

Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme

Kapitel 1 – Physikalische Schicht

SoSe 2015

Technische Universität München
Fakultät für Informatik

Fachgebiet für Betriebssysteme
Prof. Dr. Uwe Baumgarten, Sebastian Eckl

Lehrstuhl für Netzarchitekturen und Netzdienste
Stephan M. Günther, Johannes Naab, Marcel von Maltitz

21. April 2015

Inhalt

Signale, Information und deren Bedeutung

Klassifizierung von Signalen

- Zeit- und Frequenzbereich
- Abtastung, Rekonstruktion und Quantisierung

Übertragungskanal

- Kanaleinflüsse
- Kanalkapazität

Nachrichtenübertragung

Übertragungsmedien

Signale, Information und deren Bedeutung

Definition (Signale, Symbole)

Signale sind zeitabhängige und messbare physikalische Größen. Definierten messbaren Signaländerungen lässt sich ein **Symbol** zuordnen. Diese Symbole repräsentieren Information.

Beispiele für Signale:

- ▶ Licht (z.B. Übermittlung von Morsezeichen in der Schifffahrt)
- ▶ Spannung (z.B. Telegraphie)
- ▶ Schall (z.B. gesprochene Sprache; Musik)

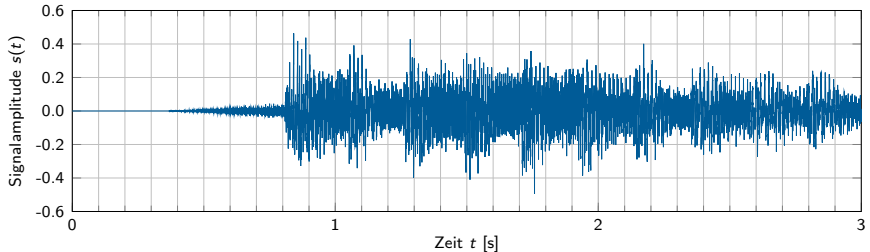


Abbildung: Die ersten 3 s von „Sunrise Avenue – Hollywood Hills“

Definition – Information

Information besteht in der **Unsicherheit**, Veränderungen eines Signals vorhersagen zu können. Der Informationsgehalt eines Zeichens $x \in \mathcal{X}$ hängt von der Wahrscheinlichkeit $p(x)$ ab, dass das informationstragende Signal zum Beobachtungszeitpunkt den diesem Zeichen zugeordneten Wert bzw. Wertebereich annimmt. Der Informationsgehalt I des Zeichens x mit der Auftrittswahrscheinlichkeit $p(x)$ ist definiert als

$$I(x) = -\log_2 p(x) \quad \text{mit} \quad [I] = \text{bit}.$$

Hinweis: Die Schreibweisen $p(x)$ oder p_x verwenden wir manchmal als Kurzform von $\Pr[X = x]$.

Definition – Information

Information besteht in der **Unsicherheit**, Veränderungen eines Signals vorhersagen zu können. Der Informationsgehalt eines Zeichens $x \in \mathcal{X}$ hängt von der Wahrscheinlichkeit $p(x)$ ab, dass das informationstragende Signal zum Beobachtungszeitpunkt den diesem Zeichen zugeordneten Wert bzw. Wertebereich annimmt. Der Informationsgehalt I des Zeichens x mit der Auftretswahrscheinlichkeit $p(x)$ ist definiert als

$$I(x) = -\log_2 p(x) \quad \text{mit} \quad [I] = \text{bit}.$$

Hinweis: Die Schreibweisen $p(x)$ oder p_x verwenden wir manchmal als Kurzform von $\Pr[X = x]$.

Definition – Entropie

Den mittleren Informationsgehalt einer Quelle bezeichnet man als **Entropie**

$$H = - \sum_{x \in \mathcal{X}} p(x) \log_2 (p(x)) .$$

Definition – Information

Information besteht in der **Unsicherheit**, Veränderungen eines Signals vorhersagen zu können. Der Informationsgehalt eines Zeichens $x \in \mathcal{X}$ hängt von der Wahrscheinlichkeit $p(x)$ ab, dass das informationstragende Signal zum Beobachtungszeitpunkt den diesem Zeichen zugeordneten Wert bzw. Wertebereich annimmt. Der Informationsgehalt I des Zeichens x mit der Auftretenswahrscheinlichkeit $p(x)$ ist definiert als

$$I(x) = -\log_2 p(x) \quad \text{mit} \quad [I] = \text{bit}.$$

Hinweis: Die Schreibweisen $p(x)$ oder p_x verwenden wir manchmal als Kurzform von $\Pr[X = x]$.

Definition – Entropie

Den mittleren Informationsgehalt einer Quelle bezeichnet man als **Entropie**

$$H = - \sum_{x \in \mathcal{X}} p(x) \log_2 (p(x)) .$$

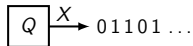
Beispiele:

- ▶ Deterministische (diskrete) Quelle, welche stets das Zeichen 'A' emittiert:



$$I(A) = -\log_2 (\Pr[X = A]) = -\log_2 (1) = 0 \text{ bit}$$

- Binäre Quelle, welche auf nicht vorhersehbare Weise die Zeichen '0' oder '1' emittiert:



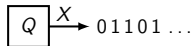
$$I(0) = -\log_2 (\Pr[X = 0]) = -\log_2(0,5) = 1 \text{ bit}$$

$$I(1) = -\log_2 (\Pr[X = 1]) = -\log_2(0,5) = 1 \text{ bit}$$

Die Entropie $H(X) = \sum_i p_i I(x_i)$ dieser Quelle beträgt

$$H(X) = -(p_0 \log_2(p_0) + p_1 \log_2(p_1)) = -(-0.5 - 0.5) = 1 \text{ bit/Zeichen.}$$

- Binäre Quelle, welche auf nicht vorhersehbare Weise die Zeichen '0' oder '1' emittiert:



$$I(0) = -\log_2 (\Pr[X = 0]) = -\log_2(0,5) = 1 \text{ bit}$$

$$I(1) = -\log_2 (\Pr[X = 1]) = -\log_2(0,5) = 1 \text{ bit}$$

Die Entropie $H(X) = \sum_i p_i I(x_i)$ dieser Quelle beträgt

$$H(X) = -(p_0 \log_2(p_0) + p_1 \log_2(p_1)) = -(-0.5 - 0.5) = 1 \text{ bit/Zeichen.}$$

- Ungeordnete Zeichen eines langen deutschen Textes, d. h. $X \in \{A, B, C, \dots, Z\}$:



$$I(E) = -\log_2 (\Pr[X = E]) = -\log_2(0,1740) \approx 2,5223 \text{ bit}$$

Die Entropie $H(X)$ dieser Quelle beträgt

$$H(X) = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2(p_i) \approx 4,0629 \text{ bit/Zeichen.}$$

D. h. deutscher Text lässt sich mit durchschnittlich etwas mehr als 4 bit pro Zeichen kodieren.

Hinweis: Dies gilt nur für [gedächtnislose](#) Quellen oder hinreichend lange Texte. Andernfalls müssen bedingte Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden.

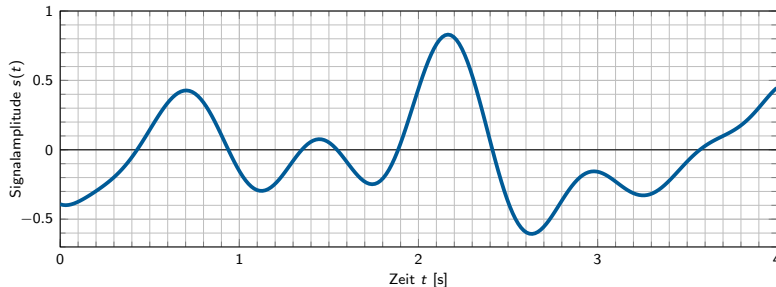
Welche Bedeutung hat ein bestimmtes Signal?

Ein Signal transportiert Information. Erst durch eine [Interpretationsvorschrift](#) erhält diese Information eine Bedeutung, d. h. es muss eine Abbildung zwischen [Symbolen](#) (Signalwerten bzw. Wertebereichen) und [Daten](#) geben.

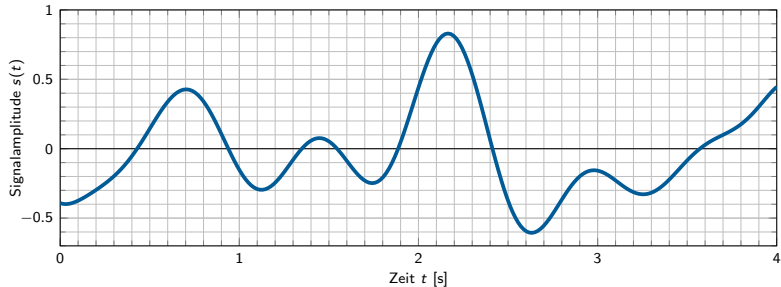
Beispiel: Gegeben sei ein binäres Alphabet mit den Zeichen $X \in \{0,1\}$. Die Interpretationsvorschrift laute

$$x = \begin{cases} 0 & s(t) \leq 0, \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Welche Bedeutung hat das unten abgebildete Signal?



Offene Fragen



- ▶ In welchen zeitlichen Abständen werden Samples genommen? ([Zeitdiskretisierung](#))
- ▶ Bedeutet häufigeres Abtasten auch automatisch mehr Information? ([Abtasttheorem](#))
- ▶ Wie werden kontinuierliche Signalwerte gerundet? ([Quantisierung](#))
- ▶ Welche Abbildungs- / Interpretationsvorschriften gibt es? ([Leitungskodierung](#))
- ▶ Welche Störfaktoren spielen eine Rolle? ([Rauschen](#), [Dämpfung](#), [Verzerrung](#), ...)
- ▶ Wie werden Fehler erkannt und ggf. korrigiert? ([Kanalkodierung](#))
- ▶ Und wie wird ein derartiges Signal überhaupt erzeugt? ([Impulsformung](#), [Modulation](#))

Inhalt

Signale, Information und deren Bedeutung

Klassifizierung von Signalen

Zeit- und Frequenzbereich

Abtastung, Rekonstruktion und Quantisierung

Übertragungskanal

Kanaleinflüsse

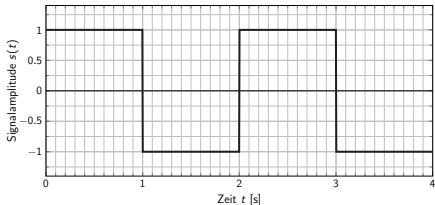
Kanalkapazität

Nachrichtenübertragung

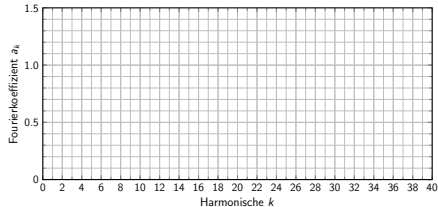
Übertragungsmedien

Zeit- und Frequenzbereich

(Periodische) Zeitsignale lassen sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen auffassen:



(a) Zeitsignal $s(t)$



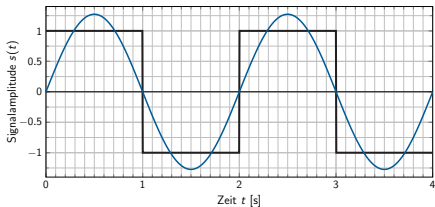
(b) Spektrum $S(f)$

Fourier-Reihe: (mit $\omega = 2\pi/T$, Periodendauer hier $T = 2\text{ s}$)

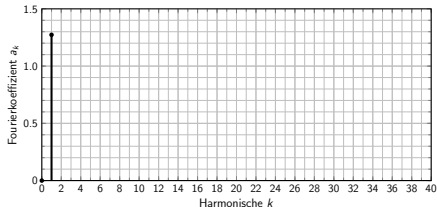
$$s(t) \approx \frac{a_0}{2}$$

Zeit- und Frequenzbereich

(Periodische) Zeitsignale lassen sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen auffassen:



(a) Zeitsignal $s(t)$



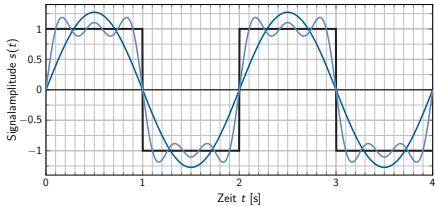
(b) Spektrum $S(f)$

Fourier-Reihe: (mit $\omega = 2\pi/T$, Periodendauer hier $T = 2\text{ s}$)

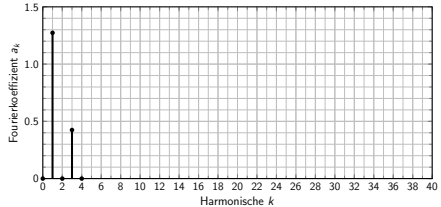
$$s(t) \approx \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)$$

Zeit- und Frequenzbereich

(Periodische) Zeitsignale lassen sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen auffassen:



(a) Zeitsignal $s(t)$



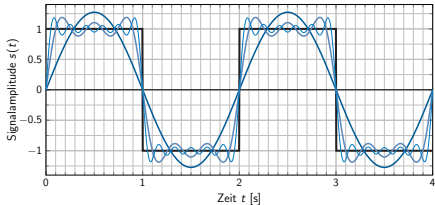
(b) Spektrum $S(f)$

Fourier-Reihe: (mit $\omega = 2\pi/T$, Periodendauer hier $T = 2$ s)

