台北市立松山高級中學九十四學年度第二學期高三數學科期末考試題卷

總分 120 分，超過 100 分以 100 分計

一、是非題：(每題 2 分共 40 分)

1. 設函數 $f(x)$在 $x=a$ 處有導數，則 $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$。

2. 函數 $f(x)=|x|$，則 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$。

3. 函數 $f(x)=|x|$，則 $f'(0)$不存在。

4. 函數 $f(x)=[x]$，則 $f'(2006365)=1$。

5. 函數 $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ 在 $x=3$ 的導數 $f'(3)=0$。

6. 若函數 f 在 $x=a$ 處連續，則 $f(x)$在 $x=a$ 處的極限必存在。

7. 若函數f為多項式函數，則$f(x)$對於任何實數a，$f'(a)$必存在，故函數f處處連續。

8. 若函數f在$x=a$之處連續，則導數$f'(a)$必存在。

9. 若函數 f 在實數集合 R 上遞增，則任意一個數 a，$f'(a)$必大於 0。

10. 若函數 f 在實數集合 R 上的任意一個數 a,$f'(a)$都是正數,則 f 在 R 上為遞增函數。

11. 若 f 在開區間$(a，b)$內的一個數 $c(a<c<b)$，$f(c)$是相對極大值，則 $f'(c)=0$。

12. 若函數 f 在開區間$(a，b)$內的一個數 $c(a<c<b)$，$f'(c)=0$，則函數 f 在 $x=c$ 之處，$f(c)$是一個極值。

13. 若函數 f 在 $x=a$ 之處 $f'(c)=0$，則此函數圖形在點$(a，f(c))$處有一條水平切線。

14. 如果函數 f 只在 $x=a$ 之處有一相對極大值，則 $f(a)$就是函數 f 的最大值。

15. 若 m 是函數 f 的一個極小值，M 是函數 f 的一個極大值，則 $m\le M$

16. 函數 $f(x)$在閉區間內連續，則所有極大值中最大的即為最大值。

17. 若函數 f 在開區間內的每一點都有導數，則 f 在此區間內必有極值。

18. 函數 f 的最大值必大於等於任何一個極小值。

19. 若函數 f 的最大值等於最小值，則此函數為常數函數。

20. 設函數 $f(x)=x^2$之圖形與直線 $x=0$，$x=1$，及 $y=0$ 所圍成的圖形區域為 R，若在 x 軸上，將 $x=0$ 至 $x=1$ 之線段 n 等分，並分別在這些等分點上作上矩形，則這些上矩形的總和(即上和)U_n，則數列$\langle U_n\rangle$為遞減數列。

二、填充題(每格 5 分共 40 分)

1. 對一次函數 f(x)而言，自變數 x 每增加 1 單位，應變數 y 固定增加 2 單位，則一階導數 $f'(2006)$=______________。

2. 已知一個質點在數線上運動，當時刻為 x 時質點坐標為 $\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}{x-4}$，試求 x=2 時，當時的瞬時速度=______________。

3. 在x軸上，將(0，0)至(1，0)間的線段等分成n小段，試求$f(x) = x^3 + 2$ 與直線$x = 0$，$x = 1$ 及$y = 0$ 所圍成圖形的上和=__________。

4. 已知 a、b 為相異實數，且 $f(x) = (x - a) (x - b)$，若 $f'(a) \cdot f'(b) \neq 0$，試求 $\dfrac{a}{f'(a)} + \dfrac{b}{f'(b)}$ 之值=______________。

5. 雙曲線$xy = 16$ 上點(-4，-4)之切線方程式為________。

6. 設a<b，若函數f (x)=$(x-a)^2(x-b)^3$在x=－1 及x=1 處有極值，試求數對(a，b)之值=___________。

7. 試求過 $P(2, -2)$向曲線 $f(x)=x^3-3x+4$所作的切線方程式____________________。

8. 曲線 $f(x)=x^2-x-1$上之一點 P 到原點 O 之距離為$\overline{OP}$時，當$\overline{OP}$最小時，求 P 點坐標為_____________。

丙、計算證明題(每題10分共40分)

1. 設 n 為正整數，若 x>1 時，試證：$x^{n+1}+n>(n+1)x$(提示：可利用增減性)

2. 設$y = x^3 + ax^2 + bx + c$以(1，1)為切點之切線斜率為最小，且此切線恰通過(0，5)，試求a = ? b = ? c = ?

3. (1)試求函數 f(x)=$\sqrt{x}$與 x 軸、x=0、x=1 圍成區域面積?(不可用積分)

   (2)利用(1)試求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n\sqrt{n}}(\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\cdots\cdots+\sqrt{n})=?$

   (3)利用(1)試求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}(\sqrt{\dfrac{1}{2n}}+\sqrt{\dfrac{3}{2n}}+\sqrt{\dfrac{5}{2n}}+\cdots\cdots+\sqrt{\dfrac{2n-1}{2n}})=?$

4. 試證：若 $f(x)$在 $x = a$ 處可微分，則 $f(x)$在 $x = a$ 處連續。

台北市立松山高級中學九十四學年度第二學期高三數學科期末考答案卷

三年___班___號 姓名：____________

總分 120 分，超過 100 分以 100 分計

一、是非題：(每題 2 分共 40 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

二、填充題(每格 5 分共 40 分)

1	2	3	4
5	6	7	8

丙、計算證明題(每題10分共40分)

1	2
3	4