Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl Informatik XIV
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Dr. Werner Meixner

Sommersemester 2015
Lösungsblatt 4
18. Mai 2015

Theoretische Informatik

Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Für beliebige Sprachen $R, L \subseteq \Sigma^*$ ist der Rechtsquotient R/L definiert durch

$$R/L := \{x \in \Sigma^* \,;\, (\exists y \in L)[\, xy \in R\,]\,\}\,.$$

Hinweis: Wenden Sie im Folgenden wenn möglich bekannte Sätze an.

1. Seien $R \subseteq \Sigma^*$ und $R_{-2} = \{x \in \Sigma^* \,;\, (\exists y \in \Sigma^*)[\,|y| = 2 \wedge xy \in R\,]\,\}$. Man zeige:
   Falls R regulär ist, dann ist auch R_{-2} regulär.
2. Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein deterministischer endlicher Automat, der die Sprache $R := L(A)$ akzeptiert.
   Beschreiben Sie explizit, ausgehend von A, einen DFA oder NFA $A' = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$, der R_{-2} akzeptiert.
3. Seien $L \subseteq \Sigma^*$ beliebig und $R \subseteq \Sigma^*$ regulär. Zeigen Sie die Entscheidbarkeit von R/L.

Lösung

1. Mit $L = \{y \in \Sigma^* \,;\, |y| = 2\}$ gilt $R_{-2} = R/L$.
   Nach Satz der Vorlesung ist R/L regulär. (2P)
2. A' sei identisch mit A bis auf die Menge der Endzustände:
   $Q' = Q$, $\delta' = \delta$, $q_0' = q_0$ und
   $$F' = \{q \in Q \,;\, (\exists x, y \in \Sigma)[\,\hat{\delta}(q, xy) \in F\,]\,\}$$
   (2P)
3. Nach Satz der Vorlesung ist R/L regulär für beliebiges L. Dies schließt unentscheidbare L ein. (1P)

Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Beantworten Sie kurz die folgenden Fragen und begünden Sie Ihre Antwort:

1. Gibt es endliche, nicht kontextfreie Sprachen?
2. Ist die Sprache $\{a^m b^n \mid m < n\}$ kontextfrei?
3. Welche endliche Sprache beschreibt die Grammatik mit den Produktionen $S \to aS \mid bB$ und $B \to bBb$?
4. Wie viele DFA mit Zustandsmenge $\{a\}$ und Eingabealphabet $\{0\}$ gibt es?
5. Wie viele NFA mit Zustandsmenge $\{a\}$ und Eingabealphabet $\{0\}$ gibt es?

Lösung
(1 Punkt je Teilaufgabe)

1. Nein, denn jede endliche Sprache ist regulär und damit kontextfrei.

2. Ja, sie wird von der Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit $P = \{S \to aSb \mid Sb \mid b\}$ erzeugt.

3. Die leere Sprache! Denn jede endliche Ableitung endet mit einem Wort, das ein Nichtterminal enthält.

4. Mit einelementigen Mengen Q und Σ gibt es nur eine einzige Möglichkeit eine DFA Übergangsfunktion δ zu definieren. Auch der Startzustand q_0 ist eindeutig. Es gibt aber 2 Teilmengen von Q, i.e. $\{\}$ und Q, entsprechend gibt es 2 Möglichkeiten, die Menge der Endzustände F zu definieren.

   Also gibt es genau 2 DFA.

5. Da $|\mathcal{P}(Q)| = 2$ gilt, gibt es genau 2 Übergangsfunktionen. Es gibt ebenfalls 2 Mengen F. Der Startzustand q_0 ist eindeutig. Der Fall der leeren Menge von Startzuständen wird i.A. ausgeschlossen.

   Also gibt es genau $2 \cdot 2 = 4$ NFA, falls die Startmenge nicht leer ist.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ bestehe aus allen Wörtern w, so dass jedes Zeichen b und c höchstens zwischen den Zeichen a auftritt. (D. h. $acababa \in L, acbaba \notin L$.)

