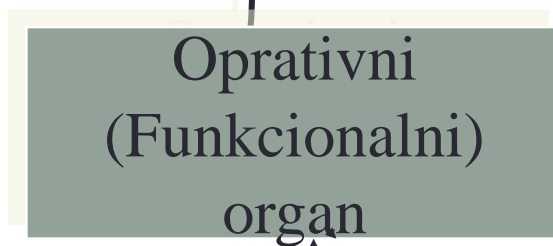
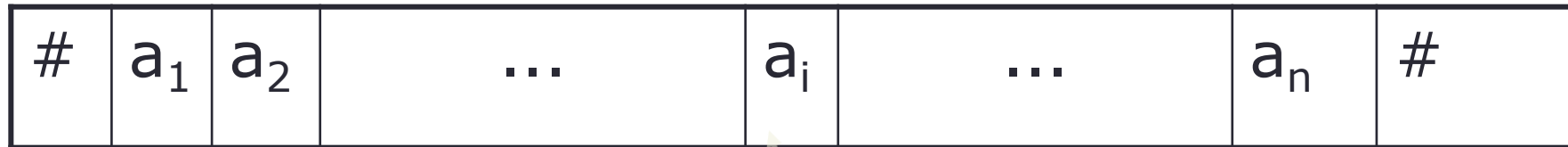


