

# Vektorski procesori

---

- vektorizacija ugnježdjenih petlji
- organizacija memorije i smeštanje podataka

# vektORIZACIJA ugnježdjenih petlji (nast.)

➤ Razmotrimo jedno ovakvo gnezdo petlji

```
    for  $I_1 = l_1, u_1$   
    for  $I_2 = l_2, u_2$   
    ⋮  
    for  $I_n = l_n, u_n$   
     $S_1(I)$   
     $S_2(I)$   
    ⋮  
     $S_k(I)$   
»    endfor
```

\* gde su  $l_j, u_j$  granice petlje:

- to mogu biti celobrojni izrazi u kojima figurišu indeksi  $I_1, I_2, \dots, I_{j-1}$ .
- $I$  je uredjena  $n$ -torka indeksa  $(I_1, \dots, I_n)$ .
- $S_1, \dots, S_k$  su naredbe dodeljivanja u kojima se pojavljuju indeksirane promenljive

# vektORIZACIJA ugnježdjenih petlji (nast.)

- \* Da bi uočili kakve zavisnosti postoje izmedju naredbi unutar tela petlje potrebno je prvo uočiti sve parove generisanih—korišćenih promenljivih i za svaki takav par odrediti vektor zavisnosti  $d$ .
- \* Od svih vektora zavisnosti formira se matrica zavisnosti po podacima,  $D$ 
  - Ako je generisana promenljiva  $X(f(I))$ , gde je  $f$  celobrojna funkcija definisana nad indeksnim skupom  $I$ , a  $X(g(I))$  korišćena promenljiva ( $g$  je opet celobrojna funkcija definisana nad indeksnim skupom  $I$ ), vektor zavisnosti se izračunava kao

$$d = f(I) - g(I).$$

Ako su  $d_1, d_2, \dots, d_k$  svi vektori zavisnosti, tada se matrica zavisnosti po podacima dobija kao

$$D = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_k]$$

# PRIMER

- \* Pronaći sve vektore zavisnosti u sledećem gnezdu petlji

```
for i = 1, 5
  for j = 1, 10
    for k = 1, 20
      A(i, j, k) = A(i-1, j, k+1) + B(i, j, k)
      B(i, j, k+1) = B(i, j-1, k-1) * 3
    endfor{k}
  endfor{j}
endfor{i}
```

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix}$$

matrica  
zavisnosti

- \* REŠENJE:

- Uočimo prvo sve parove generisanih—korišćenih promenljivih:

$A(i, j, k)$  i  $A(i-1, j, k+1)$

$B(i, j, k+1)$  i  $B(i, j, k)$ ,

$B(i, j, k+1)$  i  $B(i, j-1, k-1)$

Odgovarajući vektori zavisnosti

$$d_1 = (i, j, k)^T - (i-1, j, k+1)^T = [1, 0, -1]^T$$

$$d_2 = (i, j, k+1)^T - (i, j, k)^T = [0, 0, 1]^T$$

$$d_3 = (i, j, k+1)^T - (i, j-1, k-1)^T = [0, 1, 2]^T$$

- \* Prvi element u vektoru koji je  $\neq 0$  nosi zavisnost!

# vektORIZACIJA ugnježdjenih petlji (nast.)

- \* Često je za analizu zavisnosti po podacima dovoljno poznavati samo pravce zavisnosti, a ne stvarne vrednosti vektora zavisnosti.
- \* Pravac zavisnosti se definiše na sledeći način:

$$pravac\_zavisnosti = \begin{cases} <, & \text{if } d_i > 0 \\ =, & \text{if } d_i = 0 \\ >, & \text{if } d_i < 0 \end{cases}$$

- \* Za prethodne vektore zavisnosti odgovarajući pravci zavisnosti su

$$\begin{aligned} \bullet d_1 &= [1, 0, -1]^T &\Rightarrow [ <, =, > ]^T \\ \bullet d_2 &= [0, 0, 1]^T &\Rightarrow [ =, =, < ]^T \\ \bullet d_3 &= [0, 1, 2]^T &\Rightarrow [ =, <, < ]^T \end{aligned}$$

$$D = \begin{bmatrix} < & = & = \\ = & = & < \\ > & < & < \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix}$$

