

台北市立松山高級中學九十六學年度第一學期高二文組數學科

第二次月考試題卷

一、基本觀念教學：(每題 2 分共 20 分)

韓伯伯宅心仁厚，發揮一日為師終身為爺的精神，特予觀念教學，期盼各位學子在其他老師把守的關卡，過關斬將，一帆風順。

甲、配合題：下列題目依下列選項填入正確答案(僅填入選項 A、B、C……即可)

(A)方向(B)(a, b, c)(C)法向量(D) $\pi-\theta$ (E)平面角(F)歪斜(G)垂直(H)公垂(I)平行(J)三垂線

1. 若兩直線 L_1, L_2 不共面，則稱兩直線_____，此兩直線恰有一條公垂線。若公垂線與直線 L_1, L_2 交點 P, Q ，則 \overline{PQ} 稱為直線 L_1, L_2 的公垂線段，亦即兩直線 L_1, L_2 的距離。
2. 若直線 L 與平面相交於 A ，且平面上過 A 的每一條直線都與 L 垂直，則稱 L 與 E _____，此時 L 稱為平面 E 的法線，與 L 平行的任意向量都稱為 E 的法向量 (即與平面垂直的向量稱為法向量)。
3. 若 A 為二面角的稜線 PQ 上一點， $\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{PQ}$ 且 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 分別在兩個半平面上，則角 $\angle BAC$ 稱為此二面角的_____，且 $\angle BAC$ 即為二面角的度量。
4. 若直線 L 垂直平面 E 於 A ， P 為 L 上一點，若 M 為平面 E 上任一直線且直線 AB 垂直直線 M 於 B ，則 $\overline{PB} \perp$ 直線 M ，稱此性質為_____定理。
5. 若 P 為空間中任一點，過 P 分別做 X 軸， Y 軸， Z 軸的垂線，得垂足 A, B, C 三點，而 A, B, C 三點在數線上的坐標分別為 a, b, c ，則 P 點的空間坐標即為_____， a, b, c 分別稱為 P 點的 X 坐標， Y 坐標， Z 坐標。
6. 柯西不等式：設 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$ ， $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 為平面上任意兩向量，則 $|\vec{a}||\vec{b}| \geq |\vec{a} \cdot \vec{b}|$ 。即 $(a_1^2+a_2^2+a_3^2)(b_1^2+b_2^2+b_3^2) \geq (a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2$ (等號成立 $\Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ _____或 $\vec{a}=0$ 或 $\vec{b}=0$)
7. 三元一次方程式 $ax + by + cz = d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) $a^2+b^2+c^2 \neq 0$ 之圖形為一平面，且 (a, b, c) 為此平面的_____。一般而言與平面平行之兩向量的公垂向量即為平面的法向量，而一平面之法向量代表平面的方向。
8. 兩平面法向量夾角為兩平面之一夾角。若兩平面之一夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|} = \frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$ ，另一交角為_____。
9. 與直線 L 平行之向量 $\vec{v}=(a, b, c)$ 稱為此直線之_____向量，空間中直線的方向通常以方向向量表示，方向向量不唯一，但是同一直線的任兩個方向向量均平行。
10. 用兩平面交線來表示直線的方式稱為兩面式，此交線的方向向量為兩平面法向量的_____向量。

二、挑戰題

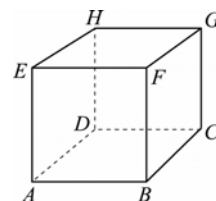
此關由最美的歐巴桑陳秀秀把關，陳老師擺出基本概念題，要測試同學的基本功夫，請各位同學放馬過來破關。

乙、多重選擇題(每題 5 分共 20 分)

1. 下列敘述何者恆真？
(A)過直線外一點恰有一直線與此直線平行。(B) 若交於一線之兩平面皆垂直於第三平面，則其交線亦垂直於第三平面。(C) 相異三點恰有一平面通過此三點。(D) 垂直於同一直線之二相異直線必互相平行。(E) 兩歪斜線在一平面上之正射影必為兩相交直線。

2. 直線 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+2}{-1}$ ，直線 $L_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=3 \end{cases}, t \in R$ ，平面 $E_1: 3x-4y+12z=6$ ，下列何者

正確？(A) 直線 L_1 的方向向量為 $(2, 4, -1)$ (B) 直線 L_2 的方向向量為 $(2, 3, 1)$
 (C) 平面 E_1 的法向量為 $(3, 4, 12)$ (D) $(3, 7, -4)$ 為直線 L_1 上一點
 (E) $(2, 3, 1)$ 為平面 E_1 上一點。



3. 陳老師觀察右圖， $ABCD-EFGH$ 為一正方體，則 \overrightarrow{AB} 與下列何者之內積為 0？
 (A) \overrightarrow{BC} (B) \overrightarrow{GC} (C) \overrightarrow{GE} (D) \overrightarrow{AH} (E) \overrightarrow{HD}

