

台北市立松山高中 96 學年度第二學期 第一次段考 高一數學科 試卷

一、 多選：

1. ( ) 下列何者正確？

- (A) 若  $a$  為實數，則  $\sqrt{a^3} = (a^{\frac{1}{2}})^3$   
 (B)  $7^{\frac{\log(\log 7)}{\log 7}} = \log 7$   
 (C)  $y = (\frac{1}{2})^x$  與  $y = -\log_2 x$  之圖形對稱於直線  $x - y = 0$   
 (D)  $y = \log_2 x$  與  $y = \log_2 (-x)$  之圖形對稱於  $x$  軸  
 (E)  $y = \log_2 x$  與  $y = \log_2 (5x)$  之圖形，經平移之後，可以疊合

2. ( ) 下列哪些方程式沒有實根？

- (A)  $2^x = \frac{x}{3}$  (B)  $2^x = x^2 - 1$  (C)  $2^x = 3^{-x}$  (D)  $2^x = \log_3 x$  (E)  $2^x = \log_{\frac{1}{3}} x$

二、 填充：

1. 若  $\log_{5x-14} (-3x^2 + 14x - 8)$  有意義，試求  $x$  之範圍 A。  
 2. 設  $x, y$  為實數，若  $13^x = 243$ ， $351^y = 81$ ，試求  $\frac{5}{x} - \frac{4}{y} =$  B。  
 3. 若  $f(x) = 2^{2x} + 2^{-2x} - 12 \cdot 2^x - 12 \cdot 2^{-x} + 48$ ，令  $t = 2^x + 2^{-x}$ ，  
 試求：(1) 以  $t$  表  $f(x)$ ：C  
 (2) 當  $x = \alpha$  時， $f(x)$  有最小值  $\beta$ ，則數對  $(2^\alpha, \beta) =$  D  
 4. 令  $a = \log_{15} 3$ ， $b = \log_{15} 2$ ，則  $\log_{15} 12 =$  E (以  $a, b$  表示之)  
 5. 若  $\log 2.38 = \alpha$ ， $\log 2.39 = \beta$ ，  
 請用線性內插法求  $\log 0.002383 =$  F (以  $\alpha, \beta$  表示)

6. 解下列方程式：

- (1)  $\log_3 (3^x - 243) = \frac{x}{2} + 2 + \log_3 2$ ， $x =$  G  
 (2)  $2(x^{\log 3})(3^{\log x}) - 17 \cdot x^{\log 3} - 9 = 0$ ， $x =$  H

7. 比大小：

- (1) 設  $a = \log_7 4$ ， $b = \log_4 7$ ， $c = \log_{49} 19$ ，則  $a, b, c$  之大小關係為 I  
 (2) 設  $a = \log \frac{7}{3}$ ， $b = \log_{0.6} \frac{7}{3}$ ， $c = \log_{100} 1$ ， $d = \log_{0.4} \frac{7}{3}$ ， $e = \log_5 \frac{7}{3}$ ，  
 則  $a, b, c, d, e$  之大小關係為 J

8. 解不等式：

(1)  $(0.2)^{x^2-3x} \geq (25)^{-x-3}$ 。答：  K

(2)  $\log_{10} \log_{\frac{1}{2}} \log_3 x > 0$ 。答：  L

(3)  $\log_x(2x^2 + 4x) > \log_x(2 + x)$  的解為  M 。

9. 設  $\frac{1}{4} \leq x \leq 8$ ,  $f(x) = x^{4-\log_2 x}$  之最大值為  N 。

10. 設  $x > 1$ , 求  $\log_3 x + \log_x 27$  之最小值  0 。

11. 已知  $\log x$  的尾數為  $\log 0.0289$  的尾數的一半，且  $\log x$  的首數為 2，  
求  $x =$   P

12.  $A$  元素之半衰期 45 天， $B$  元素之半衰期 30 天，現一礦石  $A$ ， $B$  兩元素質量比 6:7，  
則 90 天前  $A$ ， $B$  兩元素質量比  Q 。

(提示：半衰期為元素質量由  $m$  衰變為  $\frac{m}{2}$  所需的時間)

13. 芮氏地震規模量級中，強度與能量的關係為  $r = f(x) = \log_{10} x$ ，其中  $r$  為強度， $x$  為地震散發的能量。試問：強度 6.8 級的地震散發的能量是強度 3.8 級地震散發能量的多少倍？  R

### 三、計算題：

1. 已知  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$

(1) 比較  $2^{109}$  與  $3^{69}$  的大小。

(2)  $2^{109} + 3^{69}$  展開後為幾位整數？。

2. 試利用對數表，求：

(1)  $(1.02)^{15} = ?$  (四捨五入至小數第 3 位)

(2) 小恩月初向銀行借款 10 萬元，月利率為 2% 每月複利一次，若每月月底需要還本息一次，每次所還的款項相等，以 15 個月還清，試問每次要還多少元？  
(元以下四捨五入)

$x$	0    1    2    3    4					5    6    7    8    9					表尾差									
											1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37	
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34	
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31	
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29	
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27	

一、多選題：10%（每題5分）

1 BCE	2 AD
----------	---------

二、填充題：70%

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
得分	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	53	56	59	62	64	66	68	70

A $14/5 < x < 4, x \neq 3$	B -3	C $t^2 - 12t + 46$
D( $3 \pm 2\sqrt{2}$ , 10)	E $a + 2b/1 - a$	F $\frac{7\alpha + 3\beta - 30}{10}$
G 6	H 100	I $b > c > a$
J $e > a > c > d > b$	K $-1 \leq x \leq 6$	L $1 < x < \sqrt{3}$
M $x > 1$ or $0 < x < 1/2$	N 16	O $2\sqrt{3}$
P 170	Q 3 : 7	R 1000

三、計算題：20%（每題10分）

1 (1) $2^{109} < 3^{69}$ (2) 34 位數	2 (1) 1.346 (2) 7780
--	----------------------------