

# **ФПИиКТ online Электромагнетизм**

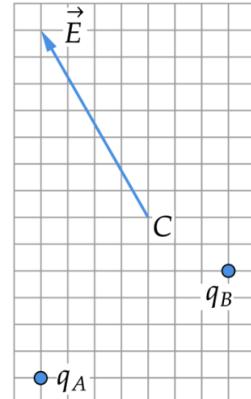
<b>1. Вспоминаем школу</b>	<b>2</b>
1.1. Практическое занятие . . . . .	2
1.2. Домашнее задание . . . . .	5
<b>2. Напряженность электрического поля</b>	<b>7</b>
2.1. Практическое занятие . . . . .	7
2.2. Домашнее задание . . . . .	9
<b>3. Потенциал электрического поля</b>	<b>10</b>
3.1. Практическое занятие . . . . .	10
3.2. Домашнее задание . . . . .	12
<b>4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле</b>	<b>13</b>
4.1. Практическое занятие . . . . .	13
4.2. Домашнее задание . . . . .	15

# 1. Вспоминаем школу

## 1.1. Практическое занятие

**Задача 1.1.**

На рисунке показан вектор напряженности  $\vec{E}$  электростатического поля в точке  $C$ , созданного двумя точечными зарядами  $q_A$  и  $q_B$ . Чему равен заряд  $q_B$ , если заряд  $q_A$  равен +5 нКл?



**Ответ:**  $q_B = \frac{q_A}{2}$

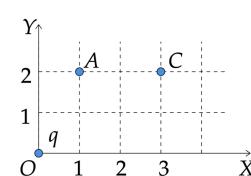
**Задача 1.2.** Частица с зарядом 5 нКл находится в однородном горизонтальном электрическом поле напряженностью 200 В/м. Какова масса частицы, если за 3 с она переместилась по горизонтали на расстояние 1.8 м? Сопротивлением воздуха пренебречь. Начальную скорость принять нулевой.

**Ответ:**  $m = \frac{qEt^2}{2S}$

**Задача 1.3.**

Точечный заряд  $q$ , помещенный в начало координат, создает в точке  $A$  электростатическое поле напряженностью  $E_1 = 65$  В/м. Какова напряженность поля  $E_2$  в точке  $C$ ?

**Ответ:**  $E_2 = \frac{5}{13}E_1$



**Задача 1.4.** Электрон через отверстие в обкладке влетает в поле плоского конденсатора в направлении линий напряженности и полностью теряет свою скорость, пройдя путь 0.003 м. На каком расстоянии электрон потеряет скорость, если его начальную скорость и разность потенциалов конденсатора уменьшить в 3 раза?

**Ответ:**  $S_2 = \frac{v_{02}^2}{v_{01}^2} \frac{U_1}{U_2} S_1$

**Задача 1.5.** Пылинка массой  $10^{-3}$  г падает в воздухе с постоянной скоростью 0.2 м/с. С какой установившейся скоростью будет подниматься пылинка, если ее поместить в электрическое поле с напряженностью 10 кВ/м и сообщить ей заряд 1.2 нКл? Сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Ответ:**  $v_2 = \frac{qE - mg}{mg} v_1$

**Задача 1.6.** Два одинаковых маленьких шарика массой 80 г каждый подвешены к одной точке на нитях длиной 30 см. Какой положительный заряд надо сообщить каждому шарику, чтобы нити разошлись под прямым углом друг к другу?

**Ответ:**  $q = \sqrt{\frac{2mg}{k}} \ell$

**Задача 1.7.** В вершинах правильного шестиугольника со стороной 10 см поочередно расположены заряды +5 нКл и -5 нКл. Определите напряженность поля, создаваемого всеми зарядами в центре фигуры.