PROGRAMSKI PREVODIOCI

- Uređaji za prepoznavanje jezika -**

Automati



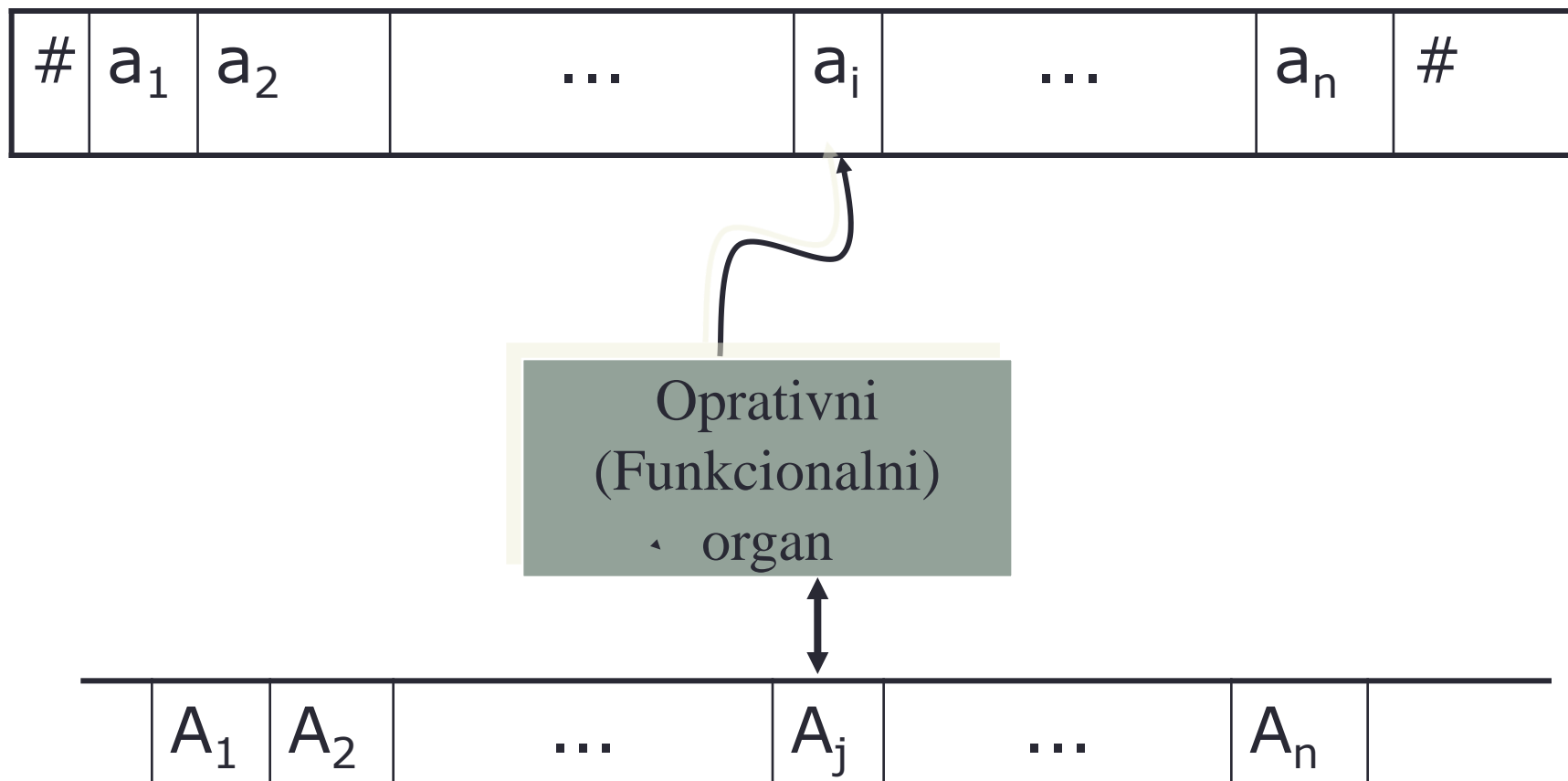
Podela automata

- Prema mogućim smerovima kretanja ulazne glave
 - Jednosmerne
 - Dvosmerne
- Prema broju stanja u koje može da pređe iz tekućeg stanja pod dejstvom istog ulaznog simbola:
 - Determinističke
 - Nedeterminičke
- **2N** Dvosmerni nedeterministički
- **1N** Jednosmerni nedeterministički
- **2D** Dvosmerni deterministički
- **1D** Jednosmerni deterministički

Tipovi automata

- Prema organizaciji radne memorije:
 - Tjuringova mašina – radna memorija je beskonačna traka
 - Linearno ograničeni automati – radna memorija je konačna traka
 - Magacinski automati – radna memorija je magacin
 - Konačni automati – ne postoji radna memorija

Tjuringova mašina



2N Tjuringova mašina

- Operativni organ menja stanje.
- Ulazna glava se pomera.
- Na radnu traku se upisuje novi simbol.
- Pomera se radna glava.

2N Tjuringova mašina

$TM = (Q, V, S, g, q_0, b, F)$

Q – Skup stanja operativnog organa

V – Skup simbola na ulaznoj traci

S – Skup simbola na radnoj traci

F – Skup završnih, krajnjih stanja (Podskup skupa Q)

q_0 – Početno stanje operativnog organa

b – Oznaka za prazno slovo

g – Preslikavanje

$$Q \times (V \cup \#) \times S \rightarrow \{Q \times (S \setminus \{b\}) \times \{-1, 0, +1\} \times \{-1, 0, +1\}\}$$

2N Tjuringova mašina

$$\textit{Ako } (P, Y, d_1, d_2) \in g(q, a, X)$$

Ako se mašina nalazi u stanju q , pri čemu ulazna glava čita simbol a , a radna glava čita simbol X , mašina prelazi u novo stanje P , upisuje na radnu traku slovo Y i pomera ulaznu glavu u smeru d_1 , a radnu glavu u smeru d_2 .

+1	Pomeranje za jedno mesto ulevo
0	Nema pomeranja
-1	Pomeranje za jedno mesto udesno

$$d_1, d_2 \in \{-1, 0, +1\}$$

Tjuringova mašina

- Mašina je uspešno prepoznala ulazni niz ako se u trenutku kada se ulazna glava pozicionira na granični simbol # TM nađe u nekom od završnih stanja (elemenata skupa F).

Tjuringova mašina

- TM je deterministička ako se svaki element (q, a, X) preslikava u najviše jedan element (P, Y, d_1, d_2) .
- Četri klase TM 2N, 1N, 2D, 1D međusobno su ekvivalentni i svaka od njih raspoznaje jezike tipa nula.
- TM je pojam ekvivalentan pojmu algoritma.