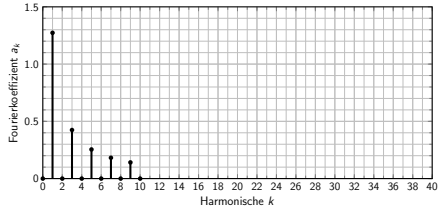
$$s(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^4 (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

Zeit- und Frequenzbereich

(Periodische) Zeitsignale lassen sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen auffassen:



(a) Zeitsignal $s(t)$



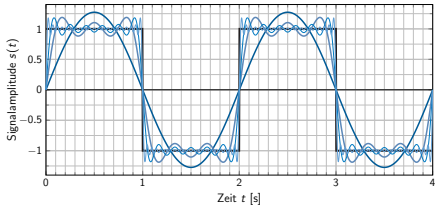
(b) Spektrum $S(f)$

Fourier-Reihe: (mit $\omega = 2\pi/T$, Periodendauer hier $T = 2$ s)

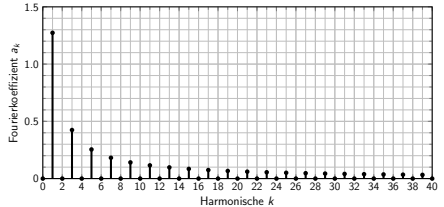
$$s(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{10} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

Zeit- und Frequenzbereich

(Periodische) Zeitsignale lassen sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen auffassen:



(a) Zeitsignal $s(t)$



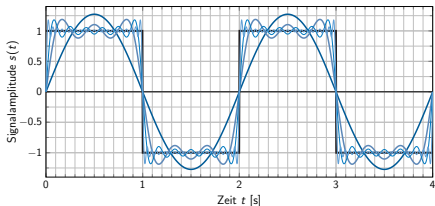
(b) Spektrum $S(f)$

Fourier-Reihe: (mit $\omega = 2\pi/T$, Periodendauer hier $T = 2\text{ s}$)

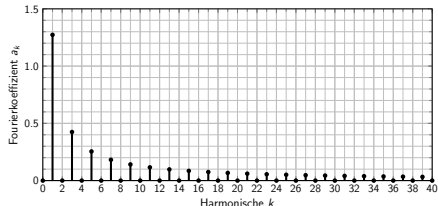
$$s(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{40} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

Zeit- und Frequenzbereich

(Periodische) Zeitsignale lassen sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinusschwingungen unterschiedlicher Frequenzen auffassen:



(a) Zeitsignal $s(t)$



(b) Spektrum $S(f)$

Fourier-Reihe: (mit $\omega = 2\pi/T$, Periodendauer hier $T = 2\text{ s}$)

Im Grenzwert $N \rightarrow \infty$ gilt:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

Fourierreihe

Ein **periodisches** Signal $s(t)$ lässt sich als Summe gewichteter Sinus- und Kosinus-Schwingungen darstellen. Die so entstehende Reihenentwicklung von $s(t)$ bezeichnet man als **Fourierreihe**:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) . \quad (1)$$

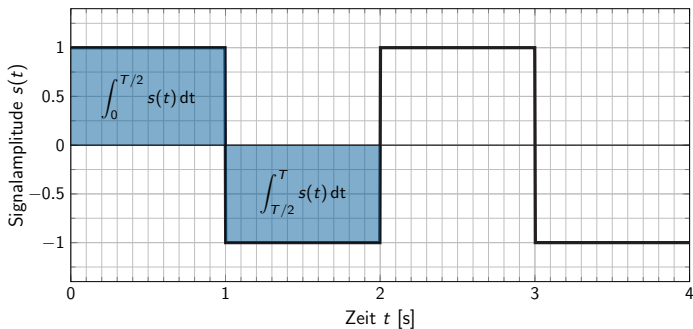
Das k -te Summenglied bezeichnet man auch als k -te **Harmonische**. Das konstante Glied $a_0/2$ repräsentiert eine Verschiebung der Signalamplitude bezüglich der Ordinate (y-Achse) und damit den konstanten Anteil der Funktion. Die **Kreisfrequenz** $\omega = 2\pi/T$ stellt lediglich eine Normierung bezüglich der Periodendauer T des Signals dar.

Die Koeffizienten (Gewichte) a_k und b_k lassen sich wie folgt bestimmen:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(k\omega t) dt \quad \text{und} \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \sin(k\omega t) dt . \quad (2)$$

Einfache Signaleigenschaften „by inspection“

- Die Bestimmung der Koeffizienten a_k und b_k ist nur Rechenarbeit
- Einige Eigenschaften sieht man einfachen Signalen aber leicht an, z. B.:

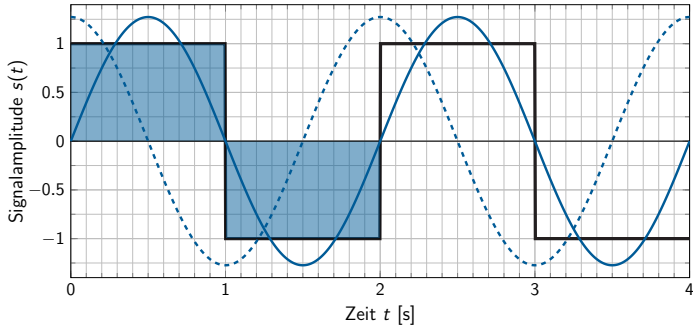


- Punktsymmetrie zu $(T/2, 0) \Rightarrow a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) dt = 0$
- Kein Gleichanteil (d.h. keine Verschiebung entlang der Ordinate)

Frage: Was ist mit dem Signal $s'(t) = s(t) + c$ mit $c > 0$?

Einfache Signaleigenschaften „by inspection“

- ▶ Die Bestimmung der Koeffizienten a_k und b_k ist nur Rechenarbeit
- ▶ Einige Eigenschaften sieht man einfachen Signalen aber leicht an, z. B.:



- ▶ Alle Gewichte für den Kosinus sind null, also $a_k = 0 \forall k \in \mathbb{N}$
- ▶ Grund: $s(t)$ ist genau in Phase mit dem Sinus

Frage: Was ist, wenn man die Phase von $s(t)$ um 90° verschiebt?

Bislang haben wir nur periodische Signale betrachtet. Was ist mit **nicht**-periodischen Signalen?

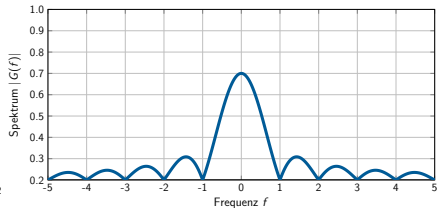
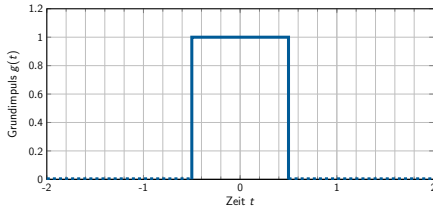
- ▶ Keine Entwicklung als Fourierreihe möglich
- ▶ Kontinuierliches (anstatt diskretes) Spektrum
- ▶ Frequenzbereich erhält man mittels **Fouriertransformation**

Fouriertransformation

Die Fourier-Transformierte einer stetigen, integrierbaren Funktion $s(t)$ ist gegeben als

$$s(t) \circ \bullet S(f) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t=-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i2\pi ft} dt.$$

Beispiel: Rechteckimpuls und zugehöriges Spektrum



$$\text{rect}(t) \circ \bullet \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \text{sinc}\left(\frac{f}{T}\right) \quad \text{mit } \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

Abtastung, Rekonstruktion und Quantisierung [2]

Natürlich vorkommende Signale sind **zeitkontinuierlich** und **wertkontinuierlich**, d. h. sie nehmen zu unendlich vielen Zeitpunkten beliebige reelle Werte an.

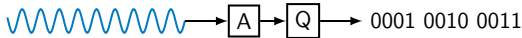
Problem für Computer:

- ▶ Endlicher Speicher
- ▶ Endliche Rechengenauigkeit

Lösung: **Diskretisierung** von Signalen im

- ▶ Zeitbereich (**Abtastung**) und
- ▶ Wertbereich (**Quantisierung**).

Ein zeit- und wertdiskretes Signal ist **digital** und wird in **Wörtern** fester Länge gespeichert.



Vergleiche: Nutzung von Fix- bzw. Gleitkommazahlen anstelle von reellen Zahlen entspricht einer Rundung (Quantisierung) auf eine endliche Anzahl diskreter Stufen.

Abtastung

Das Signal $s(t)$ wird mittels des Einheitsimpulses (Dirac-Impulses) $\delta[t]$ in äquidistanten Abständen T_a (Abtastintervall) für $n \in \mathbb{Z}$ abgetastet:

$$\hat{s}(t) = s(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[t - nT_a], \text{ mit } \delta[t - nT_a] = \begin{cases} 1 & t = nT_a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Da $\hat{s}(t)$ nur zu den Zeitpunkten nT_a für ganzzahlige n von Null verschieden ist, vereinbaren wir die Schreibweise $\hat{s}[n]$ für zeitdiskrete aber wertkontinuierliche Signale.

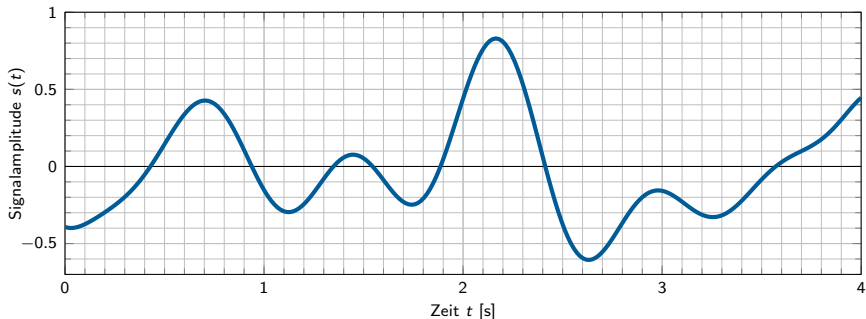


Abbildung: Zeitkontinuierliches Signal $s(t)$

Abtastung

Das Signal $s(t)$ wird mittels des Einheitsimpulses (Dirac-Impulses) $\delta[t]$ in äquidistanten Abständen T_a (Abtastintervall) für $n \in \mathbb{Z}$ abgetastet:

$$\hat{s}(t) = s(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[t - nT_a], \text{ mit } \delta[t - nT_a] = \begin{cases} 1 & t = nT_a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Da $\hat{s}(t)$ nur zu den Zeitpunkten nT_a für ganzzahlige n von Null verschieden ist, vereinbaren wir die Schreibweise $\hat{s}[n]$ für zeitdiskrete aber wertkontinuierliche Signale.

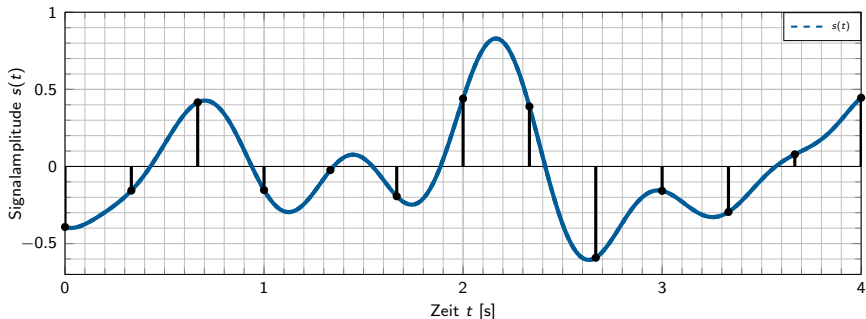


Abbildung: Zeitkontinuierliches Signal $s(t)$ und Abtastwerte $\hat{s}[n]$

Rekonstruktion

Mittels der Abtastwerte $\hat{s}[n]$ ist es möglich, das ursprüngliche Signal $s(t)$ zu rekonstruieren:

$$s(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{s}[n] \cdot \text{sinc} \left(\frac{t - nT_a}{T_a} \right).$$

- ▶ Abtastwerte sind **Stützstellen** und
- ▶ dienen als Gewichte für eine passende **Ansatzfunktion** (trigonometrische Interpolation, vgl. Polynominterpolation → Numerisches Programmieren).

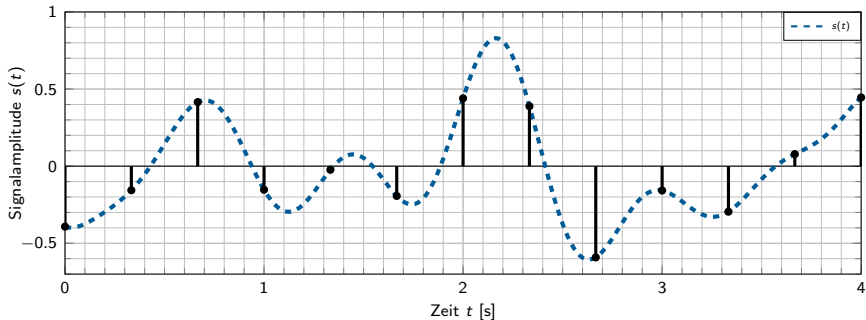


Abbildung: Abtastwerte $\hat{s}[n]$

Rekonstruktion

Mittels der Abtastwerte $\hat{s}[n]$ ist es möglich, das ursprüngliche Signal $s(t)$ zu rekonstruieren:

$$s(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{s}[n] \cdot \text{sinc} \left(\frac{t - nT_a}{T_a} \right).$$

- ▶ Abtastwerte sind **Stützstellen** und
- ▶ dienen als Gewichte für eine passende **Ansatzfunktion** (trigonometrische Interpolation, vgl. Polynominterpolation → Numerisches Programmieren).