**Ответ:**  $E = 0$

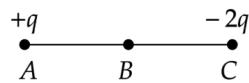
**Задача 1.8.** Две частицы с отношением зарядов  $\frac{q_2}{q_1} = 2$ , движутся в однородном электрическом поле. Начальная скорость у обеих частиц равна нулю. Определите отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$  этих частиц, если отношение их кинетических энергий в один и тот же момент времени после начала движения  $\frac{W_2}{W_1} = 2$ . Действием силы тяжести пренебречь.

**Ответ:**  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{q_2^2}{q_1^2} \frac{W_1}{W_2}$

### Задача 1.9.

Точка  $B$  находится в середине отрезка  $AC$ . Неподвижные точечные заряды  $+q$  и  $-2q$  расположены в точках  $A$  и  $C$  соответственно. Какой заряд надо поместить в точку  $C$  взамен заряда  $-2q$ , чтобы напряженность электрического поля в точке  $B$  увеличилась в 2 раза.

**Ответ:**  $q'_B = -5q$



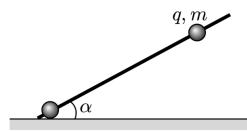
## 1.2. Домашнее задание

**Д 1.1.** Три маленьких одинаково заряженных шарика массой  $m = 4$  г каждый подвешены на шелковых нитях длиной  $\ell = 1$  м. Верхние концы нитей закреплены в одной точке. Расстояние от каждого шарика до двух других одинаково:  $a = 5$  см. Каков заряд  $q$  каждого шарика?

**Ответ:**  $q = a \sqrt{\frac{amg}{3\ell k}}$

### Д 1.2.

В стол воткнута нижним заостренным концом спица, наклоненная под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. У ее нижнего конца закреплена маленькая заряженная бусинка. На спицу надета другая такая же заряженная бусинка, которая может скользить по спице без трения. Заряды бусинок одинаковы и равны  $q = 1$  мКл, масса бусинки  $m = 20$  г. Определите расстояние  $\ell$  между бусинками, если они находятся в равновесии.



**Ответ:**  $\ell = q \sqrt{\frac{k}{mg \sin \alpha}}$

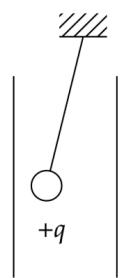
**Д 1.3.** Отрицательно заряженная пластина, создающая вертикально направленное однородное электрическое поле напряженностью  $E = 10^4$  В/м, укреплена на горизонтальной плоскости. На нее с высоты  $h = 10$  см падает шарик массой  $m = 20$  г, имеющий положительный заряд  $q = 10^{-5}$  Кл. Какой импульс шарик передаст пластине при абсолютно упругом ударе?

**Ответ:**  $|\Delta p| = \sqrt{8mh(mg + qE)}$

#### Д 1.4.

Маленький шарик с зарядом  $q = 4 \cdot 10^{-7}$  Кл и массой 3 г, подвешенный на невесомой нити с коэффициентом упругости 100 Н/м, находится между вертикальными пластинами плоского воздушного конденсатора. Расстояние между обкладками конденсатора 5 см. Какова разность потенциалов между обкладками конденсатора, если удлинение нити 0.5 мм?

Ответ:  $U = \frac{d\sqrt{(k\Delta\ell)^2 - (mg)^2}}{q}$

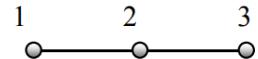


## 2. Напряженность электрического поля

### 2.1. Практическое занятие

#### Задача 2.1.

Три одинаковых незаряженных металлических шарика 1, 2 и 3 расположены вдоль одной прямой и связаны двумя одинаковыми изолирующими нитями. Четвертый такой же шарик зарядили и по очереди прикоснулись им к первым трем в порядке возрастания их номеров. Во сколько раз после этого отличаются силы натяжения нитей?



Ответ: 3

#### Задача 2.2.

Тонкий стержень  $AB$  длины  $\ell$  имеет заряд  $q$ , распределенный так, что его линейная плотность пропорциональна квадрату расстояния от конца  $A$ . Найти напряженность электрического поля в точке  $A$ .

