Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
--------	----------------	-----	---------	-------	----

Ασκηση 1

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση: $\underline{E[X(n, \theta)] = E\{A(\theta)[u(n) - u(n - 100)]\}}$

ΕΠΕΙΔΗ Α(θ) έχει ομοιόμορφη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ΜΗΔΕΝΙΖΕΤΑΙ ΣΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ [-1/2,1/2] ΑΡΑ

 $E[X(n, \theta)] = E\{A(\theta)[u(n) - u(n - 100)]\} = 0$

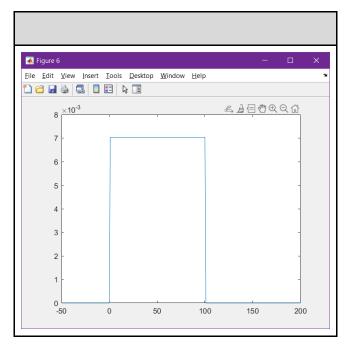
(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση $rand(\cdot)$ της MATLAB δημιουργήστε Κ υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

Απάντηση:

Για K=2000

Βλέπουμε ότι επιβεβαιώνεται

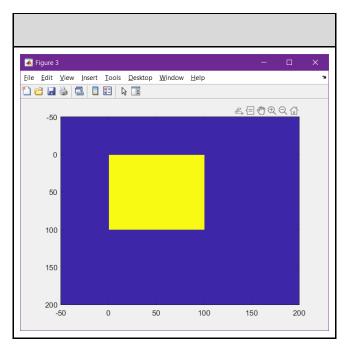
ο νόμος των μεγάλων αριθμών



Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
	ΣΟΥΛΙ				

(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός Κ των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;



(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία "λευκή"; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση: Οχι

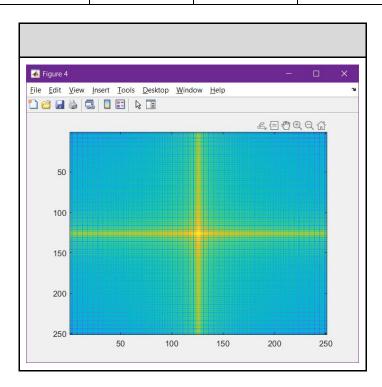
Η διαδικασία δεν μπορεί να είναι λευκή επειδή υπάρχουν συσχετίσεις και σε κελιά πέρα της διαγωνίου

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το Κ;

Απάντηση:

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
--------	-------	-----	---------	-------	----



Ασκηση 2

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση $randn(\cdot)$ της MATLAB δημιουργήστε Κ υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

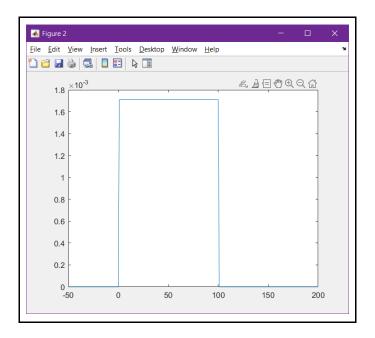
Απάντηση: Η ίδια απάντηση με την 1^{η} άσκηση ερώτημα (α) .

Αποτέλεσμα:

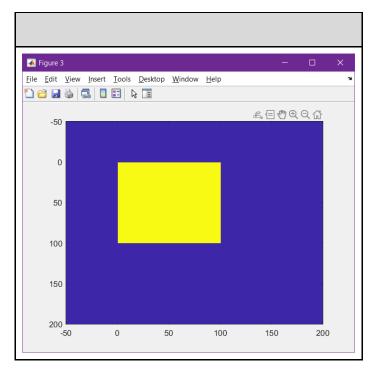
 $E[X(n, \theta)] = E\{A(\theta)[u(n) - u(n - 100)]\} = 0$

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6 ⁰
Ον/μο.	ΣΟΥΛΙ	AIVI.	10/0203	L 105.	U



(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός Κ των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;



Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΑΙ	AM:	1070263	Έτος:	6 ⁰
	201711				

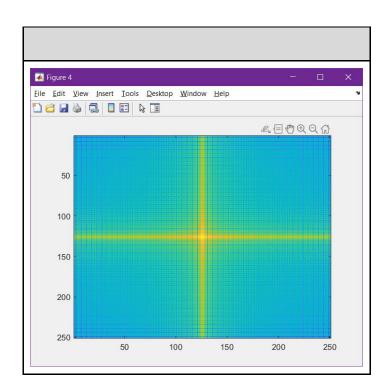
(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία "λευκή"; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση: Όχι

Η διαδικασία δεν μπορεί να είναι λευκή επειδή υπάρχουν συσχετίσεις και σε κελιά πέρα της διαγωνίου.

