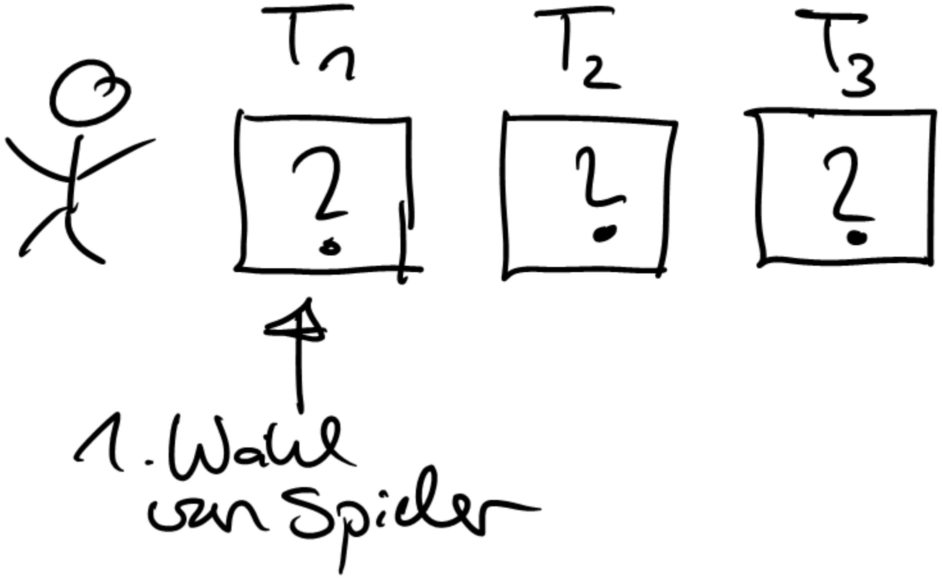
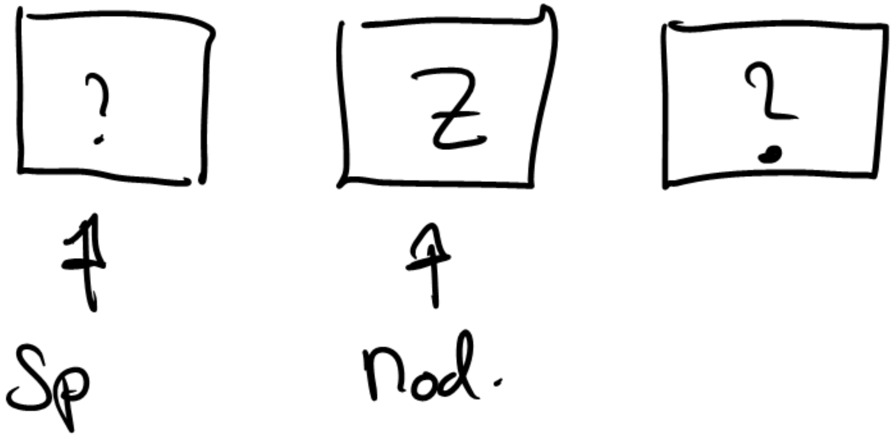
TA 1.1

Beispiel: Spieler wählt Tor 1



1. Fall Moderator öffnet T_2 :



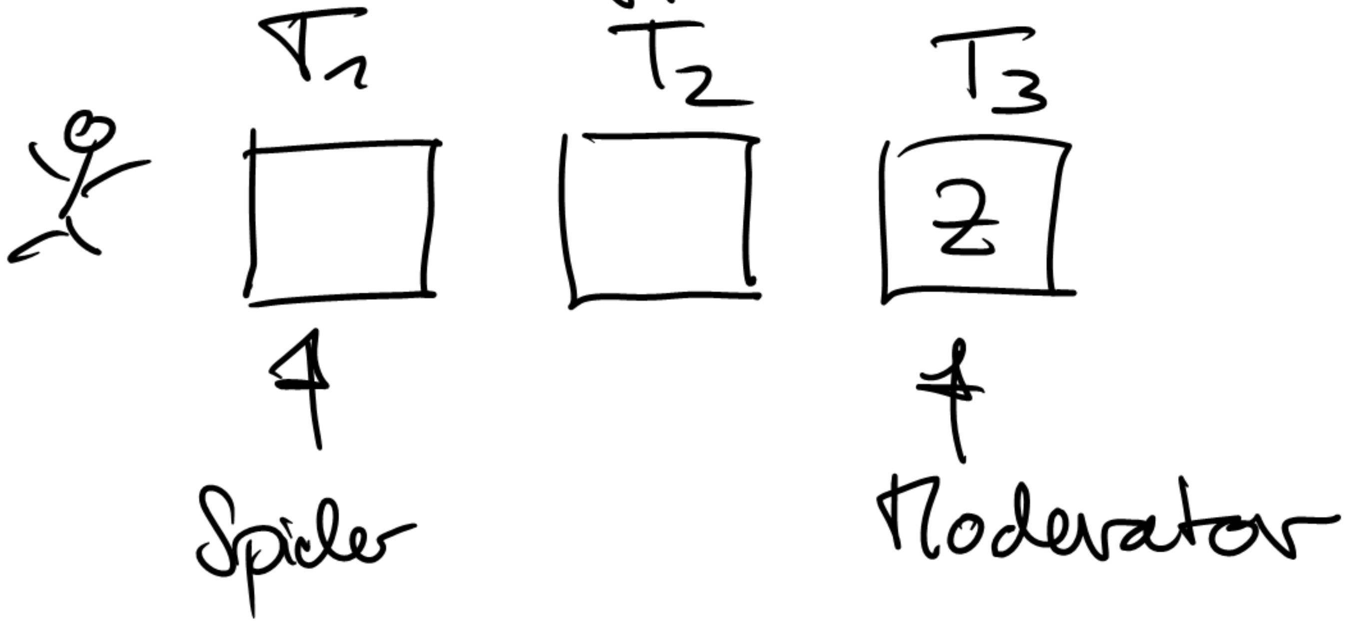
$\leadsto$ mögliche Fälle:

1.a:	$\boxed{A}$	$\boxed{Z}$	$\boxed{Z}$
	Sp	Mod	
1.b:	$\boxed{Z}$	$\boxed{Z}$	$\boxed{A}$

- Beide Fälle treten mit W'keit $1/3$ ein nach Modellierung aus VL.
- Sei p die W'keit, dass sich der Spieler noch umentscheidet:

  Gewinnw'keit: **1.a:** $1-p$, **1.b:** p

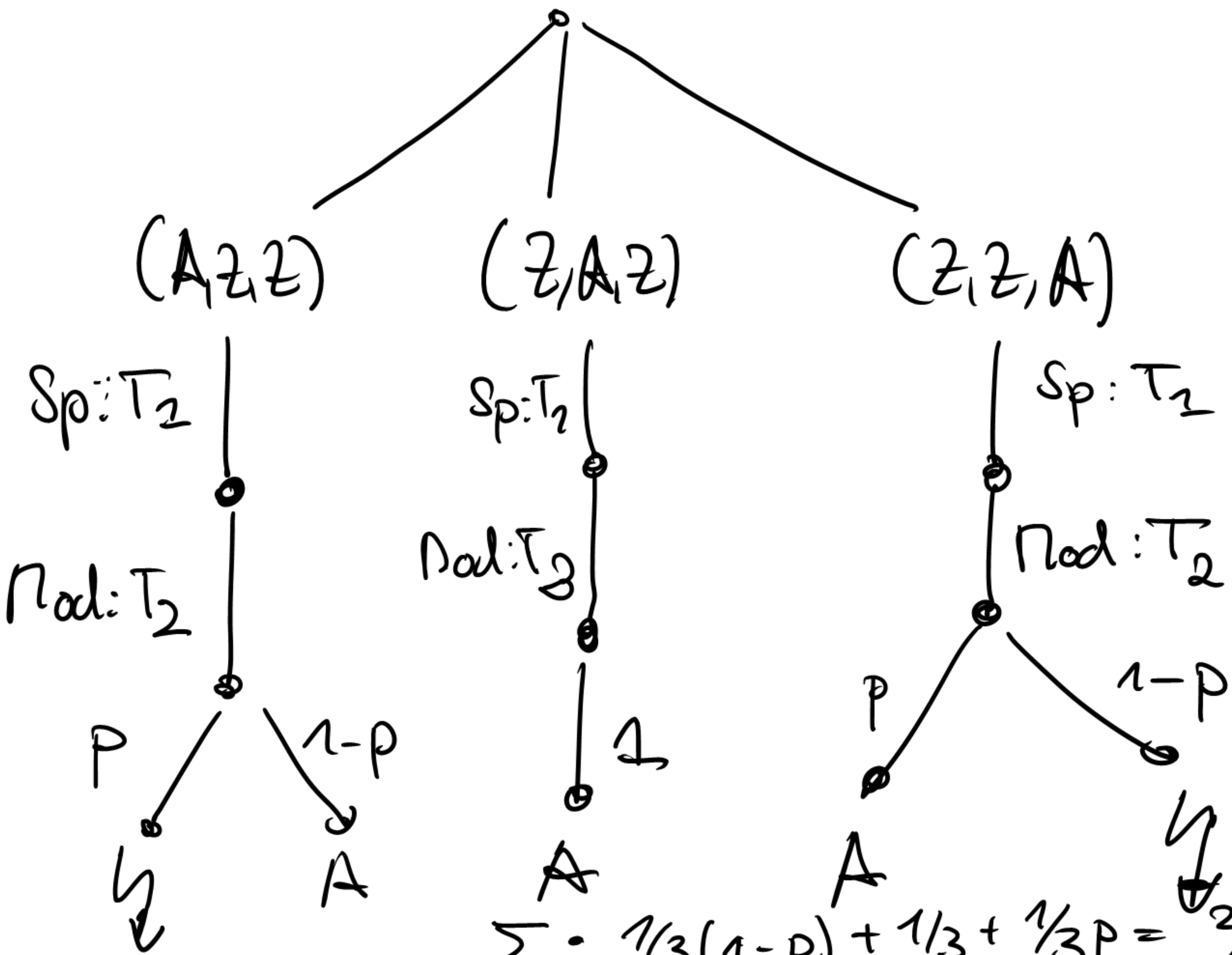
2. Fall: Moderator öffnet T_3



⇝ Es muss so gelten

⇝ Spieler gewinnt mit W'keit 1, wenn er sich umentscheidet

Fall: Spieler wählt T_1 – Zusammenfassung



$$\Sigma: \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}p = \frac{2}{3}$$ || egal

Allgemein: • Spieler wählt beliebiges Tor

Fall tritt mit W'keit 2/3 ein → • Moderator wählt das linke der verbleibenden Tore:

→ entspricht Sp: T_1, Mod: T_2

⇝ Spieler gewinnt mit W'keit 1/2, egal, was er tut

Fall tritt mit W'keit 1/3 ein → • Moderator wählt das rechte der verbleibenden Tore:

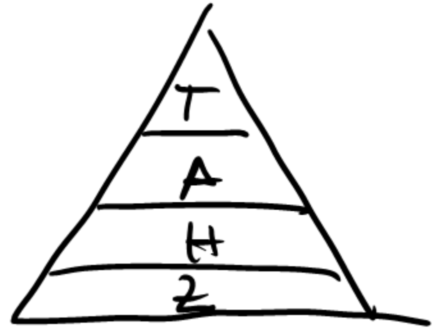
Spieler wechselt & gewinnt sicher.

TA 1.2

ⓐ $\Omega = \left\{ (T, A, H, Z) \;\middle|\; \begin{array}{l} T \subseteq [49],\ |T| = 6, \\ A \subseteq [49],\ |A| = 2, \\ H \subseteq [49] \setminus A,\ |H| = 6, \\ Z \in [49] \setminus (H \cup A) \end{array} \right\}$

- $T \;\hat{=}\;$ Tipp des Spielers