1. Geben Sie einen NFA A an, der L akzeptiert.

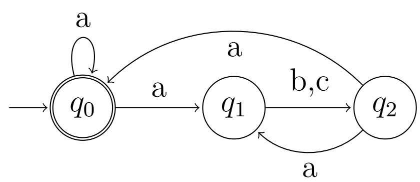
2. Nun sei $N = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ ein beliebiger NFA über $\Sigma = \{a, b, c\}$. Wir definieren $L'(N)$ als Menge aller Wörter, die man erhält, wenn man in einem Wort aus $L(N)$ alle Vorkommen von a durch das leere Wort ϵ ersetzt und die übrigen Buchstaben unverändert lässt.

   Konstruieren Sie einen NFA N', so dass $L(N') = L'(N)$ gilt.

3. Verifizieren Sie Ihre Konstruktion, indem Sie zu A den entsprechenden Automat A' berechnen und dann möglichst vereinfachen.

Lösung

1. Wir geben einen NFA $A = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ an für L mittels des folgenden Zustandsgraphen.



(2P)

2. Nach Vorlesung wird der gesuchte NFA N' für $L'(N)$ wie folgt definiert. Wir übernehmen dabei die Mengen Q, Σ und F aus A.

   Es gilt $N' = (Q, \Sigma', \delta', \{q_0\}, F')$ und

   - $\Sigma' = \Sigma \setminus \{a\}$,
   - für alle $q \in Q, x \in \Sigma'$
   $$\delta'(q, x) = \bigcup_{i \geq 0, j \geq 0} \hat{\delta}(q, a^i x a^j)\,,$$
   - falls $\varepsilon \in L(N)$
   $$F' = F \cup \{q_0\}\,,$$
   anderfalls
   $$F' = F\,.$$

(2P)

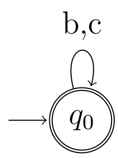
3. Die Transformation von A nach A' gewinnt man durch Anwendung von Teilaufgaben 1 und 2.

   Es gilt

   - $A' = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{b, c\}, \delta', \{q_0\}, F')$.
   - Wegen $\varepsilon \in L(A)$ und $F = \{q_0\}$ gilt $F' = \{q_0\}$.
   - Die Auswertung der Formel für δ' ergibt

q_i	$\delta'(q_i, b)$	$\delta'(q_i, c)$
q_0	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
q_1	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$
q_2	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$

   Offensichtlich ist dieser Automat äquivalent zu



   Ebenso offensichtlich ist, dass $L'(A) = \{b, c\}^*$ gilt.
   Es folgt $L'(A) = L(A')$. (1P)

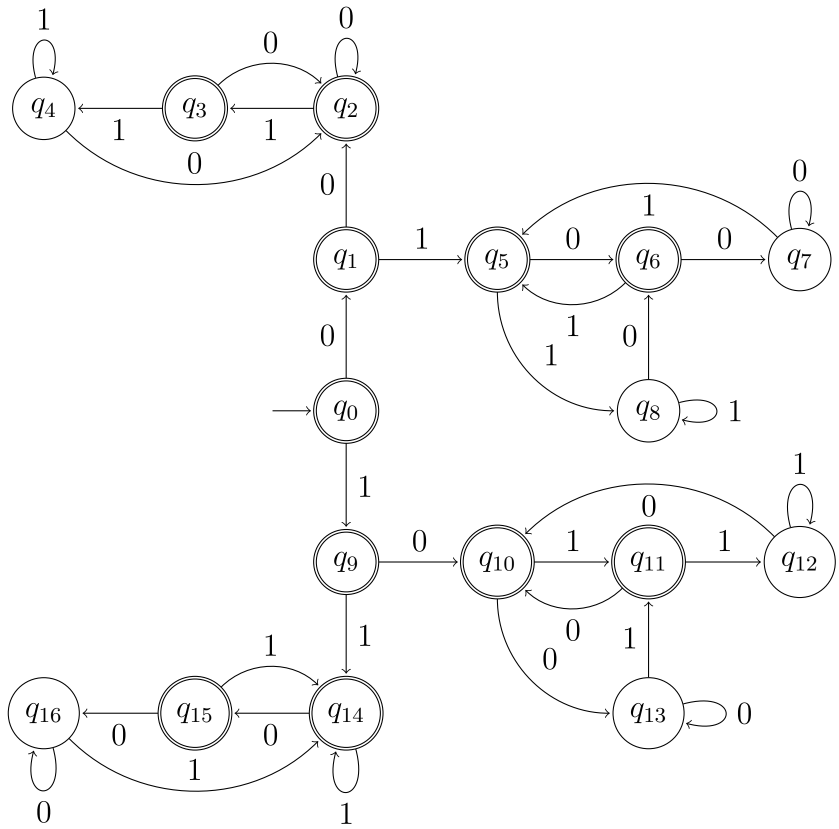
Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