Linearno ograničeni automat

Linearno ograničen automat je 2N Tjuringova mašina za koju može da se odredi konstanta k takva da se prilikom prepoznavanja reči:

$$w \in V^*, \quad |w| = n$$

na radnoj traci upisuje niz r pri čemu je:

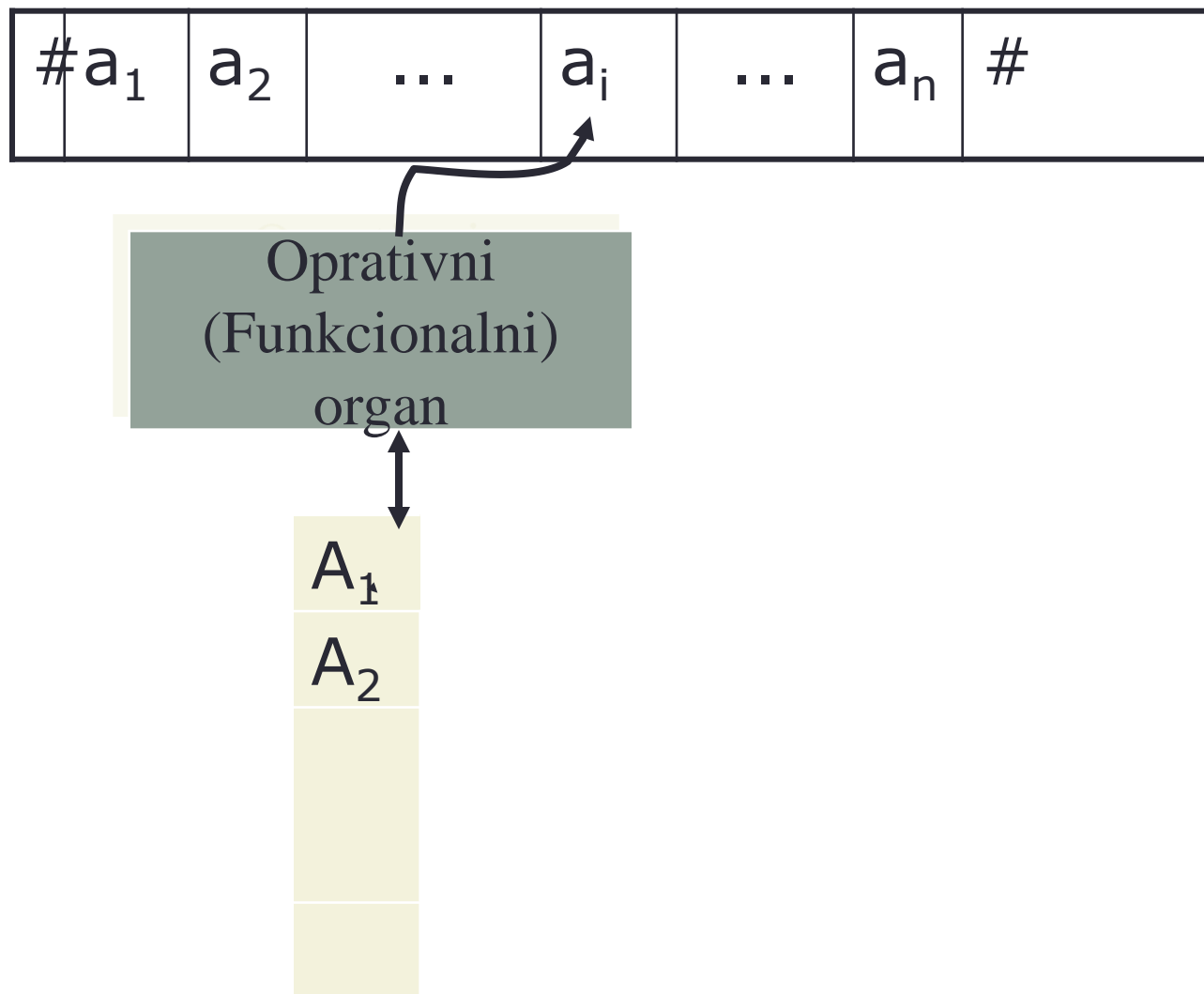
$$|r| \leq kn$$

Za prepoznavanje svih reči jezika dovoljna je radna traka k puta duža od najduže reči jezika.