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το Κ;

Απάντηση:



Ασκηση 3

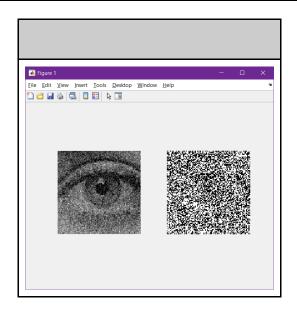
(α) Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

Απάντηση:

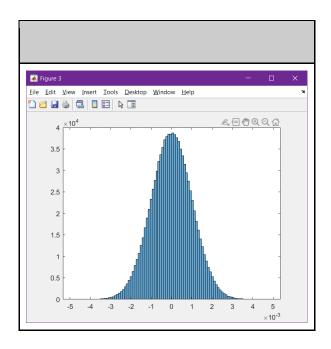
Ο θόρυβος είναι λευκός με διασπορά 4.0500

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6 ⁰
Ον/μο.	ΣΟΥΛΙ	AIVI.	10/0203	L 105.	U



(β) Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.Απάντηση:



Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
•	ΣΟΥΛΙ				

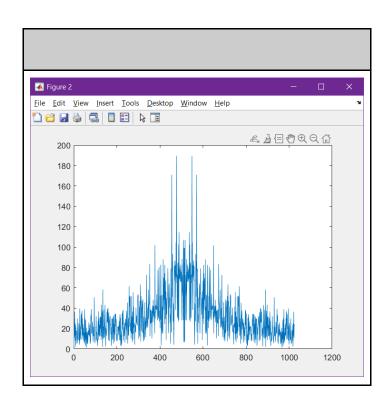
Ασκηση 4

(a) Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας $\omega_{\theta}=0.25\,$ και τη συνάρτηση $randn(\cdot)$, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

Απάντηση:

(β) Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

Απάντηση:

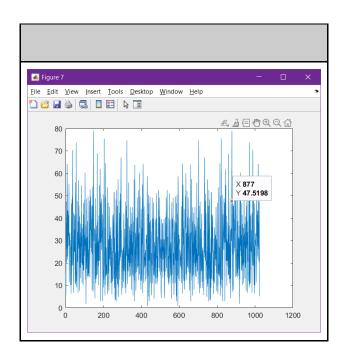


- (γ) Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δ ικαιολογήστε την απάντησή σας.
- (δ) Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση rand(·), δημιουργείστε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματα σας.

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
Ον/μο.	ΣΟΥΛΙ	TAIVI.	1070203	L 105.	U

Απάντηση:



(ε) Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

Απάντηση:

(στ) Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

Απάντηση:

(ζ) Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

M = 3 M =4	M = 5	M = 6
------------	-------	-------

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
--------	----------------	-----	---------	-------	----

31.8539	30.8306	30.6165	29.6459

ПАРАРТНМА



```
K = 2000;
n = -50:200;
A = rand(K,1) - 1/2;
mask = ((n > 0) - (n - 100 > 0));
x = A* mask;
mask2D = repmat(mask,K,1);
x = A .* mask2D;
mean\_val = mean(x);
```

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
--------	----------------	-----	---------	-------	----

Acor = x'*x/K;
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));
figure;
plot(n,x);
figure;
plot(n,mean_val);
figure; imagesc(n,n,Acor)
figure; imagesc(Sd)
ask4e2.m
K = 2000;
n = -50:200;
A = randn(K,1);
mask = ((n > 0) - (n - 100 > 0))

Ον/μο: ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
-----------------------	-----	---------	-------	----

$x = A^* mask$;
mask2D = repmat(mask,K,1);
x = A .* mask2D;
mean_val = mean(x);
Acor = x'*x/K;
Sd = 20*log10(fftshift(abs(fft2(Acor))));
figure;
plot(n,x);
figure;
plot(n,mean_val);
figure; imagesc(n,n,Acor)
figure; imagesc(Sd)



0/	ΣΠΥΡΟ	A M .	1070263	/T	60
Ον/μο:	ΣΟΥΛΙ	AM:	10/0203	Έτος:	0

```
load eye
approx = zeros(size(I(:,:,1)));
for counter = 1:100
  approx = approx + I(:, :, counter);
end
approx = approx/100;
figure;
subplot(121);imshow(approx/max(approx(:)));
subplot(122);imshow(I(:,:,1))
noise = I(:,:,1) - approx;
figure;
histogram(noise, 100);
m = mean(noise(:));
s = std(noise(:));
I2 = zeros(size(I(:,:,1)));
for counter = 1:100
  I2 = I2 + I(:, :, counter) - approx;
end
```

