

上海立信会计金融学院试题卷

2016-2017 第二学期 高等数学 B-微积分(一)

考试学期：2016-2017 第二学期 适用年级：2020 级

考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

所属院系： 专业班级： 姓名：

学号：

说明：

题目	一	二							总分
分值	90 分	10 分							100 分

得分	评卷人

一、单选题（本题共 18 小题，满分 90 分）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数中比 x 高阶的无穷小量是 () (5 分)

A. $x + \sin x$ \times

B. $x - \sin x$ \checkmark

C. $\ln(1+x)$

D. $\ln(1-x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x} = 2$$

211. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = ()$

(A) 1 (B) ∞ (C) e (D) e^{-1}

2. (5 分)

A. A

B. B

C. C

D. D

$$(1 + \frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$$

$$(1-x)^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{1}{1+(-x)} \right)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{(1+(-x))^{\frac{1}{x}}}$$

212. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-2x}{x^2+5x-1} = ()$

(A) -2 (B) ∞ (C) 0 (D) $-\frac{2}{5}$ (5 分)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{x^2} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

3.

A. A

B. B

C. C

D. D

213、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{3x^2 + 5x - 1} = ()$ $= \frac{1}{-1} = -1$

4. (A) -1 (B) ∞ (C) 0 (D) $\frac{1}{3}$ (5分)

- A. A
B. B
C. C
D. D

214、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = ()$

5. (A) $-\frac{1}{2}$ (B) ∞ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$ (5分)

- A. A
B. B
C. C
D. D

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cos \frac{1}{x} + \frac{\arctan(2x)}{x}) =$ $\frac{2x}{x} = 2$ (5分)

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 0

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{\sqrt[3]{x}-1} = ()$ (5分)

- A. 不存在
B. 1
C. $\frac{1}{2}$
D. 2

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x+3)^{1009} (1-x)^{1010}}{(2x-1)^{2019}} = ()$ (5分)

- A. 不存在
B. 2

(C) $\frac{1}{2}$

- D. ABC 都不对

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{x^3 \cdot \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}}{x^3 \cos x} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\arctan x \sim x$$

$$\frac{0}{0} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+8}-3)(\sqrt{x+8}+3)}{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt{x+8}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1) \cdot ((\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt{x+8}+3)}$$

$$= \frac{x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)}{2^{2019}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{q(x)} = \begin{cases} \infty & m > n \\ \frac{a_m}{b_m} & m = n \\ 0 & m < n \end{cases}$$

$$p(x) = a_m x^m + \dots + a_0$$

$$q(x) = b_n x^n + \dots + b_0$$

$$\frac{2^{2018}}{2^{2019}}$$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^x = ()$ (5分)

A. 1

B. $\frac{1}{e^2}$

C. e^2

☒ D. e^3

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{x-2+3}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x-2} \right)^{\frac{x-2}{3} \cdot 3} = \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x-2} \right)^{\frac{x-2}{3}} \right)^3 = e^3$$

$$1^\infty \quad (1+x)^{\frac{1}{x}} \quad (1+\frac{1}{4x})^{\frac{1}{4x}}$$

下列说法正确的是 ()

A. 无限个无穷小的代数和仍是无穷小。 ☒ X

B. 无限个无穷小的乘积仍是无穷小。 ☒ X

C. 有界函数与无穷小的乘积仍是无穷小。 ☒

10. D. 任意常数与无穷小的乘积不一定为无穷小。 (5分)

A. A

B. B

☒ C. C

D. D

分段函数 $y = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 点 ()

☒ A. 连续。

B. 不连续。

11. C. 无极限。

D. 都不对。

(5分)

A. A

B. B

C. C

D. D

下列函数在其定义域内是有界函数的是 ()

A. $y = \sin x + x^2$ X

B. $y = \frac{1}{x}$ X

☒ C. $y = \frac{x}{1+x^2}$

D. $y = x^2 + x - 3$ X

12.

A. A

B. B

C. C

D. D

$$\frac{1}{\frac{1}{x} + x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{x} + x} \geq -\frac{1}{2}$$

(5分)

$$\frac{1}{x} + x \geq 2$$

$$\frac{1}{x} + x \leq -2$$

13. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ 是 () (5分)

- A. 无穷小量 \times
- B. 无穷大量 \times
- C. 有界量非无穷小量 \times
- ☒ D. 无界但非无穷大量

$$x_k = \frac{1}{2k\pi}$$

$$x_k = \frac{1}{2k\pi + \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{1}{x_k^2} \cdot \sin \frac{1}{x_k}$$

$$= (2k\pi + \frac{\pi}{2})^2$$

$$1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$$

14. $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos 3x$ 是 x^2 的 () (5分)

- A. 高阶无穷小
- ☒ B. 同阶无穷小, 但不等价
- C. 等价无穷小
- D. 低阶无穷小

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2} = \frac{\frac{1}{2}(3x)^2}{x^2} = \frac{9}{2}$$

15. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x-x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的间断点个数为 () (5分)

- A. 0
- B. 1
- ☒ C. 2
- D. 3

$$x=0 \quad x=1 \quad x \in (-1, 1) \Rightarrow 0$$

$$\Rightarrow x=0 \checkmark$$

$$x=1 \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x}}{1-x} = 1$$

$$f(0) = 0$$

16. 设 $x_n > 0$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{x_n}$ () (5分)

- A. > 0
- ☒ B. ≥ 0
- C. $= 0$
- D. < 0

$$\frac{1}{x_n}$$

17. 要使 $f(x) = (1+x^2)^{-\frac{2}{x^2}}$ 在 $x=0$ 处连续, 应补充定义 $f(0)$ 的值为 () (5分)

- A. 0
- ☒ B. e^{-2}
- C. e^{-4}

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{-\frac{2}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{1}{x^2} \cdot -2}$$

D. e^{-1}

当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量是无穷小量的是 () A

A. $\sin x$

B. $\cos x$

C. $\sin \frac{1}{x}$

D. $\cos \frac{1}{x}$

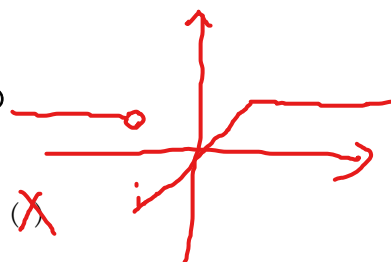
18. (5 分)

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D

得分	评卷人

二、判断题 (本题共 5 小题, 满分 10 分)

() 1. 函数 $f(x) = \begin{cases} x, & \text{当 } |x| \leq 1 \text{ 时} \\ 1, & \text{当 } |x| > 1 \text{ 时} \end{cases}$ 的连续区间是 $(-\infty, +\infty)$. X



(✓) 2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} 5f(x) = 15$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$ (2 分)

$$f(x) = \frac{1}{5} \cdot 5f(x)$$

(X) 3. 已知函数 $f(x)$ 连续, 则 $f(x)$ 必有最大值 (2 分) [] X

(X) 4. 设数列 $\{x_n\}$, 当 n 越来越大时, $x_n - a$ 越来越小, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ (2 分)

$$x_n = \frac{1}{n}$$

$$a = 2$$

(X) 5. 同一变化过程中, 若函数的左右极限都存在, 则函数的极限存在 (2 分)

$$x_n - a = \frac{1}{n} - 2$$