# Pravilo

- \* Zavisnost nosi prvi element vektora koji je  $<$  ili  $>$  .
- \* Pravac = ne sprečava vektorizaciju.

$$D = \begin{bmatrix} < & = & = \\ = & = & < \\ > & < & < \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix}$$

- vektorizacija po indeksnoj promenljivoj  $k$  nije moguća jer za drugi vektor zavisnosti postoji loop-carry po indeksnoj promenljivoj  $k$

# Vektorizacija ugnj. petlji (nast.)

- Da zaista postoji loop-carry zavisnost koja sprečava vektorizaciju po indeksnoj promenljivoj  $k$ , možemo se uveriti ako izvršimo odmotavanje petlje po  $k$  za neku fiksnu vrednost promenljivih  $i$  i  $j$ .

**\* na primer, za  $i=1$  i  $j=1$  i  $k=1, 2, \dots, 20$  imamo**

- $i=1, j=1, k=1$        $A(1, 1, 1) = A(0, 1, 2) + B(1, 1, 1)$

- $B(1, 1, 2) = B(1, 0, 0) * 3$

- \_\_\_\_\_ loop-carry zavisnost

- $i=1, j=1, k=2$        $A(1, 1, 2) = A(0, 1, 3) + B(1, 1, 2)$

- $B(1, 1, 3) = B(1, 0, 1) * 3$

- \_\_\_\_\_ loop-carry zavisnost

- $i=1, j=1, k=3$        $A(1, 1, 3) = A(0, 1, 4) + B(1, 1, 3)$

- $B(1, 1, 4) = B(1, 0, 2) * 3$

# Vektorizacija ugnj. petlji (nast.)

- \* Ako vektorizacija nije moguća po unutrašnjoj petlji, može se pokušati sa zamenom petlji ili nekim drugim transformacijama indeksnih promenljivih.
- \* Postoje tri elementarne transformacije koje se mogu obavljati nad indeksnim skupovima, tj. nad petljama.
  - Ove transformacije se opisuju pomoću matrica transformacija,  $T$ .
- \* Ove matrice moraju da poseduju sledeće tri osobine:
  1. To su kvadratne matrice, što znači da vrše preslikavanje  $n$ -dimenzionalnog indeksnog prostora u  $n$ -dimenzionalni indeksni prostor
  2. To su celobrojne matrice
  3.  $|\det T|=1$



# Vektorizacija ugnj. petlji (nast.)

- \* Zbog ovih osobina proizvod dve elementarne transformacije daje važeću transformaciju.
- \* Da bi jedna transformacija mogla da se primeni nad indeksnim skupom a da to ne utiče na korektnost izračunavanja, matrica transformacije  $T$  ne sme da menja znak vektora zavisnosti:
  - Ako je  $d$  vektor zavisnosti,  $T$  matrica transformacije, tada novi vektor zavisnosti  $\hat{d}$ , koji se dobija kada se  $T$  primeni na  $d$ , tj.

$$\hat{d} = T \cdot d$$

- mora biti istog znaka kao i  $d$ .
  - Ako je  $d > 0$ , tada mora i  $\hat{d} > 0$ , ili ako je  $d < 0$ , tada i  $\hat{d}$  mora  $< 0$ .
  - Za vektor se kaže da je pozitivan (negativan) ako mu je prvi ne-nulti element pozitivan (negativan).

# Vektorizacija ugnj. petlji (nast.)

- Vektor

- $d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  je  $> 0$

- $d = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  je  $< 0$

# Elementarne transformacije nad indeksnim skupovima

- 1. permutacija*
- 2. obrtanje redosleda*
- 3. krivljenje*

Permutacija – omogućava zamenu mesta dvema petljama

$$I_1 = l_1, u_1$$

$$I_2 = l_2, u_2$$

$\vdots$

$$I_m = l_m, u_m$$

Ako želimo da zamenimo mesta petljama po indeksima  $I_j$  i  $I_k$ , ta transformacija se opisuje pomoću matrice  $T$  koja se dobija kada se u jediničnoj matrici zamene mesta  $j$ -toj i  $k$ -toj vrsti.

