

# Programski prevodioci (vežbe)

---

“Top-down” sintaksna analiza,  
LL(1) gramatike

# Algoritmi za sintaksnu analizu

- “Top-down” algoritmi – algoritmi koji sintaksno stablo kreiraju “sa vrha ka dnu”, tj. ovi algoritmi pokušavaju da startni simbol gramatike preslikaju u kod koji analiziraju.
- “Bottom-up” algoritmi – algoritmi koji sintaksno stablo kreiraju “sa dna ka vrhu”, tj. ovi algoritmi pokušavaju da ulazni kod redukuju na startni simbol gramatike.

# Opšti “top-down” algoritam za sintaksnu analizu

1. U izvedenu sekvencu upisati startni simbol, proglasiti ga za tekući u izvedenoj sekvenci i pročitati prvi simbol iz ulaznog koda.
2. Ukoliko je tekući simbol u izvedenoj sekvenci neterminalni simbol, zameniti ga desnom stranom prve smene na čijoj je levoj strani taj neterminalni simbol.
3. Ukoliko je tekući simbol u izvedenoj sekvenci terminalni simbol jednak tekućem ulaznom simbolu, prihvati ga (preći na analizu sledećeg simbola).
4. Ukoliko je tekući simbol u izvedenoj sekvenci terminalni simbol različit od tekućeg ulaznog simbola, poništiti dejstvo poslednje primenjene smene. Ukoliko postoji još koja smena za preslikavanje istog neterminalnog simbola, pokušati sa primenom sledeće smene, u suprotnom vratiti se još jedan korak nazad.
5. Ukoliko vraćanjem dođemo do startnog simbola i ne postoji više smena za njegovo preslikavanje, ulazni kod sadrži sintaksnu grešku.
6. Ukoliko nakon prihvatanja poslednjeg ulaznog simbola, ni u izvedenoj sekvenci nema neobrađenih simbola, kod je sintaksno korektan.

# Primer

- Metodom “top-down” proveriti da li reč ‘abbc’ pripada jeziku koji je definisan gramatikom zadatom sledećim skupom smena:

$$A \rightarrow \mathbf{a} B \mid \mathbf{a} C$$

$$B \rightarrow \mathbf{b} B \mid \mathbf{b}$$

$$C \rightarrow \mathbf{b} C \mid \mathbf{c}$$

# Uslov primenljivosti “top-down” algoritma za sintaksnu analizu

- Bilo koji “top-down” algoritam za sintaksnu analizu je primenljiv ukoliko gramatika ne sadrži levo-rekurzivne smene (kako direktne, tako i indirektne).

# Pravila za eliminaciju levo-rekurzivnih smena

- Eliminisanje direktnih levih rekurzija:

- Skup smena oblika:

$$X \rightarrow X\alpha \mid \beta$$

se može zameniti sledećim skupom smena:

$$X \rightarrow \beta X'$$

$$X' \rightarrow \alpha X' \mid \varepsilon$$

# Pravila za eliminaciju levo-rekurzivnih smena

Jezik koji je zadat osnovnim skupom smena

$X \rightarrow X\alpha \mid \beta$  dobijamo kao:

$X \rightarrow X\alpha \rightarrow X\alpha\alpha \rightarrow \dots \rightarrow X\alpha\alpha\dots\alpha \rightarrow \beta\alpha\alpha\dots\alpha$

Jezik koji je zadat transformisanim skupom smena

$X \rightarrow \beta X'$

$X' \rightarrow \alpha X' \mid \varepsilon$  dobijamo kao:

$X \rightarrow \beta X' \rightarrow \beta\alpha X' \rightarrow \beta\alpha\alpha X' \rightarrow \dots \rightarrow \beta\alpha\alpha\dots\alpha X' \rightarrow \beta\alpha\alpha\dots\alpha$

Osnovni i transformisani skup smena su ekvivalentni

# Pravila za eliminaciju levo-rekurzivnih smena

- Indirektne levo-rekurzivne smene:

U gramatici postoji indirektna leva rekurzija ukoliko postoji izvodjenje oblika:

$$X \Rightarrow X\alpha$$

- Primer indirektno levo-rekurzivnog skupa smena:

$$X \rightarrow Y\alpha$$

$$Y \rightarrow X\beta \mid \gamma$$

- Eliminacija indirektnih levih rekurzija:

Sve skupove smena oblika:

$$X \rightarrow Y\alpha$$

$$Y \rightarrow X\beta_1 \mid \beta_2 \dots \mid \beta_n$$

zameniti smenama:

$$X \rightarrow X\beta_1\alpha \mid \beta_2\alpha \dots \mid \beta_n\alpha$$

a zatim se osloboditi direktnih levo-rekurzivnih smena.



