

臺北市立松山高中 110 學年度第 2 學期 第二次段考 高二 數 A 試題卷

一、是非題 18%(每題 3 分)(正確請畫 ○，錯誤請打 ×)

1. 若實數  $x$ 、 $y$ 、 $z$  滿足  $2x - y + z = 1$ ，則  $\sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2}$  的最小值為  $\sqrt{6}$ 。
2. 空間中，若兩直線的方向向量平行，則兩直線必平行。
3. 已知  $L_1$ 、 $L_2$  為兩歪斜線，直線  $L_1$  上有兩定點  $A$ 、 $B$ ，直線  $L_2$  有一動點  $P$ ，則當  $\Delta PAB$  面積最小時，點  $P$  到  $L_1$  的距離即為  $L_1$ 、 $L_2$  兩歪斜線的距離。
4. 直線  $\begin{cases} x + z = 2 \\ y = 1 \end{cases}$  與  $y$  軸的距離為  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。
5. 「雖然小松數學平時考都不及格，但他覺得這次數學段考有 30% 的機率會及格」，此句提到的 30% 是主觀機率。
6. 有 5 個人依序抽籤，5 支籤中只有 1 支中獎籤，小松 第一個抽，小山 最後一個抽；若取出不放回，則 小松 中獎機率高於 小山。

二、多重選擇題：12%(每題 6 分)

(錯一個選項得 4 分；錯二個選項得 2 分；錯三個以上選項或未答者不給分)

1. 下列哪些選項與  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{-3}$  為同一條直線？  
(A)  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$       (B)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{1-z}{6}$       (C)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$ ， $t$  為實數  
(D)  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + z - 7 = 0 \end{cases}$       (E)  $\begin{cases} 5x - y + z = 8 \\ 3x + z - 7 = 0 \end{cases}$
2. 空間坐標中， $L_1: \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} \\ z = 6 \end{cases}$ ， $L_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-6}{6}$ ， $E: 3x - 2y = -3$ ，則下列敘述何者正確？  
(A)  $L_1$  和  $L_2$  恰交於一點      (B)  $L_1$  和  $E$  恰交於一點      (C)  $L_2$  和  $E$  恰交於一點  
(D)  $L_1$  和  $xz$  平面恰交於一點      (E)  $L_2$  和  $yz$  平面恰交於一點

三、填充題：60%(每格 6 分)

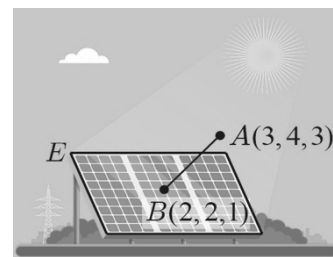
1. 空間中， $E_1$  為通過  $A(2,1,-1)$ 、 $B(1,2,-1)$ 、 $C(1,1,3)$  三點的平面方程式， $E_2$  為通過  $P(1,0,1)$  及  $Q(0,-2,1)$  且與  $E_1$  垂直的平面，則  $E_2$  的方程式為 \_\_\_\_\_ (1)

2. 當太陽能板在接收太陽光時，其板面與太陽光垂直，可達到最好的發電效率。

某廠商發明一套智能太陽能板，可隨時間轉動保持與太陽光垂直。

若將地面設為 $xy$ 平面，在某一時間，經過點 $A(3,4,3)$ 的太陽光，  
照射到太陽能板 $E$ 上的點 $B(2,2,1)$ ，

設 $E$ 所在的平面與地面所夾的銳角 $\theta$ ，則 $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_ (2)



3. 已知 $P(5, -3, -1)$ 、 $Q(10, -2, 0)$ 、 $E: 4x - y - z - 6 = 0$ ，

則向量 $\overrightarrow{PQ}$ 在平面 $E$ 上的正射影長為 \_\_\_\_\_ (3)

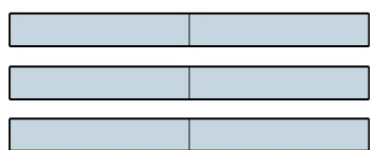
4. 「柳絮紛飛」為松山高中著名的畢業活動，其中「柳絮」的製作方法如下：

將3張長寬皆為 $2\text{cm} \times 24\text{cm}$ 的長條紙沿中線對折(如圖一)，

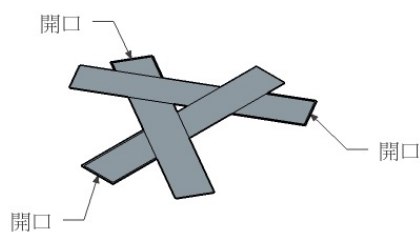
然後相互套住(如圖二)，

再分別將三張紙往開口方向拉緊，使得長條部份兩兩垂直(如圖三)，

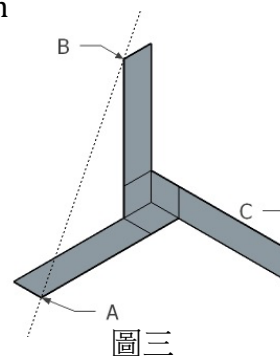
請問在圖三的立體圖形中，點 $C$ 到直線 $AB$ 的距離為 \_\_\_\_\_ (4) \_\_\_\_\_ cm



