第五节	经济学中的常用函数
5.1	需求函数
5.2	供给函数
5.3	总成本函数、总收益函数、总利润函数
5.4	库存函数

需求函数

需求量: 某一商品关于一定的价格水平,在一定的时间内,消费者愿意而且有支付能力购买的商品量。

如果价格是决定需求量的最主要因素，可以认为需求量 Q_d 是 P的函数, 称为**需求函数**，记作

$$Q_d = Q_d(P).$$

常见需求函数有:

1. 线性函数 $Q_d = -aP + b$, 其中 $a > 0$;
2. 幂函数 $Q_d = kP^{-a}$, 其中 $k > 0, a > 0$;
3. 指数函数 $Q_d = ae^{-bp}$, 其中 $a, b > 0$.

例 1　设某商品的需求函数为

$$Q = -aP + b \quad (a, b > 0)$$

讨论 $P = 0$ 时的需求量和$Q = 0$ 时的价格.

解　$P = 0$ 时 $Q = b$, 它表示价格为零时的需求量为 b，称为饱和需求量; $Q = \mathbf{0}$ 时 $P = \frac{b}{a}$, 它表示价格为 $\frac{b}{a}$ 时无人愿意购买此商品.

第五节 经济学中的常用函数

供给量: 在一定的价格条件下，在一定时期内生产者愿意并可供出售的商品量.

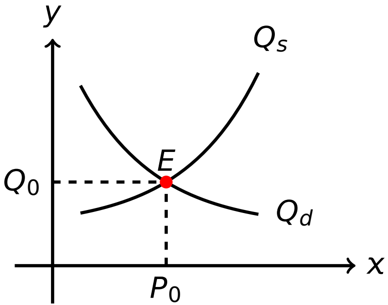
如果价格是决定供给量的最主要因素，可以认为供给量 Q_s 是 P的函数, 称为供给函数，记作

$$Q_s = Q_s(P).$$

常见供给函数有:

1. 线性函数 $Q_s = aP + b$, 其中 $a > 0$;
2. 幂函数 $Q_s = kP^a$, 其中 $k > 0, a > 0$;
3. 指数函数 $Q_s = ae^{bp}$, 其中 $a, b > 0$.

在同一个坐标系中作出需求函数Q_d和供给函数Q_s，两条曲线的交点称为供需平衡点(E)，该点的横坐标称为均衡价格(P_0)，该点的纵坐标称为均衡数量(Q_0).



当$P \neq P_0$时，市场力量会推动P趋向P_0.寻求P_0是金融经济学的主要问题之一.

例 2　考虑下列线性需求函数和供给函数：

$$D(P)=a-bP,\ b>0;\quad S(P)=c+eP,\ e>0$$

试问 a, c 满足什么条件时，存在正的均衡价格(即$P_e>0$)?

解　由 $D(P)=S(P)$ 得 : $a-bP=c+eP$, 由此可得均衡价格为

$$P_e=\frac{a-c}{b+e}.$$

因此$P_e>0$ 的必要充分条件是 $a>c$.

第五节	经济学中的常用函数
5.1	需求函数
5.2	供给函数
5.3	总成本函数、总收益函数、总利润函数
5.4	库存函数

总成本函数

总成本: 生产和经营一定数量产品所需要的总投入.

在不计市场的其他次要影响因素的情况下,它可以简单地看成是产量 Q 的函数,称为总成本函数,记为 $C(Q)$.

通常总成本由固定成本和可变成本两部分组成。

$$C(Q) = C_{\text{固定}}(Q) + C_{\text{可变}}(Q).$$

称

$$\overline{C}(Q) = \frac{C(Q)}{Q} = \frac{C_{\text{固定}}(Q)}{Q} + \frac{C_{\text{可变}(Q)}}{Q},$$

为平均成本.

例 3　已知某种产品的总成本函数为 $C(Q) = 1000 + \frac{Q^2}{8}$ 求当生产 100 个该产品时的总成本和平均成本。

解　由题意，产量为100时的总成本为

$$C(100) = 1000 + \frac{100^2}{8} = 2250$$

所以平均成本为 $\overline{C}(100) = \frac{2250}{100} = 22.5$

总收益函数

总收益: 出售一定数量产品所得到的全部收入,

它可以简单地看成是销量 Q 的函数,称为总收益函数,记为 $R(Q)$.

称 $\overline{R}(Q) = \frac{R(Q)}{Q}$ 为平均收益.