Wir betrachten die Sprache L aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, die mit 00 beginnen, wenn sie mit 00 enden, und mit 11 beginnen, wenn sie mit 11 enden.
Geben Sie einen deterministischen endlichen Automat an, der L akzeptiert.

Hinweis: Beachten Sie, dass L z. B. das Wort 0001 enthält.

Lösung

Wörter, die mit 00 beginnen, sind genau dann aus L, wenn sie nicht mit 11 enden. Entsprechend sind Wörter, die mit 11 beginnen, genau dann aus L, wenn sie nicht mit 00 enden. Wörter, die mit 01 oder 10 beginnen, sind genau dann aus L, wenn sie nicht mit 00 und nicht mit 11 enden. Alle Wörter mit Länge 0 oder 1 sind in L.
Damit ist klar, dass man mit einer Fallunterscheidung arbeiten kann, die unterschiedliche, aber ähnlich strukturierte Automaten für die Realisierung der Endebedingungen ansteuert.



(5P)

Hinweis: *Die Vorbereitungsaufgaben bereiten die Tutoraufgaben vor und werden in der Zentralübung unterstützt. Tutoraufgaben werden in den Übungsgruppen bearbeitet. Hausaufgaben sollen selbstständig bearbeitet und zur Korrektur und Bewertung abgegeben werden.*

Vorbereitung 1

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n \mid n = 2^k, k \in \mathbb{N}\}$. Zeigen Sie, dass L nicht regulär ist.

Lösung

Wir beweisen durch Widerspruch und nehmen an, dass L regulär ist.

Sei $n \geq 1$ eine Pumping-Lemma-Zahl für L. Wir nehmen sofort auch $n > 2$ an, was einerseits zulässig ist und andererseits die unten benötigte Ungleichung $2n < 2^n$ gültig macht.

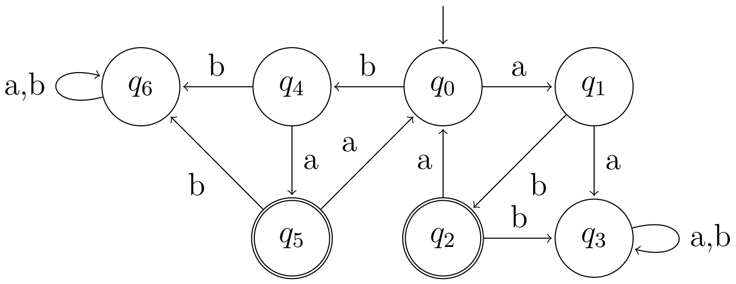
Wir betrachten $z = a^{2^n}$. Dann gilt $|z| \geq n$ und $z \in L$. Nach Pumping-Lemma können wir z wie folgt zerlegen.

Sei $z = uvw$ mit $|uv| \leq n$ und $v \neq \epsilon$, so dass für alle $i \in \mathbb{N}$ gilt $uv^iw \in L$.
Zunächst gilt $v = a^r$ mit $1 \leq r \leq n$. Es folgt $uw = a^{2^n - r}$ und $uw \in L$, d.h. $a^{2^n-r} = a^{2^k}$. und mithin $2^n - r = 2^k$ für ein existierendes $k \in \mathbb{N}$.

Dies ist ein Widerspruch zur Tatsache, dass aus $r \leq n < 2^{n-1}$ die Ungleichungen $0 < 2^{n-1} - r$ und mithin $2^{n-1} < 2 \cdot 2^{n-1} - r = 2^n - r < 2^n$ folgen.

Vorbereitung 2

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Der Automat M sei durch das folgende Diagramm gegeben. Zeigen Sie $q_3 \not\equiv_M q_4$ und $q_3 \equiv_M q_6$.