# Transformacija permutacije - primer

\* za  $m=2$  matrica transformacije  $T$  je oblika

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ako smo imali petlje

$$I = 1, n$$

$$J = 1, m$$

nakon transformacije  $T$  dobićemo

$$J = 1, m$$

$$I = 1, n$$

# Transformacija permutacije

- PRIMER: Izvršiti permutaciju indeksnih promenljivih I i J u sledećem gnezdu petlji

```
for I = 1, n
  for J = 1, n
    A(J) = A(J) + C(I, J)
  endfor{I,J}
```

- Primenom transformacije permutacije nad indeksnim skupom  $(I, J)^T$  dobijamo nove indeksne promenljive U i V na sledeći način

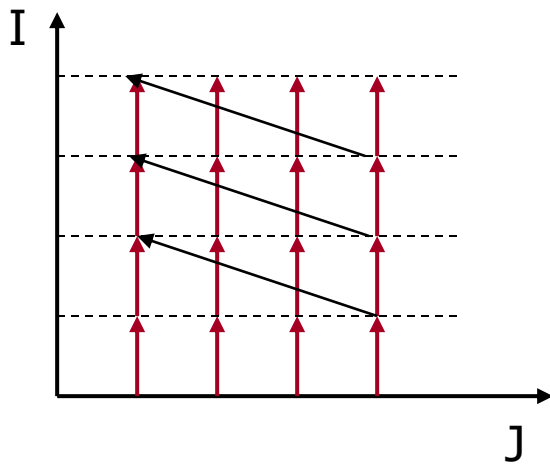
$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \\ J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ I \end{bmatrix}$$

- pri čemu je  $U = J$ , a  $V = I$ .
- Granice za U i V odredjujemo na osnovu granica za indeksne promenljive J i I, respektivno.
- Transformisano gnezo petlji sada ima oblik

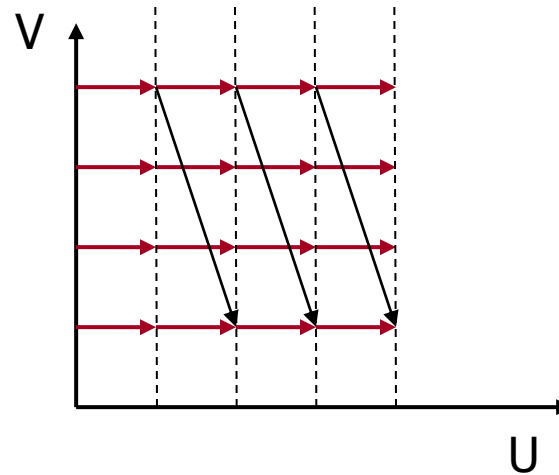
```
for 10 U = 1, n
  for 10 V = 1, n
    A(U) = A(U) + C(V, U)
  endfor{u,v}
```

# Transformacija permutacije

- Transformacijom je promenjen redosled izračunavanja elemenata vektora  $A$ .



Pre transformacije



Posle transformacije

# Transformacija obrtanje

- \* Omogućava promenu redosleda izračunavanja po određenoj indeksnoj promenljivoj
- \* Transformacija se opisuje jediničnom matricom u kojoj je u  $i$ -toj vrsti dijagonalni element jednak  $-1$ .
- \* **PRIMER:** Posmatrajmo ovakvo gnezdo petlji:

```
for i = 1, n  
  for j = 1, n  
    A(i, j) = A(i-1, j+1)*k  
  endfor{j}
```

- Želimo da primenimo transformaciju obrtanja po indeksnoj promenljivoj  $j$ .
- Matrica transformacije je oblika

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

# Obrtanje – primer (nast.)

- Novi indeksni skup dobijamo na sledeći način

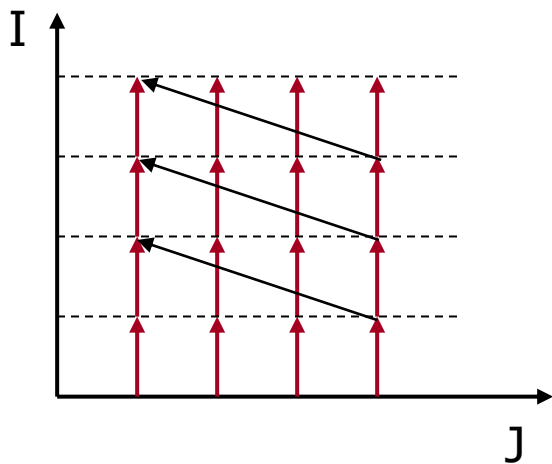
$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ -j \end{bmatrix}$$

