

ФПИиКТ online *Электромагнетизм*

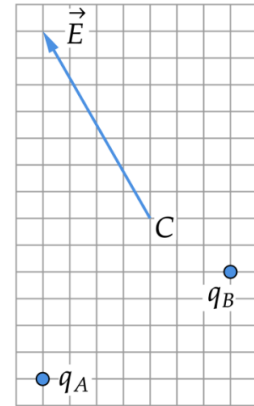
1. Вспоминаем школу	2
1.1. Практическое занятие	2
1.2. Домашнее задание	5
2. Напряженность электрического поля	7
2.1. Практическое занятие	7
2.2. Домашнее задание	9
3. Потенциал электрического поля	10
3.1. Практическое занятие	10
3.2. Домашнее задание	12
4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле	13
4.1. Практическое занятие	13
4.2. Домашнее задание	15

1. Вспоминаем школу

1.1. Практическое занятие

Задача 1.1.

На рисунке показан вектор напряженности \vec{E} электростатического поля в точке C , созданного двумя точечными зарядами q_A и q_B . Чему равен заряд q_B , если заряд q_A равен $+5$ нКл?



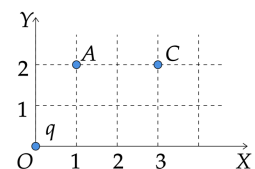
Ответ: $q_B = \frac{q_A}{2}$

Задача 1.2. Частица с зарядом 5 нКл находится в однородном горизонтальном электрическом поле напряженностью 200 В/м. Какова масса частицы, если за 3 с она переместилась по горизонтали на расстояние 1.8 м? Сопротивлением воздуха пренебречь. Начальную скорость принять нулевой.

Ответ: $m = \frac{qEt^2}{2S}$

Задача 1.3.

Точечный заряд q , помещенный в начало координат, создает в точке A электростатическое поле напряженностью $E_1 = 65$ В/м. Какова напряженность поля E_2 в точке C ?



Ответ: $E_2 = \frac{5}{13}E_1$

Задача 1.4. Электрон через отверстие в обкладке влетает в поле плоского конденсатора в направлении линий напряженности и полностью теряет свою скорость, пройдя путь 0.003 м. На каком расстоянии электрон потеряет скорость, если его начальную скорость и разность потенциалов конденсатора уменьшить в 3 раза?

Ответ: $S_2 = \frac{v_{02}^2 U_1}{v_{01}^2 U_2} S_1$

Задача 1.5. Пылинка массой 10^{-3} г падает в воздухе с постоянной скоростью 0.2 м/с. С какой установившейся скоростью будет подниматься пылинка, если ее поместить в электрическое поле с напряженностью 10 кВ/м и сообщить ей заряд 1.2 нКл? Сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости. $g = 10$ м/с².

Ответ: $v_2 = \frac{qE - mg}{mg} v_1$

Задача 1.6. Два одинаковых маленьких шарика массой 80 г каждый подвешены к одной точке на нитях длиной 30 см. Какой положительный заряд надо сообщить каждому шарiku, чтобы нити разошлись под прямым углом друг к другу?

Ответ: $q = \sqrt{\frac{2mg}{k}} \ell$

Задача 1.7. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 10 см поочередно расположены заряды +5 нКл и −5 нКл. Определите напряженность поля, создаваемого всеми зарядами в центре фигуры.

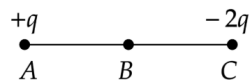
Ответ: $E = 0$

Задача 1.8. Две частицы с отношением зарядов $\frac{q_2}{q_1} = 2$, движутся в однородном электрическом поле. Начальная скорость у обеих частиц равна нулю. Определите отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$ этих частиц, если отношение их кинетических энергий в один и тот же момент времени после начала движения $\frac{W_2}{W_1} = 2$. Действием силы тяжести пренебречь.

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{q_2^2 W_1}{q_1^2 W_2}$

Задача 1.9.

Точка B находится в середине отрезка AC . Неподвижные точечные заряды $+q$ и $-2q$ расположены в точках A и C соответственно. Какой заряд надо поместить в точку C взамен заряда $-2q$, чтобы напряженность электрического поля в точке B увеличилась в 2 раза.



