Technische Universität München Fakultät für Informatik Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen Christian Ivicevic Sommersemester 2015 Studentisches Tutorium Zusatzmaterial 17. Februar 2015

# Theoretische Informatik

- Inhaltliche Vorschläge für das erweiterte Gedächtnis zur Klausur -

#### Maschinenmodelle

- Typ 3: DFA, NFA,  $\epsilon$ -NFA, RE, r-CFG, l-CFG
- Typ 2: CFG, PDA
- Typ 0: TM, WHILE, GOTO,  $\mu R$

#### Ardens Lemma

$$X \equiv \alpha X | \beta \Rightarrow X \equiv \alpha^* \beta$$
$$X = AX \cup B \Rightarrow X = A^* B \text{ für } \epsilon \not\in A$$
mit  $\emptyset^* = \{\epsilon\}, \ \alpha | \emptyset = \alpha, \ \alpha \emptyset = \emptyset$ 

## Synthesealgorithmus für die Chomsky-Normalform (CNF)

- Nützlichkeitstest
- $\epsilon$ -Elimination
- Kettenproduktionen eliminieren
- bestimmte Terminale ersetzen
- Ketten packen

## **Ackermann-Funktion**

$$a(0,n) = n+1$$

$$a(m+1,0) = a(m,1)$$

$$a(m+1,n+1) = a(m,a(m+1,n))$$

#### PR-Schema

$$f(0, \overline{x}) = g(\overline{x})$$
  
$$f(m+1, \overline{x}) = h(f(m, \overline{x}), m, \overline{x})$$

## $\mu$ -rekursive Umkehrfunktionen

Sei eine Funktion  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  gegeben, dann lässt sich mit  $h(n, m) = 1 \div \operatorname{eq}(f(n), m)$  eine  $\mu$ -rekursive Umkehrfunktion  $f^{-1}$  zu f konstruieren mit  $f^{-1}(m) = (\mu h)(m)$ .

### Satz von Rice

Sei  $F = \{f : \Sigma^* \to \Sigma^* \mid f \text{ ist berechenbar und besitzt die Eigenschaft...} \}$  eine Funktionenmenge, dann ist die Menge  $C_F = \{w \in \Sigma^* \mid \varphi_w \in F\}$  entscheidbar, falls F trivial ist, d.h.  $F = \emptyset$  oder  $F = \text{alle berechenbaren Funktionen gilt (bzw. <math>C_F = \emptyset$  oder  $C_F = \Sigma^*$ ).

## Problem $A \in \mathcal{NP}$

#### Zwei Alternativen:

- Gödelisiere eine gültige Belegung als Zertifikat. Ein Verifikator prüft nun, dass die Belegung tatsächlich . . . . Der Verifikator ist offensichtlich polynomiell beschränkt.
   Hierbei den Satz an das aktuelle Problem anpassen.
- 2. Beweis durch Reduktion von A auf ein beliebiges (oder gegebenes!)  $\mathcal{NP}$ -vollständiges Problem.

Beispiel:  $A \leq_p SAT$ . Das bedeutet, dass SAT mindestens so hart ist wie A.

#### Problem A ist $\mathcal{NP}$ -hart

Polynomielle Reduktion eines  $\mathcal{NP}$ -vollständigen Problems, z.B. SAT, auf  $A: SAT \leq_p A$ .

## Problem A ist $\mathcal{NP}$ -vllständig

Hierzu muss gezeigt werden, dass  $A \in \mathcal{NP}$  gilt und A zudem  $\mathcal{NP}$ -hart ist.

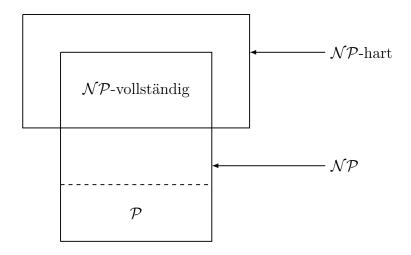


Abbildung 1:  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{NP}$ -Hierarchie

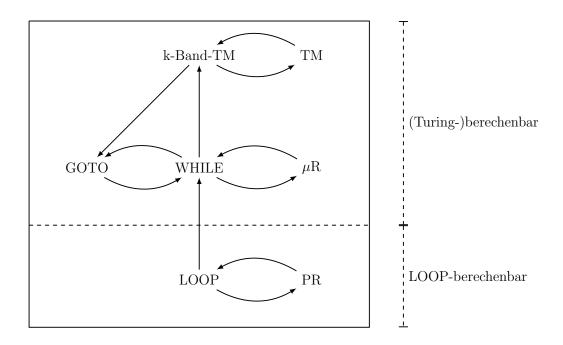


Abbildung 2: Berechenbarkeitsmodelle und ihre Transformationsrichtungen

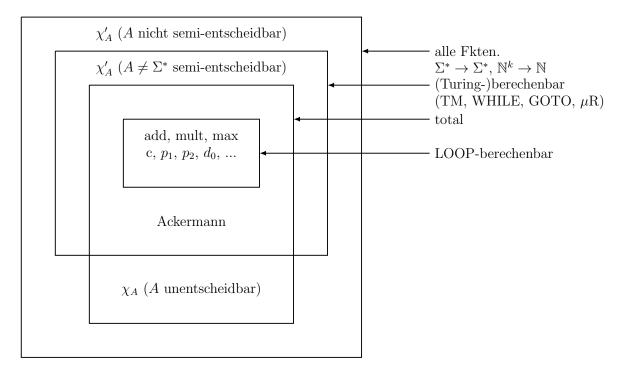


Abbildung 3: Berechenbarkeit und Entscheidbarkeit

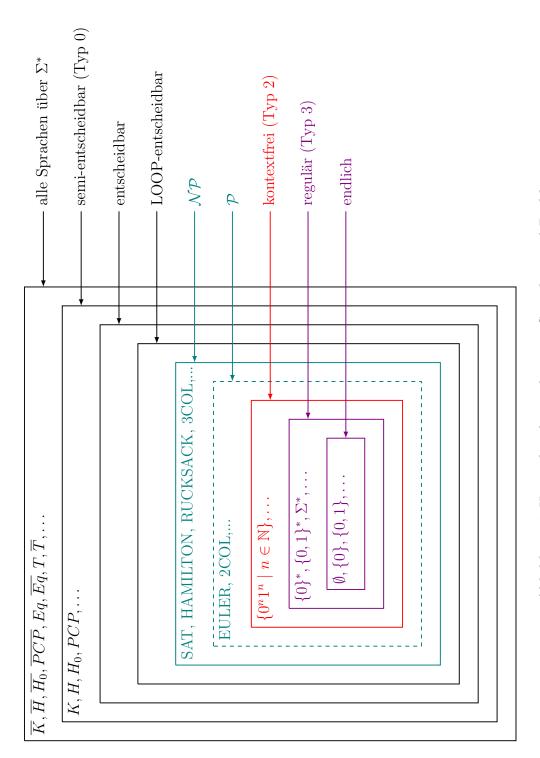


Abbildung 4: Hierarchie der wichtigsten Sprachen und Probleme