Linearno ograničeni automat

- Klase 2N i 1N LOA međusobno su ekvivalentne i svaka od njih prepoznaje jezike tipa 1. (Za svaki jezik tipa 1. može se definisati nedeterministički LOA koji ga prepoznaje)
- Klase 2D i 1D LOA međusobno su ekvivalentne.
- Ekvivalentnost 2N i 2D LOA do sada nije dokazana.
- Svaka klasa LOA ne prepoznaje sve jezike tipa 1.

Magacinski automat



2N Magacinski automat

$MA = (Q, V, S, g, q_0, Z_0, F)$

Q – Skup stanja operativnog organa

V – Skup simbola na ulaznoj traci

S – Skup magacinskih simbola

F – Skup završnih, krajnjih stanja (Podskup skupa Q)

q_0 – Početno stanje operativnog organa

Z_0 – Početni simbol na vrhu magacina

g – Preslikavanje

$$Q \times (V \cup \#) \times S \rightarrow \{Q \times S^* \times \{-1, 0, +1\}\}$$

Magacinski automat

Konfiguracija magacinskog automata:

$$(q, \#a_1a_2 \cdots \bar{a}_i \cdots a_n \#, X_1X_2 \cdots X_m)$$

$$a_i \in V, i = 1, 2, \dots, n$$

$$X_m - \text{Vrh magacina}$$

$$\text{Ako je } (p, r, d) \in g(q, a_i, X_m)$$

$$p \in Q, \quad r \in S^*, \quad d \in \{-1, 0, +1\},$$

$$(q, \#a_1a_2 \cdots \bar{a}_i \cdots a_n \#, X_1X_2 \cdots X_m) \mapsto$$

$$(p, \#a_1a_2 \cdots \bar{a}_{i+d} \cdots a_n \#, X_1X_2 \cdots X_{m-1}r)$$

U magacin može da se upiše reč, da se ništa ne upiše i da se izbaci jedno slovo kada je $r = \varepsilon$.

Primer

$$S \rightarrow 0S1$$

$$S \rightarrow a$$

- Jezik koji je definisan ovom gramatikom:

$$S \rightarrow 0S1 \rightarrow 00S11 \rightarrow \dots \rightarrow 0^n a 1^n, \text{ gde } n \geq 0$$

Primer

$$S \rightarrow 0S1$$

$$S \rightarrow a$$

$$Q = \{q_0, q_1\}$$

$$X = \{0, 1, a\}$$

$$Y = \{A, B\}$$

$$Z_0 = A$$

q_0 – pocetno stanje

$g :$

$$\{(q_0, \#, A) \rightarrow (q_0, A),$$

$$(q_0, 0, A) \rightarrow (q_0, BA),$$

$$(q_0, a, A) \rightarrow (q_1, \varepsilon),$$

$$(q_1, 1, B) \rightarrow (q_1, \varepsilon),$$

$(q_1, \#, \varepsilon)$ kraj preslikavanja

Na kraju prepoznavanja magacin je ispražnjen.