- Što znači da je  $u = i$ ,  $v = -j$ , a granice indeksa  $u$  i  $v$  su  $u=1, n$  i  $v=-n, -1$ .
- Transformisana petlja ima sledeći izgled

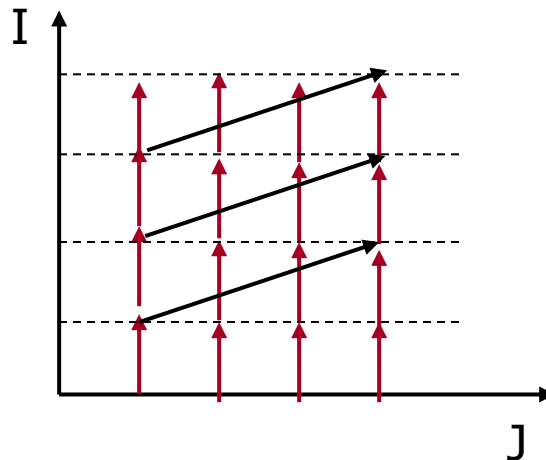
```
for u = 1, n
  for v = - n, -1
    A(u, -v) = A(u-1, -v+1)*k
  endfor{u,v}
```
- Transformacijom je izmenjen redosled izračunavanja po indeksnoj promenljivoj  $j$



# Obrtanje – primer



Pre transformacije



Posle transformacije

- Npr. za  $n=3$  i  $i=1$  pre transformacije se redom izračunavaju elementi  $A(1,1)$ ,  $A(1,2)$  i  $A(1,3)$ ,
- Nakon transformacije redosled izračunavanja elemenata je  $A(1,3)$ ,  $A(1,2)$  i  $A(1,1)$ .

### 3. Transformacija krivljenja (skewing)

- Ovom transformacijom se obavlja krivljenje (skewing) jednog iterativnog indeksa u odnosu na drugi za faktor **f**.
- Pretpostavimo da imamo ovakvu iteraciju indeksnih promenljivih

$$(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{j-1}, p_j, p_{j+1}, \dots, p_n)$$

- ako primenimo krivljenje petlje **I<sub>j</sub>** u odnosu na **I<sub>i</sub>** za faktor **f** izvršiće se preslikavanje gornje iteracije u

$$(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{j-1}, p_j + f \cdot p_i, p_{j+1}, \dots, p_n)$$

# Krivljenje

\* Krivljenje petlje  $i_k$  u odnosu na  $i_j$  za faktor  $f$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & .. & & & .. & 0 & 0 \\ 0 & 1 & .. & & & .. & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & .. & 1 & .. & .. & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & .. & f & .. & 1 & .. & 0 & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & .. & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & .. & & & .. & 1 & 0 \\ 0 & 0 & .. & & & .. & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \\ ij \\ \\ i_k \\ \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \\ ij \\ \\ i_k + f i_j \\ \\ i_n \end{bmatrix}$$

# Krivljenje – primer

\* **PRIMER:** Posmatrajmo sledeće gnezdo petlji

```
for i = 1, n
  for j = 1, n
    A(i, j) = A(i, j-1) + A(i-1, j)
  endfor{i, j}
```

- Primenimo krivljenje indeksne promenljive  $j$  u odnosu na  $i$  za faktor 2.

- Transformacija se opisuje na sledeći način

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Novi indeksni skup je

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ j + 2i \end{bmatrix}$$

- što znači da je  $u=i$ ,  $v=2i+j$ ,
- granice novih indeksnih promenljivih su  $u=1, n$  i  $v=2u+1, 2u+n$ .

