



ІТМО

СЕМИНАР 4

Раздел 2. Динамика

1. Динамика твердого тела
2. Момент инерции
3. Момент силы
4. Момент импульса

Задача 4.1

Определить момент инерции I тонкого однородного стержня длиной l и массой m относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через:; 1) его середину; 2) его конец 3) точку, отстоящую от конца стержня на $1/3$ его длины.

Ответ: $ml^2/12$; $ml^2/3$; $ml^2/9$.

Задача 4.2

Найти момент инерции тонкой однородной прямоугольной пластинки относительно оси, проходящей перпендикулярно к плоскости пластинки через одну из ее вершин, если стороны пластинки a и b , а ее масса m .

Ответ: $I = m(a^2 + b^2)/3$

Задача 4.3

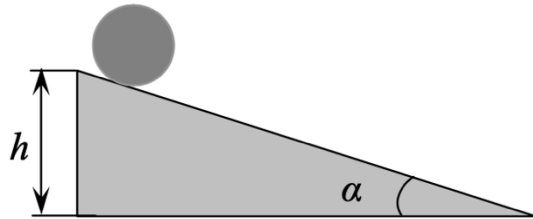


Рис. 3

Найти, с каким ускорением будут скатываться без скольжения с наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, однородные: а) обруч; б) диск; в) шар.

Ответ: $a_{об} = \frac{g \sin \alpha}{2}$; $a_{диск} = \frac{2g \sin \alpha}{3}$; $a_{шар} = \frac{5g \sin \alpha}{7}$

Задача 4.4

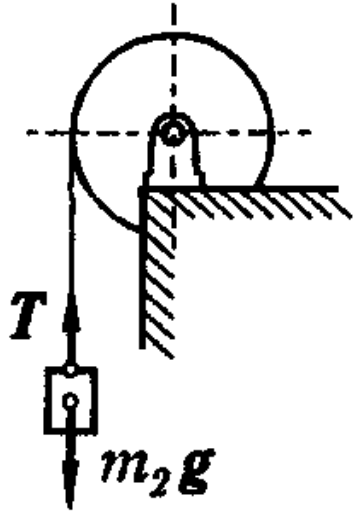


Рис. 1

Вал в виде сплошного цилиндра массой $m_1 = 10$ кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой $m_2 = 2$ кг. С каким ускорением a будет опускаться гиря, если ее предоставить самой себе?

Ответ: $2,8 \text{ м/с}^2$

Задача 4.5

При раскручивании диска массой $m = 20$ кг и радиусом $R = 0,6$ м электродвигателем, обладающим КПД $\eta = 0,4$, была затрачена энергия $E = 10$ кДж. Определите момент импульса L диска.

Ответ: $L = 170 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$

Задача 4.6

Однородный стержень массой $m = 1$ кг и длиной $l = 60$ см вращается с угловой скоростью $\omega = 1,5$ рад/с вокруг неподвижной оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно ему. Определите: 1) импульс стержня; 2) момент импульса стержня относительно оси вращения.

Ответ: 1) $p = m\omega l/2 = 0,45$ кг·м/с;
2) $L_z = ml^2\omega/3 = 0,18$ кг·м²/с

Задача 4.7

Небольшое тело массой $m = 60 \text{ г}$ бросили под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Определите зависимость момента импульса тела от времени относительно точки бросания. Чему равен момент импульса тела в верхней точке траектории? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } M &= mv_0^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha / 2g \approx 9,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с} \cdot L \\ &= -kmgv_0 t^2 \cos \alpha / 2, \end{aligned}$$

Задача 4.8

Горизонтально расположенный однородный тонкий стержень длиной $l = 1 \text{ м}$ может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец. В другой конец стержня попадает и застревает в нем пуля массой $m = 10 \text{ г}$, летящая горизонтально со скоростью $v = 15 \text{ м/с}$ перпендикулярно стержню. В течение какого промежутка времени будет вращаться стержень, если на него во время вращения действует момент сил трения $M_{\text{тр}} = 5 \text{ мН} \cdot \text{м}$.

$$\text{Ответ: } \Delta t = \frac{mvl}{M_{\text{тр}}} = 30 \text{ с.}$$