Primeri prepoznavanja

$$(q_0, \overline{\#}000a111\#, A) \mapsto$$

$$(q_0, \overline{\#}000a111\#, A) \mapsto$$

$$(q_0, \overline{\#}, 000a111\#, BA) \mapsto$$

$$(q_0, \overline{\#}, 000\overline{a}111\#, BBA) \mapsto$$

$$(q_0, \overline{\#}, 000\overline{a}111\#, BBBA) \mapsto$$

$$(q_1, \overline{\#}, 000a\overline{1}11\#, BBB) \rightarrow$$

$$(q_1, \overline{\#}, 000a1\overline{1}1\#, BB) \mapsto$$

$$(q_1, \overline{\#}, 000a11\overline{1}\#, B) \mapsto$$

$$(q_1, \overline{\#}, 000a111\overline{\#}, \varepsilon)$$

$$(q_0, \overline{\#}a\#, A) \mapsto$$

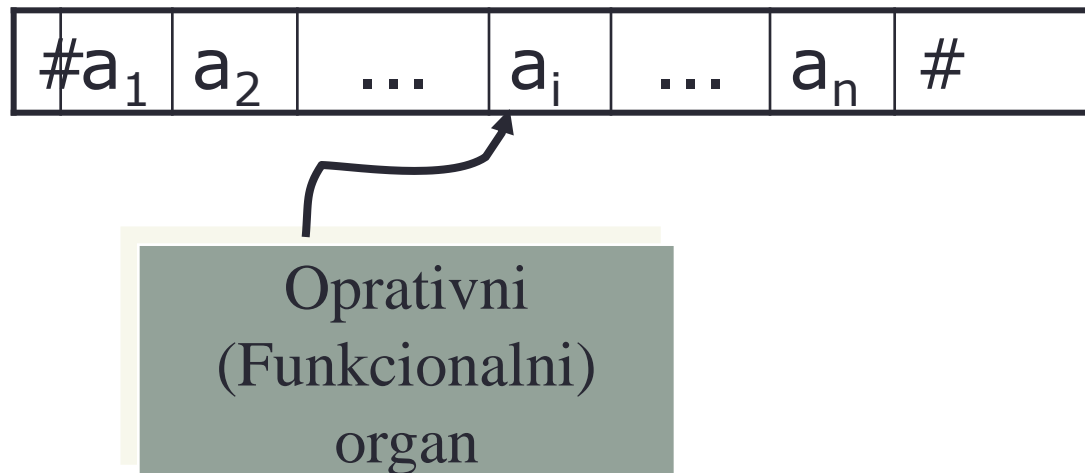
$$(q_0, \overline{\#}\overline{a}\#, A) \mapsto$$

$$(q_1, \overline{\#}a\overline{\#}, \varepsilon)$$

Magacinski automat

- 1N magacinski automat prepoznaje jezik L ako i samo ako je L beskontekсни jezik tipa 2.
- 2N i 2D magacinskim automatima mogu se prepoznavati svi beskontekсни i neki, ali ne svi, kontekсни jezici.
- Postoje beskontekсни jezici koji se ne mogu prepoznati 1D magacinskim automatima.
- Magacinski automati se koriste u sintakсноj analizi programskih jezika.

Konačni automati



Na osnovu stanja operativnog organa i simbola koji čita ulazna glava, menja se stanje automata i ulazna glava pomera za jedno mesto ulevo ili udesno ili ostaje na svom mestu.

Konačni automat

$MA = (Q, V, g, q_0, F)$

Q – Skup stanja operativnog organa

V – Skup simbola na ulaznoj traci

F – Skup završnih, krajnjih stanja (Podskup skupa Q)

q_0 – Početno stanje operativnog organa

g – Preslikavanje

$$Q \times \{V \cup \#\} \rightarrow Q$$

Za neki ulazni niz $w \in V^*$ kazemo da je prepoznat automatom ako je $g(q_0, w) \in F$.

Primer

$$KA = (Q, V, q_0, g, F)$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\},$$

