

8 класс. Математическая вертикаль.  
Задания на повторение программы.

Ciel

## Содержание

<b>1 Сравнение чисел</b>	<b>1</b>
<b>2 Неравенства</b>	<b>3</b>
2.1 Линейные неравенства . . . . .	3
2.2 Линейные неравенства с модулем . . . . .	4

## 1 Сравнение чисел

**Задача 1.** Какое из двух чисел больше:

$$\frac{41}{99} \quad \text{или} \quad \frac{411}{991}?$$

**Задача 2.** Сравните дроби  $\frac{222\,221}{222\,222}$ ,  $\frac{333\,332}{333\,334}$  и  $\frac{444\,442}{444\,445}$ , расположите их в порядке возрастания.

**Задача 3.** Расположите в порядке возрастания числа:  $333^3$ ,  $3^{333}$ ,  $33^{33}$ .

**Задача 4.** Найдите наибольшее натуральное  $n$ , при котором  $n^{200} < 4^{300}$ .

**Задача 5.** Какое из двух чисел больше:

$$1000^{100} \quad \text{или} \quad 500^{50} \cdot 1500^{50}$$

**Задача 6.** Какое из двух чисел больше:

$$\sqrt[3]{\frac{2024}{2025}} \quad \text{или} \quad \sqrt[3]{\frac{2025}{2026}}$$

**Задача 7.** Какое из двух чисел больше:

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt{2} \quad \text{или} \quad \sqrt[3]{3}$$

**Задача 8.** Какое из двух чисел больше:

$$1 \quad \text{или} \quad \frac{32}{97} + \frac{70}{211} + \frac{146}{439}$$

**Задача 9.** На каком из описанных ниже интервалов, разбивающих числовую ось, лежит число 0?

$$x^3 < y^8 < y^3 < x^{12}$$

**Задача 10.** Какое из двух чисел больше:

$$2025^{2025} + 2023^{2023} \quad \text{или} \quad 2025^{2023} + 2023^{2025}$$

**Задача 11.** Оцените  $\frac{2}{x+5}$ , если известно, что  $4 \leq \frac{x}{2} < 11$ .

**Задача 12.** Оцените  $\frac{3}{x^2} + 1$ , если известно, что  $-3 < x < 6$ .

**Задача 13.** Пусть переменные  $x$  и  $y$  удовлетворяют неравенствам

$$-0,9 < x < 2,5, \quad -3 < y < -2.$$

При этом известно, что значение дроби

$$\frac{1,1+x}{y}$$

является целым числом. Определите это целое число.

**Задача 14.**  $\frac{y}{x}$  находится в интервале  $(-2, -1)$ ,  $\frac{y}{z}$  находится в интервале  $(-0.8, -0.4)$ . Найдите интервал, на котором лежит значение  $\frac{x}{z}$ .

**Задача 15\*.** Какое из двух чисел больше:

$$\frac{100}{101} \times \frac{102}{103} \times \dots \times \frac{1022}{1023} \quad \text{или} \quad \frac{5}{16}$$

**Задача 16\*\*.** Какое из двух чисел больше:

$$\sqrt{\sqrt{2016 + \sqrt{2015 + \sqrt{2016}}}} \quad \text{или} \quad \sqrt{\sqrt{2015 + \sqrt{2016 + \sqrt{2015}}}}$$

## 2 Неравенства

### 2.1 Линейные неравенства

**Задача 1.** Оцените площадь и периметр, которые может иметь прямоугольник, если одна его сторона может иметь длину от 20 до 30 см, а другая — от 50 до 60 см.

**Задача 2.** Существуют ли отрицательные решения этого неравенства, и, если существуют, выпишите их (в виде множества).

$$\frac{11x - 5}{21} - \frac{5x - 2}{7} < 2x - \frac{x - 1}{3}$$

**Задача 3.** Существуют ли отрицательные решения этого неравенства, и, если существуют, выпишите их (в виде множества).

$$\frac{14x - 3}{9} - \frac{9x}{7} > \frac{21x - 21}{63}.$$

**Задача 4.** Выберите из представленных ниже неравенств те, которые имеют решения, и найдите их.

1.  $(x + 2)^2 - 3(x^2 + 2) + 2x^2 < 4x - 5$ ,
2.  $2[(x + 3)^2 - (x^2 + 6x + 9)] - 5[(x - 1)^2 - (x^2 - 2x + 1)] + (3x - 7) < 6x + 11$ ,
3.  $\frac{5(x-2)}{3} - 4 \leq \frac{5(x-2)}{3} - 10$ .

