〈4장〉

Is 301 odd?
Yes, $(2\times150)+1$

Prime ↔ Composite.

Even Number : 짝수 → 2n으로 증명

Odd Number : 홀수 → 2n+1로 증명.

〈Constructive Proof〉 - Existential

도메인 D 안에 어떤 원소가 최소한 하나는 Q(x)를 참으로 만들어준다.
→ 만들어가면서 증명하는 방법.

〈nonconstructive proof〉

존재하지 않는다고 가정했을 때 모순이 되어 존재할 수 밖에 없다고 증명

명제를 Disprove 한다는 의미는 그 명제가 틀렸음을 증명한다는 의미

$\forall x \in D,\ P(x) \rightarrow Q(x)$

Disprove by Counterexample

$\forall x \in D,\ \underbrace{P(x)}_{\text{참}} \rightarrow \underbrace{Q(x)}_{\text{거짓}}$ 인 하나의 원소만 찾으면 됨

The Method of Exhaustion

· 모든 경우를 다 찾아냄.

〈Div and mod〉

2020 4 7 화 — 윤년

365 mod 7 = 1

2021 4 7 ? 수

2019 4 7 ? 일

두번 밀려서 2020 화요일.

GCD(330 , 156)

Iteraction Number.

	0	1	2	3	4
a	330	156	18	12	6
b	156	18	12	6	0
r	156	18	12	6	0

$\longrightarrow gcd(6,0) = 6.$

〈5장〉

〈5.1 Sequences〉

- Explicit Formula : 점화식
- General Formula : 일반항
- Alternating Sequence : 발산 (진동) 수열.
- Expanded Form : 수를 나열해 놓은 것.
- Summation Notation : 시그마로 표현 한 것. $\sum_{k=0}^{n} a_k$.

- Loop

1. for $i := 1$ to n ····· n개

   Print a[i] ··· $i + i = 2i$

   next i

2. for $j := 0$ to $n-1$ ···· n개.

   Print a[j+1] ··· $(j-1)+(j+1) = 2j$

   next j

3. for $k := 2$ to $n+1$ ···· n개.

   Print a[k-1] ··· $k+1+(k-1) = 2k$

   next k.

< 5.2 Mathmatical Induction >

- 연역법 Deduction
- 귀납법 Induction. → $P(k)$가 참이면, $P(k+1)$도 참이다.

ex:) 모든 정수 n에 대해서 $p(n)$이 참이다. ... Statement.

(증명) ① $n=a$일 때 참인가?

② 모든 정수 $k \geq a$, $n=k$일 때 참 → $n=k+1$ 참?

ex:) $1+2+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ 모든 정수 $n \geq 1$

$P(n) = 1+2+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

< Basis Step >

$P(1) = 1 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1.$

< Inductive Step >

$P(k) = 1+2+\cdots+k = \frac{k(k+1)}{2}$

$P(k+1) = 1+2+\cdots+k+k+1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

$P(k+1) = 1+2+\cdots+k+k+1 = \frac{k(k+1)}{2} + k+1$

$= \frac{k(k+1)+2k+2}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$

⟨5.3 Mathematical Induction⟩

ex:) 1¢ 짜리 없고, 3¢과 5¢만으로 8¢ 이상의 모든 액수를 만들 수 있을까?

Number of Cents.	How to obtain It	3¢	5¢
3	3	1	0
5	5	0	1
8	3+5	1	1
9	3+3+3	3	0
10	5+5	0	2
11	3+3+5	2	1
12	3+3+3+3	4	0
13	3+5+5	1	2
14	3+3+3+5	3	1
15	3+3+3+3+3	5	0
16	3+3+5+5	2	2
17	3+3+3+3+5	4	1

모든 n에 대해 $P(n)$은 $3¢$, $5¢$으로 표현 할 수 있다. $(n \geq 8)$

⟨Basis Step⟩

$n=8$일 때, $8¢ = 3¢ + 5¢$

⟨Inductive Step⟩

Show that all integers $k \geq 8$,

If the proprety is true for $n=k$, then it is true for $n=k+1$.

$k¢ = x \cdot 3¢ + y \cdot 5¢$

$(k+1)¢$의 경우 $5¢$를 2개의 $3¢$로 대치. ($5¢$가 1개 이상 있을 경우)

$(k+1)¢ = (x+2) \cdot 3¢ + (y-1) \cdot 5¢$

$5¢$가 하나도 없을 경우.

$(k+1)¢ = (x+3) \cdot 3¢$ $3¢$ 3개로 구성.

$3¢$가 하나도 없을 경우.

$(k+1)¢ = (y+2) \cdot 5¢$

OR.

⟨Basis Step⟩ $n=8$, $8¢ = 3¢ + 5¢$

$n=9$, $9¢ = 3 \cdot 3¢$

$n=10$, $10¢ = 5¢ + 5¢$

<5.5 Correctness of Algorithms>

```
while (i≠m)
    1. product := product + x
    2. i := i+1
end while
```

⇒ Post Condition : Product = mx ; x를 m번 더함.

Fibonacci

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} \; a_{n-2} \\ a_0 = 1, \; a_1 = 1 \end{cases}$$

Hanoi_Tower Count

$m_1 = 1$

$m_2 = 2m_1 + 1$

$m_3 = 2m_2 + 1$

$\vdots$

$$\begin{cases} m_n = 2m_{n-1} + 1 \quad (n \geq 2) \\ m_1 = 1 \end{cases}$$