Lösung

$\hat{\delta}(q_3, a) = q_3 \notin F$, aber $\hat{\delta}(q_4, a) = q_5 \in F$. Damit ist die Definition von Äquivalenz nicht erfüllt.

Alle von q_3 bzw. q_6 ausgehenden Transitionen führen wieder nach q_3 bzw. q_6. Das heißt, für alle $w \in \Sigma^*$ gilt $\hat{\delta}(q_3, w) = q_3 \notin F$ und $\hat{\delta}(q_6, w) = q_6 \notin F$ und damit ist $q_3 \equiv_M q_6$.

Vorbereitung 3

Wir nennen eine Phrasenstrukturgrammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ *nullierbar kontextfrei*, wenn alle Regeln aus P die Form $A \underset{P}{\rightarrow} \alpha$ mit $A \in V$, $\alpha \in \Gamma^*$ und $\Gamma = V \cup \Sigma$ besitzen. Γ^* heißt Menge der Satzformen über dem Vokabular Γ. Sei G eine nullierbar kontextfreie Grammatik.

1. Man zeige für alle $u, v, w \in \Gamma^*$ die Zerlegungseigenschaft

$$uv \underset{G}{\rightarrow} w \quad \Longrightarrow \quad (\exists\, u', v' \in \Gamma^*)[\, u \underset{G}{\rightarrow}^* u' \,\wedge\, v \underset{G}{\rightarrow}^* v' \,\wedge\, u'v' = w\,]\,.$$

2. Es gilt für alle $u, v \in \Gamma^*$, $a \in \Sigma$ und $n \in \mathbb{N}_0$
$$uv \underset{G}{\rightarrow}^* a^n \quad \Longrightarrow \quad (\exists\, p, q \in \mathbb{N}_0)[p + q = n \wedge u \underset{G}{\rightarrow}^* a^p \wedge v \underset{G}{\rightarrow}^* a^q]\,.$$

Lösung

1. Wenn eine Produktion $A \underset{P}{\rightarrow} \alpha$ zur Anwendung auf uv kommt, dann ist die Anwendungsstelle entweder in u oder in v. Falls die Anwendungsstelle in u liegt, dann gibt es $x, y \in \Gamma^*$, so dass gilt $u = xAy$. Dann folgt $w = x\alpha yv$. Daraus folgt aber mit $u' = x\alpha y$ und $v' = v$, dass gilt $u \underset{G}{\rightarrow} u'$ und $v \underset{G}{\rightarrow}^* v'$, und insbesondere auch $u'v' = w$.

   Entsprechendes gilt, falls die Anwendungsstelle der Produktion in v liegt.

   Damit ist die Zerlegungseigenschaft bewiesen.

2. Die Aussage folgt leicht durch Induktion über die Länge k der Ableitung für $uv \underset{G}{\rightarrow}^* a^n$.

   Für $k = 0$ gilt $uv = a^n$. Daraus folgt aber unmittelbar $u = a^p$ und $v = a^q$ für geeignete $p, q \in \mathbb{N}_0$ mit $p + q = n$. Wegen Reflexivität gilt dann trivialerweise $u \underset{G}{\rightarrow}^* a^p$ und $v \underset{G}{\rightarrow}^* a^q$.

   Von k auf $k + 1$ schließen wir für alle $k \geq 0$ wie folgt:

   Falls $uv \underset{G}{\rightarrow}^* a^n$ durch eine Ableitung der Länge $k + 1$ dargestellt wird, dann gilt $uv \underset{G}{\rightarrow} w \underset{G}{\rightarrow}^* a^n$, wobei $w \underset{G}{\rightarrow}^* a^n$ durch eine Ableitung der Länge k dargestellt wird. Wegen der in Teilaufgabe 1 bewiesenen Zerlegungseigenschaft können wir für gewisse u', v' schreiben
$$uv \underset{G}{\rightarrow} u'v' = w \underset{G}{\rightarrow}^* a^n \quad \text{mit} \quad u \underset{G}{\rightarrow}^* u' \quad \text{und} \quad v \underset{G}{\rightarrow}^* v'.$$

   Nach Induktionsannahme folgt $u' \underset{G}{\rightarrow}^* a^p$ und $v' \underset{G}{\rightarrow}^* a^q$, mithin $u \underset{G}{\rightarrow}^* a^p$ und $v \underset{G}{\rightarrow}^* a^q$ für gewisse $p, q \in \mathbb{N}_0$.

