ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6ο

Άσκηση 1

(α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για *Ts*=0.02s ή 0.04s θέσετε *Ts*=0.1s ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

Απάντηση:

Για *Ts*=0.1s παρατηρώ ότι το σήμα διακριτού χρόνου δεν είναι αναλογικό με του αναλογικού σήματος. Σύμφωνα με το θεώρημα Shannon για να ανακατασκευάσουμε ένα σήμα συνεχούς χρόνου ακριβώς πρέπει να ισχύει $f_s \geq 2f_0$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε ημιτονικό σήμα και $f_s = 1/T_s = 1/0.1 = 10H_z$.

Στη περίπτωση ημητονικού σήματος μάθαμε ότι πρέπει να ισχύει $f_s > 2f_0$.

Άρα, στη περίπτωση αυτή πρέπει $f_s > 2f_0$ το οποίο δεν ισχύει. Για αυτό το λόγο το σήμα διακριτού χρόνου δεν είναι αντιπροσωπευτικό του αναλογικού

(β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.02s	0.0001, 0.0111	0.0006, 0.0253	0.0165, 0.1285
0.04s	0.0008, 0.0288	0.0097, 0.0985	0.0646, 0.2543
0.1s	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071

(γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6º

Η αρχική φάση επηρεάζει τα αποτελέσματα κατά τη δειγματοληψία και την ανακατασκευή του σήματος.

Στην δικιά μας περίπτωση το σήμα διακριτού χρόνου που προκύπτει από την δειγματοληψία είναι διαφορετικό

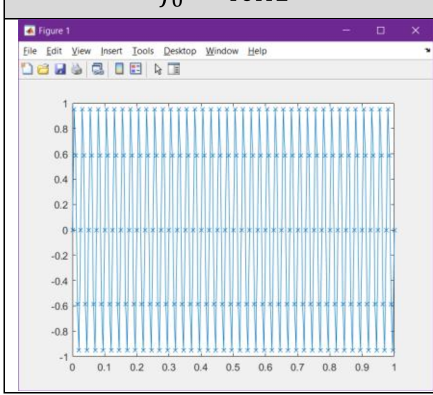
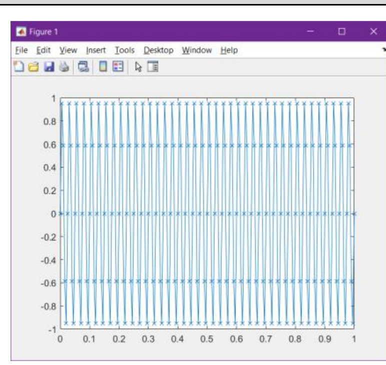
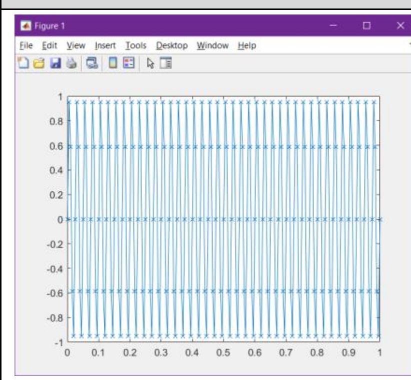
Στην ανακατασκευή του σήματος χωρίς την αρχική φάση όλες οι μέθοδοι εκτός από την spline απέτυχαν να ανακατασκευάσουν το σήμα.

Με την αρχική φάση η ανακατασκευή πέτυχε σε όλες τις μεθόδους.

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.1s	0.2943, 0.5413	0.2611, 0.5113	0.3531, 0.5945

(δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

Απάντηση:

$f_0 = 40Hz$	$f_0 = 240Hz$	$f_0 = 4040Hz$
		

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6º

Ερώτηση 5 (δ συνέχεια) Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

Απάντηση:

Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις είναι ίδιες. Αυτό συμβαίνει επειδή παρατηρείται το φαινόμενο της αναδίπλωσης και τα ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας δειγματοληψίας (200 H_z) χάνονται αν το αποτέλεσμα που προκύψει είναι μεγαλύτερο του fs/2 τότε η επιλέον συχνότητα αναδιπλώνεται στην κατοπτρική της