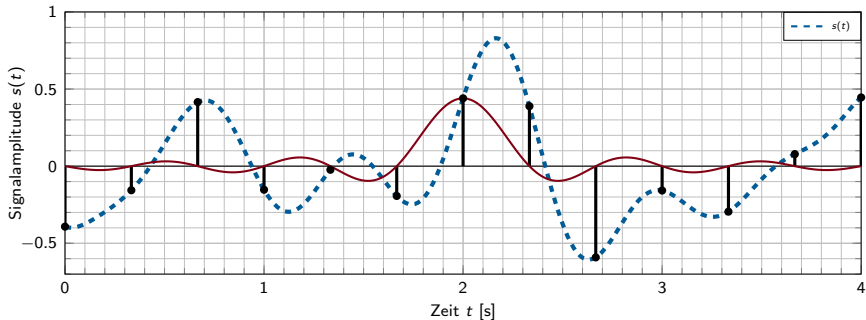


Abbildung: Jeder Abtastwert $\hat{s}[n]$ dient als Gewicht für die Ansatzfunktion zur Rekonstruktion.

Rekonstruktion

Mittels der Abtastwerte $\hat{s}[n]$ ist es möglich, das ursprüngliche Signal $s(t)$ zu rekonstruieren:

$$s(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{s}[n] \cdot \text{sinc} \left(\frac{t - nT_a}{T_a} \right).$$

- ▶ Abtastwerte sind **Stützstellen** und
- ▶ dienen als Gewichte für eine passende **Ansatzfunktion** (trigonometrische Interpolation, vgl. Polynominterpolation → Numerisches Programmieren).

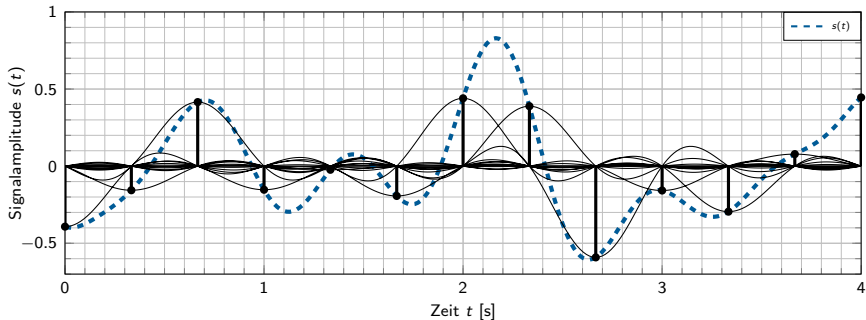


Abbildung: Jeder Abtastwert $\hat{s}[n]$ dient als Gewicht für die Ansatzfunktion zur Rekonstruktion.

Rekonstruktion

Mittels der Abtastwerte $\hat{s}[n]$ ist es möglich, das ursprüngliche Signal $s(t)$ zu rekonstruieren:

$$s(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{s}[n] \cdot \text{sinc} \left(\frac{t - nT_a}{T_a} \right).$$

- ▶ Abtastwerte sind **Stützstellen** und
- ▶ dienen als Gewichte für eine passende **Ansatzfunktion** (trigonometrische Interpolation, vgl. Polynominterpolation → Numerisches Programmieren).

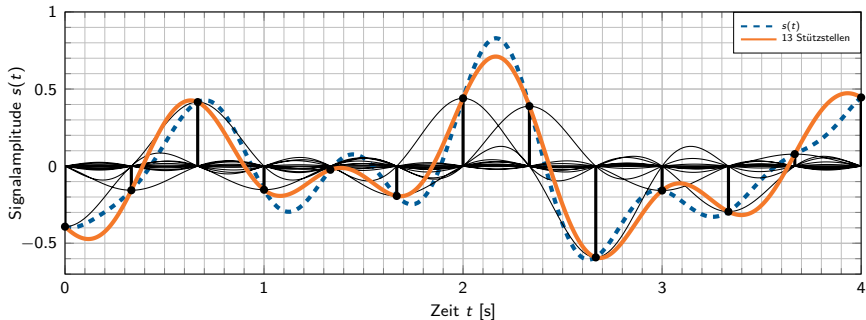


Abbildung: Die Summe der gewichteten Ansatzfunktionen nähert sich dem ursprünglichen Signal in Abhängigkeit der Anzahl der Summenglieder.

Rekonstruktion

Mittels der Abtastwerte $\hat{s}[n]$ ist es möglich, das ursprüngliche Signal $s(t)$ zu rekonstruieren:

$$s(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{s}[n] \cdot \text{sinc} \left(\frac{t - nT_a}{T_a} \right).$$

- ▶ Abtastwerte sind **Stützstellen** und
- ▶ dienen als Gewichte für eine passende **Ansatzfunktion** (trigonometrische Interpolation, vgl. Polynominterpolation → Numerisches Programmieren).

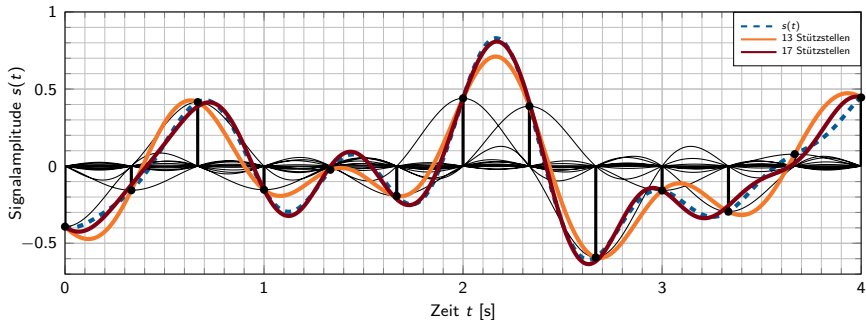


Abbildung: Die Summe der gewichteten Ansatzfunktionen nähert sich dem ursprünglichen Signal in Abhängigkeit der Anzahl der Summenglieder.

Wann ist eine verlustfreie Rekonstruktion möglich?

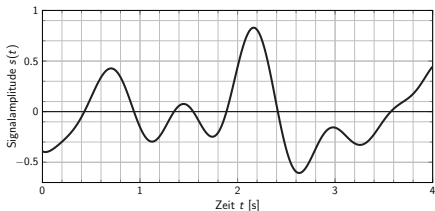
- Die Multiplikation im Zeitbereich entspricht einer Faltung im Frequenzbereich:

$$s(t) \cdot \delta[t - nT] \longleftrightarrow \frac{1}{T} S(f) * \delta[f - n/T].$$

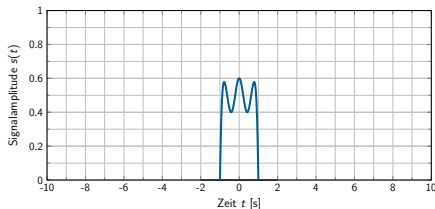
- Diese Faltung mit Einheitsimpulsen entspricht einer Verschiebung von $S(f)$ entlang der Abszisse.

Folglich entspricht die Abtastung des Signals $s(t)$ in Abständen T_a der periodischen Wiederholung seines Spektrums $S(f)$ in Abständen von $f_a = 1/T_a$.

Beispiel: Abtastung eines auf B **bandbegrenzten** Signals $s(t)$ mit der Abtastfrequenz $f_a = 3B$



(a) Ursprüngliches Signal $s(t)$



(b) Zugehöriges Spektrum $S(f)$ (schematisch)

Wann ist eine verlustfreie Rekonstruktion möglich?

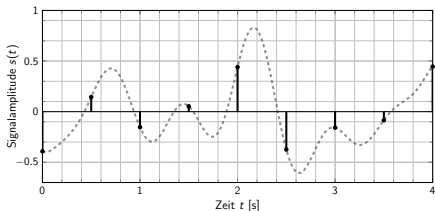
- Die Multiplikation im Zeitbereich entspricht einer Faltung im Frequenzbereich:

$$s(t) \cdot \delta[t - nT] \longleftrightarrow \frac{1}{T} S(f) * \delta[f - n/T].$$

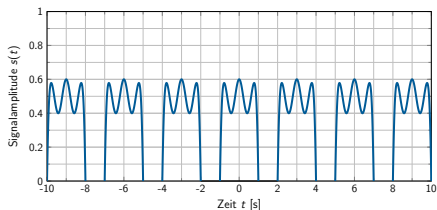
- Diese Faltung mit Einheitsimpulsen entspricht einer Verschiebung von $S(f)$ entlang der Abszisse.

Folglich entspricht die Abtastung des Signals $s(t)$ in Abständen T_a der periodischen Wiederholung seines Spektrums $S(f)$ in Abständen von $f_a = 1/T_a$.

Beispiel: Abtastung eines auf B **bandbegrenzten** Signals $s(t)$ mit der Abtastfrequenz $f_a = 3B$



(a) Abgetastetes Signal $\hat{s}[n]$



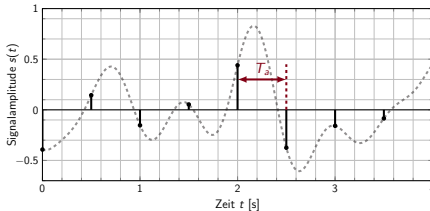
(b) Zugehöriges Spektrum $\hat{S}(f)$ (schematisch)

Abtasttheorem von Shannon und Nyquist

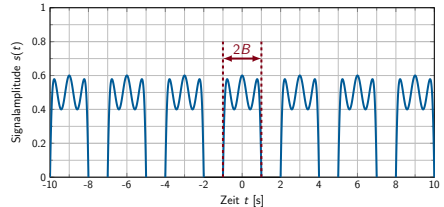
Ein auf $|f| \leq B$ bandbegrenztetes Signal $s(t)$ ist vollständig durch äquidistante Abtastwerte $\hat{s}[n]$ beschrieben, sofern diese nicht weiter als $T_a = 1/2B$ auseinander liegen. Die Abtastfrequenz, welche eine vollständige Signalrekonstruktion erlaubt, ist folglich durch

$$f_a > 2B$$

nach unten beschränkt.



(a) Abgetastetes Signal $\hat{s}[n]$



(b) Zugehöriges Spektrum $\hat{S}(f)$ (schematisch)

- ▶ Wählt man $f_a < 2B$, so überlappen sich die periodischen Wiederholungen des Spektrums
- ▶ Diesen Effekt bezeichnet man als **Aliasing**
- ▶ Eine **verlustfreie** Rekonstruktion ist in diesem Fall **nicht** möglich

Quantisierung

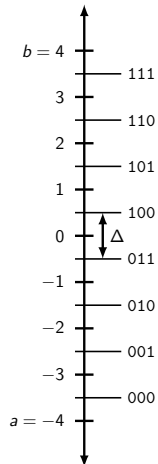
- ▶ Bei N bit Wortbreite sind $M = 2^N$ diskrete Signalstufen unterscheidbar
- ▶ Diese werden in einem **Quantisierungsintervall** $I_Q = [a, b]$ „sinnvoll“ verteilt
- ▶ Was ist „sinnvoll“?

Quantisierung

- ▶ Bei N bit Wortbreite sind $M = 2^N$ diskrete Signalstufen unterscheidbar
- ▶ Diese werden in einem **Quantisierungsintervall** $I_Q = [a, b]$ „sinnvoll“ verteilt
- ▶ Was ist „sinnvoll“?

Beispiel: Lineare Quantisierung mit mathematischem Runden

- ▶ Optimal, wenn alle Werte innerhalb I_Q mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten
- ▶ Stufenbreite $\Delta = \frac{b - a}{M}$
- ▶ Innerhalb I_Q beträgt der maximale Quantisierungsfehler $q_{\max} = \Delta/2$
- ▶ Signalwerte außerhalb I_Q werden auf obere bzw. untere Grenze von I_Q normiert \Rightarrow Außerhalb I_Q ist der Quantisierungsfehler unbeschränkt



Quantisierung

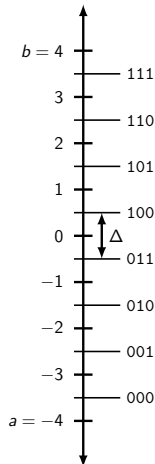
- ▶ Bei N bit Wortbreite sind $M = 2^N$ diskrete Signalstufen unterscheidbar
- ▶ Diese werden in einem **Quantisierungsintervall** $I_Q = [a, b]$ „sinnvoll“ verteilt
- ▶ Was ist „sinnvoll“?

Beispiel: Lineare Quantisierung mit mathematischem Runden

- ▶ Optimal, wenn alle Werte innerhalb I_Q mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten
- ▶ Stufenbreite $\Delta = \frac{b - a}{M}$
- ▶ Innerhalb I_Q beträgt der maximale Quantisierungsfehler $q_{\max} = \Delta/2$
- ▶ Signalwerte außerhalb I_Q werden auf obere bzw. untere Grenze von I_Q normiert \Rightarrow Außerhalb I_Q ist der Quantisierungsfehler unbeschränkt

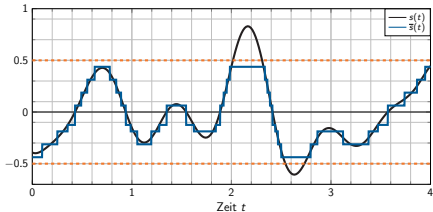
Was ist, wenn die Signalwerte nicht gleichverteilt sind?

