平成 30 年度
卒業論文

タイトル

名古屋工業大学　情報工学科

所属: 泉研究室

平成 26 年度入学　26115142　水谷　龍誠

目 次

第 1 章　はじめに **1**
- 1.1　研究背景 1
- 1.2　研究結果 1
- 1.3　関連研究 1
- 1.4　論文の構成 1

第 2 章　準備 **2**
- 2.1　分散モデル 2
- 2.2　Subgraph Aggregation 2
- 2.3　s-t 点素パス 3

第 3 章　既存手法の説明 **5**

第 4 章　まとめと今後の課題 **6**

第 5 章　謝辞 **7**

第1章 はじめに

1.1 研究背景

あるグラフ $G = (V, E)$ が与えられたとき, グラフを非連結な二つの頂点集合に分割する小さな"セパレータ"の存在について考えられることがある. このセパレータの存在は, 高速なグラフアルゴリズム設計において非常に重要である. しかし, 一般のグラフに対して最小サイズのセパレータを求める問題は NP 困難である.

現在, 一般のグラフに対して小さなセパレータを近似する集中型のアルゴリズムはいくつか知られているが, 分散環境におけるアルゴリズムはまだあまり知られていない. この論文では, 既存の近似アルゴリズムをベースとする分散セパレータ近似アルゴリズムを提示する.

1.2 研究結果

1.3 関連研究

1.4 論文の構成

第2章

準備

2.1 分散モデル

アルゴリズムは分散システムにおけるCONGESTモデルの下で動作する.n個の計算機ノード集合Vと通信リンクの集合Eである無向ネットワークグラフ$G=(V,E)$があるとする.CONGESTモデルにおいて計算機はラウンドに従って同期して動作を行う. 各ラウンドにおいてノードは最大$O(\log n)$ビットのメッセージを各隣接ノードに送信, 各隣接ノードからメッセージの受信, 無制限の内部計算を行う事が出来る.
分散設定では, ノードは一意なID($O\log n$ビット)を持っており, 隣接ノードのIDは知っているものとする.

グラフ$G=(V,E)$に対して,Dはその直径を表すとする. 頂点$s,t \in V$に対して,sとtを結ぶ経路をs-tパスと呼ぶ. 特に, いくつかのs-tパスに対して, それぞれのパスが同じ頂点を共有しないとき, これらをs-t点素パスと呼ぶ. また,sとtの間にパスが存在しなくなるように取り除かれた頂点集合をカットと呼ぶ.

2.2 Subgraph Aggregation

GhaffariとHaeuplerのショートカットフレームワークは, 制限されたグラフ族の分散アルゴリズムを設計する上で有益であることが証明されている. さらに, このショートカットフレームワークの制約をさらに弱めて改良されたタスクがJasonによって示されている. この論文では, このショートカットのフレームワークの内部動作には触れずにSubgraph Aggregationとして定義されているタスクを利用する.

定義 1 (Subgraph Aggregation)**.** $G=(V,E)$ をネットワークグラフとし,$\mathcal{P}=(P_1,...P_{|\mathcal{P}|})$ をパートの集合, 各 P_i について H_i を P_i のノード上の G の連結部分グラフとする. 必ずしもグラフ $G[P_i]$ から誘導されるとは限らない. 各部分グラフ H_i について、$V(H_i)$ 内のすべてのノードが部分グラフ H_i 内の隣接ノードを認識し、それ以外は何も知らないと仮定する. すべてのノード $v\in\bigcup_i P_i$ が O(log n) ビットの整数 x_v を持ち,$\oplus$ を長さ O（log n）の整数に作用する結合関数とする.P_i 内の各ノードは値 $\bigoplus_{v\in P_i} x_v$、すなわち P_i 内のすべての値 x_v の集合 $\oplus$ を知りたいとする. このようなタスクをオペレーター $\oplus$ における Subgraph Aggregation と呼ぶ.

SA ラウンドを,Subgraph Aggregation（SA）において各パートがその収集値 $\bigoplus$ を学習する一回の反復とする. また,SA は特別なグラフ構造に対して以下の定理が成り立つ.

定理 1. 結合演算子 $\oplus$ について、Q_G がグラフ G とその直径 D に依存するパラメータである場合,$\tilde{O}(Q_G)$ ラウンドで Subgraph Aggregation 問題を解くことができる.

全てのグラフ $G:Q_G=O(\sqrt{n}+D)$

種数 g のグラフ $G:Q_G=O(\sqrt{g+1}D)$

木幅 k のグラフ $G:Q_G=\tilde{O}(kD)$

H をマイナーとして含まないグラフ $G:Q_G=\tilde{O}(f(H)\cdot D^2)$,$f$ は H にのみ依存する関数

2.3 s-t 点素パス

グラフプロパティの一種である木幅と呼ばれる値 k に対して以下の補題が示されている.

補題 1. 木幅が高々k のグラフ $G=(V,E)$ と二つの頂点 $s,t\subseteq V$ を与えると,k 点素 s-t パスを見つけるか, サイズ k 以下の s-t ノードカットを $\tilde{O}(k^{O(1)}D)$ ラウンドで出力することができる. 前者の場合, 各ノードは自身がパス上にあるかどうかを知っており、そうであれば、そのパス上のその前方と後方を知る. 後者の場合、k 点素パスが存在しないという事実と, カットに含まれるかどうかを各ノードが知っている.

アルゴリズムの詳細については触れないが, 点素パスの探索ステップ自体には木幅の値は関わっていない. 木幅が影響するのはSA ラウンドに関してのみである. 上記の補題と定理 1 より一般のグラフに置き換えた以下の推論が立てられる.

系 1. 補題1のグラフ G を一般のグラフに置き換えると、最大 ℓ 本の s-t パスは $\tilde{O}(\ell^{O(1)}(\sqrt{n}+D))$ ラウンドで見つけることができる。

第3章

既存手法の説明

test

第4章

まとめと今後の課題

test

第5章

謝辞

本研究の機会を与え，数々の御指導を賜りました泉泰介准教授に深く感謝致します．また，本研究を進めるにあたり多くの助言を頂き，様々な御協力を頂きました泉研究室の学生の皆様に深く感謝致します．