Αυτό γίνεται επειδή οι συχνότητες στον ψηφιακό κόσμο δεν υπερβαίνουν την τιμή 0.5. Έχουμε ότι

λ 0 = T_sf0 = 0.005*40 = 0.2 HZ

λ 1 = T_sf1 = 0.005*240 = 1.2 HZ

λ2 = T_sf2 = 0.005*4040 = 20.2 HZ

Ασκηση 2

(α) Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

Για να προσδιορίσουμε εάν το σύστημα είναι αιτιατό, πρέπει να εξετάσουμε την εξίσωση διαφοράς του

y[n] = 1/2x[n] + x[n - 1] - 1/2x[n - 2]

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι η έξοδος y[n] τη στιγμή n εξαρτάται από τις τρέχουσες και προηγούμενες τιμές της εισόδου x[n], x[n-1] και x[n-2]. Επομένως, το σύστημα δεν είναι αιτιατό, επειδή η έξοδος εξαρτάται από τις μελλοντικές τιμές της εισόδου.

Γενικά, ένα σύστημα είναι αιτιατό εάν και μόνο εάν η απόκριση παλμού του h[n] είναι μηδέν για n < 0. Η κρουστική απόκριση του συστήματος μπορεί να βρεθεί ορίζοντας x[n] = δ[n], όπου δ[n] είναι η μοναδιαία ακολουθία παλμών. Τότε η εξίσωση διαφοράς γίνεται:

y[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6^o

Επομένως, η απόκριση του συστήματος είναι:

h[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]

Αυτή η παλμική απόκριση είναι μη μηδενική για n < 0 (συγκεκριμένα, για n = -1), γεγονός που επιβεβαιώνει ότι το σύστημα δεν είναι αιτιατό.

(β.1) Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

H(e^{jω}) = 1/2 + e^{-jω} - 1/2 e^{-2jω}

Για να βρούμε την κρουστική απόκριση, πρέπει να πάρουμε τον μετασχηματισμό Fourier αντίστροφου διακριτού χρόνου (IDTFT)

h[n] = IDTFT{H(e^{jω})}

h[n] = (1/2π) ∫_{-π}^{π} H(e^{jω}) e^{jωn} dω

όπου το ολοκλήρωμα βρίσκεται από -π έως π.

Αντικαθιστώντας H(e^{jω}) σε αυτόν τον τύπο, παίρνουμε:

h[n] = (1/2π) ∫_{-π}^{π} (1/2 + e^{-jω} - 1/2 e^{-2jω}) e^{jωn} dω

Απλοποιώντας και λύνοντας το ολοκλήρωμα, παίρνουμε:

h[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]

όπου δ[n] είναι η μοναδιαία ακολουθία παλμών.

Αυτό είναι το ίδιο αποτέλεσμα που λάβαμε αντικαθιστώντας το x[n] = δ[n] απευθείας στην εξίσωση διαφοράς του συστήματος. Επομένως, η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι

y[n] = h[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]

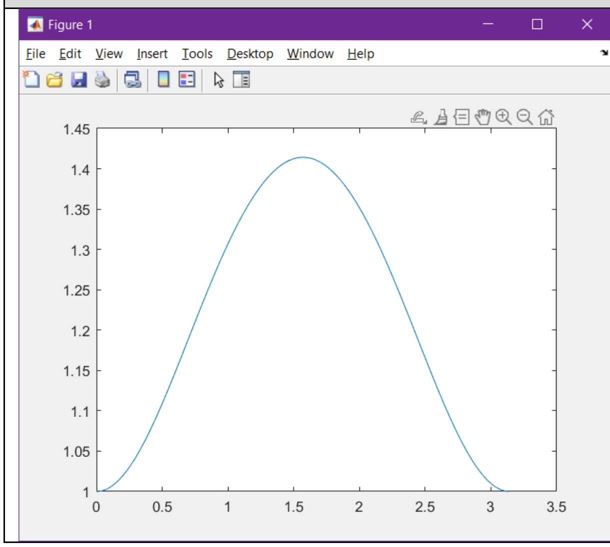
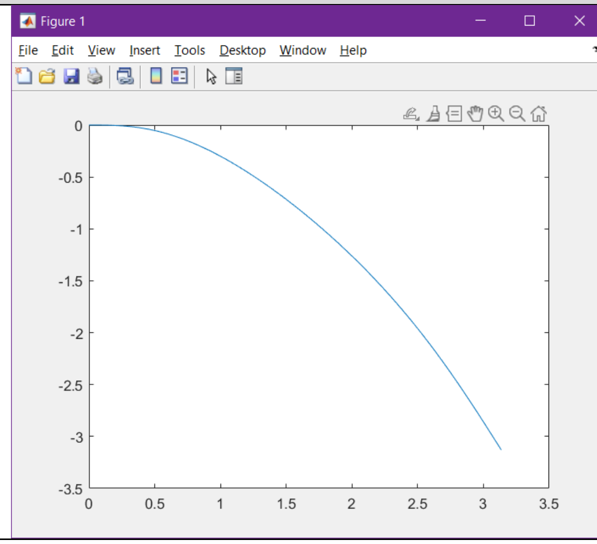
(β.2) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6^o