# Primer 1:

Blok naredbi u jeziku  $\mu$ Pascal definisan je sledećim skupom smena:

$Blok \rightarrow \mathbf{begin} \text{ } NizNar \text{ } \mathbf{end}$

$NizNar \rightarrow NizNar \text{ } ; \text{ } Naredba \text{ } | \text{ } Naredba$

$Naredba \rightarrow Dodela \text{ } | \text{ } Blok$

$Dodela \rightarrow \mathbf{ID} := Izraz$

$Izraz \rightarrow Izraz + \mathbf{CONST} \text{ } | \text{ } \mathbf{CONST}$

Metodom “top-down” proveriti da li je blok:

begin

  ID := CONST

end

sintaksno korektno napisan.

# Korak 1: Eliminacija levo-rekurzivnih smena

## 1. Skup smena:

$NizNar \rightarrow NizNar ; Naredba \mid Naredba$

zamenjujemo smenama:

$NizNar \rightarrow Naredba NizNar'$

$NizNar' \rightarrow ; Naredba NizNar' \mid \epsilon$

## 2. Skup smena:

$Izraz \rightarrow Izraz + \mathbf{CONST} \mid \mathbf{CONST}$

zamenjujemo smenama:

$Izraz \rightarrow \mathbf{CONST} Izraz'$

$Izraz' \rightarrow + \mathbf{CONST} Izraz' \mid \epsilon$

# Transformisani skup smena

- (1)  $Blok \rightarrow \mathbf{begin} \text{ } NizNar \text{ } \mathbf{end}$
- (2)  $NizNar \rightarrow Naredba \text{ } NizNar'$
- (3)  $NizNar' \rightarrow ; \text{ } Naredba \text{ } NizNar'$
- (4)  $NizNar' \rightarrow \epsilon$
- (5)  $Naredba \rightarrow Dodela$
- (6)  $Naredba \rightarrow Blok$
- (7)  $Dodela \rightarrow \mathbf{ID} := Izraz$
- (8)  $Izraz \rightarrow \mathbf{CONST} \text{ } Izraz'$
- (9)  $Izraz' \rightarrow + \mathbf{CONST} \text{ } Izraz'$
- (10)  $Izraz' \rightarrow \epsilon$

---

# Korak 2: Analiza

# LL(1) gramatike

- LL(1) gramatike omogućavaju “top-down” postupak sintaksne analize bez vraćanja.
- Osnovna ideja je da se ne pokušava uvek sa primenom prve smene za preslikavanje tekućeg neterminalnog simbola, nego se “pogleda” sledeći simbol iz ulaznog niza i na osnovu toga odluči koja će se smena primeniti.
- Poreklo imena LL(1)
  - Ulazni niz se analizira s **L**eva na desno.
  - Nalazi se **L**evo izvođenje sintaksnog stabla.
  - Pri odluci koja će se smena primeniti, “pogleda” se **(1)** naredni simbol iz ulaznog niza.

# FIRST i FOLLOW funkcije

- Za formalnu definiciju LL(1) gramatika potrebno je definisati funkcije FIRST i FOLLOW.
- Ukoliko postoji smena oblika  $X \rightarrow \alpha$ , definiše se funkcija  $\text{FIRST}(\alpha)$  koja sadrži sve terminalne simbole koji mogu da se nađu na početku reči izvedenih iz niza  $\alpha$ , tj.

$$x \in \text{FIRST}(\alpha) \Leftrightarrow \alpha \Rightarrow x\beta$$

- Za svaki neterminalni simbol gramatike  $X$  definiše se skup  $\text{FOLLOW}(X)$  koji sadrži sve terminalne simbole koji u razvoju mogu da se nađu iza simbola  $X$ , tj.

$$x \in \text{FOLLOW}(X) \Leftrightarrow S \Rightarrow \alpha X x\beta,$$

gde je  $S$  startni simbol gramatike.