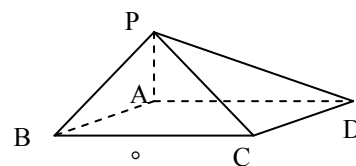
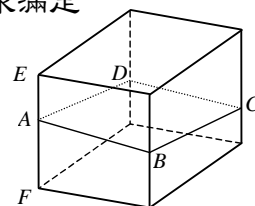
4. 直線 $L_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=1+3t \end{cases}, t \in R$ ，直線 $L_2: \begin{cases} x+ry+z=s \\ px-y+z=q \end{cases}$ ，直線 $L_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$

三直線重合，則(A) $(m, n) = (8, 12)$ (B) $(b, c) = (-7, -11)$ (C) $(r, s) = (-2, 0)$ (D) $(p, q) = (2, 1)$
 (E) 直線 L_1 平行平面 $E: x-2y+z=0$ 。

此關由陳大師把關，陳老師武功高強，嚴格把關，欲過此關要付出相當的努力。

丙、填充題(每格 5 分共 45 分)

- 設 $A(-1, 1, -2)$ ， $B(-2, -1, 3)$ 為空間中兩點，點 P 在 YZ 平面上，試求滿足 $\overrightarrow{PA}^2 + \overrightarrow{PB}^2$ 最小之點 P 坐標=_____。
- 右圖為一正方體，若此正方體被一平面截出四邊形 $ABCD$ ，其中 B, D 分別為稜的中點，且 $\overrightarrow{EA} : \overrightarrow{AF} = 1 : 3$ ，則 $\cos \angle DAB =$ _____ (化成最簡分數)。
- 空間中點 $P(1, 2, 3)$ 到平面 $E: 2x+2y+z=3$ 的距離=_____。
- 已知 $A(2, 2, -2)$ ， $B(1, 4, -4)$ ， $C(5, 2, 2)$ ， $\angle BAC$ 之內角平分線交 \overrightarrow{BC} 於 D ，設 E 在射線 \overrightarrow{AD} 上且滿足 $\overrightarrow{AE} = 5\overrightarrow{AB} + \alpha\overrightarrow{AC}$ ，則實數 $\alpha =$ _____。
- 空間中，一點 $P(1, 6, 8)$ ，直線 $L: \frac{x}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-6}{1}$ ，試求點 P 對直線 L 的投影點=_____。
- 通過兩點 $P(1, 0, 1)$ ， $Q(2, 1, 2)$ 且與平面 $x-y+2z=5$ 垂直的平面為_____。
- 矩形 $ABCD$ ， P 為平面 $ABCD$ 外一點，已知 $\overrightarrow{PA} \perp$ 平面 $ABCD$ ，若 $\overrightarrow{PB}=5$ ， $\overrightarrow{PC}=3\sqrt{3}$ ， $\overrightarrow{PD}=3\sqrt{2}$ ，求 $\overrightarrow{PA}=$ _____。
- 空間中四邊形 $ABCD$ ， $A(2, 2, -2)$ ， $B(1, 3, -6)$ ， $C(11, 2, 4)$ ， $D(13, 0, 12)$ ，試求兩對角線的交點坐標=_____。
- 求兩歪斜線 $L_1: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-8}{2}$ 與 $L_2: \frac{x+6}{8} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z+7}{1}$ 的距離=_____。



此關由郭大俠把關，郭老師本著教學相長精神，期盼同學一起切磋武功，多多闖關。

丁、計算題(15分)

- 設 $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-2}$ ， $L_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-3}{-1}$ 為兩歪斜線，若正三角形 PQR 中， P 在 L_1 上， Q, R 在 L_2 上，
 (1) 試求公垂線方程式？(2) 求 $\triangle PQR$ 的最小周長？(3) 承(2)此時 Q, R 兩點坐標為何？

台北市立松山高級中學九十六學年度第一學期高二文組數學科
第二次月考答案卷

二年__班__號 姓名：_____

一、基本觀念題：(每題 2 分共 20 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

二、進階題

甲、多重選擇題(每題 5 分共 20 分)

1.	2.	3.	4.

乙、填充題(每格 5 分共 45 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	

丙、計算證明題(每小題5分共15分)

--

台北市立松山高級中學九十六學年度第一學期高二文組數學科
第二次月考答案卷

二年__班__號 姓名：_____

一、基本觀念題：(每題 2 分共 20 分)

1.	2.	3.	4.	5.
<i>F</i>	<i>G</i>	<i>E</i>	<i>J</i>	<i>B</i>
6.	7.	8.	9.	10.
<i>I</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>H</i>

二、進階題

甲、多重選擇題(每題 5 分共 20 分)

1.	2.	3.	4.
AB	ADE	ABDE	ABC

乙、填充題(每格 5 分共 45 分)

1.	2.	3.	4.	5.
$(0,0,\frac{1}{2})$	$\frac{1}{17}$	2	3	$(2, 5, 7)$
6.	7.	8.	9.	
$3x-y-2z=1$	4	$(5,2,0)$	13	

丙、計算證明題(每小題5分共15分)

Ans : (1) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$ (2) $6\sqrt{3}$ (3) $(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 4 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, 5 - \frac{\sqrt{3}}{3}), (2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, 4 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 5 + \frac{\sqrt{3}}{3})$