Μέτρο απόκρισης συχνότητας	**Φάση απόκρισης συχνότητας**
	

(δ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

Απάντηση:

Επειδή η έξοδος του συστήματος είναι το σήμα εισόδου επί την απόκριση συχνότητας για να μπορέσουμε να βρούμε ποιες συχνότητες διατηρεί το σύστημα πρέπει να βρούμε σε ποιες συχνότητες η απόκριση συχνότητας γίνεται 1.

(δ) Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις *conv()* και *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο $x[n]$ (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

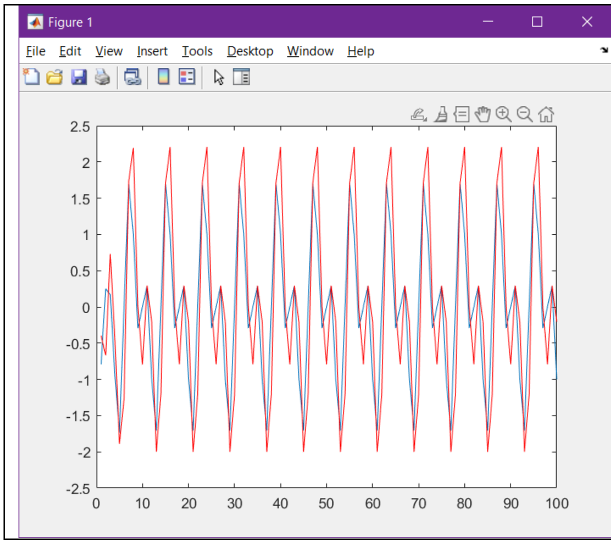
Απάντηση:

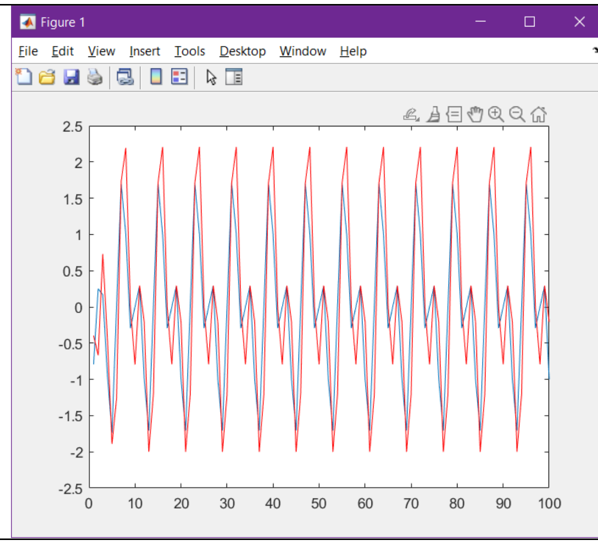
Έξοδος για *conv()*	**Έξοδος για *filter()***