# Odredjivanje FOLLOW funkcije

- Po definiciji FOLLOW funkcija startnog simbola gramatike sadrži granični simbol #.
- Za određivanje FOLLOW funkcije neterminalnog simbola  $X$  posmatraju se desne strane smena u kojima se posmatrani simbol pojavljuje. Simbol  $X$  na desnoj strani smene može da se nađe u jednom od sledećih konteksta:
  - $Z \rightarrow \alpha X x \beta \wedge x \in V_T \Rightarrow x \in \text{FOLLOW}(X)$
  - $Z \rightarrow \alpha XY \beta \wedge Y \in V_N \Rightarrow \text{FIRST}(Y) \subset \text{FOLLOW}(X)$   
(Napomena: ukoliko postoji izvodjenje  $Y \Rightarrow \varepsilon$ , simbol  $Y$  se preskače i gleda se nastavak smene)
  - $Z \rightarrow \alpha X \Rightarrow \text{FOLLOW}(Z) \subset \text{FOLLOW}(X)$

# Formalna definicija LL(1) gramatike

- Gramatika  $G$  jeste LL(1) gramatika ako i samo ako za svaki skup smena koje na levoj strani imaju isti neterminalni simbol važi:

$$X \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \dots \mid \alpha_n$$

1.  $\text{FIRST}(\alpha_i) \cap \text{FIRST}(\alpha_j) = \emptyset$ , za sve parove  $i \neq j$
2. Samo jedan od nizova  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  se može preslikati u prazan niz  $\varepsilon$ .
3. Ukoliko se niz  $\alpha_k$  preslikava u prazan niz, onda

$$\text{FIRST}(\alpha_i) \cap \text{FOLLOW}(X) = \emptyset, \text{ za } i \in [1, n].$$



# Leva faktorizacija

- Iz uslova 1. sledi da gramatika ne može biti tipa LL(1) ukoliko sadrži smene koje imaju isti neterminalni simbol na levoj i isti prvi simbol na desnoj strani, tj. LL(1) gramatika ne sadrži smene oblika:

$$X \rightarrow Y\alpha_1 \mid Y\alpha_2$$

- Ukoliko u gramatici postoje smene navedenog oblika, gramatika se transformiše u LL(1) gramatiku tako što se prikazani skup smena zamenjuje smenama:

$$X \rightarrow YX'$$

$$X' \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2$$

- Navedena transformacija se naziva **levom faktorizacijom**.

# Postupak LL(1) sintaksne analize

1. U postupku se koriste 1 radni magacin koji čuva trenutno stanje u razvoju i niz koji pamti primenjene smene. Na početku analize se u radni magacin upisuje granični simbol i startni simbol gramatike i pročita se prvi simbol iz ulaznog niza.
2. Na osnovu simbola na vrhu radnog magacina i izdvojenog ulaznog simbola, određuje se akcija koju treba izvršiti. Sve moguće akcije zapamćene su u LL(1) sintaksnoj tabeli.
3. Korak 2 se ponavlja dok pročitana akcija iz sintaksne tabele ne bude “PRIHVATI” (acc) ili “GREŠKA” (err).

# LL(1) sintaksna tabela

- LL(1) sintaksna tabela ima onoliko vrsta koliko je ukupno neterminalnih i terminalnih simbola gramatike (računajući i granični simbol kao fiktivni terminalni simbol) i onoliko kolona koliko je terminalnih simbola u gramatici.
- Elementi LL(1) sintaksne tabele su:

$$M(A, a) = \left\{ \begin{array}{ll} pop, & \text{ako je } A=a \ (a \in V_T) \\ acc, & \text{ako je } A= \text{ i } a= \\ (\alpha, i) & \text{ako je } i\text{-ta smena oblika } A \rightarrow \alpha \text{ i} \\ & (a \in FIRST(\alpha) \vee (\varepsilon \in FIRST(\alpha) \wedge a \in FOLLOW(A))) \\ err & \text{u ostalim slučajevima} \end{array} \right.$$

---

## Primer 2:

- Metodom LL(1) sintaksne analize proveriti da li je blok definisan u primeru 1 sintaksno ispravno zapisan.