- ▶ Lineare Quantisierung ist typischerweise suboptimal
- ▶ Nicht-lineare Quantisierung wird beispielsweise bei der Digitalisierung von Sprache oder Musik eingesetzt.

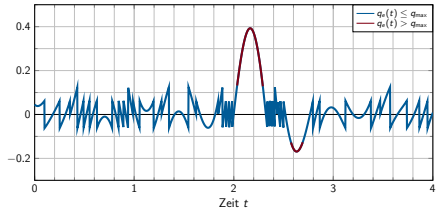


Quantisierung (Beispiel)

Lineare Quantisierung im Intervall $I = [-0,5; 0,5]$ mit $N = 3$ bit:



(c) Quantisiertes Signal $\tilde{s}(t)$ (blau)



(d) Quantisierungsfehler $q_e(t) = s(t) - \tilde{s}(t)$

Codewort	000	001	010	011	100	101	110	111
Signalstufe	$-7/16$	$-5/16$	$-3/16$	$-1/16$	$1/16$	$3/16$	$5/16$	$7/16$

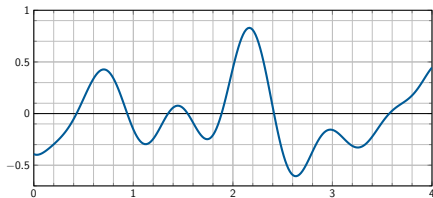
Frage:

Warum liegt die höchste Signalstufe bei $7/16$ und nicht bei $1/2$?

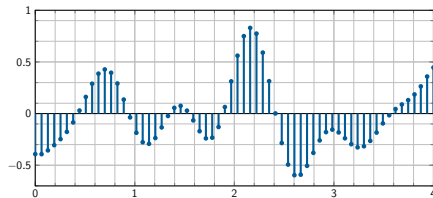
Anmerkungen:

- Die Zuweisung von Codewörtern zu Signalstufen ist im Prinzip willkürlich
- Häufig wählt man jedoch einen Code, welcher die Auswirkung einzelner Bitfehler reduziert (z. B. Gray-Code: Benachbarte Codewörter unterscheiden sich nur in jeweils einer binären Ziffer, d.h. die Hamming-Distanz ist 1.)

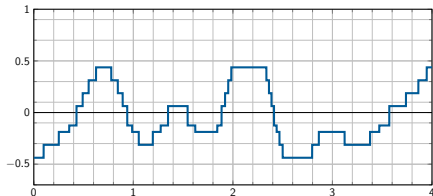
Übersicht: Signaltypen



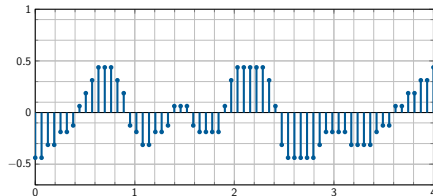
(e) Analog $s(t)$



(f) Zeitdiskret und wertkontinuierlich $\hat{s}[n]$



(g) Zeitkontinuierlich und wertdiskret $\tilde{s}(t)$



(h) Digital $s[n]$

Inhalt

Signale, Information und deren Bedeutung

Klassifizierung von Signalen

Zeit- und Frequenzbereich

Abtastung, Rekonstruktion und Quantisierung

Übertragungskanal

Kanaleinflüsse

Kanalkapazität

Nachrichtenübertragung

Übertragungsmedien

Aus dem letzten Teilkapitel sollten wir wissen:

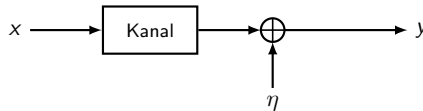
- ▶ Was sind die Unterschiede zwischen analogen, zeitdiskreten, wertdiskreten und digitalen Signalen?
- ▶ Wie muss ein Signal abgetastet werden, so dass keine Information verloren geht?
- ▶ Unter welchen Bedingungen kann ein natürlich vorkommendes Signal aus abgetasteten und quantisierten Werten verlustfrei rekonstruiert werden?
- ▶ Wie sollten die Abtastwerte quantisiert werden, wenn innerhalb des Quantisierungsintervalls jeder Signalpegel gleich wahrscheinlich ist?

In diesem Abschnitt klären wir die folgenden Fragen:

- ▶ Welchen Einfluss hat der Übertragungskanal auf ein Signal?
- ▶ Wie hoch ist die theoretisch maximal erzielbare Übertragungsrate?

Kanaleinflüsse

Modellvorstellung eines (linearen, zeitinvarianten) Kanals mit einem Ein- und Ausgang:



Unser Modell berücksichtigt:

- ▶ **Dämpfung** (Signalamplitude des Nutzsignals am Ausgang ist geringer als am Eingang)
- ▶ **Tiefpassfilterung** (höhere Frequenzen werden stärker gedämpft als niedrige)
- ▶ **Verzögerung** (die Übertragung benötigt eine gewisse Zeit)
- ▶ **Rauschen** in Form von **Additive White Gaussian Noise (AWGN)**¹

Wir berücksichtigen unter anderem nicht (weil zu kompliziert):

- ▶ **Interferenzen** durch andere Übertragungen
- ▶ **Reflektionen** eigener Signale
- ▶ **Zeitvariante** Einflüsse, z. B. können Objekte und Personen eine Funkübertragung beeinflussen

¹ AWGN ist eine vereinfachende Modellvorstellung von Rauschprozessen. In der Realität gibt es kein AWGN.

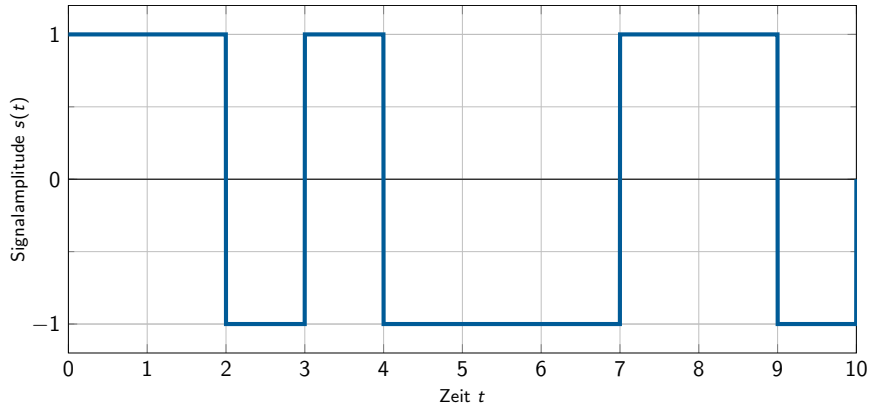
Beispiel:

Abbildung: Idealisiertes Sendesignal

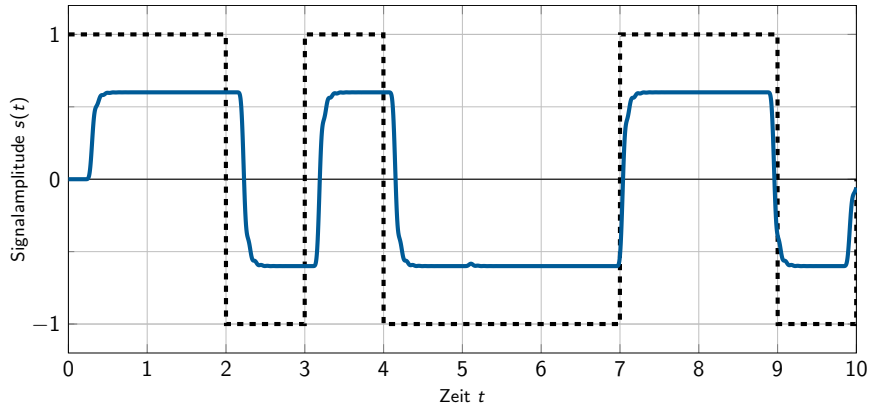
Beispiel:

Abbildung: Sendesignal nach Dämpfung und Tiefpasseinflüssen durch den Kanal

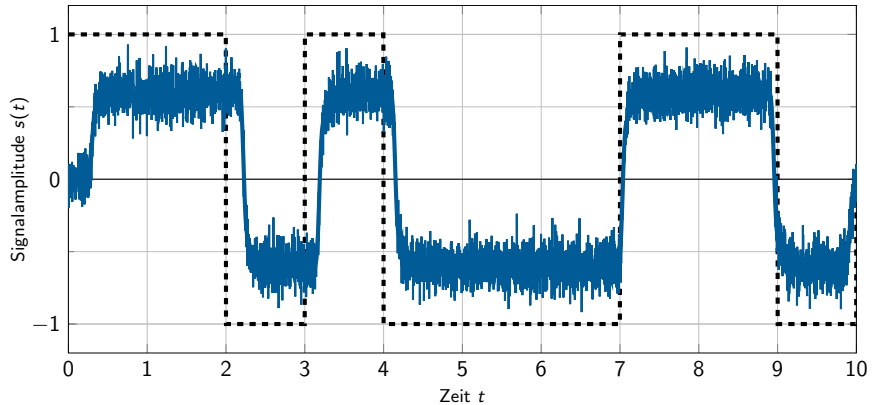
Beispiel:

Abbildung: Sendesignal nach Dämpfung und Tiefpasseinflüssen durch den Kanal sowie mit AWGN

Kanalkapazität

Wir haben bereits gesehen, dass

- ▶ ein Kanal wie ein Tiefpass wirkt und
- ▶ zusätzliches Rauschen die Übertragung stört.

Wegen der für Kanäle typischen Tiefpasscharakteristik kann man von einer **Kanalbandbreite B** sprechen:

- ▶ Niedrige Frequenzen passieren ungehindert (Tiefpass)
- ▶ Hohe Frequenzen werden gedämpft
- ▶ Ab einer bestimmten Frequenz ist die Dämpfung so stark, dass die betreffenden Signalanteile vernachlässigt werden können

Vereinfacht nehmen wir eine scharfe Grenze für B an:

- ▶ Frequenzanteile $|f| < B$ passieren
- ▶ Frequenzanteile $|f| \geq B$ werden gesperrt

Wie hoch ist die erzielbare Datenrate auf einem Kanal mit Bandbreite B ?

Hierfür benötigen wir einen Zusammenhang zwischen

- ▶ der Kanalbandbreite B ,
- ▶ der Anzahl M unterscheidbarer Signalstufen und
- ▶ dem Verhältnis zwischen der Leistung des Nutzsignals und des Rauschens.

Rauschfreier, binärer Kanal

Wir erinnern uns an das Abtasttheorem:

- ▶ Ein auf B bandbegrenzt Signal muss mind. mit der Frequenz $2B$ abgetastet werden,

so dass das Signal verlustfrei rekonstruiert werden kann, d. h. dass keine Information verloren geht.

Anders herum betrachtet: Man erhält aus einem Signal

- ▶ bis zu $2B$ **unterscheidbare**² und voneinander **unabhängige** Werte.

Tastet man häufiger ab, gewinnt man keine neue Information. Dies führt zu einer neuen Interpretation der Frequenz $f = 2B$, welche auch als **Nyquist-Rate** bezeichnet wird.

Definition: Nyquist-Rate

Sei B die Grenzfrequenz eines bandbegrenzten Kanals. Dann ist die Nyquist-Rate $f_N = 2B$

- ▶ eine untere Schranke für die minimale Abtastrate, die eine vollständige Rekonstruktion des Signals erlaubt,
- ▶ eine obere Schranke für die Anzahl an Werten je Zeiteinheit, die nach der Übertragung über den Kanal unterscheidbar und unabhängig voneinander sind.

²Hinreichend empfindliche Messsysteme vorausgesetzt

Rauschfreier, M -ärer Kanal

Angenommen es können nicht nur zwei sondern $M = 2^N$ unterscheidbare Symbole übertragen werden. Wie ändert sich die erzielbare Datenrate?

Wir erinnern uns an Quantisierung und Entropie:

- ▶ Mit einer Wortbreite von N bit lassen sich $M = 2^N$ diskrete Signalstufen darstellen.
- ▶ Emittiert eine Quelle alle Zeichen (Signalstufen) mit der gleichen Wahrscheinlichkeit, so ist die Entropie (und damit die mittlere Information) der Quelle maximal.

Folglich erhalten wir für die Übertragungsrate

- ▶ über einen Kanal der Bandbreite B
- ▶ die maximale Rate $R_{\max} = 2B \log_2(M)$ bit.

Hartleys Gesetz

Auf einem Kanal der Bandbreite B mit M unterscheidbaren Signalstufen ist die Kanalkapazität durch

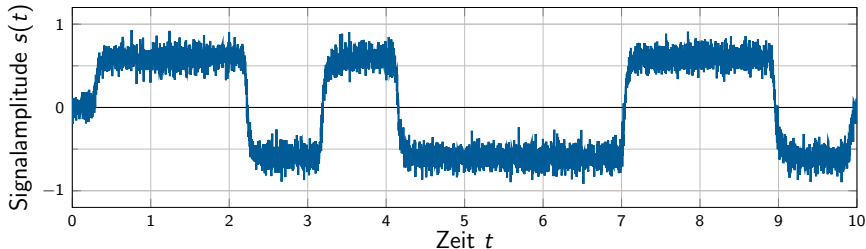
$$C_H = 2B \log_2(M) \text{ bit}$$

nach oben begrenzt.