**Задача 5.** При каком наименьшем значении параметра  $t$  неравенство имеет положительное решение?

$$17(37x - 1) = 3(3t - 16)$$

**Задача 6.** Иван хочет купить донат в своей любимой игре - BrawlBops. У него есть выбор, купить донат на сайте ПлатитиМного, где за выполнение заказа берут 100 рублей и еще по 36 за каждый z-бакс, или может взять на сайте Дотерок, где оформление заказа стоит 150, но z-бакс стоит уже 24 рублей. При каком наименьшем количестве покупаемых z-баксов второй магазин окажется выгоднее?

**Задача 7.** Исходя из графиков выпишите уравнения прямых.

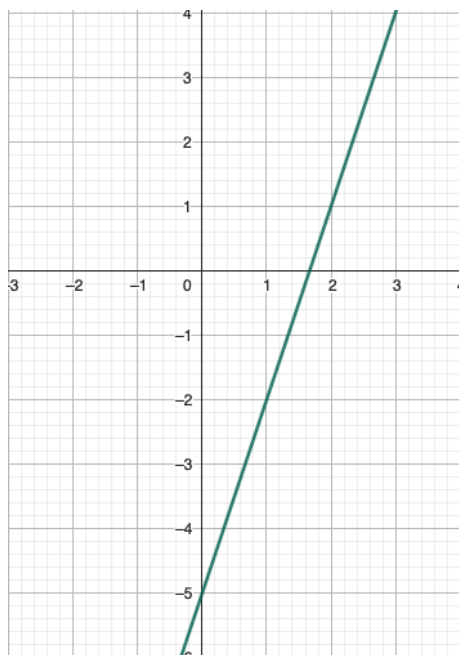


Рис. 1: График а

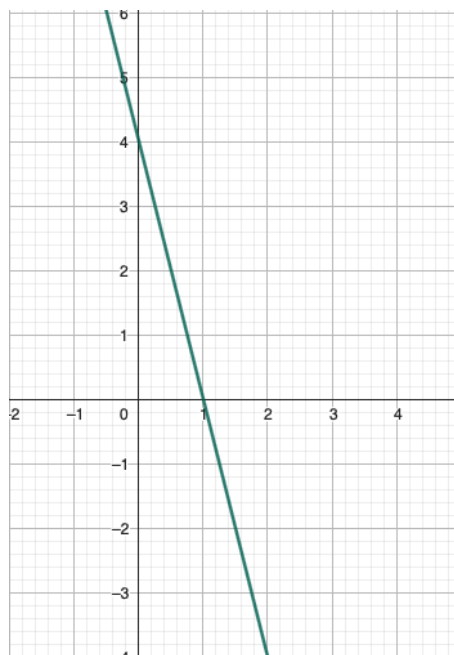


Рис. 2: График б

## 2.2 Линейные неравенства с модулем

**Внимание!** В задачах 1 - 4 нельзя раскрывать модуль. Можно пользоваться только определением.

**Определение.** Модулем числа  $a$ , обозначаемым как  $|a|$ , является расстояние на числовой прямой от числа  $a$  до начала координат, то есть точки 0. Числовое определение следующее:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

**Задача 1.** Найдите все решения неравенства  $|x - 2| < 5$

**Задача 2.** Сколько натуральных значений имеет неравенство ( $0 \notin \mathbb{N}$ )

$$|x + 3| \leq |x - 7|$$

**Задача 3.** При каких значениях  $t$  у неравенства  $|x + 2| \leq t$  ровно 5 целых решений?

**Задача 4.** При каких значениях  $t$  и  $v$  множеством решений неравенства  $|x - t| \leq v$  является промежуток  $[10, 20]$ ?