如果产品价格 P 保持不变，则

$$R(Q) = PQ, \ \overline{R} = P.$$

例 4 设某商品的需求关系是$3Q+4P=100$，求总收益和平均收益.

解 由条件知，价格函数为

$$P=\frac{100-3Q}{4},$$

所以总收益为

$$R(Q)=P\cdot Q=\frac{100Q-3Q^2}{4},$$

平均收益为

$$\overline{R}(Q)=P(Q)=\frac{100-3Q}{4}.$$

总利润函数

总利润: 总收益减去总成本和上缴税金后的余额(为简单起见，一般不计上缴税金).

在不计市场的其他次要影响因素的情况下，它可以简单地看Q的函数, 称为总利润函数, 记为

$$L(Q) = R(Q) - C(Q).$$

称 $\overline{L}(Q) = \frac{L(Q)}{Q}$ 为平均利润.

总利润函数

例 5　设某种商品的总成本为 $C(Q) = 20 + 2Q + 0.5Q^2$ 若每售出一件该商品的收入是 20 万元，求生产 10 件的总利润.

解　由题意知 $P = 20$ (万元），总收益为 $R(Q) = P \cdot Q = 20Q$.

所以

$$\begin{aligned} L(Q) &= R(Q) - C(Q) \\ &= 20Q - \left(20 + 2Q + 0.5Q^2\right) \\ &= -20 + 18Q - 0.5Q^2 \end{aligned}$$

因此 $L(10) = \left(-20 + 18 \times 10 - 0.5 \times 10^2\right) = 110($ 万元 $)$

第五节	经济学中的常用函数
5.1	需求函数
5.2	供给函数
5.3	总成本函数、总收益函数、总利润函数
5.4	库存函数

库存函数

设某企业在计划期 T 内，对某种物品总需求量为 Q ，由于库存费用及资金占用等因素，显然一次进货是不划算的，考虑均匀的分 n 次进货，每次进货批量为$q=\frac{Q}{n}$，进货周期为$t=\frac{T}{n}$. 假定每件物品的贮存单位时间费用为C_1，每次进货费用为C_2，每次进货量相同，进货间隔时间不变，以匀速消耗贮存物品，则平均库存为$\frac{q}{2}$，在时间 T 内的总费用 E 为

$$E=\frac{1}{2}C_1Tq+C_2\frac{Q}{q}$$

其中 $\frac{1}{2}C_1Tq$ 是贮存费, $C_2\frac{Q}{q}$ 是进货费用.

习题

1. 设需求函数由$P + Q = 1$给出，(1) 求总收益函数P; (2)若售出1/3单位，求其总收益。

2. 某工厂对棉花的需求函数由$PQ^{1.4} = 0.11$给出, (1) 求其总收益函数R; (2)P(12),R(10), R(12),R(15),P(15),P(20)。

3. 若工厂生产某种商品，固定成本200,000元，每生产一单位产品，成本增加1000元，求总成本函数。

习题

4. 某厂生产一批元器件，设计能力为日产 100 件，每日的固定成本为 150 元，每件的平均可变成本为 10 元，(1)试求该厂此元器件的日总成本函数及平均成本函数;（2）若每件售价 14 元，试写出总收入函数;（33）试写出总利润函数。

5.某产品之需求函数为$Q_d = 20 - 3P$,供给函数为 $Q_s = 5P - 1$,求该商品的均衡价格。

习题答案

1. $R = Q - Q^2, R\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{9}$.
2. $R = 0.11Q^{-0.4}, P(15) = 0.0025, P(12) = 0.0034\ P(20) = 0.0017, R(10) = 0.044, R(12) = 0.041,$
   $R(15) = 0.037$
3. $C = C(Q) = 200000 + 1000Q$
4. (1) $C(X) = 150 + 10X($ 元 $)(0 < X \leq 100)$
   $\overline{C}(X) = \frac{150}{X} + 10(0 < X \leq 100)$
   (2) $R(X) = 14X($ 元 $)(0 < X \leq 100)$
   (3) $L(X) = -150 + 4X($ 元 $)(0 < X \leq 100)$

习题答案

5. $$R = \begin{cases} 250x, 0 \leq x \leq 600 \\ 250 \times 600 + (250 - 20)(x - 600), 600 < x \leq 800 \\ 250 \times 600 + 230 \times 200, x > 800 \end{cases}$$