$$V = \{0,1\},$$

$$F = \{q_0\}$$

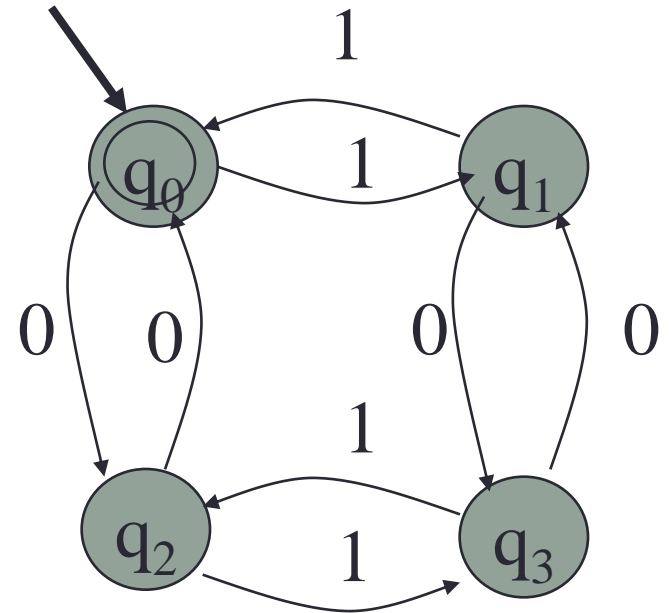
$g :$

$$g(q_0, 0) = q_2, \quad g(q_0, 1) = q_1,$$

$$g(q_1, 0) = q_3, \quad g(q_1, 1) = q_0,$$

$$g(q_2, 0) = q_0, \quad g(q_2, 1) = q_3,$$

$$g(q_3, 0) = q_1, \quad g(q_3, 1) = q_2.$$



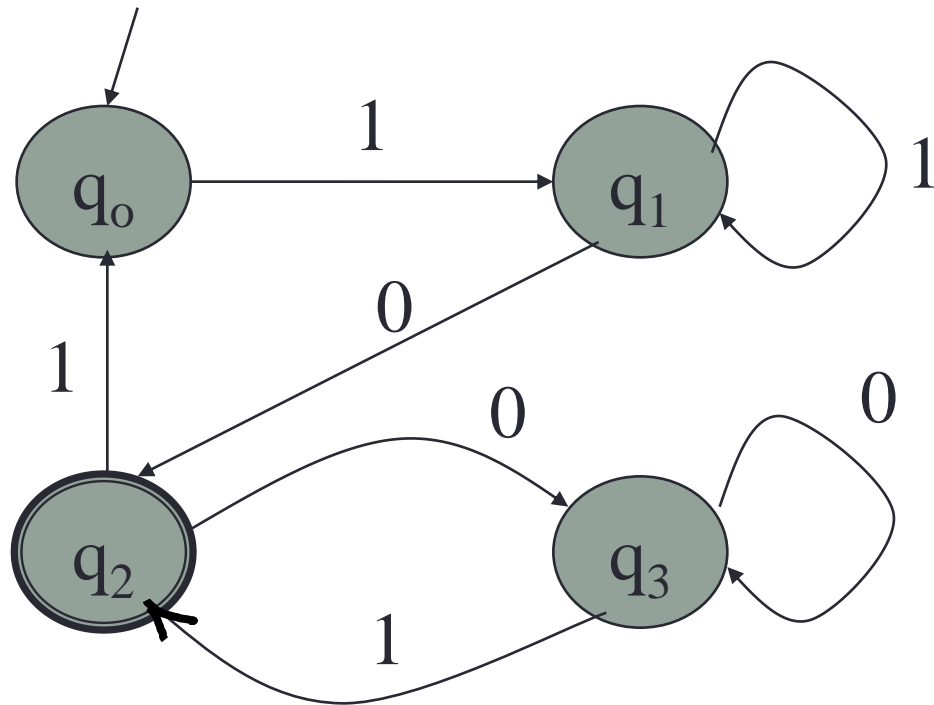
Može se dokazati da ovaj KA prepoznaje reči koje se sastoje od parnog broja jedinica i parnog broja nula.

Regularni izrazi

Skup svih reči koje prepoznaje KA nazivamo regularnim i označavaćemo ih sa $T(k)$:

$$T(k) = \{x \mid g(q_0, x) \in F\}$$

Primer



Jezik koji prepoznaje KA određujemo analitički kao događaj krajnjeg stanja u funkciji početnog stanja.

$$q_{kraj} = f(q_{poc})$$

$$q_2 = f(q_0)$$

Jednačine stanja

$$1. \quad q_0 = q_0 \varepsilon \cup q_2 1$$

$$2. \quad q_1 = q_1 1 \cup q_0 1$$

$$3. \quad q_2 = q_1 0 \cup q_3 1$$

$$4. \quad q_3 = q_2 0 \cup q_3 0$$

Transformacije koje se koriste u izvođenju regularnih izraza:

$$q_i = q_i a \cup q_j b \Rightarrow q_j b a^*$$

$$q_i = q_j a \cup q_j b \Rightarrow q_j (a \cup b)$$

Rešenje

$$4'. \quad q_3 = q_2 00^*$$

$$4' \rightarrow 3 \quad q_2 = q_1 0 \cup q_2 00^* 1 \quad (3')$$

$$2'. \quad q_1 = q_0 11^*$$

$$2' \rightarrow 3' \quad q_2 = q_0 11^* 0 \cup q_2 00^* 1 \quad (3'')$$

$$1 \rightarrow 3'' \quad q_2 = q_0 \varepsilon 11^* 0 \cup q_2 111^* 0 \cup q_2 00^* 1$$