Interessant: Wenn wir beliebig viele Signalstufen voneinander unterscheiden könnten, wäre die erzielbare Datenrate unbegrenzt! Wo ist das Problem?

Rauschen

- ▶ Rauschen macht es schwer, Signalstufen auseinanderzuhalten
- ▶ Je feiner die Signalstufen gewählt werden, desto schwieriger wird dies



Maß für die Stärke des Rauschens:

$$\text{SNR} = \frac{\text{Signalleistung}}{\text{Rauschleistung}} = \frac{P_S}{P_N}$$

Das **Signal to Noise Ratio (SNR)** wird in der Einheit dB angegeben:

$$\text{SNR dB} = 10 \cdot \log_{10}(\text{SNR})$$

Beispiel: $P_S = 1 \text{ mW}$, $P_N = 0.5 \text{ mW}$

$$\text{SNR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{0.5} \right) \text{ dB} \approx 3.0 \text{ dB}$$

Signalleistung

Definition (Leistung eines Signals)

Der Erwartungswert des Quadrats der Signalamplitude entspricht der **Signalleistung**. Die Varianz (Streuung) der Signalamplitude entspricht der Signalleistung ohne deren Gleichanteil und stellt die informationstragende Leistung eines Signals dar.

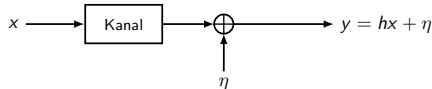
Die Signalleistung eines erwartungswertfreien³ Signals $y(t)$ beträgt

$$\begin{aligned}\text{Var}[y] &= \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p(y) \, dy \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y^2(t) \, dy = P_y.\end{aligned}$$

³ Als „erwartungsfrei“ bezeichnet man im üblichen Sprachgebrauch eine Zufallsvariable, deren Erwartungswert null ist. Dies kann zu Missverständnissen führen, da es auch Zufallsvariablen gibt, deren Erwartungswert nicht existiert.

Rauschbehafteter, M -ärer Kanal

- ▶ Keine Quantisierungsfehler (da wir nur an der Rausch-Abhängigkeit interessiert sind)
- ▶ Das (erwartungswertfreie) Sendesignal x werde durch den Kanal um den Faktor $h < 1$ gedämpft und von (erwartungswertfreiem) **unabhängigem** additivem Rauschen η überlagert



Für die Signalleistung⁴ P_y am Kanalausgang erhalten wir

$$P_y = \text{Var}[y] = \text{Var}[hx + \eta] = h^2 \text{Var}[x] + \text{Var}[\eta].$$

Für den Spezialfall, dass $\eta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$ (**Gaussian Channel**), lässt sich zeigen, dass ein ebenfalls normalverteiltes $x \sim \mathcal{N}(0, \sigma_x^2)$ die Datenrate maximiert. Wir erhalten in diesem Fall

$$P_y = h^2 \sigma_x^2 + \sigma_\eta^2.$$

Setzt man nun P_y ins Verhältnis zur Rauschleistung $P_N = \sigma_\eta^2$, so erhalten wir

$$\frac{h^2 \sigma_x^2 + \sigma_\eta^2}{\sigma_\eta^2} = 1 + \frac{h^2 \sigma_x^2}{\sigma_\eta^2} = 1 + \frac{P_S}{P_N} = 1 + \text{SNR}.$$

P_S ist die **Leistung des Nutzsignals**, die beim Empfänger ankommt.

⁴erwartungswertfreie ergodische Signale: $\text{Var}[y] = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p(y) dy = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y^2(t) dt = P_y.$

Shannon-Hartley-Theorem

Auf einem Kanal der Bandbreite B mit additiven weißen Rauschen mit Rauschleistung P_N und Signalleistung P_S beträgt die obere Schranke für die erreichbare Datenrate

$$C_S = B \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N} \right) \text{ bit.}$$

Herleitung des Theorems: siehe Shannons Veröffentlichung [Communication in the Presence of Noise](#) von 1949. **Vergleich mit Hartleys Gesetz (aufschlussreich!):**

$$C_H = 2B \log_2(M) = 2B \log_2 \left(\frac{b-a}{\Delta} \right).$$

- ▶ Die Intervallgrenzen a, b beziehen sich hier auf das unquantisierte Signal
- ▶ Mit $\alpha = a + \Delta/2$ und $\beta = b - \Delta/2$ als minimale bzw. maximale quantisierte Signalamplitude erhalten wir

$$C_H = 2B \log_2 \left(\frac{\beta - \alpha + \Delta}{\Delta} \right) = B \log_2 \left(\left(1 + \frac{\beta - \alpha}{\Delta} \right)^2 \right). \quad (3)$$

Wird (3) ausmultipliziert, kommt aber etwas anderes raus!

- ▶ C_S berücksichtigt **nur** additives Rauschen des Kanals, aber **keine** Quantisierungsfehler.
- ▶ C_H berücksichtigt **nur** die Signalstufen und damit die Quantisierung („Quantisierungsrauschen“), aber **keine** Kanaleinflüsse.
- ▶ Der fehlende gemischte Term, wenn man (3) ausmultipliziert und mit C_S vergleicht, liegt in der **Unabhängigkeitsannahme** des Nutzsignals und des Rauschens begründet ($E[x\eta] = E[x]E[\eta]$). Der Quantisierungsfehler ist natürlich nicht unabhängig vom Eingangssignal – aus diesem Grund lässt sich (3) nicht ohne Näherung in die selbe Form wie C_S bringen.

Zusammenfassung

Die Kanalkapazität C ist durch zwei Faktoren beschränkt:

- ▶ **Die Anzahl M der unterscheidbaren Symbole**
Selbst ein rauschfreier Kanal hilft nichts, wenn wir nur zwei Symbole nutzen (können).
- ▶ **Signal-to-Noise Ratio (SNR)**
Ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis SNR zu gering, muss ggf. der Abstand Δ zwischen den Signalstufen erhöht und damit die Anzahl unterscheidbarer Symbole verringert werden, um eine zuverlässige Unterscheidung gewährleisten zu können.

Für die tatsächliche Kanalkapazität C gilt also folgende obere Schranke:

$$C < \min\{C_H, C_S\} = \min\{2B \log_2(M), B \log_2(1 + \text{SNR})\} \text{ bit.}$$

Anmerkungen:

- ▶ Das ist nur ein Modell – mit stark vereinfachenden Annahmen.
 - ▶ Wie man einen Kanalcode mit genau der richtigen Menge Redundanz konstruieren kann, so dass C maximiert wird, ist ein offenes Problem der Informationstheorie. (← Challenge!)
 - ▶ Wir sprechen hier von Datenraten im informationstheoretischen Sinn, d. h. die zu übertragenden Daten liegen redundanzfrei vor. Dies ist in praktischen Systemen nie gewährleistet:
 - ▶ Nutzdaten werden vor dem Senden nicht zwangsläufig (und niemals optimal) komprimiert
 - ▶ Zusätzlich zu den Nutzdaten werden **Kontrollinformationen (Header)** benötigt (→ später)
- ⇒ Die tatsächlich erzielbare Netto-Datenrate liegt unterhalb der informationstheoretischen Schranke.

Inhalt

Signale, Information und deren Bedeutung

Klassifizierung von Signalen

Zeit- und Frequenzbereich

Abtastung, Rekonstruktion und Quantisierung

Übertragungskanal

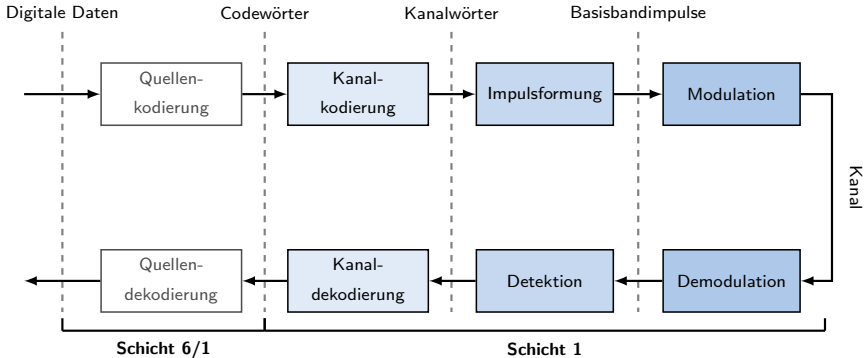
Kanaleinflüsse

Kanalkapazität

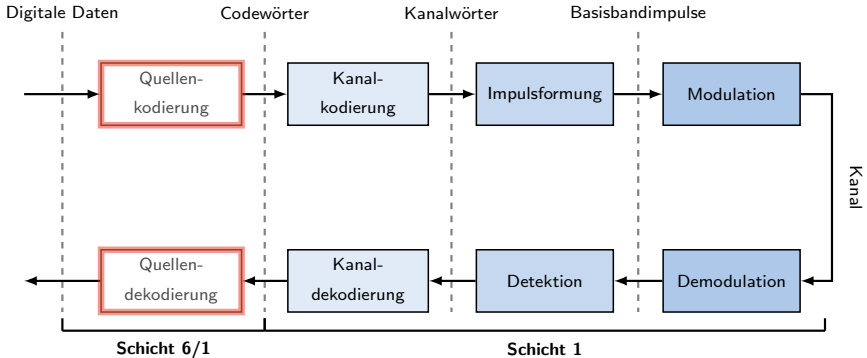
Nachrichtenübertragung

Übertragungsmedien

Nachrichtenübertragung



Nachrichtenübertragung



Quellenkodierung [1]

Quellenkodierung (Source Coding)

Ziel der Quellenkodierung ist es,

- ▶ **Redundanz** aus den zu übertragenden Daten zu **entfernen** durch Abbildung von Bitsequenzen auf Codewörter, was einer **verlustlosen Datenkompression** entspricht.

Die Quellenkodierung kann in unterschiedlichen Schichten des ISO/OSI-Modell vorkommen:

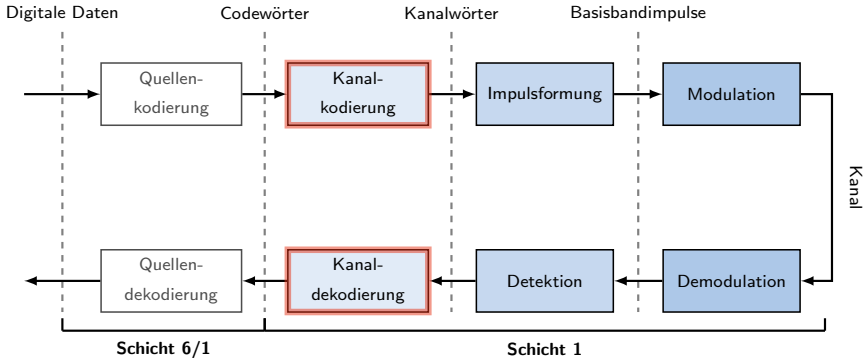
- ▶ Datenkompression kann auf der Darstellungsschicht (Schicht 6) stattfinden
- ▶ Daten können bereits in komprimierter Form vorliegen (verlustlos komprimierte Dateiformate, z. B. ZIP, PNG, FLAC)
- ▶ Im Mobilfunkbereich (digitale Sprachübertragung) kann die Quellenkodierung einer niedrigen Schicht zugeordnet werden
- ▶ In lokalen Netzwerken (Ethernet, WLAN) findet i. d. R. keine Quellenkodierung statt

Beispiele:

- ▶ Huffman-Code
- ▶ Run-Length-Encodng (RLE)

In Kapitel 5 (Darstellungsschicht) gehen wir auf den Huffman-Code ein

Übersicht



Kanalkodierung [1]

Jeder realisierbare Übertragungskanal ist unzuverlässig. Ein Maßstab dafür ist die **Bitfehlerwahrscheinlichkeit** p_e :

- ▶ Bei Ethernet über Kupferkabel charakteristisch: $p_e \approx 10^{-8}$
- ▶ Bei WLAN charakteristisch: $p_e \approx 10^{-6}$ oder mehr
- ▶ Bei ungesicherter Funkübertragung charakteristisch: $p_e \approx 10^{-4}$ oder mehr

Gedankenspiel:

- ▶ Ungesicherte Funkverbindung mit $p_e = 10^{-4}$, Fehler unabhängig und gleichverteilt
- ▶ Paketlänge $L = 1500 \text{ B} = 12000 \text{ bit}$
- ▶ $\Pr[\text{„Kein Bitfehler im Paket“}] = (1 - 10^{-4})^{12000} \approx 30 \%$

⇒ 70 % der übertragenen Datenpakete würden mind. einen Bitfehler enthalten.