Ответ:  $E = \frac{3kq}{\ell^2}$

#### Задача 2.3.

Тонкое полукольцо радиуса  $R$  заряжено равномерно зарядом  $q$ . Найти модуль вектора напряженности электрического поля в центре кривизны этого полукольца.

Ответ:  $E = \frac{2kq}{\pi R^2}$

#### Задача 2.4.

По тонкому диску радиусом  $R$  равномерно распределён заряд  $q$ . Найти напряжённость  $E$  электрического поля на оси диска на расстоянии  $z$  от его плоскости.

Ответ:  $E(z) = \frac{2kq}{R^2} \left( \frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$

**Задача 2.5.** Система состоит из тонкого заряженного проволочного кольца радиуса  $R$  и очень длинной равномерно заряженной нити, расположенной по оси кольца так, что один из ее концов совпадает с центром кольца. Последнее имеет заряд  $q$ . На единицу длины нити приходится заряд  $\lambda$ . Найти силу взаимодействия кольца и нити.

**Ответ:**  $F = \frac{kq\lambda}{R}$

**Задача 2.6.** Найти напряженность электрического поля в центре полусферы, заряженной равномерно с поверхностной плотностью  $\sigma$ .

**Ответ:**  $E = k\pi\sigma$

## 2.2. Домашнее задание

- Д 2.1.** Два шарика массой  $m$  каждый подвешены в одной точке на нитях длиной  $\ell$  каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол  $\alpha$ . Найти заряд каждого шарика.

**Ответ:**  $q = 2\ell \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{mg}{k} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$

- Д 2.2.** Дана равномерно заряженная нить с линейной плотностью заряда  $\lambda$  длиной  $\ell$ . Вычислить напряженность поля в точке лежащей на продолжении нити на расстоянии  $x$  от её конца.

**Ответ:**  $E = \frac{k\lambda\ell}{x(x + \ell)}$

- Д 2.3.** Найти напряженность поля равномерно заряженной нити в виде четверти кольца в точке центра его кривизны. Линейная плотность заряда нити  $\lambda$ . Радиус  $R$ .

**Ответ:**  $E = \frac{\sqrt{2}k\lambda}{R}$

- Д 2.4.** Электрон с некоторой скоростью влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Напряженность поля в конденсаторе  $E$ , расстояние между пластинами  $d$ , длина пластин  $\ell$ . С какой минимальной скоростью должен влетать электрон, чтобы не упасть на пластину?

**Ответ:**  $v_{min} = \ell \sqrt{\frac{eE}{md}}$

### 3. Потенциал электрического поля

#### 3.1. Практическое занятие

**Задача 3.1.** Имеется аксиально-симметричное электрическое поле, напряженность которого зависит от расстояния  $r$  до его оси как  $\vec{E} = \frac{\alpha \vec{r}}{r^2}$ , где  $\alpha$  — постоянная. Найти заряд внутри сферы радиуса  $R$  с центром на оси этого поля.

**Ответ:**  $q = \frac{\alpha R}{k}$

**Задача 3.2.** Система состоит из шара радиуса  $R$ , заряженного сферически симметрично, и окружающей среды, заполненной зарядом с объемной плотностью  $\rho = \frac{\alpha}{r}$ , где  $\alpha$  — постоянная,  $r$  — расстояние от центра шара. Найти заряд шара, при котором модуль вектора напряженности электрического поля вне шара не будет зависеть от  $r$ . Чему равна эта напряженность? Диэлектрическая проницаемость шара и окружающей среды предполагается равной единице.

**Ответ:**  $q = 2\pi\alpha R^2$ ,  $E = \frac{\alpha}{2\epsilon_0}$

**Задача 3.3.** Тонкое кольцо радиуса  $R$  имеет заряд  $q$ , неравномерно распределенный по кольцу. Найти работу электрических сил при перемещении точечного заряда  $q_0$  из центра кольца по произвольному пути в точку, находящуюся на оси кольца на расстоянии  $\ell$  от его центра.

