**Άσκηση 1**

**(α)** Τι παρατηρείτε εάν αντί για *Ts*=0.02s ή 0.04s θέσετε *Ts*=0.1s ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

**Απάντηση:**

**Για *Ts*=0.1s παρατηρώ ότι το σήμα διακριτού χρόνου δεν είναι αναλογικό με του αναλογικού σήματος. Σύμφωνα με το θεώρημα Shannon για να ανακατασκευάσουμε ένα σήμα συνεχούς χρόνου ακριβώς πρέπει να ισχύει fs ≥ 2f0**

**Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε ημιτονικό σήμα και fs = 1/Τs = 1/0.1 = 10Ηz.**

**Στη περίπτωση ημητονικού σήματος μάθαμε ότι πρέπει να ισχύει fs > 2f0.**

**Άρα, στη περίπτωση αυτή πρέπει fs > 2f0 το οποίο δεν ισχύει. Για αυτό το λόγο το σήμα διακριτού χρόνου δεν είναι αντιπροσωπευτικό του αναλογικού**

**(β)** Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

**Απάντηση:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0.02s | 0.0001, 0.0111 | 0.0006, 0.0253 | 0.0165, 0.1285 |
| 0.04s | 0.0008, 0.0288 | 0.0097, 0.0985 | 0.0646, 0.2543 |
| 0.1s | 0.4995, 0.7071 | 0.4995, 0.7071 | 0.4995, 0.7071 |

**(γ)** Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

**Απάντηση:**

**Η αρχική φάση επηρεάζει τα αποτελέσματα κατά τη δειγματοληψία και την ανακατασκευή του σήματος.**

**Στην δικιά μας περίπτωση το σήμα διακριτού χρόνου που προκύπτει από την δειγματοληψία είναι διαφορετικό**

**Στην ανακατασκευή του σήματος χωρίς την αρχική φάση όλες οι μέθοδοι εκτός από την spline απέτυχαν να ανακατασκευάσουν το σήμα.**

**Με την αρχική φάση η ανακατασκευή πέτυχε σε όλες τις μεθόδους.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0.1s | 0.2943, 0.5413 | 0.2611, 0.5113 | 0.3531, 0.5945 |

**(δ)** Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

**Απάντηση:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Ερώτηση 5 (δ συνέχεια)** Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

**Απάντηση:**

**Οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις είναι ίδιες. Αυτό συμβαίνει επειδή παρατηρείται το φαινόμενο της αναδίπλωσης και τα ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας δειγματοληψίας (200 Hz) χάνονται αν το αποτέλεσμα που προκύψει είναι μεγαλύτερο του fs/2 τότε η επιλέον συχνότητα αναδιπλώνεται στην κατοπτρική της**

**Αυτό γίνεται επειδή οι συχνότητες στον ψηφιακό κόσμο δεν υπερβαίνουν την τιμή 0.5. Έχουμε ότι**

**λ 0 = Tsf0 = 0.005\*40 = 0.2 Hz**

**λ 1 = Tsf1 = 0.005\*240 = 1.2 ΗΖ**

**λ2 = Tsf2 = 0.005\*4040 = 20.2 HZ**

**Ασκηση 2**

**(α)** Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

**Για να προσδιορίσουμε εάν το σύστημα είναι αιτιατό, πρέπει να εξετάσουμε την εξίσωση διαφοράς του**

**y[n] = 1/2x[n] + x[n - 1] - 1/2x[n - 2]**

**Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι η έξοδος y[n] τη στιγμή n εξαρτάται από τις τρέχουσες και προηγούμενες τιμές της εισόδου x[n], x[n-1] και x[n-2]. Επομένως, το σύστημα δεν είναι αιτιατό, επειδή η έξοδος εξαρτάται από τις μελλοντικές τιμές της εισόδου.**

**Γενικά, ένα σύστημα είναι αιτιατό εάν και μόνο εάν η απόκριση παλμού του h[n] είναι μηδέν για n < 0. Η κρουστική απόκριση του συστήματος μπορεί να βρεθεί ορίζοντας x[n] = δ[n], όπου δ[n ] είναι η μοναδιαία ακολουθία παλμών. Τότε η εξίσωση διαφοράς γίνεται:**

