

Задание 1. Линейные фильтры.

Задайтесь числами a, t_1, t_2 такими, что $t_1 < t_2$, и рассмотрите функцию

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2], \\ 0, & t \notin [t_1, t_2]; \end{cases}$$

и ее зашумленную версию

$$u(t) = g(t) + b\xi(t) + c \sin(dt),$$

где $\xi(t) \sim \mathcal{U}[-1, 1]$ – равномерное распределение, представляющее белый шум, а значения b, c, d – параметры возмущения.

Советы по использованию Матлаба:

- Получить массив точек частоты для быстрого преобразования Фурье можно так:

```
T = ... % Большой интервал времени

dt = ... % Маленький шаг дискретизации
t = -T/2 : dt : T/2; % Набор временных шагов
V = 1/dt; % Ширина диапазона частот
dv = 1/T; % Шаг частоты
v = -V/2 : dv : V/2; % Набор частот для FFT
```

- Чтобы получить дискретные значения функции $g(t)$ и $u(t)$:

```
g = zeros(size(t));
g(t >= t_1 & t <= t_2) = a; % Значения функции g(t)
xi = 2*rand(size(t)) - 1; % Дискретные значения шума
u = g + b*xi + c*sin(d*t); % Зашумленная версия g(t)
```

- Для быстрого выполнения прямого и обратного преобразования Фурье можно использовать следующие комбинации команд:

```
U = fftshift(fft(u)); % Прямое преобразование
u = ifft(ifftshift(U)); % Обратное преобразование
```

В данной работе используйте унитарное преобразование Фурье к угловой частоте ω , в отличие от ν из прошлой работы.

Задание 1. Линейные фильтры.

Рассмотрите такой же сигнал, как и в предыдущей работе. Для этого задайтесь числами a , t_1 , t_2 такими, что $t_1 < t_2$, и постройте функцию

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2], \\ 0, & t \notin [t_1, t_2]; \end{cases}$$

и её зашумлённую версию

$$u(t) = g(t) + b\xi(t) + c \sin(dt),$$

где $\xi(t) \sim \mathcal{U}[-1, 1]$ – равномерное распределение, представляющее белый шум, а значения b , c , d – параметры возмущения.

Советы по использованию Матлаба:

- Для задания линейного фильтра используйте функцию `tf`.
- Чтобы пропустить сигнал через линейный фильтр, используйте функцию `lsim`.

1.1. Фильтр первого порядка.

Примите $c = 0$. Задайте постоянную времени $T > 0$ и пропустите сигнал $u(t)$ через линейный фильтр первого порядка

$$W_1(p) = \frac{1}{Tp + 1}.$$

Постройте сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов, графики модулей их Фурье-образов, а также АЧХ фильтра. Исследуйте влияние постоянной времени T и значения параметра a на эффективность фильтрации.

Ожидаемые результаты:

- Построена АЧХ фильтра для выбранного значения постоянной времени T .
- Проведены исследования и выбраны наиболее показательные значения T при фиксированном a и значения a при фиксированном T .
- Для каждой комбинации параметров построены сравнительные графики исходного ($g(t)$), зашумленного ($u(t)$) и фильтрованного сигналов на одном рисунке.
- Построены сравнительные графики фильтрованного сигналов и сигнала полученного после обратного преобразования Фурье произведения частотной передаточной функции фильтра и образа зашумленного сигнала ($W_1(i\omega) \cdot \hat{u}(\omega)$).

- Построены сравнительные графики модуля Фурье-образа исходного ($\hat{g}(\omega)$), зашумленного ($\hat{u}(\omega)$) и фильтрованного сигналов на одном рисунке. Для большей наглядности имеет смысл выводить на график только наиболее значимую часть спектра частот.
- Построены сравнительные графики модуля Фурье-образа фильтрованного сигнала и произведения $W_1(i\omega) \cdot \hat{u}(\omega)$.
- Выводы.

1.2. Режекторный полосовой фильтр.

Примите $b = 0$. Рассмотрите линейный фильтр вида

$$W_2(p) = \frac{p^2 + a_1p + a_2}{p^2 + b_1p + b_2}.$$

Выберете значения параметров $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$ исходя из условий:

- Фильтр должен быть *устойчивым* (корни полинома знаменателя p_1, p_2 должны иметь строго отрицательную вещественную часть).
- Для нижних частот ($\omega \rightarrow 0$) и верхних частот ($\omega \rightarrow \infty$) АЧХ фильтра должна быть равна 1.
- Для некоторой частоты ω_0 АЧХ фильтра должна быть равна 0.

Постройте сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов, графики модулей их Фурье-образов, а также АЧХ фильтра. Исследуйте влияние параметра c и d на эффективность фильтрации.

Ожидаемые результаты:

- Построена АЧХ фильтра для найденных значений a_1, a_2, b_2 . Проанализировано влияние параметра b_1 на АЧХ.
- Проведены исследования и выбраны наиболее показательные значения b_1 при фиксированном d и значения d при фиксированном b_1 . Обязательно рассмотрен случай $d = \omega_0$.
- Для каждой комбинации параметров построены сравнительные графики исходного ($g(t)$), зашумленного ($u(t)$) и фильтрованного сигналов на одном рисунке.
- Построены сравнительные графики фильтрованного сигналов и сигнала полученного после обратного преобразования Фурье произведения частотной передаточной функции фильтра и образа зашумленного сигнала ($W_2(i\omega) \cdot \hat{u}(\omega)$).

- Построены сравнительные графики модуля Фурье-образа исходного ($\hat{g}(\omega)$), зашумленного ($\hat{u}(\omega)$) и фильтрованного сигналов на одном рисунке. Для большей наглядности имеет смысл выводить на график только наиболее значимую часть спектра частот.
- Построены сравнительные графики модуля Фурье-образа фильтрованного сигнала и произведения $W_2(i\omega) \cdot \hat{u}(\omega)$.
- Выводы.

Задание 2. Сглаживание биржевых данных.

Вообразите, что вы разрабатываете инвестиционное приложение, в котором должна присутствовать функция представления *сглаженных* графиков котировок акций. При этом степень сглаживания должна зависеть от рассматриваемого пользователем временного периода.

Скачайте [отсюда](#) (или из другого источника) файл с данными о стоимости акций Сбербанка (или любого другого финансового инструмента) за достаточно продолжительный период. Загрузите данные в MATLAB и примените к ним линейную фильтрацию с помощью фильтра первого порядка. Последовательно возьмите следующие значения постоянной времени T : 1 день, 1 неделя, 1 месяц, 3 месяца, 1 год. Обратите внимание, что при использовании функции `lsim` фильтрованный сигнал всегда начинается из нуля – это не очень хорошо, найдите способ исправить ситуацию. Постройте сравнительные графики исходного и фильтрованного сигналов, красиво оформите результат.

Советы по использованию Матлаба:

- Для чтения csv-файла можно использовать команду `readtable`.
- Для преобразования таблицы в матрицу можно использовать команду `table2array`.

Ожидаемые результаты:

- Построены сравнительные графики биржевых данных без сглаживания и после сглаживания для каждого из выбранных значений T .
- Выводы.

Контрольные вопросы для подготовки к защите:

1. В чем заключается цель фильтрации?
2. Чем отличается динамическая фильтрация от жёсткой
3. Что такое передаточная функция? Какие виды передаточных функций вам известны?
4. Что такое весовая функция?
5. Что такое свёртка двух функций? Как она записывается? Что такое теорема о свертке? Как она связана с динамической фильтрацией?
6. Известные вам виды линейных фильтров и их дифференциальные уравнения.
7. Что такое частота среза?