## \* Matrica krivljenja

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ q & 1 \end{bmatrix}$$

Original Loop

```
do I1 = n1, N1, 1
  do I2 = n2, N2, 1
    H(I1, I2)
  end do
end do
```

Transformed Loop

```
do K 1 = n1, N1, 1
  do K 2 = n2 + q*K 1, N2 + q*K 1, 1
    H(K 1, K 2 - q*K 1)
  end do
end do
```

# Krivljenje – primer (nast.)

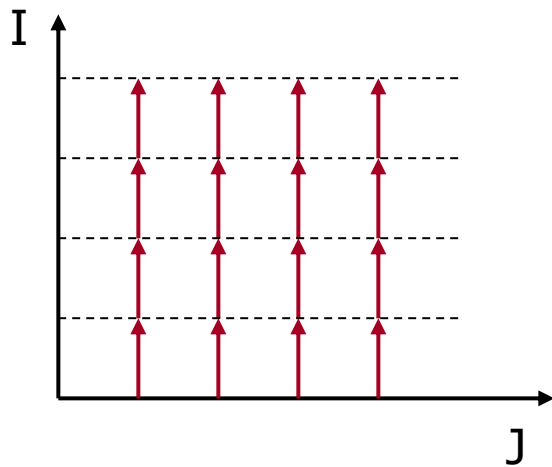
\* Transformisana petlja ima sledeći izgled

for  $u = 1, n$

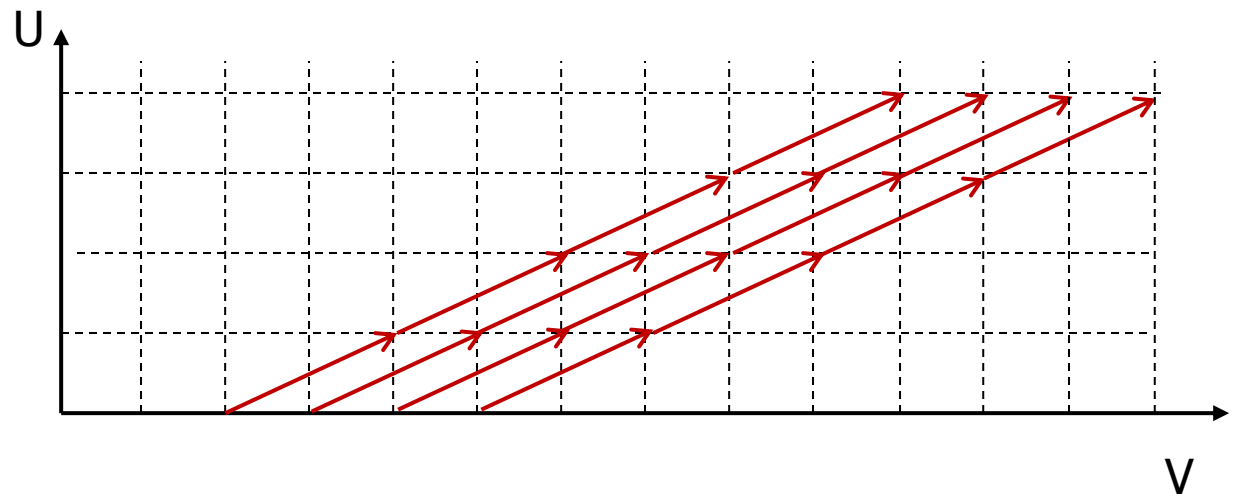
for  $v = 2u+1, 2u+n$

$A(u, v-2u) = A(u, v-2u-1) + A(u-1, v-2u)$

endfor $\{u, v\}$



Pre transformacije



Posle transformacije

# Primer-1

- \* Da bi neka transformacija mogla da se primeni nad indeksnim skupom ona ne sme da menja znak vektora zavisnosti da bi se sačuvale zavisnosti koje postoje u redosledu izračunavanja

```
for i = 1, 5
  for j = 1, 10
    for k = 1, 20
      A(i, j, k) = A(i-1, j, k+1) + B(i, j, k)
      B(i, j, k+1) = B(i, j-1, k-1) * 3
    endfor{k}
  endfor{j}
endfor{i}
```

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix}$$

matrica  
zavisnosti

## \* REŠENJE:

- Uočimo prvo sve parove generisanih—korišćenih promenljivih:

$A(i, j, k)$  i  $A(i-1, j, k+1)$

$B(i, j, k+1)$  i  $B(i, j, k)$ ,

$B(i, j, k+1)$  i  $B(i, j-1, k-1)$

### Odgovarajući vektori zavisnosti

$$d_1 = (i, j, k)^T - (i-1, j, k+1)^T = [1, 0, -1]^T$$

$$d_2 = (i, j, k+1)^T - (i, j, k)^T = [0, 0, 1]^T$$

$$d_3 = (i, j, k+1)^T - (i, j-1, k-1)^T = [0, 1, 2]^T$$

- \* Zbog vektora  $d_2$  nije moguće izvršiti vektorizaciju.