Ответ: $q'_B = -5q$

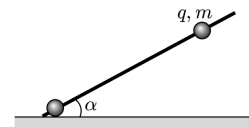
1.2. Домашнее задание

Д 1.1. Три маленьких одинаково заряженных шарика массой $m = 4$ г каждый подвешены на шелковых нитях длиной $\ell = 1$ м. Верхние концы нитей закреплены в одной точке. Расстояние от каждого шарика до двух других одинаково: $a = 5$ см. Каков заряд q каждого шарика?

Ответ: $q = a\sqrt{\frac{amg}{3\ell k}}$

Д 1.2.

В стол воткнута нижним заостренным концом спица, наклоненная под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. У ее нижнего конца закреплена маленькая заряженная бусинка. На спицу надета другая такая же заряженная бусинка, которая может скользить по спице без трения. Заряды бусинок одинаковы и равны $q = 1$ мкКл, масса бусинки $m = 20$ г. Определите расстояние ℓ между бусинками, если они находятся в равновесии.



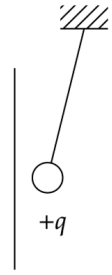
Ответ: $\ell = q\sqrt{\frac{k}{mg \sin \alpha}}$

Д 1.3. Отрицательно заряженная пластина, создающая вертикально направленное однородное электрическое поле напряженностью $E = 10^4$ В/м, укреплена на горизонтальной плоскости. На нее с высоты $h = 10$ см падает шарик массой $m = 20$ г, имеющий положительный заряд $q = 10^{-5}$ Кл. Какой импульс шарик передаст пластине при абсолютно упругом ударе?

Ответ: $|\Delta p| = \sqrt{8mh(mg + qE)}$

Д 1.4.

Маленький шарик с зарядом $q = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл и массой 3 г, подвешенный на невесомой нити с коэффициентом упругости 100 Н/м, находится между вертикальными пластинами плоского воздушного конденсатора. Расстояние между обкладками конденсатора 5 см. Какова разность потенциалов между обкладками конденсатора, если удлинение нити 0.5 мм?



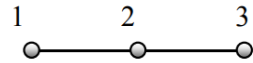
Ответ:
$$U = \frac{d\sqrt{(k\Delta\ell)^2 - (mg)^2}}{q}$$

2. Напряженность электрического поля

2.1. Практическое занятие

Задача 2.1.

Три одинаковых незаряженных металлических шарика 1, 2 и 3 расположены вдоль одной прямой и связаны двумя одинаковыми изолирующими нитями. Четвертый такой же шарик зарядили и по очереди прикоснулись им к первым трем в порядке возрастания их номеров. Во сколько раз после этого отличаются силы натяжения нитей?



Ответ: 3

Задача 2.2. Тонкий стержень AB длины ℓ имеет заряд q , распределенный так, что его линейная плотность пропорциональна квадрату расстояния от конца A . Найти напряженность электрического поля в точке A .

Ответ: $E = \frac{3kq}{\ell^2}$

Задача 2.3. Тонкое полукольцо радиуса R заряжено равномерно зарядом q . Найти модуль вектора напряженности электрического поля в центре кривизны этого полукольца.

Ответ: $E = \frac{2kq}{\pi R^2}$

Задача 2.4. По тонкому диску радиусом R равномерно распределён заряд q . Найти напряжённость E электрического поля на оси диска на расстоянии z от его плоскости.

Ответ: $E(z) = \frac{2kq}{R^2} \left(\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$

Задача 2.5. Система состоит из тонкого заряженного проволочного кольца радиуса R и очень длинной равномерно заряженной нити, расположенной по оси кольца так, что один из ее концов совпадает с центром кольца. Последнее имеет заряд q . На единицу длины нити приходится заряд λ . Найти силу взаимодействия кольца и нити.

Ответ: $F = \frac{kq\lambda}{R}$

Задача 2.6. Найти напряженность электрического поля в центре полусферы, заряженной равномерно с поверхностной плотностью σ .

Ответ: $E = k\pi\sigma$

2.2. Домашнее задание

Д 2.1. Два шарика массой m каждый подвешены в одной точке на нитях длиной ℓ каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол α . Найти заряд каждого шарика.

Ответ: $q = 2\ell \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{mg}{k} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$

Д 2.2. Дана равномерно заряженная нить с линейной плотностью заряда λ длиной ℓ . Вычислить напряженность поля в точке лежащей на продолжении нити на расстоянии x от её конца.