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6ο

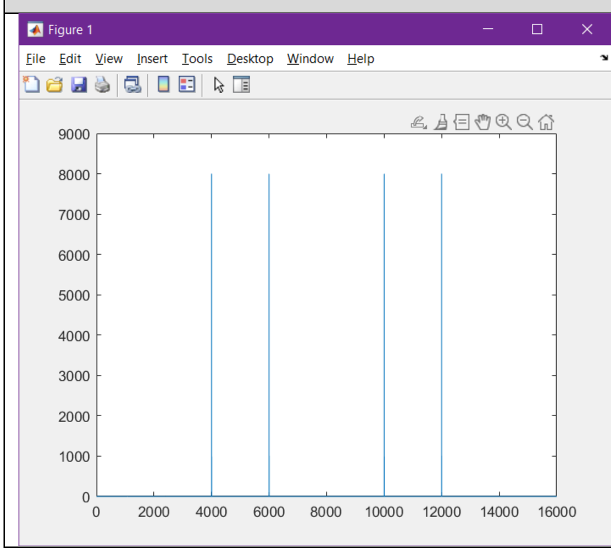




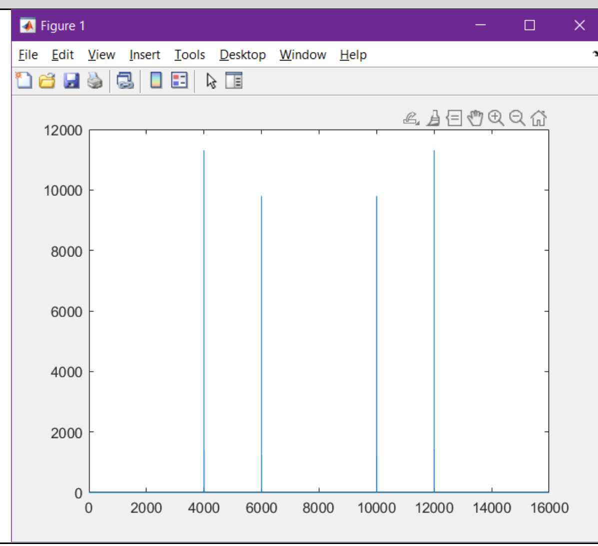
(ε) Σχεδιάστε το `abs(fftshift(fft(x)))` και `abs(fftshift(fft(y)))`.

Απάντηση:

$|DFT\{x\}|$



$|DFT\{y\}|$



(στ)

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6^o

Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος	Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος
2^6	**0.057974**	**2^6-1**	**0.003221**
2^7	**0.003993**	**2^7-1**	**0.003542**
2^8	**0.003980**	**2^8-1**	**0.003463**
2^9	**0.003270**	**2^9-1**	**0.003305**
2^{10}	**0.004129**	**2^{10}-1**	**0.003579**
2^{11}	**0.003607**	**2^{11}-1**	**0.003959**
2^{12}	**0.003474**	**2^{12}-1**	**0.003515**
2^{13}	**0.003895**	**2^{13}-1**	**0.004437**
2^{14}	**0.004062**	**2^{14}-1**	**0.003876**
2^{15}	**0.004672**	**2^{15}-1**	**0.004294**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

<u>Ασκηση 1</u>

Στην πρώτη άσκηση χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας που μας δόθηκε με τις ακόλουθες αλλαγές για κάθε ερώτημα.Δεν γράφτηκε δηλαδή επιπλέον script.

sampling_reconstruction.m

Αλλαγές στον κώδικα για ακόλουθα ερωτήματα :

α)

```
x = sin(10*pi*n*Ts);
x_cont=sin(10*pi*t');
```

β)

```
Ts = 0.02;
Ts = 0.04;
Ts = 0.1;
```

γ)

```
x = sin(10*pi*n*Ts+ initial_phase);

x_cont=sin(10*pi*t'+ initial_phase);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6ο

δ)

```
function sampling()
    Ts = 0.005;
    f0 = 4040;
    n  = 0:1/Ts;
    X = sin(2*pi*f0*n*Ts);

    plot(n*Ts, X, "-x");
end
```

κώδικας που έγιναν αλλαγές

```
% Ts: sampling rate

% f0: frequency of signal in Hz
% initial_phase: initial phase of signal
%==========================================================================%
% clear
% clc
% close all
%==========================================================================%
Ts = 0.005;
f0 = 4040;
initial_phase =  pi/4;


n  = 0:1/Ts; %discrete samples
%x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial_phase);
x = sin(2*pi*f0*n*Ts);
%plot(n,x)
dt = 0.001;
t = 0:dt:1; %continuous time
x_cont=sin(2*pi*f0*t');