圖一



圖二



圖三

5. 已知 $A(2, -2, 1)$ 、 $B(4, -2, -3)$ 、 $E: 2x - 2y + z = 0$ ，平面 $E$ 上有一動點 $P$ ，

求 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$ 的最小值 = \_\_\_\_\_ (5)

6. 下表為同學們使用一儀器在地面測量某建築物高度若干次所得的數據，

根據此數據推測，假如再用此儀器測量該建築物的高度，

下一次測得 20 公尺的機率為何？ \_\_\_\_\_ (6)

測量值	18 公尺	19 公尺	20 公尺	21 公尺	22 公尺
次數	8	11	13	12	6

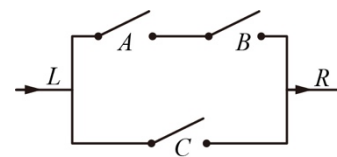
7. 若一個袋子中有 15 個球，其中 3 個為紅球，每次取一個球出來，取後不放回；  
若第二次取到紅球，求第四次也取到紅球的機率？\_\_\_\_\_ (7)

8. 已知某飛彈擊中目標的機率為  $\frac{3}{5}$ ，則至少要同時發射\_\_\_\_\_ (8) 枚飛彈，才能使擊中目標  
(即至少擊中 1 發)的機率大於 99.9%。  
( $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ )

9. 右圖為一電路圖，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為開關，

已知每個開關接通的機率分別為  $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，且三者功能互不影響，

則電流能由  $L$  流通到  $R$  的機率為\_\_\_\_\_ (9)



10. COVID-19 在全球大流行，某個國家在疫情高峰時的盛行率為 5%；

若這個國家的國民此時使用敏感性 80%、特異性 97% 的快篩試劑進行檢驗，

問檢驗結果呈現陽性反應時，真正得到 COVID-19 的機率為何？\_\_\_\_\_ (10)

『盛行率：某特定時間患有某一疾病的人口比例；敏感性：有病的人被檢驗出陽性反應的比例；

特異性：沒病的人被檢驗出陰性反應的比例』

#### 四、計算題：10%

1. 獄中有甲、乙、丙、丁四名囚犯，皇帝隨機赦免其中一位囚犯，並將赦免哪位囚犯告訴獄卒，  
後來甲聽聞皇帝會赦免四人中的一人，趕緊向獄卒詢問自己是否會被赦免，  
已知獄卒回答是誠實的，但他不回答甲是否會被赦免，而是從剩下三人裡不被赦免的人中，  
隨機選一人告訴甲來作為回答。

(1) 若赦免的犯人為甲，請問獄卒回答乙不被赦免的機率？

(2) 若赦免的犯人為乙，請問獄卒回答乙不被赦免的機率？

(3) 若赦免的犯人為丙，請問獄卒回答乙不被赦免的機率？

(4) 請問獄卒回答乙不會被赦免的機率？

(5) 已知獄卒回答乙不會被赦免的情況下，請問是甲被赦免的機率？

臺北市立松山高中 110 學年度第 2 學期 第二次段考 高二 數 A 答案卷

二 年\_\_\_\_\_班 \_\_\_\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

一、是非題 18%(每題 3 分)

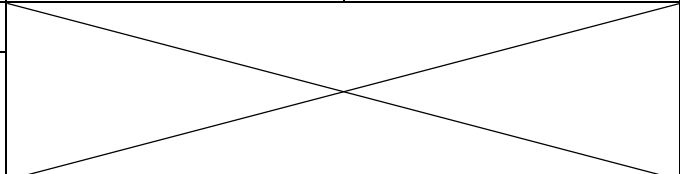
1	2	3	4	5	6

二、多重選擇題：12%(每題 6 分)

(錯一個選項得 4 分；錯二個選項得 2 分；錯三個以上選項或未答者不給分)

1	2

三、填充題：60%(每格 6 分)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10		

四、計算題：10%

1
---

臺北市立松山高中 110 學年度第 2 學期 第二次段考 高二 數 A 答案卷

二 年\_\_\_\_班 \_\_\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

一、是非題 18%(每題 3 分)

1	2	3	4	5	6
×	×	○	×	○	×

二、多重選擇題：12%(每題 6 分)

(錯一個選項得 4 分；錯二個選項得 2 分；錯三個以上選項或未答者不給分)

1	2
(C)(E)	(A)(C)(D)(E)

三、填充題：60%(每格 6 分)

1	2	3	4
$2x - y - 4z + 2 = 0$	$\frac{2}{3}$	3	$3\sqrt{14}$
5	6	7	8
$2\sqrt{14}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{1}{7}$	14
9	10		
$\frac{5}{8}$	$\frac{80}{137}$		

四、計算題：10%

1
(1) $\frac{1}{3}$
(2) 0
(3) $\frac{1}{2}$
(4) $\frac{1}{3}$
(5) $\frac{1}{4}$