Ответ: $E = \frac{k\lambda\ell}{x(x+\ell)}$

Д 2.3. Найти напряженность поля равномерно заряженной нити в виде четверти кольца в точке центра его кривизны. Линейная плотность заряда нити λ . Радиус R .

Ответ: $E = \frac{\sqrt{2}k\lambda}{R}$

Д 2.4. Электрон с некоторой скоростью влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Напряженность поля в конденсаторе E , расстояние между пластинами d , длина пластин ℓ . С какой минимальной скоростью должен влетать электрон, чтобы не упасть на пластину?

Ответ: $v_{\min} = \ell \sqrt{\frac{eE}{md}}$

3. Потенциал электрического поля

3.1. Практическое занятие

Задача 3.1. Имеется аксиально-симметричное электрическое поле, напряженность которого зависит от расстояния r до его оси как $\vec{E} = \frac{\alpha \vec{r}}{r^2}$, где α — постоянная. Найти заряд внутри сферы радиуса R с центром на оси этого поля.

Ответ: $q = \frac{\alpha R}{k}$

Задача 3.2. Система состоит из шара радиуса R , заряженного сферически симметрично, и окружающей среды, заполненной зарядом с объемной плотностью $\rho = \frac{\alpha}{r}$, где α — постоянная, r — расстояние от центра шара. Найти заряд шара, при котором модуль вектора напряженности электрического поля вне шара не будет зависеть от r . Чему равна эта напряженность? Диэлектрическая проницаемость шара и окружающей среды предполагается равной единице.

Ответ: $q = 2\pi\alpha R^2, \quad E = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0}$

Задача 3.3. Тонкое кольцо радиуса R имеет заряд q , неравномерно распределенный по кольцу. Найти работу электрических сил при перемещении точечного заряда q_0 из центра кольца по произвольному пути в точку, находящуюся на оси кольца на расстоянии ℓ от его центра.

Ответ: $A = kqq_0 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + \ell^2}} \right)$

Задача 3.4. Потенциал электрического поля имеет вид $\varphi = \alpha(xy - z^2)$, где α — постоянная. Найти проекцию напряженности электрического поля в точке $M\{2, 1, -3\}$ на направление вектора $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k}$.

Ответ: $E_{\vec{a}} = -\frac{19\alpha}{\sqrt{10}}$

Задача 3.5. Расстояние между 2 разноименными зарядами $+q_1$ и $-q_2$ равно ℓ . Какое расстояние по прямой, проходящей через заряды разделяет две точки с нулевым потенциалом?

Ответ: $\Delta x = \frac{2q_1q_2}{|q_1^2 - q_2^2|}\ell$

Задача 3.6. Половина шара радиуса R равномерно заряжена с зарядовой плотностью ρ . Какую работу надо совершить, чтобы перенести одноименный точечный заряд q из бесконечности в центр шара?

Ответ: $A = k\pi\rho qR^2$

3.2. Домашнее задание

Д 3.1. Напряженность электрического поля $\vec{E} = ar\vec{r}$, где a – постоянная, r – расстояние от центра поля. Найти плотность зарядов $\rho(r)$ создающих это поле.

Ответ: $\rho(r) = 4a\epsilon_0 r$

Д 3.2. Имеются два тонких проволочных кольца радиуса R каждое, оси которых совпадают. Заряды колец равны q и $-q$. Найти разность потенциалов между центрами колец, отстоящими друг от друга на расстояние ℓ .

Ответ: $\Delta\varphi = 2kq \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + \ell^2}} \right)$

Д 3.3. Определить напряженность электрического поля, потенциал которого зависит от координат x, y по закону: а) $\varphi = \alpha(x^2 - y^2)$; б) $\varphi = \alpha xy$ (α – постоянная).

Ответ: $E_a = -2\alpha(x\vec{i} + y\vec{j}), \quad E_b = -\alpha(y\vec{i} + x\vec{j})$

Д 3.4. Три концентрические сферы радиусами $R, 2R, 3R$ имеют заряды $+q, +2q, -3q$ соответственно. Определить потенциал каждой сферы.

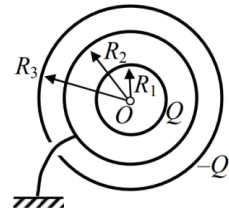
Ответ: $\varphi_R = \frac{kq}{R}, \quad \varphi_{2R} = \frac{kq}{2R}, \quad \varphi_{3R} = 0$

4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

4.1. Практическое занятие

Задача 4.1.