**y[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]**

**Επομένως, η απόκριση του συστήματος είναι:**

**h[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]**

**Αυτή η παλμική απόκριση είναι μη μηδενική για n < 0 (συγκεκριμένα, για n = -1), γεγονός που επιβεβαιώνει ότι το σύστημα δεν είναι αιτιατό.**

**(β.1)** Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

**H(e^{jω}) = 1/2 + e^{-jω} - 1/2 e^{-2jω}**

**Για να βρούμε την κρουστική απόκριση, πρέπει να πάρουμε τον μετασχηματισμό Fourier αντίστροφου διακριτού χρόνου (IDTFT)**

**h[n] = IDTFT{H(e^{jω})}**

**h[n] = (1/2π) ∫\_{-π}^{π} H(e^{jω}) e^{jωn} dω**

**όπου το ολοκλήρωμα βρίσκεται από -π έως π.**

**Αντικαθιστώντας H(e^{jω}) σε αυτόν τον τύπο, παίρνουμε:**

**h[n] = (1/2π) ∫\_{-π}^{π} (1/2 + e^{-jω} - 1/2 e^{-2jω}) e^{jωn} dω**

**Απλοποιώντας και λύνοντας το ολοκλήρωμα, παίρνουμε:**

**h[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]**

**όπου δ[n] είναι η μοναδιαία ακολουθία παλμών.**

**Αυτό είναι το ίδιο αποτέλεσμα που λάβαμε αντικαθιστώντας το x[n] = δ[n] απευθείας στην εξίσωση διαφοράς του συστήματος. Επομένως, η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι**

**y[n] = h[n] = 1/2 δ[n] + δ[n - 1] - 1/2 δ[n - 2]**

**(β.2)** Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

**Απάντηση:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Μέτρο απόκρισης συχνότητας** | **Φάση απόκρισης συχνότητας** |
|  |  |

**(δ)** Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

**Απάντηση:**

Επειδή η έξοδος του συστήματος είναι το σήμα εισόδου επί την απόκριση συχνότητας για να μπορέσουμε να βρούμε ποιες συχνότητες διατηρεί το σύστημα πρέπει να βρούμε σε ποιες συχνότητες η απόκριση συχνότητας γίνεται 1.

**(δ)** Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις *conv()* και *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

**Απάντηση:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Έξοδος για *conv()*** | **Έξοδος για *filter()*** |
|  |  |

**(ε)**  Σχεδιάστε το abs(fftshift(fft(x))) και abs(fftshift(fft(y))).

**Απάντηση:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**(στ)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Μήκος σήματος** | **Μέσος χρόνος** | **Μήκος σήματος** | **Μέσος χρόνος** |
| **26** | **0.057974** | **26-1** | **0.003221** |
| **27** | **0.003993** | **27-1** | **0.003542** |
| **28** | **0.003980** | **28-1** | **0.003463** |
| **29** | **0.003270** | **29-1** | **0.003305** |
| **210** | **0.004129** | **210-1** | **0.003579** |
| **211** | **0.003607** | **211-1** | **0.003959** |
| **212** | **0.003474** | **212-1** | **0.003515** |
| **213** | **0.003895** | **213-1** | **0.004437** |
| **214** | **0.004062** | **214-1** | **0.003876** |
| **215** | **0.004672** | **215-1** | **0.004294** |

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Ασκηση 1

Στην πρώτη άσκηση χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας που μας δόθηκε με τις ακόλουθες αλλαγές για κάθε ερώτημα.Δεν γράφτηκε δηλαδή επιπλέον script.

sampling\_reconstruction.m

Αλλαγές στον κώδικα για ακόλουθα ερωτήματα :

α)

x = sin(10\*pi\*n\*Ts);

x\_cont=sin(10\*pi\*t');

β)

Ts = 0.02;

Ts = 0.04;

Ts = 0.1;

γ)

x = sin(10\*pi\*n\*Ts+ initial\_phase);

x\_cont=sin(10\*pi\*t'+ initial\_phase);

δ)

function sampling()

Ts = 0.005;

f0 = 4040;

n = 0:1/Ts;