**Ответ:**  $A = kqq_0 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + \ell^2}} \right)$

**Задача 3.4.** Потенциал электрического поля имеет вид  $\varphi = \alpha(xy - z^2)$ , где  $\alpha$  — постоянная. Найти проекцию напряженности электрического поля в точке  $M\{2, 1, -3\}$  на направление вектора  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k}$ .

**Ответ:**  $E_{\vec{a}} = -\frac{19\alpha}{\sqrt{10}}$

**Задача 3.5.** Расстояние между 2 разноименными зарядами  $+q_1$  и  $-q_2$  равно  $\ell$ . Какое расстояние по прямой, проходящей через заряды разделяет две точки с нулевым потенциалом?

**Ответ:**  $\Delta x = \frac{2q_1q_2}{|q_1^2 - q_2^2|}\ell$

**Задача 3.6.** Половина шара радиуса  $R$  равномерно заряжена с зарядовой плотностью  $\rho$ . Какую работу надо совершить, чтобы перенести однородный точечный заряд  $q$  из бесконечности в центр шара?

**Ответ:**  $A = k\pi\rho q R^2$

## 3.2. Домашнее задание

**Д 3.1.** Напряженность электрического поля  $\vec{E} = a\vec{r}$ , где  $a$  – постоянная,  $r$  – расстояние от центра поля. Найти плотность зарядов  $\rho(r)$  создающих это поле.

**Ответ:**  $\rho(r) = 4a\varepsilon_0 r$

**Д 3.2.** Имеются два тонких проволочных кольца радиуса  $R$  каждое, оси которых совпадают. Заряды колец равны  $q$  и  $-q$ . Найти разность потенциалов между центрами колец, отстоящими друг от друга на расстояние  $\ell$ .

**Ответ:**  $\Delta\varphi = 2kq \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + \ell^2}} \right)$

**Д 3.3.** Определить напряженность электрического поля, потенциал которого зависит от координат  $x, y$  по закону: а)  $\varphi = \alpha(x^2 - y^2)$ ; б)  $\varphi = \alpha xy$  ( $\alpha$  – постоянная).

**Ответ:**  $E_a = -2\alpha(x\vec{i} + y\vec{j})$ ,  $E_b = -\alpha(y\vec{i} + x\vec{j})$

**Д 3.4.** Три концентрические сферы радиусами  $R, 2R, 3R$  имеют заряды  $+q, +2q, -3q$  соответственно. Определить потенциал каждой сферы.

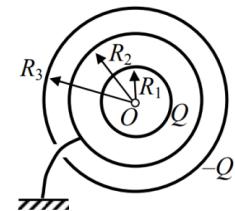
**Ответ:**  $\varphi_R = \frac{kq}{R}, \quad \varphi_{2R} = \frac{kq}{2R}, \quad \varphi_{3R} = 0$

## 4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

### 4.1. Практическое занятие

#### Задача 4.1.

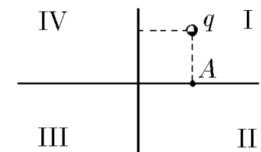
Имеются три концентрические сферы с радиусами  $R_1 < R_2 < R_3$ . Сфера 1 и 3 несут заряды соответственно  $+Q$  и  $-Q$ . Средняя сфера 2 заземлена проводником, искажающим действием которого на поле можно пренебречь. Найти заряд  $q$  заземленной сферы 2.



Ответ:  $q = Q \left( \frac{R_2}{R_3} - 1 \right)$

#### Задача 4.2.

Две бесконечные проводящие плоскости, пересекаясь под прямым углом, делят пространство на четыре области. В области I находится заряд  $q$  на одинаковом расстоянии  $\ell$  от обеих плоскостей. Есть ли электрическое поле в областях II – IV? Какая сила действует на заряд  $q$ ?