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
--------	----------------	-----	---------	-------	----

```
I2 = I2/(10*s);
m=mean(I(:));
s = std(I(:));
figure;
samples = (I(:)-m)/(s*sqrt(100^3));
histogram(samples, 100);
variance = mean(var(noise))
n=0:1000;
phi = rand(1)*2*pi;
s = \sin(0.25*n+phi);
w = randn(1, length(n));
v = filter(1,[1,-0.6],w);
figure;plot(abs(fftshift(fft(w,2^10))))
figure;plot(abs(fftshift(fft(v,2^10))))
```

5 / por COVAI 12/12 15/02/05 21/03/05	Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
---	--------	-------	-----	---------	-------	----

```
x = s+w;
v0 = v;
w0 = w;
%find the cross correlation
rsx=[0;0];
for n=6:length(v)
  rsx(1)=rsx(1)+v(n)*w(n);
  rsx(2)=rsx(2)+v(n-1)*w(n);
end
rsx=rsx/(length(v)-1);
% find the autocorrelation
v1 = v0;
v2 = v0;
v1(end) = [];
v2(1) = [];
X = [v2;v1];
Rxx = X*X'/length(v1);
hW = rsx' * inv(Rxx);
```

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
--------	----------------	-----	---------	-------	----

```
w_hat = filter(hW, 1, v);
%check to see the whitening
figure;plot(abs(fftshift(fft(w_hat,2^10))))
norm(w-w_hat);
x_hat = x-w_hat;
subplot(131);plot(s);title('original');
subplot(132);plot(x);title('Noisy');
subplot(133);plot(x_hat);title('Filtered');
rms_noise_2 = norm(x-s)
rms_filtered_noise_2 = norm(x-s-w_hat)
%filtro mhkos 3
n = 0:1000;
phi = rand(1)*2*pi;
s = \sin(0.25*n+phi);
w = randn(1, length(n));
v = filter(1,[1,-0.6],w);
% check
```

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

5 / por COVAI 12/12 15/02/05 21/03/05	Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
---	--------	-------	-----	---------	-------	----

```
figure; plot(abs(fftshift(fft(w,2^10)))) \\ figure; plot(abs(fftshift(fft(v,2^10))))
```

$$v0 = v;$$

 $w0 = w;$

x = s + w;

% find the cross correlation

```
\begin{split} rsx &= zeros(3, 1); \\ for & n = 5:length(v) \\ rsx(1) &= rsx(1) + v(n)'*w(n); \\ rsx(2) &= rsx(2) + v(n-1)'*w(n); \\ rsx(3) &= rsx(3) + v(n-2)'*w(n); \\ end \\ rsx &= rsx \ / \ (length(v)-2); \end{split}
```

% find the autocorrelation

```
v3 = v0(1:end-2);

v2 = v0(2:end-1);

v1 = v0(3:end);
```

$$X = [v1; v2; v3;];$$

$$Rxx = X * X' / length(v3);$$

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
	ΣΟΥΛΙ				

```
hW = rsx' * inv(Rxx);
w_hat = filter(hW, 1, v);
% check to see the whitening
figure; plot(abs(fftshift(fft(w_hat, 2^10))))
norm(w - w_hat);
x_hat = x - w_hat;
subplot(131); plot(s); title('original');
subplot(132); plot(x); title('Noisy');
subplot(133); plot(x_hat); title('Filtered');
rms_noise_3 = norm(x - s)
rms_filtered_noise_3 = norm(x - s - w_hat)
%filtro mhkos 4
n = 0:1000;
phi = rand(1)*2*pi;
s = \sin(0.25*n+phi);
w = randn(1, length(n));
v = filter(1,[1,-0.6],w);
figure; plot(abs(fftshift(fft(w,2^10))))
```

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

5 / por COVAI 12/12 15/02/05 21/03/05	Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
---	--------	-------	-----	---------	-------	----

 $figure; plot(abs(fftshift(fft(v,2^{10}))))\\$

```
x = s + w;
v0 = v;
w0 = w;
rsx = zeros(4, 1);
for n = 5:length(v)
  rsx(1) = rsx(1) + v(n)' * w(n);
  rsx(2) = rsx(2) + v(n-1)' * w(n);
  rsx(3) = rsx(3) + v(n-2)' * w(n);
  rsx(4) = rsx(4) + v(n-3)' * w(n);
end
rsx = rsx / (length(v)-3);
v4 = v0(1:end-3);
v3 = v0(2:end-2);
v2 = v0(3:end-1);
v1 = v0(4:end);
X = [v1; v2; v3; v4;];
Rxx = X * X' / length(v4);
```

hW = rsx' * inv(Rxx);