Vorbereitung 4

Welche Symbole einer durch die folgenden Produktionen gegebenen Grammatik sind erzeugend, welche erreichbar, und welche nützlich?

$$\begin{array}{lllllll} S & \rightarrow & A \mid a\,, & & & \\ A & \rightarrow & BC\,, & B & \rightarrow & AE \mid C\,, \\ C & \rightarrow & aS\,, & D & \rightarrow & aB \mid FS \\ E & \rightarrow & EA\,, & F & \rightarrow & Ca \mid a\,. \end{array}$$

Lösung

Alle Symbole außer E sind erzeugend. Alle Symbole außer D und F sind erreichbar. Die anderen Symbole sind nützlich, wie die folgende Ableitung zeigt:

$$S \rightarrow A \rightarrow BC \rightarrow CC \rightarrow^2 aSaS \rightarrow^2 aaaa$$

Tutoraufgabe 1

1. Sei $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$.
   Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{ab^{2i}cd^ie\,;\, i \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

2. Sei $\Sigma = \{1\}$. Zeigen Sie, dass die Sprache $P = \{1^p\,;\, p \text{ prim}\}$ nicht regulär ist.

Lösung

1. Wir nehmen an, dass L regulär ist, und leiten wie folgt einen Widerspruch her.

   Zunächst folgt für eine Pumping-Lemma Zahl $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ für alle $z \in L$ mit $|z| \geq n$ die Eigenschaft

   $$\exists w, x, y \in \Sigma^* : \begin{array}{ll} 1. & z = wxy\,, \\ 2. & x \neq \epsilon\,, \\ 3. & |wx| \leq n\,, \\ 4. & wx^iy \in L, \forall i \geq 0\,. \end{array}$$

   Dass diese Eigenschaft nicht für alle $z \in L$ mit $|z| \geq n$ gelten kann, zeigt man z. B. mit dem Wort $z = ab^{2n}cd^ne$.

   Für dieses Wort z ist zunächst klar, dass $|z| \geq n$. Und es ist klar, dass z in L enthalten ist. Deshalb kann man eine Zerlegbarkeit von z annehmen, so dass Eigenschaften 1. bis 4. gelten.

   Sei also $z = wxy$ mit $x \neq \epsilon$, $|wx| \leq n$ und $wx^iy \in L, \forall i \geq 0$.

   Wegen $|wx| \leq n$ kann x kein c, d oder e enthalten. Dann muss also x aus a's und/oder b's bestehen, und, da x nicht leer ist, folglich mit a oder b enden. Beide Fälle führen wir wie folgt zum Widerspruch.

   Im Folgenden bezeichnen wir mit $|w|_s$ die Anzahl der Buchstaben s, die in w enthalten sind.

   Falls x mit a endet, dann gilt $|wx^2y|_a > 1$. Daraus folgt $wx^2y \notin L$ im Widerspruch zu Eigenschaft 4. für $i = 2$.

   Falls x mit b endet, dann gilt $|wx^0y|_b < 2n$ und $|wx^0y|_d = n$.
   Daraus folgt ebenfalls $wx^0y \notin L$ im Widerspruch zu Eigenschaft 4. für $i = 0$.

   Man beachte, dass im Beweis alle Eigenschaften 1. bis 4. verwendet wurden.

2. Wir nehmen an, dass $L = \{1^p\,;\, p \text{ prim}\}$ regulär ist. Sei n eine Pumping-Lemma-Zahl.

   Da die Menge der Primzahlen bekanntlich unendlich ist, gibt es eine Primzahl p bzw. ein $z = 1^p \in L$, so dass z mindestens n Zeichen enthält, also $|z| \geq n$.

   Sei also $z \in L$ mit $|z| \geq n$ und sei $z = wxy$ mit $|wx| \leq n$, x nicht leer und $wx^iy \in L$ für alle $i \geq 0$.

