定积分的换元公式

定积分换元公式：令 $x=\phi(t)$, 则有

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=\int_\alpha^\beta f(\phi(t))\phi'(t)\,\mathrm{d}t$$

其中，当 $x=a$ 时，$t=\alpha$；当 $x=b$ 时，$t=\beta$.

换元公数注意事项

应用换元公式时应注意:

(1) 用 $x=\varphi(t)$ 把变量 x 换成新变量时，积分限也相应的改变.

(2) 求出 $f[\varphi(t)]\varphi'(t)$ 的一个原函数 $\Phi(t)$ 后，不必象计算不定积分那样再要把 $\Phi(t)$ 变换成原变量 x 的函数，而只要把新变量的上、下限分别代入 $\Phi(t)$ 然后相减就行了.

(3) 用第一类换元法即奏微分法解定积分时可以不换元，当然也就不存在换上下限的问题了.

换元公数注意事项 **(二)**

(1) 用换元法解题时，要注意看换元积分公式的内容;

考察 $\int_{-1}^{1}\frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$, 令 $x=\frac{1}{t}$..(×)

(2) 对分段函数和含绝对值号的积分，计算时必须分区间进行;

(3) 对被积函数进行适当变形时, 要注意符号问题.

定理. *(1)* 若 $f(x)$ 为奇函数，则 $\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\,\mathrm{d}x=0.$

(2) 若 $f(x)$ 为偶函数，则 $\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\,\mathrm{d}x=2\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x.$

定理. $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，以 T 为周期则

$$\int_a^{a+T} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x. \ (a \text{ 为任意实数})$$

定积分的分部积分公式

设函数 $u(x)$ 、$v(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上具有连续导数，则有.

$$\boxed{\int_a^b u\,\mathrm{d}v = [uv]_a^b - \int_a^b v\,\mathrm{d}u}$$