- permutacijom petlji  $j$  i  $k$  dobićemo kod koji je moguće vektorizovati

# Primer-1

## \* Matrica zavisnosti pre permutacije

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix}$$

## \* Matrica zavisnosti nakon permutacije

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ k \\ j \end{matrix}$$

## \* zavisnosti su zadržane ali se unutrašnja petlja može vektorizovati



# Primer-1–nast.

## \* transformisana petlja

```
for i = 1, 5
for k = 1, 20
for j = 1, 10
A(i, j, k) = A(i-1, j, k+1)+ B(i, j, k)
    B(i, j, k+1) = B(i, j-1, k-1) * 3
endfor{j,k}
```

## \* $i=1, k=1, j=1$

- $a(1,1,1)=a(0,1,2)+b(1,1,1)$
- $b(1,1,2) = b(1,0,0)*3$

## \* $i=1, k=1, j=2$

- $a(1,2,1)=a(0,2,2)+b(1,2,1)$
- $b(1,2,2) = b(1,1,0)*3$

⋮

---

## \* $i=1, k=2, j=1$

- $a(1,1,2)=a(0,1,3)+b(1,1,2)$
- $b(1,2,3) = b(1,0,1)*3$

# Primer2

- Da bi neka transformacija mogla da se primeni nad indeksnim skupom ona ne sme da menja znak vektora zavisnosti da bi se sačuvale zavisnosti koje postoje u redosledu izračunavanja.

- **PRIMER:** Ako imamo ovakvo jedno gnezdo petlji
  - for i = 1, 3
  - for j = 1, 2
  - A(i, j) = A(i-1, j+1) \*2
  - endfor{i,j}
- vektor zavisnosti je  $d = (i, j)^T - (i-1, j+1)^T = (1, -1)^T > 0$ .
- Ako bismo primenili transformaciju **permutacije**, narušili bismo zavisnosti koje postoje u redosledu izračunavanja jer je

$$\hat{d} = T \cdot d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} < 0$$

- a vektor d je  $> 0$ !

# Primer2 – nast.

```
for i = 1, 3
  for j = 1, 2
    A(i, j) = A(i-1, j+1) * 2
  endfor{i,j}
```

za i=1, j=1 izračunava se  $A(1,1)=A(0,2)*2$   
j=2 izračunava se  $A(1,2)=A(0,3)*2$

-----  
za i=2, j=1 izračunava se  $A(2,1)=A(1,2)*2$   
-----  
j=2 izračunava se  $A(2,2)=A(1,3)*2$   
-----

za i=3, j=1 izračunava se  $A(3,1)=A(2,2)*2$   
j=2 izračunava se  $A(3,2)=A(2,3)*2$

\* Strelicama je označen redosled zračunavanja koji mora biti ispoštovan:

- $A(1, 2)$  mora biti izračunat pre  $A(2,1)$  jer  $A(2,1)$  koristi vrednost  $A(1,2)$ .
- $A(2,2)$  mora biti izračunat pre  $A(3,1)$

\* Ako na prethodnu petlju primenimo transformaciju permutacije dobićemo

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix}$$

```
for u = 1, 2
  for v = 1, 3
    A(v, u) = A(v-1, u+1) * 2
  enfor{u,v}
```

za u=1, v=1 izračunava se  $A(1,1)=A(0,2)*2$   
v=2 izračunava se  $A(2,1)=A(1, 2)*2$   
v=3 izračunava se  $A(3,1)=A(2, 2)*2$

-----  
za u=2, v=1 izračunava se  $A(1,2)=A(0,3)*2$   
v=2 izračunava se  $A(2,2)=A(1, 3)*2$   
v=3 izračunava se  $A(3,2)=A(2, 3)*2$

\* Prvo izračunava element  $A(2,1)$  pa nakon toga element  $A(1,2)$ , što je pogrešno!

# Kompozicija transformacija

\* Zbog osobina elementarnih matrica transformacija, proizvod elementarnih matrica transformacija daje takodje validnu transformaciju.