   Wegen $wy = wx^0y \in L$ ist $|wy|$ eine Primzahl.

Wir setzen $p = wx^{|wy|}y$. Nach Voraussetzung gilt $p \in L$, d. h. $|p|$ ist eine Primzahl.

Es folgt aber auch $|p| = |wy| + |wy||x| = |wy|(1 + |x|)$, d. h. $|p|$ ist wegen $|x| \neq 0$ keine Primzahl, weil p faktorisierbar ist. Widerspruch!

Tutoraufgabe 2 (Induzierte Äquivalenz)

Sei $R = L(a^*b^*)$. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Äquivalenzbeziehungen:

$$aa \equiv_R \epsilon\,, \qquad ab \equiv_R aa\,, \qquad aba \equiv_R abba\,, \qquad aba \equiv_R \epsilon\,.$$

Lösung

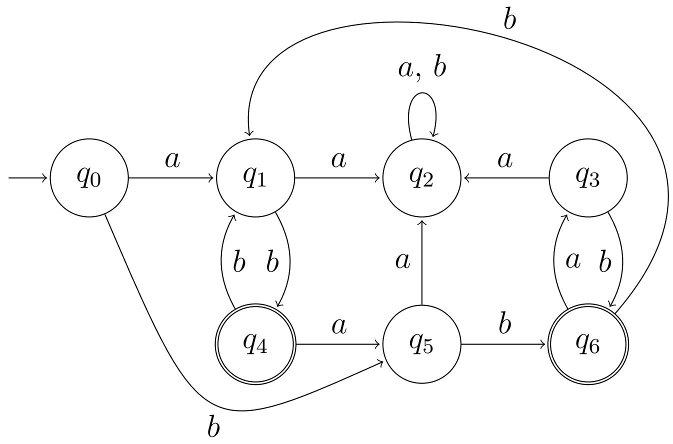
- $aa \equiv_R \epsilon$:

$$\begin{aligned} aaw \in R &\iff aaw \in L(a^*b^*) \\ &\iff aaw = a^m b^n && \text{für gewisse } m \geq 2 \text{ und } n \geq 0 \\ &\iff \epsilon w = a^m b^n && \text{für gewisse } m \geq 0 \text{ und } n \geq 0 \\ &\iff \epsilon w \in L(a^*b^*) \iff \epsilon w \in R \end{aligned}$$

- $ab \not\equiv_R aa$: Für $w = a$ gilt $abw = aba \notin R$ und $aaw = aaa \in R$.
- $aba \equiv_R abba$: Für alle w gilt $abaw \notin R$ und $abbaw \notin R$.
- $aba \not\equiv_R \epsilon$: Für $w = \epsilon$ gilt $abaw = aba \notin R$ und $\epsilon w = \epsilon \in R$.

Tutoraufgabe 3 (Quotientenautomat)

Wir betrachten den folgenden deterministischen Automat mit Alphabet $\{a, b\}$.



Verwenden Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren, um diesen Automat zu minimieren. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

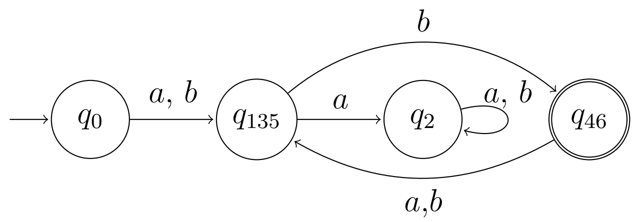
1. Stellen Sie die Tabelle aus der Vorlesung auf und geben Sie zu jedem unterscheidbaren Paar von Zuständen an, mit welchem Zeichen (oder ϵ) sie unterschieden werden können.
2. Verwenden Sie die aufgestellte Tabelle, um den Quotientenautomat zu konstruieren.