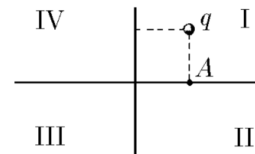
Имеются три концентрические сферы с радиусами $R_1 < R_2 < R_3$. Сферы 1 и 3 несут заряды соответственно $+Q$ и $-Q$. Средняя сфера 2 заземлена проводником, искажающим действием которого на поле можно пренебречь. Найти заряд q заземленной сферы 2.



Ответ: $q = Q \left(\frac{R_2}{R_3} - 1 \right)$

Задача 4.2.

Две бесконечные проводящие плоскости, пересекаясь под прямым углом, делят пространство на четыре области. В области I находится заряд q на одинаковом расстоянии ℓ от обеих плоскостей. Есть ли электрическое поле в областях II – IV? Какая сила действует на заряд q ?



Ответ: Нет. $F = \frac{8kq^2 (2\sqrt{2} - 1)}{\ell^2}$

Задача 4.3. Пластина с диэлектрической проницаемостью ε внесена в однородное электрическое поле напряженностью E_0 . Модуль напряженности электрического поля внутри пластины равен E . Найти угол между направлением вектора \vec{E}_0 и нормалью к ее поверхности.

Ответ: $\cos \alpha = \frac{\varepsilon^2 E^2 - E_0^2}{(\varepsilon^2 - 1) E_0^2}$

Задача 4.4. Металлическая сфера радиуса R , несущая заряд q , расположена в безграничной однородной диэлектрической среде с проницаемостью ε . Определить вектор поляризации $\vec{P}(\vec{r})$ в произвольной точке среды, а также плотности поверхностных σ' и объемных ρ' связанных зарядов в диэлектрике

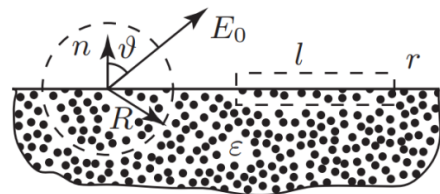
Ответ: $r > R$: $\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{4\pi R^2}$, $\rho' = 0$, $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{r^2} \vec{r}$

Задача 4.5.

У плоской поверхности однородного диэлектрика с проницаемостью ε напряженность электрического поля в вакууме равна E_0 , причем вектор \vec{E}_0 составляет угол ϑ с нормалью к поверхности диэлектрика. Считая поле внутри и вне диэлектрика однородным, найти:

Поток вектора \vec{E} через сферу радиуса R с центром на поверхности диэлектрика;

Циркуляцию вектора \vec{D} по контуру Γ длины ℓ , плоскость которого перпендикулярна поверхности диэлектрика и параллельна вектору \vec{E}_0 .



Ответ: $\Phi_E = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \pi R^2 E_0 \cos \vartheta$, $\oint \vec{D} d\vec{r} = -(\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E_0 \ell \sin \vartheta$

4.2. Домашнее задание

Д 4.1. Небольшой шарик висит над горизонтальной безграничной проводящей плоскостью на изолирующей упругой нити жесткости k . После того как шарик зарядили, он опустился на x см, и его расстояние до проводящей плоскости стало равным ℓ . Найти заряд шарика.

Ответ: $q = 4\ell\sqrt{\pi k \varepsilon_0 x}$

Д 4.2. Точечный заряд q находится на расстоянии ℓ от безграничной проводящей плоскости. Какую работу необходимо совершить, чтобы медленно удалить этот заряд на очень большое расстояние от плоскости?

Ответ: $A = \frac{kq^2}{4\ell}$

Д 4.3. Точечный сторонний заряд q находится в центре шара из однородного диэлектрика с проницаемостью ε . Найти поляризованность диэлектрика \vec{P} как функцию радиус-вектора \vec{r} относительно центра шара, а также связанный заряд q' внутри сферы, радиус которой меньше радиуса шара.

Ответ: $\vec{P} = \frac{q(\varepsilon - 1)}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{r}, \quad q' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}q$

Д 4.4. Точечный сторонний заряд q находится в центре диэлектрического шара радиуса a с проницаемостью ε_1 . Шар окружен безграничным диэлектриком с проницаемостью ε_2 . Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела этих диэлектриков.

Ответ: $\sigma' = q \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_2 a^2}$