

1 はじめに

ある n 頂点のグラフ $G = (V, E)$ が与えられたとき、頂点の部分集合 $S \subset V$ が、それを取り除くとグラフが非連結な二つ以上の部分グラフに分けられるとき、その頂点集合 S は G の分離集合と呼ぶ。特に、 S を取り除いた後におけるグラフの各連結成分がいずれも高々 αn 個の頂点しか含まないとき S をグラフ G の α -平衡分離集合と呼ぶ。 α が定数 ($\alpha = \Theta(1)$) であるようなサイズの小さい分離集合を発見できるとき、元のグラフ G に対する何らかの問題を、分離後の αn 頂点サイズのグラフにおける問題に分割統治法を用いて帰着できる場合がしばしば存在する。一般のグラフに対して、最小サイズの α -平衡分離集合を求める問題は NP 困難であることが知られているが [?], いくつかの近似アルゴリズムの存在が知られている。本研究では、特に分散システム上の平衡分離集合発見問題を考える。すなわち、ネットワークのトポロジを問題の入力とみなし、その上での小さい平衡分離集合を発見するアルゴリズムを考える。分散システムのモデルとしては、単位時間あたりに 1 通信リンクあたりに伝送可能な情報量を $O(\log n)$ ビットに制限した *CONGEST* モデルを考える。本研究での提案アルゴリズムの基本アイデアは、Brandt と Wattenhofer らによる、一般のグラフに対する平衡分離集合計算のための近似アルゴリズム [?] を分散システム上に実現することである。同アルゴリズムはサイズ K の α -平衡分離集合を持つような入力インスタンスに対して、サイズ $O(\varepsilon^{-1} K^2 \log^{1+o(1)} n)$ の $(\alpha + \varepsilon)$ -平衡分離集合を計算する。提案アルゴリズムは、このアルゴリズムと同等の近似性能を持つ解を $\tilde{O}(\varepsilon^{-1} K^3 (K^{O(1)} + \ell)(\sqrt{n} + D))$ ラウンドで出力する。平衡分離集合を近似的に計算する *CONGEST* モデル上の分散アルゴリズムはこれまでに知られておらず、提案手法は非自明な計算時間上界を持つ初めてのアルゴリズムである。

2 諸定義

3 提案アルゴリズム

4 まとめ