

2016–2017学年第二学期期末试题

一、选择题（每小题3分，共15分）

1. 四阶行列式中含负号并且包含元素 a_{23}, a_{31} 的项为 ().
(A) $a_{12}a_{23}a_{31}a_{44}$ (B) $a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$ (C) $a_{14}a_{23}a_{31}a_{44}$ (D) $a_{12}a_{23}a_{31}a_{42}$
2. 设行列式 $|a_{ij}| = m (i, j = 1, 2, \dots, 5)$, 将 $|a_{ij}|$ 的第二列元素乘以 2 后与第三列交换, 再转置, 则结果为 ().
(A) $-2m$ (B) $-32m$ (C) $32m$ (D) $2m$
3. 设 A 为 n 阶矩阵, 则在下列矩阵中, 为反对称矩阵的是 ().
(A) AA^T (B) $A^T A$ (C) $A + A^T$ (D) $A - A^T$
4. 设 A 是 n 阶方阵, 且 A 可逆, 则下列叙述不正确的是 ().
(A) $|A| \neq 0$, (B) $Ax = 0$ 有非零解,
(C) $r(A) = n$, (D) A 可表示为某些初等矩阵之积
5. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 是一组 n 维向量, 其中 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, 则 ().
(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 中必有零向量, (B) α_1, α_2 必线性相关,
(C) α_2, α_3 必线性无关, (D) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_4$ 必线性相关,

二、填空题（每题3分，共15分）

1.
$$\begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 & x \\ 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$
 中 x 的系数为_____.

2. 设 A, B 均为3阶方阵, 且 $|A| = 4, |B| = 2$, 则 $|2(B^T A^{-1})| =$ _____.

3. 设 $A = (3, 0, 1, 0)$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}$, 则 $(AB)^{2017} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设 $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b & c-2b \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, 且 $AP = B$, 其中 P 为初等矩阵, 则初等

矩阵 $P = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题 (第1、2小题每题8分, 第3-6题每小题10分)

1. 设 $D = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求 D^{-1} .

2. 行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 & 6 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 其中 A_{ij} 是 D 的 (i, j) 元的代数余子式, 求 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$

3. 求行列式 $D = \begin{vmatrix} a & b & b & \dots & b \\ b & a & b & \dots & b \\ b & b & a & \dots & b \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b & b & b & \dots & a \end{vmatrix}$ 的值.

4. 求矩阵 X , 使 $AX = B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

5. 设向量组 $\alpha_1 = (1, t, 1, 2)^T, \alpha_2 = (0, 1, 1, 3)^T, \alpha_3 = (1, 1, 0, -1)^T$, 问 t 取何值时, 该向量组的秩为2, 且找出此时向量组的一个极大无关组, 并将其余向量用此极大无关组线性表示.

6. 求线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$
 的通解及对应的齐次线性方程组的基础解系.

四、证明题 (每小题7分, 共14分)

1. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 且 $\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2, \beta_2 = \alpha_2 - \alpha_1, \beta_3 = \alpha_3 - \alpha_1$, 问向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是线性相关还是线性无关, 并证明你的结论.
2. 设 A 为 n 阶非零实矩阵, $A^* = A^T$, 其中 A^* 是 A 的伴随矩阵, 证明: A 可逆.