

台北市立松山高級中學 92 學年度 第 2 學期 第一次期中考 一年級 數學科試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多重選擇題：(10 %)

1. 設 a, b, x, y 皆為正數, 且 $a \neq 1, b \neq 1, m, n$ 為非零實數, 則下列何者正確? (A) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
(B) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ (C) $\log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x$ (D) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ (E) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
2. 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 若函數 $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_a x$ 之圖形分別為 G_1, G_2 , 則下列何者正確?
(A) 圖形 G_1 恆過點 $(0, 1)$ (B) 圖形 G_2 恆在 x 軸上方 (C) 圖形 G_1, G_2 會交於一點
(D) 圖形 G_1, G_2 對稱於直線 $y = x$ (E) $f(g(x)) = x$ 且 $g(f(x)) = x$

二、填充題：(60 %)

1. 化簡 $(\sqrt{2})^{-\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{(\frac{1}{3})^{-8} \div (\sqrt[3]{6})^2} =$ _____ (子)。
2. 求 $5^{\log_5 3} + 2 \log_2 \sqrt{8} - \log_3 1 + \log_5 8 \cdot \log_2 25 =$ _____ (丑)。
3. 設 $\log A = a$, $\log B = b$, $\log C = c$, 且 $a + b + c = 0$, 求 $A^{\frac{1}{b} + \frac{1}{c}}$, $B^{\frac{1}{c} + \frac{1}{a}}$, $C^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ 之值。 _____ (寅)
4. 方程式 $2^x = x + 1$ 有幾個實數解? _____ (卯)。
5. 比較下列 a, b, c, d, e 的大小：
(1) $a = (1.7)^{\frac{1}{5}}$, $b = \sqrt[4]{1.7}$, $c = (1.7)^{-2}$, $d = 1$, $e = 0$ _____ (辰)。
(2) $a = \log_{0.7} 0.8$, $b = \log_{0.7} \sqrt{5}$, $c = \log_{0.7} 0.2$, $d = 1$, $e = 0$ _____ (巳)。
6. 將 $y = 3^{x+1}$ 的圖形, 先沿著 x 軸方向右移 1 單位後, 再對直線 $y = x$ 作鏡射, 若所得的圖形為 Γ , 求 Γ 的方程式 _____ (午)。
7. $x > -1$, 求 $f(x) = \log_3(x+1)$ 的反函數 $f^{-1}(x) =$ _____ (未)。
8. 設 $\log_2 5 = a$, $\log_5 7 = b$, 試以 a, b 表 $\log_{350} 56 =$ _____ (申)。
9. 設 $a = 2^{23}$, $b = 3^{14}$, 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$,
試問：(1) ab 為幾位數? _____ (酉) (2) $a+b$ 為幾位數? _____ (戌)
10. 網路謠言的散佈速度驚人, 若其關係式為 $N = P \cdot (1 - 10^{-0.1t})$, 其中 P 為網友總數, N 為謠言開始流傳 t 天後, 看過這則謠言的人數, 試問一則謠言開始流傳多少天後, 就會有九成的網友看過? _____ (亥)。

三、計算題：(30 %)

1. 解 $\log_2(4^x + 16) = 1 + x + \log_2 5$
2. 天文學中, 「視星等」是根據肉眼觀測星球的亮度來定義其星等. 若織女星的亮度為 F_0 , 則一顆亮度為 F 的星星, 其星等定為: $m = -2.5 \log \frac{F}{F_0}$, 稱之為 m 等星. 試問 1 等星的亮度是 6 等星亮度的多少倍?
3. 富爸爸在銀行存款 20 萬元做為小孩的教育基金, 並與銀行約定依年利率 1.4 % 複利計算, 一年計息一次, 期限 20 年. 試問 20 年到期時, 富爸爸總共可領回本利和多少元? (請根據答案卷上之對數表, 四捨五入至「百元」)

一、多重選擇題：(10 %)

二、填充題：(60 %)

1	2
ABCDE	ADE

(子)	(丑)	(寅)	(卯)
$\frac{9}{2}$	12	$\frac{1}{1000}$	2
(辰)	(巳)	(午)	(未)
$e < c < a < d < b$	$b < e < a < d < c$	$y = \log_3 x$	$3^x - 1$
(申)	(酉)	(戌)	(亥)
$\frac{ab+3}{ab+2a+1}$	14	8	10 天

1.

Ans : $x=1$ 或 $x=3$

2.

Ans : 100 倍

3.

Ans : 約 263600 元

對數表

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	表 尾 差								
	1 2 3			4 5 6			7 8 9												
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	若與此部份有關 需要小數點三位以下數據 請以「內插法」求之								
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430									
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133									
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298									