- $A \;\hat{=}\;$ "ausgeschlossene" Zahlen
- $H \;\hat{=}\;$ "Hauptziehung"
- $Z \;\hat{=}\;$ Zusatzzahl

- $Pr[(T, A, H, Z)] = \ ?$



1. Möglichkeiten für T: $\binom{49}{6}$
2. Möglichkeiten für A: $\binom{49}{2}$
3. Möglichkeiten für H: $\binom{49-|A|}{6} = \binom{47}{6}$
4. Möglichkeiten für Z: $\binom{49-|A|-|H|}{1} = 41$

$$\leadsto Pr[(T, A, H, Z)] = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \frac{1}{\binom{49}{2}} \cdot \frac{1}{\binom{47}{6}} \cdot \frac{1}{41}$$

(b)

- $\{(T, A, H, Z) \in \Omega \mid |T \cap A| = 1\}$
- $\{(T, A, H, Z) \in \Omega \mid |T \cap H| = 4,\ Z \in T\}$

(c) $R_k^{-/+}$ = "k Richtige ohne/mit Zusatzzahl"

$\rightsquigarrow R_k^- = \{(T, A, H, Z) \in \Omega \mid |T \cap H| = k,\ Z \notin T\}$

$R_k^+ = \{(T, A, H, Z) \in \Omega \mid |T \cap H| = k,\ Z \in T\}$

$(R_6^+ = \emptyset)$

<u>Beispiel</u>: $R_4^+ = \{(T, A, H, Z) \in \Omega \mid |T \cap H| = 4, Z \in T\}$

Zähle R_4^+ z.B. so

- $A \subseteq [49]$, $|A| = 2$ beliebig $\rightsquigarrow \binom{49}{2}$
- $H \subseteq [49] \setminus A$, $|H| = 6$ beliebig $\rightsquigarrow \binom{47}{6}$
- $Z \in [49] \setminus (A \cup H)$ beliebig $\rightsquigarrow 41$
- Wähle 4 Elemente aus H für T: $\binom{6}{4}$

