**) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x^2y-\mathrm{e}^{2x}=\sin y$ 所确定, 试求 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 与 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**57.** (**2013 年**) 设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=1-t^2, \\ y=t-t^3 \end{cases}$ 所确定, 试求 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 与 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**58.** (**2013 年**) 设函数 $y=(x^2+1)^3(x+2)^2x^6$, 试求 $y'$.

**59.** (**2012 年**) 已知函数 $y=\arctan \mathrm{e}\sqrt{x}$， 试求 $\mathrm{d}y$

**60.** (**2012 年**) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\cos(x+y)=y$ 所确定， 试求 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$

**61.** (**2012 年**) 设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(1+t) \\ y=t^3+t^2 \end{cases}$ 所确定， 试求 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$

**62.** (**2012 年**) 确定 $a,b$ 的值， 使得函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x\geq 0 \\ ax+b, & x<0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导。

**63.** (**2011 年**) 已知函数 $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$, 试求 $\mathrm{d}y$.

**64.** (**2011 年**) 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $x-y+\frac{1}{2}\sin y=0$ 所确定, 计求 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**65.** (**2011 年**) 设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln\left(1+t^2\right), \\ y=t-\arctan t, \end{cases}$ 所确定, 试求 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

**66.** (**2011 年**) 设函数 $y=\frac{(2x+1)^2\sqrt[3]{3x-2}}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$, 试求 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

**67.** (**2015 年**) 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义, 对任意的实数 $x_1,x_2$, 有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$, 且 $f(0)\neq 0$, $f'(0)=1$, 证明: $f'(x)=f(x)$.