Kanalkodierung [1]

Jeder realisierbare Übertragungskanal ist unzuverlässig. Ein Maßstab dafür ist die **Bitfehlerwahrscheinlichkeit** p_e :

- ▶ Bei Ethernet über Kupferkabel charakteristisch: $p_e \approx 10^{-8}$
- ▶ Bei WLAN charakteristisch: $p_e \approx 10^{-6}$ oder mehr
- ▶ Bei ungesicherter Funkübertragung charakteristisch: $p_e \approx 10^{-4}$ oder mehr

Gedankenspiel:

- ▶ Ungesicherte Funkverbindung mit $p_e = 10^{-4}$, Fehler unabhängig und gleichverteilt
- ▶ Paketlänge $L = 1500 \text{ B} = 12000 \text{ bit}$
- ▶ $\Pr[\text{„Kein Bitfehler im Paket“}] = (1 - 10^{-4})^{12000} \approx 30 \%$

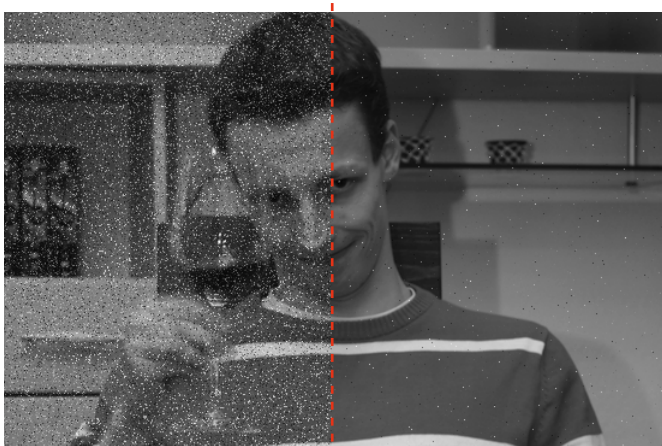
⇒ 70 % der übertragenen Datenpakete würden mind. einen Bitfehler enthalten.

Kanalkodierung (Channel Coding)

Ziel der Kanalkodierung ist es, den zu übertragenden Daten **gezielt Redundanz** hinzuzufügen, so dass eine möglichst große Anzahl an

- ▶ Bitfehlern erkannt und
- ▶ korrigiert werden kann.

Beispiel: Unkomprimiertes Bild (Bitmap) über einen verlustbehafteten Kanal versendet



ohne Kanalkodierung

mit Kanalkodierung

Geringfügige Übertragungsfehler sind in analogen Systemen tolerierbar:

- ▶ Rauschen / Knacksen bei einer Telefonverbindung
- ▶ „Schnee“ im analogen Fernsehen
- ▶ UKW-Radio

In digitalen Systemen können Übertragungsfehler schwerwiegende Konsequenzen haben, z.B.:

- ▶ Übertragung komprimierter Daten (ggf. Fehlerfortpflanzung bei der Dekodierung)
- ▶ Übertragung verschlüsselter Daten (ggf. Fehlerfortpflanzung bei der Entschlüsselung)
- ▶ Fehlerfreie Übertragung kann gefordert sein (z. B. heruntergeladenes Programm kann schon bei einem Bitfehler unbrauchbar sein)

Es werden also zusätzliche Protokolle und Mechanismen benötigt, um trotz Kanalkodierung auftretende Übertragungsfehler

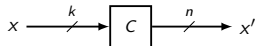
- ▶ zumindest zu erkennen und
- ▶ bei Bedarf eine Übertragung zu wiederholen.

⇒ Zusammenspiel von Prüfsummen und Quittungsprotokollen,
typischerweise auf Schichten 2, 4 bzw. 7.

Kanalkodierung: Blockcodes

Blockcodes unterteilen den Datenstrom

- ▶ in Blöcke der Länge k und
- ▶ übersetzen diese in Kanalwörter der Länge $n > k$ wobei
- ▶ die zusätzlichen $n - k$ bit für Fehlererkennung und Rekonstruktion verwendet werden.

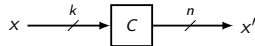


Das Verhältnis $R = \frac{k}{n}$ wird als **Coderate** bezeichnet.

Kanalkodierung: Blockcodes

Blockcodes unterteilen den Datenstrom

- ▶ in Blöcke der Länge k und
- ▶ übersetzen diese in Kanalwörter der Länge $n > k$ wobei
- ▶ die zusätzlichen $n - k$ bit für Fehlererkennung und Rekonstruktion verwendet werden.



Das Verhältnis $R = \frac{k}{n}$ wird als **Coderate** bezeichnet.

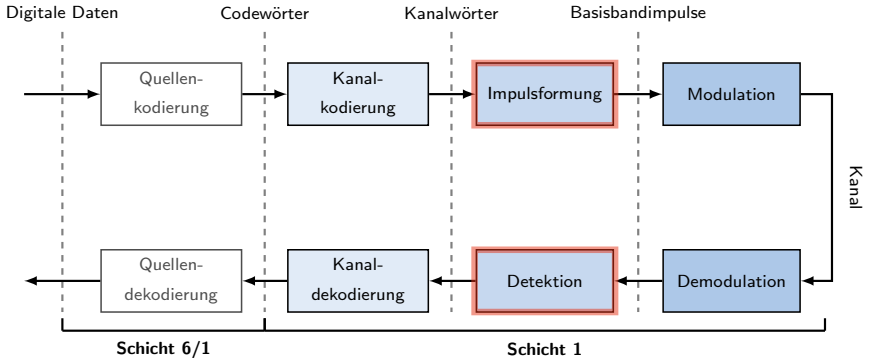
Beispiel: Repetition Code

- ▶ $k = 1$, $n = 3$, Abbildung: $0 \mapsto 000$, $1 \mapsto 111$
- ▶ Dekodierfehler, wenn mind. 2 Bit pro Block verfälscht wurden:

$$\Pr[\text{„Dekodierfehler“}] = \binom{3}{2} p_e^2 (1 - p_e) + \binom{3}{3} p_e^3 \approx \Big|_{p_e=10^{-4}} 3 \cdot 10^{-8}$$

- ▶ Neues Problem:
 - ▶ Die zu sendende Anzahl an Bits wird verdreifacht
 - ▶ Im fehlerfreien Fall würde die erzielbare Datenrate also auf $R = 1/3$ sinken
- ⇒ Kosten-/Nutzenverhältnis zwischen Fehlerwahrscheinlichkeit und Redundanz abhängig von der momentanen Bitfehlerrate g

Übersicht



Impulsformung [1]

Impulsformung

Ziel der (Basisband-)Impulsformung ist es, aus einem Datenstrom ein analoges Basisbandsignal (Frequenzen f nahe Null) zu erzeugen. Hierzu werden

- ▶ in regelmäßigen Abständen gewichtete Sendegrundimpulse erzeugt,
- ▶ von denen jeder ein Bit oder eine Gruppe von Bits darstellt.

Beispiel:

- ▶ Gegeben sei der Datenstrom 00 01 10 11 00 11 00 11
- ▶ Rechteckimpulse werden mit einem von vier Symbolen $d \in \{\pm 0.5, \pm 1.5\}$ gewichtet
- ▶ Wir wählen eine Zuordnung zwischen Gruppen von $N = 2$ Bit und den $M = 4$ Symbolen:
 $00 \mapsto d = -1.5$, $01 \mapsto d = -0.5$, $10 \mapsto d = 0.5$, $11 \mapsto d = 1.5$

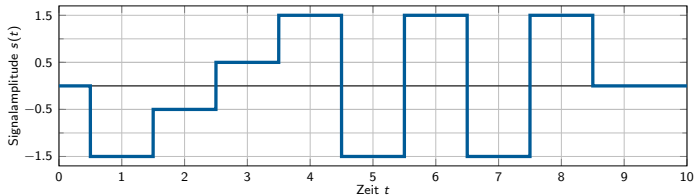
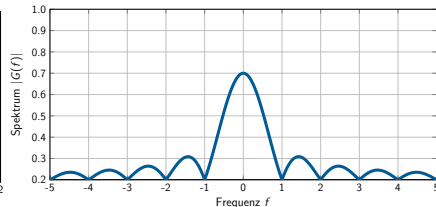
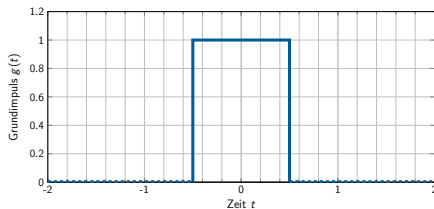


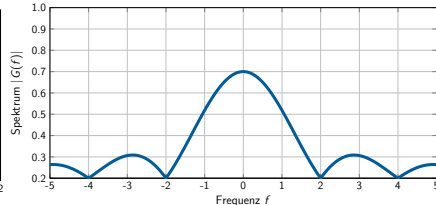
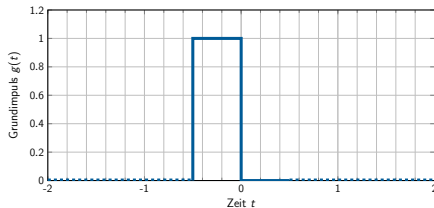
Abbildung: Basisbandsignal
$$s(t) = \sum_{n=1}^8 d_n \cdot \text{rect}(t - nT).$$

Grundimpulse (Beispiele)

► Non-Return-to-Zero-Impuls (NRZ) bzw. Rechteckimpuls

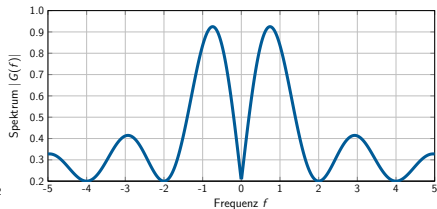
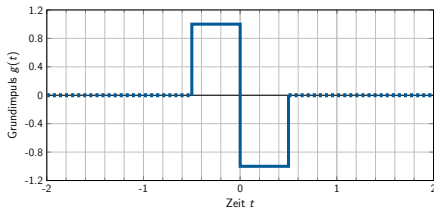


► Return-to-Zero-Impuls (RZ)

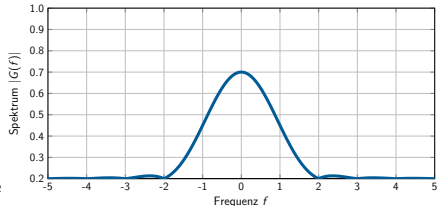
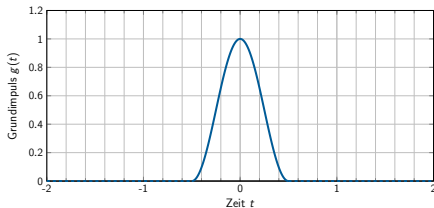


Grundimpulse (Beispiele)

► Manchester-Impuls



► \cos^2 -Impuls



Leitungscodes

Leitungscodes (nicht zu verwechseln mit **Kanalcodes**) definieren die Abfolge von einer bestimmten Art von Grundimpulsen, welche Bits oder Gruppen von Bits repräsentieren.

Definition: Symbol

Im Kontext von Leitungscodes verstehen wir unter einem **Symbol** eine phys. messbare Veränderung des Zeitsignals. Einzelne Grundimpulse bestehen also aus einem oder mehreren Symbolen.

Wichtige Eigenschaften von Leitungscodes:

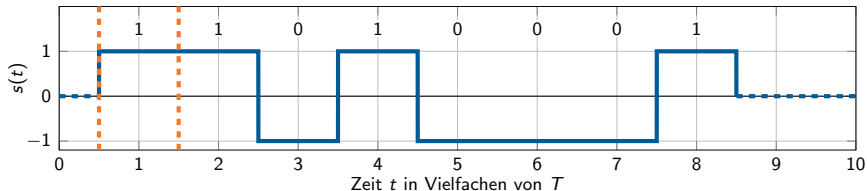
- ▶ Anzahl der Signalstufen (binär, ternär, ...)
- ▶ Anzahl kodierter Bits pro Symbol
- ▶ Schrittgeschwindigkeit (Symbolrate, Baudrate), Einheit bd

Optionale Eigenschaften von Leitungscodes:

- ▶ Taktrückgewinnung
- ▶ Gleichstromfreiheit
- ▶ Bereitstellung von Steuerzeichen (4B5B-Kodierung → später)

Je nach Art der verwendeten Grundimpulse und deren Abfolge haben Leitungscodes Einfluss auf die benötigte Kanalbandbreite. Als Daumenregel gilt: **Je mehr abrupte Signalwechsel stattfinden, desto breiter ist das benötigte Spektrum.** (s. Beispiele)

Non-Return-To-Zero (NRZ)



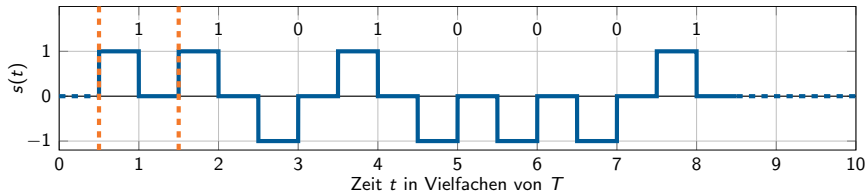
Kodiervorschrift:

- ▶ Grundimpuls $g(t) = \text{rect}(t)$ (Rechteckimpuls) mit Periodendauer T
- ▶ Mögliche Zuweisung der Gewichte $d_n = \begin{cases} 1 & b_n = 1 \\ -1 & b_n = 0 \end{cases}$
- ▶ Sendesignal ist definiert als $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot \text{rect}(t - nT)$

Eigenschaften:

- ▶ Binärer Code (lediglich zwei Signalstufen)
- ▶ Effizienz 1 bit/ Symbol
- ▶ Keine Taktrückgewinnung (lange Null- oder Einsfolgen)
- ▶ Keine Gleichstromfreiheit
- ▶ Relativ breites Spektrum

Return-To-Zero (RZ)