X = sin(2\*pi\*f0\*n\*Ts);

plot(n\*Ts, X, "-x");

end

κώδικας που έγιναν αλλαγές

% Ts: sampling rate

% f0: frequency of signal in Hz

% initial\_phase: initial phase of signal

%========================================================================%

% clear

% clc

% close all

%========================================================================%

Ts = 0.005;

f0 = 4040;

initial\_phase = pi/4;

n = 0:1/Ts; %discrete samples

%x = sin(2\*pi\*f0\*n\*Ts+initial\_phase);

x = sin(2\*pi\*f0\*n\*Ts);

%plot(n,x)

dt = 0.001;

t = 0:dt:1; %continuous time

x\_cont=sin(2\*pi\*f0\*t');

% Initialize Arrays

sinc\_array = zeros(length(t),length(n));

triangular\_array = sinc\_array;

rec\_array = sinc\_array;

% indx:(t/Ts-n)

indx = t'\*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)\*n;

% Sinc

sinc\_array = sinc(indx);

% Triangular

triangular\_array(abs(indx)>1)=0; %x in [-1, 1], so delete the rest

triangular\_array(abs(indx)<1) = 1 - abs(indx(abs(indx)<1));

% Rectangular

rec\_array(abs(indx)<1/2) = 1;

rec\_array(indx ==1/2) = 1;

rec\_array(abs(indx)>1/2) = 0;

% Reconstructed Signals

x\_analog1 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*sinc\_array,2); % Sinc Reconstruction

x\_analog2 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*triangular\_array,2); %Triangular Reconstruction

x\_analog3 = sum((ones(length(t),1)\*x).\*rec\_array,2); % Rectangular Reconstruction

% Residual Signals

r1=x\_cont-x\_analog1;

r2=x\_cont-x\_analog2;

r3=x\_cont-x\_analog3;

% Plot Reconstructed Signals

figure;

plot(t(1:1000),x\_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2) % Plot original analog signal

hold on

plot(n(1:dt/Ts\*1000)\*Ts,x(1:dt/Ts\*1000),'bx','MarkerSize',14) % Plot Sample Points

plot(t(1:1000),x\_analog1(1:1000),'r') % Plot sinc reconsruction

plot(t(1:1000),x\_analog2(1:1000),'y') % Plot triangular reconstruction

plot(t(1:1000),x\_analog3(1:1000),'g') % Plot rectangular reconsturction

hold off

legend('Analog','Samples','Sinc','Triangular','Rectangular')

% Plot Error of Reconstruction

figure

hold on

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog1(1:100)) % Plot sinc Error

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog2(1:100)) % Plot triangular Error

plot(t(1:100),sin(10\*pi\*t(1:100)')-x\_analog3(1:100)) % Plot rectangular Error

hold off

legend('Sinc','Triangular','Rectangular')

% Plot of Distributions of residuals

figure

hist(r1,200) % Histogram of r1

legend('Sinc Residual')

figure

hist(r2,200) % Histogram of r2

legend('Triangular Residual')

figure

hist(r3,200) % Histogram of r3

legend('Rectangular Residual')

MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ]

STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ]

ΑΣΚΗΣΗ 2

στ)

h = [-1/2, 1, 1/2];

[H, W] = freqz(h, 1);

for nbits = 6:15

N = 2^nbits;

x = rand(N, 1);

y2 = filter(h, 1, x);

% Measure the execution time of plot(abs(fftshift(fft(x))))

tic;

plot(abs(fftshift(fft(x))));

t1 = toc;

% Measure the execution time of plot(abs(fftshift(fft(y2))))

tic;

plot(abs(fftshift(fft(y2))));

t2 = toc;

% Print the results

fprintf('N = %d: t1 = %f s, t2 = %f s\n', N, t1, t2);

end

ε)

h = [-1/2, 1, 1/2];

[H, W] = freqz(h, 1);

n = 1:16000;

x = cos(pi/4\*n) - sin(pi/2\*n) + (-1/2).^n;

y2 = filter(h, 1, x);

plot(abs(fftshift(fft(x))));

plot(abs(fftshift(fft(y2))));

δ)

y1 = conv(h, x);

plot(x(1:100));

hold on;

plot(y1(1:100), "r");

y2 = filter(h, 1, x);

plot(x(1:100));

hold on;

plot(y2(1:100), "r");

β)

h = [1/2, 1, -1/2];

[H, W] = freqz(h, 1);

plot(W, abs(H));

plot(W, angle(H));