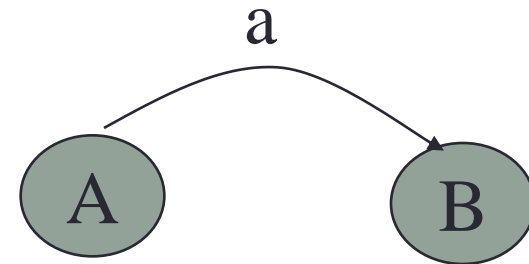
$$q_2 = q_0 \varepsilon 11^* 0 (111^* 0 \cup 00^* 1)^*$$

$$R(G) = 11^* 0 (111^* 0 \cup 00^* 1)^*$$

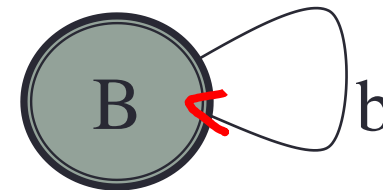
Gramatike tipa 3 i KA

Postoji direktna veza između gramatika tipa 3. i KA:

- $Q - V_n$
- $V - V_t$
- g - Skup smena
- q_0 - Startni simbol S.



$$A \rightarrow aB$$



$$B \rightarrow bB$$

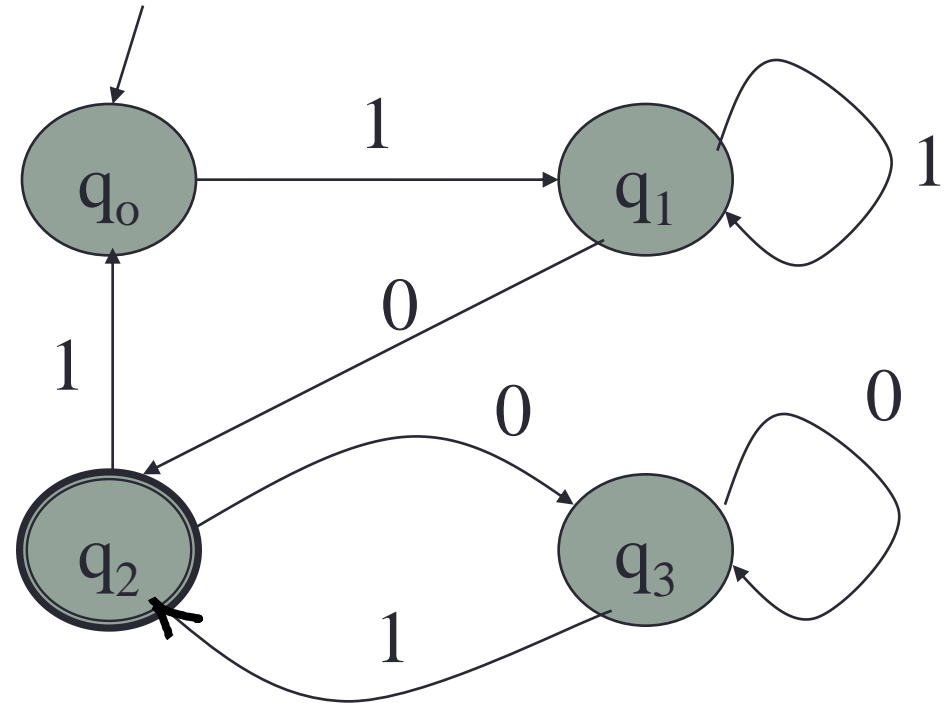
$$B \rightarrow bB$$

$$B \rightarrow \varepsilon$$

$$B \rightarrow b$$

Gramatika jezika

1. $Q_0 \rightarrow 1Q_1,$
2. $Q_1 \rightarrow 1Q_1,$
3. $Q_1 \rightarrow 0Q_2,$
4. $Q_2 \rightarrow 1Q_0,$
5. $Q_2 \rightarrow 0Q_3,$
6. $Q_2 \rightarrow \varepsilon,$
7. $Q_3 \rightarrow 0Q_3,$
8. $Q_3 \rightarrow 1Q_2.$



$$V_n = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$$

$$V_t = \{0, 1\}$$

$$S = Q_0$$