Lösung

1. Die Tabellen sehen folgendermaßen aus. Dabei ist eine Zelle mit i/c beschriftet, wenn die beiden Zustände mit Hilfe des Buchstabens c durch ein Zustandspaar, das mit einer Zahl $j < i$ beschriftet ist, unterschieden werden können. Mit X sind diejenigen Zellen beschriftet, die wegen der Endzustände unterschieden werden können

	0	1	2	3	4	5
1	$1/b$					
2	$2/a$	$1/b$				
3	$1/b$		$1/b$			
4	X	X	X	X		
5	$1/b$		$1/b$		X	
6	X	X	X	X		X

2. Der dazugehörige Quotientenautomat sieht folgendermaßen aus:



Tutoraufgabe 4 (CNF)

Wandeln Sie die durch folgende Produktionen gegebene Grammatik mit Startsymbol S in Chomsky-Normalform um:

$$\begin{array}{lll} S & \rightarrow & 0A0 \mid 1B1 \mid BB\,, \\ A & \rightarrow & D\,, \qquad B \rightarrow S \mid A\,, \\ C & \rightarrow & S \mid \epsilon\,, \quad D \rightarrow C\,. \end{array}$$

Lösung

Wir können Variablen mit nur einer einzigen Produktion durch "Anwendung" spracherhaltend eliminieren. Somit vereinfachen wir die Grammatik zunächst zu

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB\,, \quad A \rightarrow C\,, \quad B \rightarrow S \mid A\,, \quad C \rightarrow S \mid \epsilon\,.$$

und schließlich zu

$$S \rightarrow 0C0 \mid 1B1 \mid BB\,, \quad B \rightarrow S \mid C\,, \quad C \rightarrow S \mid \epsilon\,.$$

Nun eliminieren wir die ϵ-Produktionen. Dazu bauen wir die Menge P' wie in Lemma 12 auf. Wir müssen die Produktionen $S \rightarrow 00,\ S \rightarrow 11,\ S \rightarrow B$ zu P (ohne ϵ-Produktionen) hinzufügen und erhalten

$$S \rightarrow 0C0 \mid 00 \mid 1B1 \mid 11 \mid BB \mid B\,, \quad B \rightarrow S \mid C\,, \quad C \rightarrow S\,.$$

Die Produktionen $T \to \epsilon \mid S$ fügt man hinzu, wenn die Sprache ϵ enthält, was hier der Fall ist, und erklärt in diesem Fall T zum Axiom.

Wir eliminieren jetzt die Kettenproduktion $C \to S$, da die Variable C nur in einer einzigen Produktion links vorkommt, und zwar zunächst durch Ersetzen von C, d.h. Anwendung von $C \to S$.

$$S \to 0S0 \mid 00 \mid 1B1 \mid 11 \mid BB \mid B\,, \quad B \to S\,.$$

Die Kettenproduktion $B \to S$ tritt nun ebenfalls links nur in einer einzigen Produktion auf und kann durch Anwendung eliminiert werden, wie folgt.

$$S \to 0S0 \mid 00 \mid 1S1 \mid 11 \mid SS \mid S\,.$$

$S \to S$ kann entfernt werden:

$$S \to 0S0 \mid 00 \mid 1S1 \mid 11 \mid SS\,.$$

Nun erst wenden wir den Algorithmus der Vorlesung im Abschnitt 4.2 an.

Im ersten Schritt führen wir neue Variablen N und E für 0 bzw. 1 ein:

$$S \to NSN \mid NN \mid ESE \mid EE \mid SS\,, \quad N \to 0\,, \quad E \to 1\,.$$

Die Dreier-Produktionen eliminieren wir, indem wir Zwischensymbole T_1 und T_2 einfügen:

$$S \to NT_1 \mid NN \mid ET_2 \mid EE \mid SS\,, \quad T_1 \to SN\,, \quad T_2 \to SE\,, \quad N \to 0\,, \quad E \to 1\,.$$

Diese Grammatik ist nun in Chomsky-Normalform und beschreibt dieselbe Sprache, ausgenommen dem ϵ.

Da das leere Wort in der Sprache ist, fügen wir die Produktionen $T \to \epsilon \mid \alpha$ für jede rechte Seite α einer Produktion $S \to \alpha$ hinzu und erklären T zum Axiom, ohne die Eigenschaft der Grammatik, in Chomsky-Normalform zu sein, zu verletzen.

Bemerkung: Durch die Eliminationsschritte zur Beseitigung der Kettenproduktionen entfällt der aufwendige Schritt 3 im Algorithmus der Vorlesung zur Konstruktion einer Grammatik in Chomsky-Normalform.