# Korak 1: provera da li gramatika jeste LL(1) gramatika

1. Oslobođanje od levo-rekurzivnih smena. Nakon ove transformacije gramatika postaje:

(1)  $Blok \rightarrow \mathbf{begin} \text{ } NizNar \mathbf{end}$

(2)  $NizNar \rightarrow Naredba \text{ } NizNar'$

(3)  $NizNar' \rightarrow ; \text{ } Naredba \text{ } NizNar'$

(4)  $NizNar' \rightarrow \epsilon$

(5)  $Naredba \rightarrow Dodela$

(6)  $Naredba \rightarrow Blok$

(7)  $Dodela \rightarrow \mathbf{ID} := Izraz$

(8)  $Izraz \rightarrow \mathbf{CONST} \text{ } Izraz'$

(9)  $Izraz' \rightarrow + \mathbf{CONST} \text{ } Izraz'$

(10)  $Izraz' \rightarrow \epsilon$

# Korak 1: provera da li gramatika jeste LL(1) gramatika

2. Analiza skupova smena koje na levoj strani imaju isti neterminalni simbol.

I par takvih smena:

$$(3) \text{ *NizNar'* } \rightarrow ; \text{ *Naredba NizNar'* }$$

$$(4) \text{ *NizNar'* } \rightarrow \epsilon$$

$$\square \text{ FIRST}( ; \text{ *Naredba NizNar'* } ) = \{ ; \}$$

$$\text{FIRST}(\epsilon) = \{ \epsilon \}$$

$$\text{FIRST}( ; \text{ *Naredba NizNar'* } ) \cap \text{FIRST}(\epsilon) = \emptyset$$

- $\square$  Samo jedna od navedenih smena se preslikava u prazan niz.

$$\square \text{ FOLLOW}(\text{*NizNar'*}) = \text{FOLLOW}(\text{*NizNar*}) = \{ \text{end} \}$$

$$\text{FIRST}( ; \text{ *Naredba NizNar'* } ) \cap \text{FOLLOW}(\text{*NizNar'*}) = \emptyset$$

# Korak 1: provera da li gramatika jeste LL(1) gramatika

Il par takvih smena:

(5)  $Naredba \rightarrow Dodela$

(6)  $Naredba \rightarrow Blok$

□  $FIRST( Dodela ) = \{ ID \}$

$FIRST( Blok ) = \{ begin \}$

$FIRST( Dodela ) \cap FIRST( Blok ) = \emptyset$

□ Ni jedna od navedenih smena se ne preslikava u prazan niz.

# Korak 1: Provera da li gramatika jeste LL(1) gramatika

III par takvih smena:

$$(9) \quad \textit{Izraz}' \rightarrow + \mathbf{CONST} \textit{Izraz}'$$

$$(10) \quad \textit{Izraz}' \rightarrow \epsilon$$

$$\square \text{ FIRST}( + \mathbf{CONST} \textit{Izraz}' ) = \{ + \}$$

$$\text{FIRST}(\epsilon) = \{ \epsilon \}$$

$$\text{FIRST}( + \mathbf{CONST} \textit{Izraz}' ) \cap \text{FIRST}(\epsilon) = \emptyset$$

- Samo jedna od navedenih smena se preslikava u prazan niz.

$$\square \text{ FOLLOW}( \textit{Izraz}' ) = \{ ;, \mathbf{end} \}$$

$$\text{FIRST}( + \mathbf{CONST} \textit{Izraz}' ) \cap \text{FOLLOW}( \textit{Izraz}' ) = \emptyset$$



## Korak 2: Kreiranje LL(1) sintaksne tabele

---

---

# Korak 2: Sintaksna analiza

# Korak 4: Kreiranje sintaksnog stabla

---