Ον/μο: ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
-----------------------	-----	---------	-------	----

```
w_hat = filter(hW, 1, v);
figure; plot(abs(fftshift(fft(w_hat, 2^10))))
norm(w - w_hat);
x_hat = x - w_hat;
subplot(131); plot(s); title('original');
subplot(132); plot(x); title('Noisy');
subplot(133); plot(x_hat); title('Filtered');
rms\_noise\_4 = norm(x - s)
rms\_filtered\_noise\_4 = norm(x - s - w\_hat)
%filtro mhkos 5
n = 0:1000;
phi = rand(1)*2*pi;
s = \sin(0.25*n+phi);
w = randn(1, length(n));
v = filter(1,[1,-0.6],w);
figure; plot(abs(fftshift(fft(w,2^10))))
figure; plot(abs(fftshift(fft(v,2^10))))
```

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο: ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6 ⁰
-----------------------	-----	---------	-------	----------------

```
x = s + w;
v0 = v;
w0 = w;
rsx = zeros(5, 1);
for n = 5:length(v)
  rsx(1) = rsx(1) + v(n)' * w(n);
  rsx(2) = rsx(2) + v(n-1)' * w(n);
  rsx(3) = rsx(3) + v(n-2)' * w(n);
  rsx(4) = rsx(4) + v(n-3)' * w(n);
  rsx(5) = rsx(5) + v(n-4)' * w(n);
end
rsx = rsx / (length(v)-4);
v5 = v0(1:end-4);
v4 = v0(2:end-3);
v3 = v0(3:end-2);
v2 = v0(4:end-1);
v1 = v0(5:end);
X = [v1; v2; v3; v4; v5];
```

Rxx = X * X' / length(v5);

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6°
· ·	20 Y / M			_	

```
hW = rsx' * inv(Rxx);
w_hat = filter(hW, 1, v);
figure; plot(abs(fftshift(fft(w_hat, 2^10))))
norm(w - w_hat);
x_hat = x - w_hat;
subplot(131); plot(s); title('original');
subplot(132); plot(x); title('Noisy');
subplot(133); plot(x_hat); title('Filtered');
rms\_noise\_5 = norm(x - s)
rms\_filtered\_noise\_5 = norm(x - s - w\_hat)
%filtro mhkos 6
n = 0:1000;
phi = rand(1)*2*pi;
s = \sin(0.25*n+phi);
w = randn(1, length(n));
v = filter(1,[1,-0.6],w);
```

Ον/μο: ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	AM:	1070263	Έτος:	6°
-----------------------	-----	---------	-------	----

```
figure; plot(abs(fftshift(fft(w,2^10))))
figure; plot(abs(fftshift(fft(v,2^10))))
x = s + w;
v0 = v;
w0 = w;
rsx = zeros(6, 1);
for n = 6:length(v)
  rsx(1) = rsx(1) + v(n)' * w(n);
  rsx(2) = rsx(2) + v(n-1)' * w(n);
  rsx(3) = rsx(3) + v(n-2)' * w(n);
  rsx(4) = rsx(4) + v(n-3)' * w(n);
  rsx(5) = rsx(5) + v(n-4)' * w(n);
  rsx(6) = rsx(6) + v(n-5)' * w(n);
end
rsx = rsx / (length(v)-5);
v6 = v0(1:end-5);
v5 = v0(2:end-4);
v4 = v0(3:end-3);
v3 = v0(4:end-2);
v2 = v0(5:end-1);
```

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ	AM:	1070263	Έτος:	6 ⁰
	ΣΟΥΛΙ	AIVI.	10/0203	Διος.	U

```
v1 = v0(6:end);
X = [v1; v2; v3; v4; v5; v6];
Rxx = X * X' / length(v6);
hW = rsx' * inv(Rxx);
w_hat = filter(hW, 1, v);
figure; plot(abs(fftshift(fft(w_hat, 2^10))))
norm(w - w_hat);
x_hat = x - w_hat;
subplot(131); plot(s); title('original');
subplot(132); plot(x); title('Noisy');
subplot(133); plot(x_hat); title('Filtered');
rms\_noise\_6 = norm(x - s)
rms\_filtered\_noise\_6 = norm(x - s - w\_hat)
```