  Wähle Z für T : 1

  Wähle 1 Element aus $[49] \setminus (H \cup \{Z\})$: 42

$$\leadsto \Pr[R_4^+] = \frac{\binom{6}{4}\cdot 1\cdot 42 \cdot \cancel{\binom{49}{2}}\cancel{\binom{47}{6}}\cancel{41}}{\binom{49}{6}\cdot \cancel{\binom{49}{2}}\cancel{\binom{47}{6}}\cancel{41}}$$

$$= \frac{660}{13\,983\,816}$$

Genau dasselbe wie bei „Standard"-Lotto

- Gewinnw'keiten verändern sich tatsächlich nicht:

  $\leadsto$ T muss nur eine bestimmt Anzahl an Elementen aus $H \cup \{z\}$ enthalten.

  $\leadsto$ Solange T "unabhängig von A" gleichverteilt aus $[49]$ $(|T|=6)$ gewählt wird, bleibt die W'keit unverändert.

d) Jetzt weiß der Spieler etwas über A und wählt T abhängig von diesem Wissen:

$$\underline{S1:} \Pr[(T, A, H, Z)] = \frac{1}{\binom{42}{6}} \underbrace{\frac{1}{\binom{7}{2}}}_{A \subseteq [49]\setminus[42]} \cdot \underbrace{\frac{1}{\binom{47}{6}}}_{H} \cdot \underbrace{\frac{1}{41}}_{Z}$$

$$\underline{S2:} \Pr[(T, A, H, Z)] = \frac{1}{\binom{42}{5}\binom{7}{1}} \frac{1}{\binom{7}{2}} \frac{1}{\binom{47}{6}} \frac{1}{41}$$

W'keit von $R_{\overline{6}}$: Es muss $T = H$ gelten,
d.h. T bestimmt H

<u>In S1:</u>

$$\rightsquigarrow \Pr[R_{\overline{6}}] = \frac{\overbrace{\cancel{\binom{42}{6}}}^{T} \cdot \overbrace{\cancel{\binom{7}{2}}}^{A \subseteq [49]\setminus[42]} \quad \overbrace{1}^{T=H} \cdot \overbrace{\cancel{47}}^{Z}}{\cancel{\binom{42}{6}} \cdot \cancel{\binom{7}{2}} \quad \binom{47}{6} \cdot \cancel{47}}$$

$$= \frac{1}{\binom{47}{6}}$$

In S2: In S1 war stets $T \cap A = \emptyset$, jetzt muss man dies noch sicherstellen

$$Pr[R_6^-] = \frac{\overbrace{\cancel{\binom{42}{5}}\cancel{\binom{7}{1}}}^{T} \cdot \overbrace{\binom{6}{2}}^{A \text{ mit } A\cap T=\emptyset} \cdot \overset{T=H}{1} \cdot \overset{Z}{\cancel{41}}}{\cancel{\binom{42}{5}}\cancel{\binom{7}{1}} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{47}{6} \cdot \cancel{41}}$$

$$= \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{\binom{47}{6}}$$

W'keit gerade keine der beiden Kugeln aus A zu treffen.

TA 1.3

$$\Omega = \underbrace{\{1, 2, \ldots, q^n\}}_{\text{"Befragte Personen"}} = [q^n], \quad \Pr[\omega] = \frac{1}{|\Omega|}$$

$S_i \mathrel{\hat{=}}$ "Alle Personen, die bei der i-ten Frage die seltenere Antwort geben"

$$\rightsquigarrow \Pr[S_i] \leq \frac{4^n}{q^n}$$

$\rightsquigarrow \bigcup_{i=1}^{2n} S_i \mathrel{\hat{=}}$ "Alle Personen, die mindestens einmal nicht mit der Mehrheit übereinstimmen"

$$\rightsquigarrow \Pr\left[\bigcup_{i=1}^{2^n} S_i\right] \underset{\text{Boole}}{\leq} \sum_{i=1}^{2^n} \Pr[S_i] \leq 2^n \cdot \frac{4^n}{9^n}$$

$$= \frac{8^n}{9^n} < 1$$

$$\rightsquigarrow \Pr\left[\Omega \setminus \bigcup_{i=1}^{2^n} S_i\right] \geq \frac{1}{9^n} > 0$$

$$\rightsquigarrow \frac{\left|\Omega \setminus \bigcup_{i=1}^{2^n} S_i\right|}{|\Omega|}$$

$$\rightsquigarrow \Omega \setminus \bigcup_{i=1}^{2^n} S_i \neq \emptyset \rightsquigarrow$$

es gibt mindestens eine Person, die immer die Mehrheitsantw. gibt.