

a) $u + v :$

$u = (1, 2) \quad v = (2, -4)$

$$u + v = (1+2, 2-4) = (3, -2)$$

$$b) u - v = (1-2, 2+4) = (-1, 6)$$

$$c) 2u + \frac{1}{2}v = (2, 4) + (1, 5, -2) = (3, 5, 2)$$

$$d) -2u + v = (-2, -4) + (2, -4) = (0, -8)$$

a) $u + v = v + u$

سوال ۳ (امتیازی)

$$u + v = (u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z)$$

$$v + u = (v_x + u_x, v_y + u_y, v_z + u_z)$$

پاشم برابر هستند پس $u + v = v + u$

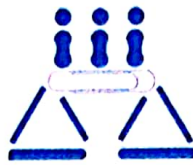
b) $u + (v + w) = (u + v) + w$

$$u + (v + w) = (u_x, u_y, u_z) + (v_x + w_x, v_y + w_y, v_z + w_z)$$

$$\Rightarrow (u_x + v_x + w_x, u_y + v_y + w_y, u_z + v_z + w_z)$$

$$(u + v) + w = (u_x + v_x + w_x, u_y + v_y + w_y, u_z + v_z + w_z)$$

پاشم برابرند پس خاصیت شرکت پذیری ثابت می شود.



ادامه سوال (۲)

$$c) (CK)u = C(Ku)$$

$$(CK)u = (CK)(u_x, u_y, u_z) = (CKu_x, CKu_y, CKu_z)$$

$$C(Ku) = C(Ku_x, Ku_y, Ku_z) = (CKu_x, CKu_y, CKu_z)$$

برابر هستند

$$d) K(u+v) = Ku + Kv$$

$$K(u+v) = K(u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z) = (K(u_x + v_x), K(u_y + v_y), K(u_z + v_z))$$

$$= (Ku_x + Kv_x, Ku_y + Kv_y, Ku_z + Kv_z) = (Ku_x, Ku_y, Ku_z) + (Kv_x, Kv_y, Kv_z) = Ku + Kv$$

$$e) u(K+C) = Ku + Cu$$

$$u(K+C) = ((K+C)u_x, (K+C)u_y, (K+C)u_z)$$

$$= (Ku_x + Cu_x, Ku_y + Cu_y, Ku_z + Cu_z) = (Ku_x, Ku_y, Ku_z) + (Cu_x, Cu_y, Cu_z) = Ku + Cu$$

سوال ۴) صورت سوال اشتباه است و یک برانتز کم گذاشته شده و برای حل قدم یک برانتز اضافه کردم:

$$2((1, 2, 3) - x - (-2, 0, 4)) = -2(1, 2, 3)$$

$$(+3, 2, -1) - x = -(1, 2, 3)$$

$$\Rightarrow x = (4, 4, 2)$$

~~$$u = (-1, 3, 2)$$~~

سوال ۵

~~$$u = (-1, 3, 2)$$~~

~~u و v را نرمالایز کنید:~~

~~$$u \cdot v = (u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z) = (-1 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) + 2 \cdot 1) = -11$$~~

~~$$\Rightarrow (-1 v_x + 3 v_y + 2 v_z) \Rightarrow v = (-2, -4, 1)$$~~
~~$$\|v\| = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{21}$$~~

~~u و v را نرمالایز کنید:~~

سوال ۵

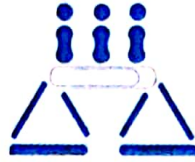
~~$$u = (-1, 3, 2) \quad v = (2, -4, 1)$$~~

~~$$\|u\| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$~~

~~$$\hat{u} = \frac{u}{\|u\|} = \left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}} \right)$$~~

~~$$\|v\| = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{21}$$~~

~~$$\hat{v} = \frac{v}{\|v\|} = \left(\frac{2}{\sqrt{21}}, \frac{-4}{\sqrt{21}}, \frac{1}{\sqrt{21}} \right)$$~~



سوال ۹ (امتیازی ۱)

a) $u \cdot v = v \cdot u$

$$u \cdot v = (u_x v_x, u_y v_y, u_z v_z)$$

$$v \cdot u = (v_x u_x, v_y u_y, v_z u_z)$$

$$\Rightarrow u_x v_x = v_x u_x \dots$$

b) $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$

$$u \cdot (v + w) = u \cdot (v_x + w_x, v_y + w_y, v_z + w_z) = (u(v_x + w_x), u(v_y + w_y), u(v_z + w_z))$$

$$u \cdot v + u \cdot w = (u v_x, u v_y, u v_z) + (u w_x, u w_y, u w_z)$$

$$\Rightarrow (u(v_x + w_x), u(v_y + w_y), u(v_z + w_z))$$

d) $v \cdot v = ||v||^2$

$$v \cdot v = v_x v_x + v_y v_y + v_z v_z = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \right)^2 = ||v||^2$$

e) $0 \cdot v = 0 \rightarrow 0 \times v_x + 0 \times v_y + 0 \times v_z = 0$

(سوال 11)

$$u \times Ku = 0$$

$$u \times Ku = (\cancel{Ku_x Ku_x} - \cancel{Ku_x Ku_x}, \cancel{Ku_y Ku_y} - \cancel{Ku_y Ku_y}, \cancel{Ku_z Ku_z} - \cancel{Ku_z Ku_z})$$

$$\Rightarrow (0, 0, 0) = 0$$