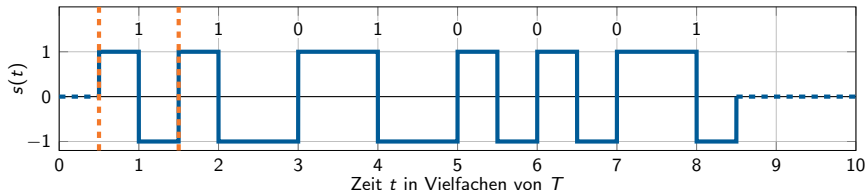
Kodiervorschrift:

- ▶ Grundimpuls $g(t) = rz(t)$ (Return-to-Zero) mit Periodendauer T
- ▶ Mögliche Zuweisung der Gewichte $d_n = \begin{cases} 1 & b_n = 1 \\ -1 & b_n = 0 \end{cases}$
- ▶ Sendesignal ist definiert als $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot rz(t - nT)$

Eigenschaften:

- ▶ Binärer Code (lediglich zwei Signalstufen)
- ▶ Effizienz 1 bit/2 Symbole
- ▶ Taktrückgewinnung durch erzwungene Pegelwechsel einfach
- ▶ Keine Gleichstromfreiheit
- ▶ Breiteres Spektrum als NRZ

Manchester-Code



Kodiervorschrift:

- ▶ Grundimpuls $g(t) = \text{manc}(t)$ (Manchester) mit Periodendauer T
- ▶ Mögliche Zuweisung der Gewichte $d_n = \begin{cases} 1 & b_n = 1 \\ -1 & b_n = 0 \end{cases}$
- ▶ Sendesignal ist definiert als $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot \text{manc}(t - nT)$

Eigenschaften:

- ▶ Binärer Code (lediglich zwei Signalstufen)
- ▶ Effizienz 1 bit/2 Symbole
- ▶ Taktrückgewinnung durch erzwungene Pegelwechsel einfach
- ▶ Gleichstromfreiheit gewährleistet, da jeder Grundimpuls für sich gleichstromfrei ist
- ▶ Sehr breites und langsam abklingendes Spektrum

Multi-Level-Transmit 3 (MLT3)



Kodiervorschrift:

- ▶ Grundimpuls $g(t) = \text{rect}(t)$ (Rechteckimpuls) mit Periodendauer T
- ▶ Gewichte $d_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^n b_k\right)$ (\rightarrow abhängig von der Anzahl der **bislang** beobachteten 1-Bits)
- ▶ Sendesignal ist definiert als $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot \text{rect}(t - nT)$

Eigenschaften:

- ▶ Terner Code (drei Signalstufen)
- ▶ Effizienz 1 bit/ Symbol
- ▶ Keine Taktrückgewinnung (lange Folge gleicher Bits)
- ▶ Keine Gleichstromfreiheit
- ▶ Schmales Spektrum, da die Grundperiode durch den periodischen Signalverlauf reduziert wird

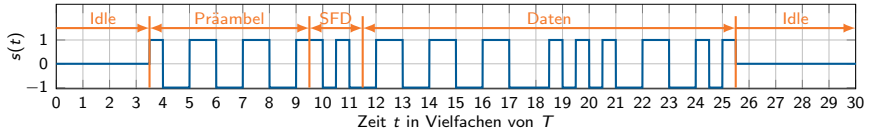
Offene Fragen: Wie kann der Empfänger erkennen,

- ▶ ob detektierte Symbole überhaupt Daten repräsentieren (Medium könnte „idle“ sein) und
- ▶ wie kann der Beginn bzw. das Ende einer Nachricht erkannt werden?

Möglichkeit 1: **Coderegelverletzung**

- ▶ Ist das Medium idle, können ungültige Basisbandimpulse gesendet werden
- ▶ Vor Beginn einer Nachricht kann eine fest definierte Anzahl alternierender Bits gesendet werden (**Präambel**)
- ▶ Beginn der Nachricht wird durch eine zweite Sequenz angezeigt (**Start Frame Delimiter**)
- ▶ Dies funktioniert mit NRZ, RZ und Manchester Code (z. B. Nullpegel), nicht aber mit MLT3 (Nullpegel bedeutet hier eine Folge von 0-bits)

Beispiel: Manchester-Code mit Präambel



- ▶ Präambel ermöglicht Taktsynchronisation
- ▶ Start Frame Delimiter (SFD) am Ende der Präambel signalisiert Beginn der Nachricht
- ▶ Coderegelverletzung (Nullpegel) zeigt Idle-Zustand an
- ▶ Verwendet bei [IEEE 802.3a/i](#) (10 Mbit/s Ethernet über Koaxial- bzw. Twisted-Pair-Kabel → später)

Möglichkeit 2: Steuerzeichen

- ▶ Definiere einen Blockcode, welcher Kanalwörter in Gruppen von k Bits unterteilt und auf $n > k$ Bits abbildet
- ▶ Dieser Blockcode dient **nicht der Fehlerkorrektur** (Aufgabe der Kanalkodierung), sondern lediglich der **Bereitstellung von Steuerzeichen**
- ▶ Die Abbildung kann dabei so gewählt sein, dass bei der Übertragung gültiger Kanalwörter
 - ▶ Taktrückgewinnung und
 - ▶ Gleichstromfreiheitauch mit Leitungscodes wie NRZ, RZ und MLT3 möglich werden.
- ▶ Ungültige Codewörter, die weder Datenwörter noch Steuerzeichen darstellen, können zur **Fehlererkennung** verwendet werden

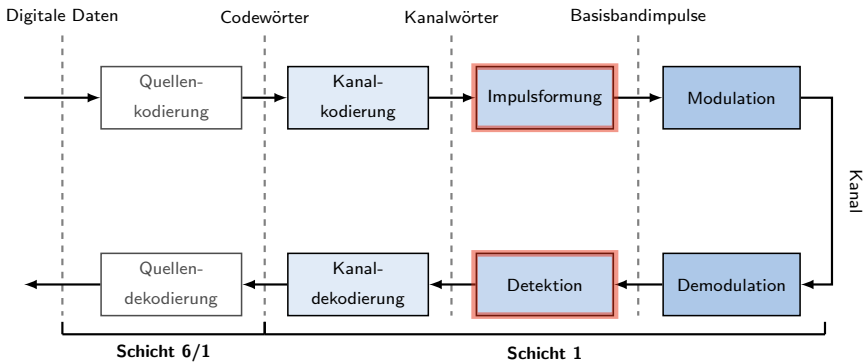
Beispiel 1: 4B5B-Code

- ▶ $k = 4$ bit werden auf $n = 5$ bit abgebildet
- ▶ Die Zuordnung zwischen Kanalwörtern und Codewörtern wird so gewählt, dass in jedem Block von 5 bit mind. ein Signalwechsel auftritt (Taktrückgewinnung bei NRZ und MLT3)
- ▶ Die zusätzlichen Codewörter werden als Steuerzeichen verwendet (Start/Stop, Idle, ...)
- ▶ Verwendet bei [IEEE 802.3u](#) (100 Mbit/s FastEthernet über Twisted-Pair-Kabel)

Beispiel 2: 8B10B-Code

- ▶ $k = 8$ bit werden auf $n = 10$ bit abgebildet
- ▶ Zuordnung ähnlich wie bei 4B5B, allerdings wird hier im zeitlichen Mittel auch Gleichstromfreiheit gewährleistet
- ▶ Verwendet u. a. bei PCIe, Serial-ATA, USB ...

Übersicht



Modulation [3]

Bislang haben wir nur **Basisbandsignale** betrachtet:

- ▶ Zeitlich verschobene Grundimpulse werden gewichtet
- ▶ Zeitlich begrenzte Grundimpulse (wir haben nur solche kennengelernt) besitzen ein **unendlich ausgedehntes Spektrum**
- ▶ Sofern der Übertragungskanal exklusiv für die Basisbandübertragung zur Verfügung steht, ist das zunächst kein Problem

Was ist, wenn der Kanal von mehreren Übertragungen **zeitgleich verwendet wird?**

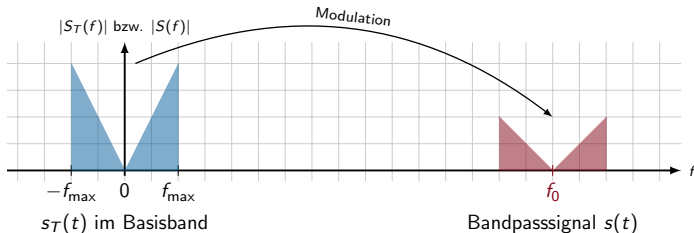
- ▶ Das Basisbandsignal (bzw. dessen Grundimpulse) wird **tiefpass-gefiltert**, was eine Begrenzung des Spektrums (und damit einer leichten Verfälschung des Zeitsignals) entspricht
- ▶ Anschließend kann das gefilterte Basisbandsignal auf ein **Trägersignal moduliert** werden
- ▶ Dies entspricht einer **Verschiebung des Spektrums** (Multiplikation im Zeitbereich ist bedingt eine Verschiebung im Frequenzbereich)
- ▶ Teilen sich mehrere Übertragungen auf diese Art einen Kanal, so sprechen wir von **Frequency Division Multiplex (FDM)**

Prinzipieller Ablauf digitaler Modulationsverfahren

- ▶ Die Grundimpulse $g(t)$ werden mittels Tiefpassfilterung auf eine maximale Frequenz f_{\max} beschränkt. Die so gefilterten Impulse bezeichnen wir als $g_T(t)$.
- ▶ Das Modulationssignal $s_T(t)$ wird wie im Basisband durch eine gewichtete Überlagerung zeitlich verschobener Grundimpulse erzeugt.
- ▶ Das Modulationssignal wird auf ein **Trägersignal** der Frequenz f_0 aufmoduliert:

$$s(t) = s_T(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot g_T(t - nT) \right) \sin(2\pi f_0 t).$$

Schematischer Ablauf im Frequenzbereich:

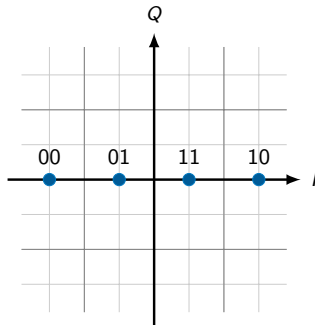


4-ASK (Amplitude Shift Keying)

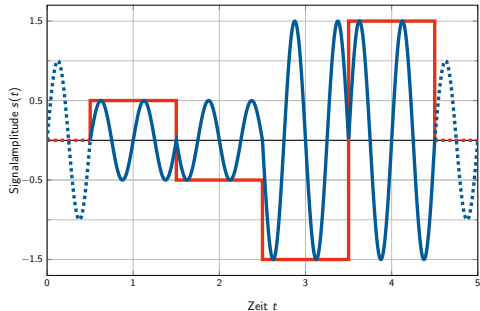
- ▶ Es werden 4 Signalstufen unterschieden \Rightarrow 2 bit/Symbol
- ▶ Es wird nur die Amplitude des Trägersignals moduliert

Beispiel: Signalraum $S = \left\{ -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}$

- ▶ Je zwei aufeinanderfolgende Bits des Datenstroms werden auf ein Symbol $d \in S$ abgebildet, z. B. $00 \mapsto -\frac{3}{2}, 01 \mapsto -\frac{1}{2}, \dots$
- ▶ Die Symbolsequenz d_n verändert die Amplitude eines Grundimpulses (z. B. Rechteckimpuls)
- ▶ Das so entstehende Basisbandsignal wird mit einem Trägersignal multipliziert (Modulation)



(a) Signalraumzuordnung

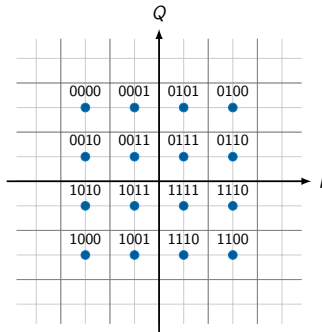


(b) Sendesignal $s(t)$ (blau), Modulationssignal $s_T(t)$ (rot)

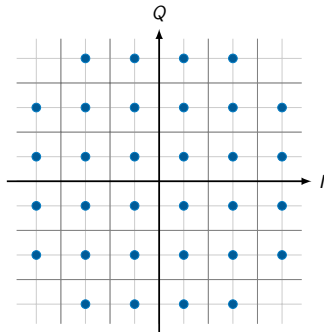
Quadratur-Amplituden-Modulation (QAM)

- ▶ Man kann kosinus- und sinus-förmige Trägersignale mischen
- ▶ Trennung durch Orthogonalität von Sinus und Kosinus möglich
- ▶ Der Kosinus wird als **Inphase-Anteil**, der Sinus als **Quadratur-Anteil** bezeichnet
- ▶ Die Datenrate lässt sich auf diese Weise verdoppeln

$$s(t) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} d_{In} \cdot g_T(t - nT) \right) \cos(2\pi f_0 t) - \left(\sum_{n=0}^{\infty} d_{Qn} \cdot g_T(t - nT) \right) \sin(2\pi f_0 t)$$



(c) 16-QAM



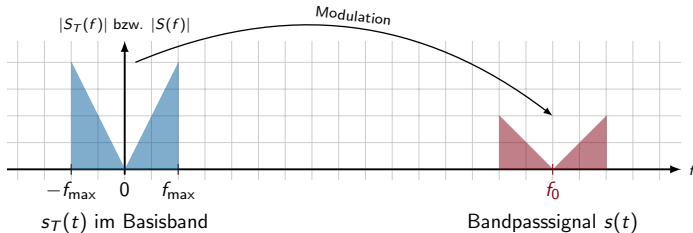
(d) 32-QAM

- ▶ QAM verdoppelt die Datenrate nochmals?
- ▶ Sensationell, wir haben Shannon widerlegt!