Ответ: Нет.  $F = \frac{8kq^2 (2\sqrt{2} - 1)}{\ell^2}$

Задача 4.3. Пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  внесена в однородное электрическое поле напряженностью  $E_0$ . Модуль напряженности электрического поля внутри пластины равен  $E$ . Найти угол между направлением вектора  $\vec{E}_0$  и нормалью к ее поверхности.

Ответ:  $\cos \alpha = \frac{\varepsilon^2 E^2 - E_0^2}{(\varepsilon^2 - 1)E_0^2}$

**Задача 4.4.** Металлическая сфера радиуса  $R$ , несущая заряд  $q$ , расположена в безграничной однородной диэлектрической среде с проницаемостью  $\varepsilon$ . Определить вектор поляризации  $\vec{P}(\vec{r})$  в произвольной точке среды, а также плотности поверхностных  $\sigma'$  и объемных  $\rho'$  связанных зарядов в диэлектрике

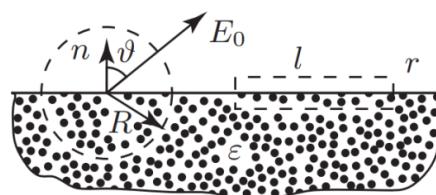
**Ответ:**  $r > R : \quad \sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{4\pi R^2}, \quad \rho' = 0, \quad \vec{P}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

**Задача 4.5.**

У плоской поверхности однородного диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon$  напряженность электрического поля в вакууме равна  $E_0$ , причем вектор  $\vec{E}_0$  составляет угол  $\vartheta$  с нормалью к поверхности диэлектрика. Считая поле внутри и вне диэлектрика однородным, найти:

Поток вектора  $\vec{E}$  через сферу радиуса  $R$  с центром на поверхности диэлектрика;  
Циркуляцию вектора  $\vec{D}$  по контуру  $\Gamma$  длины  $\ell$ , плоскость которого перпендикулярна поверхности диэлектрика и параллельна вектору  $\vec{E}_0$ .

**Ответ:**  $\Phi_E = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \pi R^2 E_0 \cos \vartheta, \quad \oint \vec{D} d\vec{r} = -(\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E_0 \ell \sin \vartheta$



## 4.2. Домашнее задание

- Д 4.1.** Небольшой шарик висит над горизонтальной безграничной проводящей плоскостью на изолирующей упругой нити жесткости  $k$ . После того как шарик зарядили, он опустился на  $x$  см, и его расстояние до проводящей плоскости стало равным  $\ell$ . Найти заряд шарика.

**Ответ:**  $q = 4\ell\sqrt{\pi k \varepsilon_0 x}$

- Д 4.2.** Точечный заряд  $q$  находится на расстоянии  $\ell$  от безграничной проводящей плоскости. Какую работу необходимо совершить, чтобы медленно удалить этот заряд на очень большое расстояние от плоскости?

**Ответ:**  $A = \frac{kq^2}{4\ell}$

- Д 4.3.** Точечный сторонний заряд  $q$  находится в центре шара из однородного диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon$ . Найти поляризованность диэлектрика  $\vec{P}$  как функцию радиус-вектора  $\vec{r}$  относительно центра шара, а также связанный заряд  $q'$  внутри сферы, радиус которой меньше радиуса шара.

**Ответ:**  $\vec{P} = \frac{q(\varepsilon - 1)}{4\pi\varepsilon r^3} \vec{r}, \quad q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q$

- Д 4.4.** Точечный сторонний заряд  $q$  находится в центре диэлектрического шара радиуса  $a$  с проницаемостью  $\varepsilon_1$ . Шар окружен безграничным диэлектриком с проницаемостью  $\varepsilon_2$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела этих диэлектриков.

**Ответ:**  $\sigma' = q \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2}$