

臺北市立松山高中 109 學年度第一學期高二第 1 次期中考數學 A 試卷

一、 單選題：(每題 6 分，共 18 分)

1. 設  $a = \cos 80^\circ \cos 40^\circ + \sin 80^\circ \sin 40^\circ$ 、 $b = 2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ$ 、 $c = 1 - 2 \cos^2 80^\circ$ 、

$$d = \sqrt{\frac{1 - \cos 80^\circ}{2}}$$

，請選出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四數正確的大小關係：

- (A)  $a < d < c < b$                       (B)  $c < d < b < a$                       (C)  $c < d < a < b$   
(D)  $d < a < c < b$                       (E)  $d < c < a < b$

2. 下列哪一個函數週期為  $\pi$ ？

- (A)  $y = \sin(x - \pi)$                       (B)  $y = \cos \frac{x}{2}$                       (C)  $y = \tan 2x$   
(D)  $y = |\sin x|$                       (E)  $y = \cos |x|$

3.  $\triangle ABC$  中， $\cos A = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$ 、 $\tan B = \frac{3}{4}$ ，則  $\angle C$  度數為何？

- (A)  $45^\circ$     (B)  $45^\circ$  或  $135^\circ$     (C)  $60^\circ$     (D)  $60^\circ$  或  $120^\circ$     (E)  $90^\circ$

二、 多選題：(每題 8 分，共 32 分。錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上得 0 分)

1. 在坐標平面上，廣義角  $\theta$  的頂點為原點  $O$ ，始邊為  $x$  軸正向，且滿足  $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ 。

若  $\theta$  的終邊上有一點  $P$ ，其  $x$  坐標為 1，請選出正確的選項：

- (A)  $\sin \theta = \frac{5}{13}$                       (B)  $\cos 2\theta = \frac{119}{169}$                       (C)  $\sin \frac{\theta}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{26}}$   
(D)  $\tan \frac{\theta}{2} = \pm 5$                       (E)  $\cos(\theta + \frac{\pi}{6}) = \frac{12\sqrt{3} - 5}{26}$

2. 設  $\alpha$ 、 $\beta$  為實數，請選出正確的選項：

- (A)  $\sin \alpha + 2\cos \alpha$  的最大值為  $\sqrt{5}$       (B)  $\sin \alpha + 2\cos \beta$  的最小值為  $-\sqrt{5}$   
(C)  $\sin 2\alpha + 2\cos 2\alpha$  的最大值為  $2\sqrt{5}$       (D)  $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) + 2\cos \alpha$  的最小值為  $-3$   
(E)  $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + 2\cos \alpha$  的最大值為  $\sqrt{5}$

3. 關於三角函數的敘述，請選出正確的選項：

- (A)  $\sin 1 < \sin 1^\circ$       (B)  $\sin 1 < \sin 2$       (C)  $\cos \pi < \cos \pi^\circ$   
(D)  $\tan \pi < \tan(\pi^2)$       (E)  $\sin \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

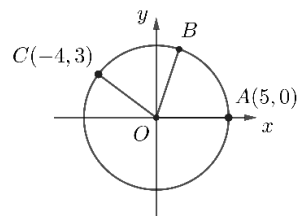
4. 設  $f(x) = \sin x - \sqrt{3}\cos x = r\cos(x - \theta)$ ， $r > 0$ ，請選出正確的選項：

- (A) 振幅為 2      (B) 週期為  $2\pi$       (C)  $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
(D) 方程式  $f(x) = -2$  無實數解      (E)  $y = f(x)$  的圖形對稱於點  $(\frac{\pi}{2}, 0)$

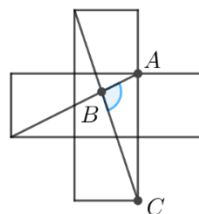
三、 填充題：(每題 6 分，共 30 分)

1. 右圖為圓心在原點的圓，已知  $A(5, 0)$ 、 $C(-4, 3)$ ，且

$AB = BC$ ，則  $B$  點坐標為\_\_\_\_\_。



2. 右圖每一小方格皆是邊長為 1 的正方形，則  $\tan \angle ABC =$ \_\_\_\_\_。

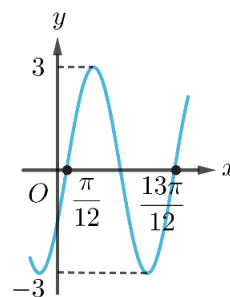


(背面尚有試題)

3. 方程式  $4\sin(\pi x) + x = 0$  的實數解有 \_\_\_\_\_ 個。

4. 右圖為函數  $y = a\sin(bx + c)$  的部分圖形，且  $a > 0$ 、 $b > 0$ 、

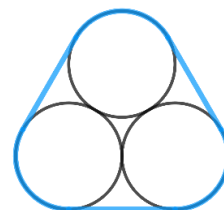
$-\pi < c < \pi$ ，則數對  $(a, b, c) =$  \_\_\_\_\_。



5. 設  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，函數  $y = f(x) = -\sqrt{3}\sin x + \cos x$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則數對  $(M, m) =$  \_\_\_\_\_。

#### 四、計算題：(每題 10 分，共 20 分)

1. 一家超市將半徑 10 公分的罐頭每三罐用繩子捆成一組販售，若打結處需要 7 公分的繩子，試問捆成一組需要多少公分的繩子？



2. 地球上的海洋受到太陽與月球的引力作用所引起的漲落現象稱為潮汐，下表為某港口時間(時)與水深(公尺)的關係：

時間(時)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
水深(公尺)	14	11	8	11	14	11	8	11	14

(1) 上述資料若以正弦函數  $y = f(x) = a\sin(bx + c) + d$  描述，其中  $a, b, d > 0$ ， $-\pi \leq c \leq \pi$ ，試求數對  $(a, b, c, d)$ 。(5 分)

(2) 若有一艘貨船吃水深度(船底與水面的距離)為 5 公尺，安全間隙(船底與海底的距離)為 6 公尺。該貨船在上午 11 時開始卸貨，吃水深度以每小時 0.4 公尺的速度減少，試問該貨船應在幾時將船駛往較深的水域(以整點時間回答)( $\sqrt{3} \approx 1.732$ )。(5 分)

臺北市立松山高中 109 學年度第一學期高二第 1 次期中考考數學 A 答案卷(簡答)

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、單選題：(每題 6 分，共 18 分)

1	2	3
D	D	A

二、多選題：(每題 8 分，共 32 分。錯 1 個選項得 5 分，錯 2 個選項得 2 分，錯 3 個選項以上得 0 分)

1	2	3	4
BC	AD	BCDE	AB

三、填充題：(每題 6 分，共 30 分)

1	2	3	4	5
$(\frac{5\sqrt{10}}{10}, \frac{15\sqrt{10}}{10})$ 全對才給	-7	9	$(3, 2, -\frac{\pi}{6})$ 或 $(3, 2, \frac{5\pi}{6})$ 寫出其一即可	$(2, -\sqrt{3})$ 對一個給 3 分

四、計算題：(每題 10 分，共 20 分)

1	2
<p>答：<math>20\pi + 67</math>。</p> <p>評量規準： 若學生計算過程中少乘 3 或少加 7，每個地方扣 3 分。其餘錯誤樣態，老師可以自行斟酌。</p>	<p>(每小題 5 分)</p> <p>答：(1) <math>(3, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, 11)</math>；(5 分)</p> <p>(2) 下午 4 時(即 16 時)。(5 分)</p> <p>評量規準： (1) 錯一個數值，扣 2 分，扣完為止。 (2) 有完整列出不等式，給 3 分，求出正解，再給 2 分。</p>