% Initialize Arrays
sinc_array = zeros(length(t),length(n));
triangular_array = sinc_array;
rec_array = sinc_array;

% indx:(t/Ts-n)
indx = t'*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)*n;

% Sinc
sinc_array = sinc(indx);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6ο

```
% Triangular
triangular_array(abs(indx)>1)=0; %x in [-1, 1], so delete the rest
triangular_array(abs(indx)<1) = 1 - abs(indx(abs(indx)<1));

% Rectangular
rec_array(abs(indx)<1/2) = 1;
rec_array(indx ==1/2) = 1;
rec_array(abs(indx)>1/2) = 0;


% Reconstructed Signals
x_analog1 = sum((ones(length(t),1)*x).*sinc_array,2); % Sinc Reconstruction
x_analog2 = sum((ones(length(t),1)*x).*triangular_array,2); %Triangular
Reconstruction
x_analog3 = sum((ones(length(t),1)*x).*rec_array,2); % Rectangular Reconstruction


% Residual Signals
r1=x_cont-x_analog1;
r2=x_cont-x_analog2;
r3=x_cont-x_analog3;


% Plot Reconstructed Signals
figure;
plot(t(1:1000),x_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2) % Plot original analog signal
hold on
plot(n(1:dt/Ts*1000)*Ts,x(1:dt/Ts*1000),'bx','MarkerSize',14) % Plot Sample Points
plot(t(1:1000),x_analog1(1:1000),'r') % Plot sinc reconsruction
plot(t(1:1000),x_analog2(1:1000),'y') % Plot triangular reconstruction
plot(t(1:1000),x_analog3(1:1000),'g') % Plot rectangular reconsturction
hold off
legend('Analog','Samples','Sinc','Triangular','Rectangular')


% Plot Error of Reconstruction
figure
hold on
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog1(1:100)) % Plot sinc Error
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog2(1:100)) % Plot triangular Error
plot(t(1:100),sin(10*pi*t(1:100)')-x_analog3(1:100)) % Plot rectangular Error
hold off
legend('Sinc','Triangular','Rectangular')

% Plot of Distributions of residuals

figure
hist(r1,200) % Histogram of r1
legend('Sinc Residual')
figure
```

```
hist(r2,200) % Histogram of r2
legend('Triangular Residual')
figure
hist(r3,200) % Histogram of r3
legend('Rectangular Residual')


MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]
STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]
```

ΑΣΚΗΣΗ 2

στ)

```
h = [-1/2, 1, 1/2];
[H, W] = freqz(h, 1);

for nbits = 6:15
    N = 2^nbits;
    x = rand(N, 1);
    y2 = filter(h, 1, x);

    % Measure the execution time of plot(abs(fftshift(fft(x))))
    tic;
    plot(abs(fftshift(fft(x))));
    t1 = toc;

    % Measure the execution time of plot(abs(fftshift(fft(y2))))
    tic;
    plot(abs(fftshift(fft(y2))));
    t2 = toc;

    % Print the results
    fprintf('N = %d: t1 = %f s, t2 = %f s\n', N, t1, t2);
end
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΣΠΥΡΟ ΣΟΥΛΙ	ΑΜ:	1070263	Έτος:	6ο

ε)

```
h = [-1/2, 1, 1/2];

[H, W] = freqz(h, 1);

n = 1:16000;

x = cos(pi/4*n) - sin(pi/2*n) + (-1/2).^n;

y2 = filter(h, 1, x);

plot(abs(fftshift(fft(x))));

plot(abs(fftshift(fft(y2))));
```

δ)

```
y1 = conv(h, x);
plot(x(1:100));
hold on;
plot(y1(1:100), "r");

y2 = filter(h, 1, x);
plot(x(1:100));
hold on;
plot(y2(1:100), "r");
```

β)

```
h = [1/2, 1, -1/2];

[H, W] = freqz(h, 1);

plot(W, abs(H));
plot(W, angle(H));
```