- QAM verdoppelt die Datenrate nochmals?
- Sensationell, wir haben Shannon widerlegt!

Natürlich nicht: [4] Durch die Frequenzverschiebung belegt das Bandpasssignal die **doppelte Bandbreite** im Vergleich zum Basisbandsignal. Es entsteht ein

- **oberes Seitenband**, welches den nicht-negativen Frequenzanteilen im Basisband entspricht, sowie ein
- **unteres Seitenband**, welches den nicht-positiven Frequenzanteilen im Basisband entspricht.



- Durch die Modulation wurde also die benötigte Bandbreite verdoppelt
- Dieser „verlorene Freiheitsgrad“ kann durch die Mischung von Sinus- und Kosinus-Trägern wieder kompensiert werden.

Die obere Schranke für die erzielbare Datenrate gilt natürlich weiterhin.

Zusammenfassung

Was wir wissen sollten:

- ▶ Was sind die Unterschiede und Ziele zwischen **Quellenkodierung**, **Kanalkodierung** und **Leitungskodierung**?
- ▶ Wie funktionieren einfache **Block-Codes**, z. B. Repetition-Code?
- ▶ Warum werden trotz aller Kodierverfahren zusätzliche Verfahren zur **Fehlererkennung** benötigt?
- ▶ Wie funktionieren die in diesem Kapitel eingeführten **Leitungscode**s?
- ▶ Was sind die jeweiligen Vor- und Nachteile der hier eingeführten Leitungscode
- ▶ Wie könnte man diese Leitungscode
- ▶ Was ist das Prinzip von **Modulationsverfahren**?
- ▶ Wie funktioniert **Frequenzmultiplex**?
- ▶ Wie hängen Signalraumzuordnung, Modulationsverfahren und die erzielbare Datenrate zusammen?
- ▶ **Für Interessierte:** Wie funktioniert **Phase Shift Keying (PSK)** und wie sieht eine gültige Signalraumzuordnung für PSK aus?

Inhalt

Signale, Information und deren Bedeutung

Klassifizierung von Signalen

Zeit- und Frequenzbereich

Abtastung, Rekonstruktion und Quantisierung

Übertragungskanal

Kanaleinflüsse

Kanalkapazität

Nachrichtenübertragung

Übertragungsmedien

Übertragungsmedien

Wir unterscheiden zwischen

- ▶ leitungsgebundener und
- ▶ nicht-leitungsgebundener Übertragung

sowie zwischen

- ▶ akustischen und
- ▶ elektromagnetischen Wellen.

Im Bereich der digitalen Datenübertragung kommen überwiegend elektromagnetische Wellen zum Einsatz. Wenige Ausnahmen bilden hier

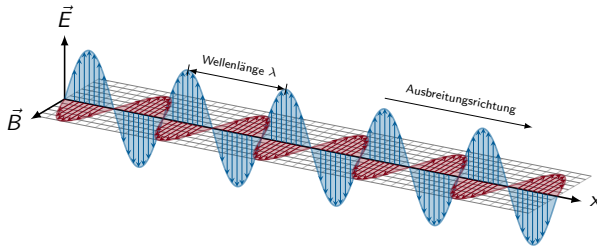
- ▶ Tonwahlverfahren (z. B. „Einwahl“ bei alten Modemverbindungen) sowie
- ▶ einige experimentelle Verfahren, z. B. kabellose Kommunikation unter Wasser.

Im Folgenden verschaffen wir uns einen Überblick über

- ▶ Frequenzen im EM-Spektrum,
- ▶ was EM-Wellen überhaupt sind und
- ▶ und welche Arten von Übertragungsmedien bei leitungsgebundenen Verfahren häufig zum Einsatz kommen.

Elektromagnetische Wellen

Elektromagnetische Wellen bestehen aus einer elektrischen (\vec{E}) und magnetischen (\vec{B}) Komponente, welche jeweils orthogonal zueinander und zur Ausbreitungsrichtung stehen:

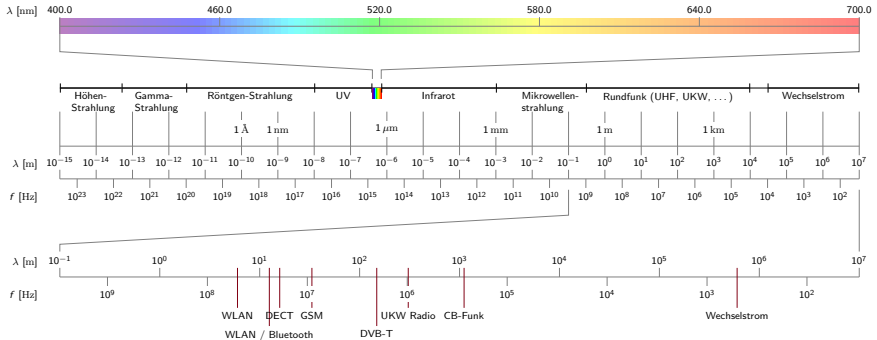


Wichtige Eigenschaften:

- ▶ Ausbreitung im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- ▶ Im Gegensatz zu Schallwellen wird kein Medium zur Ausbreitung benötigt
- ▶ Innerhalb eines Mediums (Leiter, Luft) beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit νc , wobei $0 < \nu < 1$ als **relative Ausbreitungsgeschwindigkeit** bezeichnet wird, z. B. $\nu = 0.9$ in Lichtwellenleitern oder $\nu = 2/3$ in Koaxialleitern
- ▶ Die **Wellenlänge** λ beschreibt die räumliche Ausdehnung einer Wellenperiode
- ▶ Die **Frequenz** f ergibt sich aus Wellenlänge und Lichtgeschwindigkeit zu $f = c/\lambda$

Elektromagnetisches Spektrum

Die untenstehende Abbildung zeigt eine schematische Darstellung des EM-Spektrums:

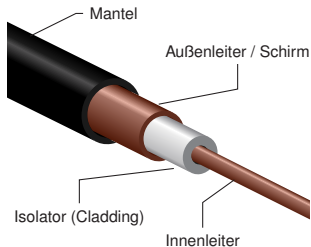


Zur digitalen Datenübertragung werden überwiegend genutzt:

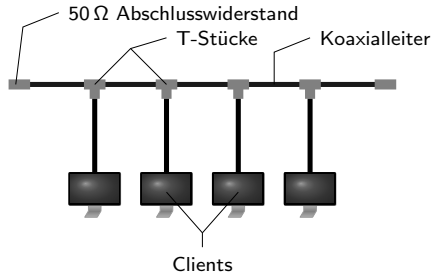
- ▶ das Frequenzband zwischen einigen MHz und einigen GHz,
- ▶ das optische Spektrum bis zu etwa $\lambda \approx 1 \text{ nm}$ sowie
- ▶ Frequenzen im Basisband bis zu einigen hundert MHz.

Koaxialkabel

- ▶ Eingesetzt u.a. für IEEE 802.3a („10Base2 Ethernet“), 10 Mbit/s
- ▶ Ein langer gemeinsamer Bus, an den alle Teilnehmer angeschlossen sind
- ▶ Heute (bis auf Kabelverteilsnetze, insb. Cable TV, sowie industrielles Umfeld) von geringerer Bedeutung
- ▶ Ähnliche Koaxialkabel (mit anderer Dämpfung) kommen im TV-Kabelnetz zum Einsatz



(a) Schematischer Aufbau



(b) 10Base2 Bus (IEEE 802.3a)

Twisted-Pair-Kabel

Allgemeines:

- ▶ 2 oder 4 Aderpaare aus Kupferlitzen
- ▶ Jedes Aderpaar ist verdreht (daher die Bezeichnung **twisted pair**)
- ▶ Zweite Ader eines Paares führt inversen Signalpegel (differentielle Kodierung)
- ▶ Verdrehung und inverse Signalpegel reduzieren **Übersprechen (Crosstalk)**
- ▶ RJ-45 oder schmalerer RJ-11 Steckverbinder

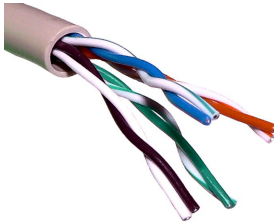
Verwendung:

- ▶ Lokale Netzwerke (die meisten Ethernet-Standards) mit RJ-45 Steckverbinder
- ▶ Telefonanschluss (analog und ISDN) mit RJ-11 Steckverbinder

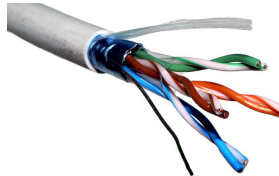


Je nach Schirmung unterscheidet man

- ▶ UTP (unshielded twisted pair)
- ▶ STP (shielded twisted pair)
- ▶ S/UTP (screened / unshielded twisted pair)
- ▶ S/STP (screened / shielded twisted pair)



(c) UTP



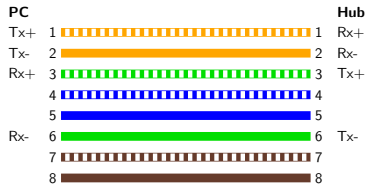
(d) Screened UTP

Schirmung hat Einfluss auf

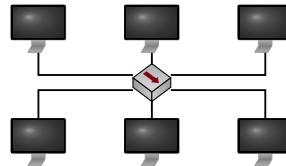
- ▶ die Signalqualität (z. B. Übersprechen von elektr. Leitungen) und
- ▶ die Flexibilität der Kabel (gut geschirmte Kabel sind steifer).

Twisted-Pair-Kabel für 100BASE-TX

- Verbindung mehrerer Computer über Hub mittels Straight-Through-Kabel

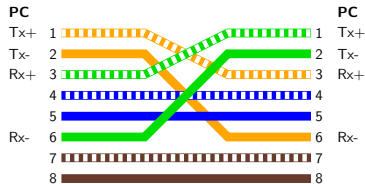


(a) Straight-Through



(b) Hub erzeugt phys. Bus, halbduplex

- Direktverbindung zweier Computer mittels Cross-Over-Kabel



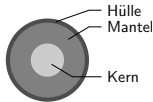
(a) Cross-Over



(b) Punkt-zu-Punkt, vorduplex

Optische Leiter

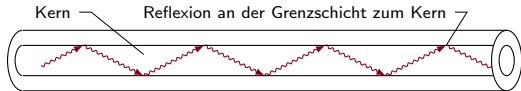
- ▶ Licht wird innerhalb des Faserkerns weitergeleitet
- ▶ Kern und Mantel besitzen jeweils unterschiedliche optische Dichten
→ Brechungsindex sorgt für annähernde Totalreflexion
- ▶ Single-Mode-Fasern vermeiden Streuung durch sehr geringen Kerndurchmesser
→ geringe Verluste, aber sehr empfindlich (Kabelbruch)
- ▶ Multi-Mode-Fasern haben einen größeren Kerndurchmesser und neigen daher zum Streuen
→ höhere Verluste, aber weniger empfindlich



(a) Kabelquerschnitt



(b) LC-Stecker



(c) Seitenansicht einer Faser

Vorteile gegenüber elektrischen Leitern:

- ▶ Sehr hohe Datenraten möglich
- ▶ Weite Strecken überbrückbar
- ▶ Kein Übersprechen
- ▶ Galvanische Entkopplung von Sender und Empfänger

Zusammenfassung

Zur digitalen Kommunikation werden **elektromagnetische Wellen**

- ▶ im Frequenzbereich bis zu einigen GHz bzw.
- ▶ im optischen Spektrum genutzt.

Als Übertragungsmedien kommen

- ▶ **elektrische Leiter** (Kupferkabel) sowie
- ▶ **optische Leiter**

in verschiedenen Ausführungen zum Einsatz.

- ▶ **Funkübertragungen** benötigen kein Medium, da sich elektromagnetische Wellen (im Gegensatz zu Schallwellen) im Vakuum ausbreiten
- ▶ Das verwendete Medium hat Einfluss auf die **Ausbreitungsgeschwindigkeit**

Im nächsten Kapitel beantworten wir die Fragen,

- ▶ wie Knoten auf ein ggf. gemeinsames Medium zugreifen können (**Medienzugriff**) und
- ▶ wie Nachrichten an einen bestimmten benachbarten Knoten gesendet werden können (**Adressierung**).

Bibliography I

- [1] E. Stein. *Taschenbuch Rechnernetze und Internet*, chapter Codierung und Modulation, pages 59–66. Fachbuchverlag Leipzig, 2. edition, 2004. Auszug s. Moodle/SVN.
- [2] M. Werner. *Nachrichtentechnik – eine Einführung für alle Studiengänge*, chapter Digitale Signalverarbeitung und Audio-Codierung, pages 72 – 80. Vieweg + Teubner, 6. edition, 2007. Auszug s. Moodle/SVN.
- [3] M. Werner. *Nachrichtentechnik – eine Einführung für alle Studiengänge*, chapter Digitale Übertragung im Basisband, pages 127 – 136. Vieweg + Teubner, 6. edition, 2007. Auszug s. Moodle/SVN.
- [4] M. Werner. *Nachrichtentechnik – eine Einführung für alle Studiengänge*. Vieweg + Teubner, 6. edition, 2007.