- Tako, da bi u prethodnom primeru mogli da primenimo permutaciju, a da ne narušimo zavisnosti po podacima, možemo da primenimo kompoziciju transformacija permutacije i obrtanja:

$$T = T_{\text{permutacija}} T_{\text{obrtanje}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Novi vektor zavisnosti biće pozitivan, tj.

$$\hat{d} = T \cdot d = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} > 0$$

# Primer (nast.)

```
for i = 1, 3  
  for j = 1, 2  
    A(i, j) = A(i-1, j+1) * 2  
  endfor{j,i}
```

za i=1, j=1 izračunava se  $A(1,1)=A(0,2)*2$   
j=2 izračunava se  $A(1,2)=A(0,3)*2$

za i=2, j=1 izračunava se  $A(2,1)=A(1,2)*2$   
j=2 izračunava se  $A(2,2)=A(1,3)*2$

za i=3, j=1 izračunava se  $A(3,1)=A(2,2)*2$   
j=2 izračunava se  $A(3,2)=A(2,3)*2$

Kompozicija transformacija permutacija+obrtanje

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j \\ i \end{bmatrix}$$

## \* transformisana petlja

```
for u=-2,-1  
  for v=1,3  
    A(v,-u)=A(v-1,-u+1)*2  
  endfor{u,v}
```

za u=-2, v=1 izračunava se  $A(1,2)=A(0,3)*2$   
v=2 izračunava se  $A(2,2)=A(1,3)*2$   
v=3 izračunava se  $A(3,2)=A(2,3)*2$

za u=-1, v=1 izračunava se  $A(1,1)=A(0,2)*2$   
v=2 izračunava se  $A(2,1)=A(1,2)*2$   
v=3 izračunava se  $A(3,1)=A(2,2)*2$

Redosled izračunavanja je ispoštovan!

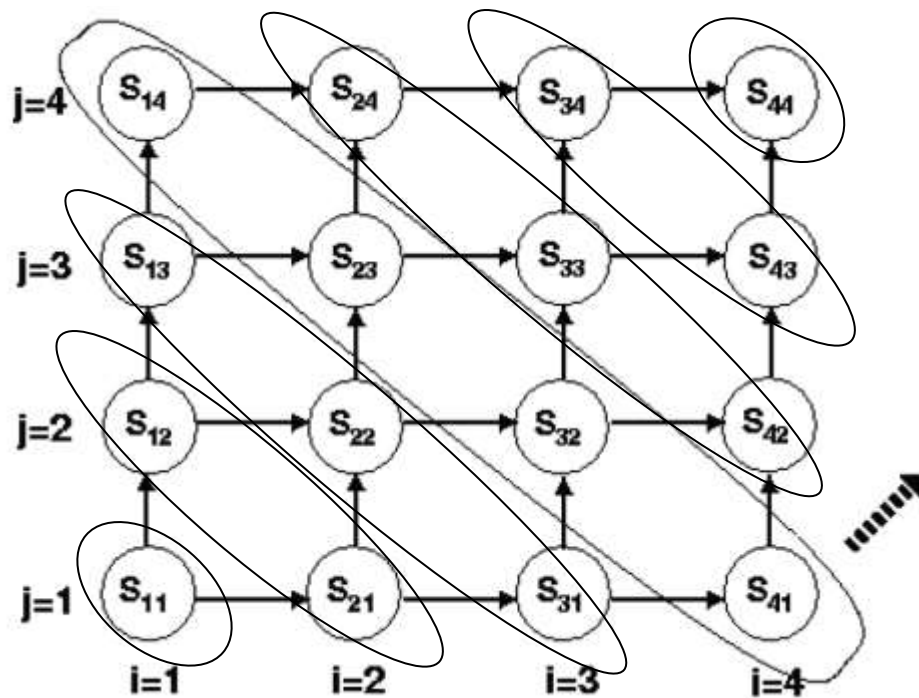
# Primer

\* Da li se sledeća petlja može vektorizovati?

```
for i = 1:N
```

```
  for j = 1:M
```

```
    A(i,j) = A(i-1,j) + A(i,j-1);
```



Krivljenje?  
permutacija?

# Vektorski računari

---

Smeštanje podataka i odredjivanje broja  
memorijskih banaka

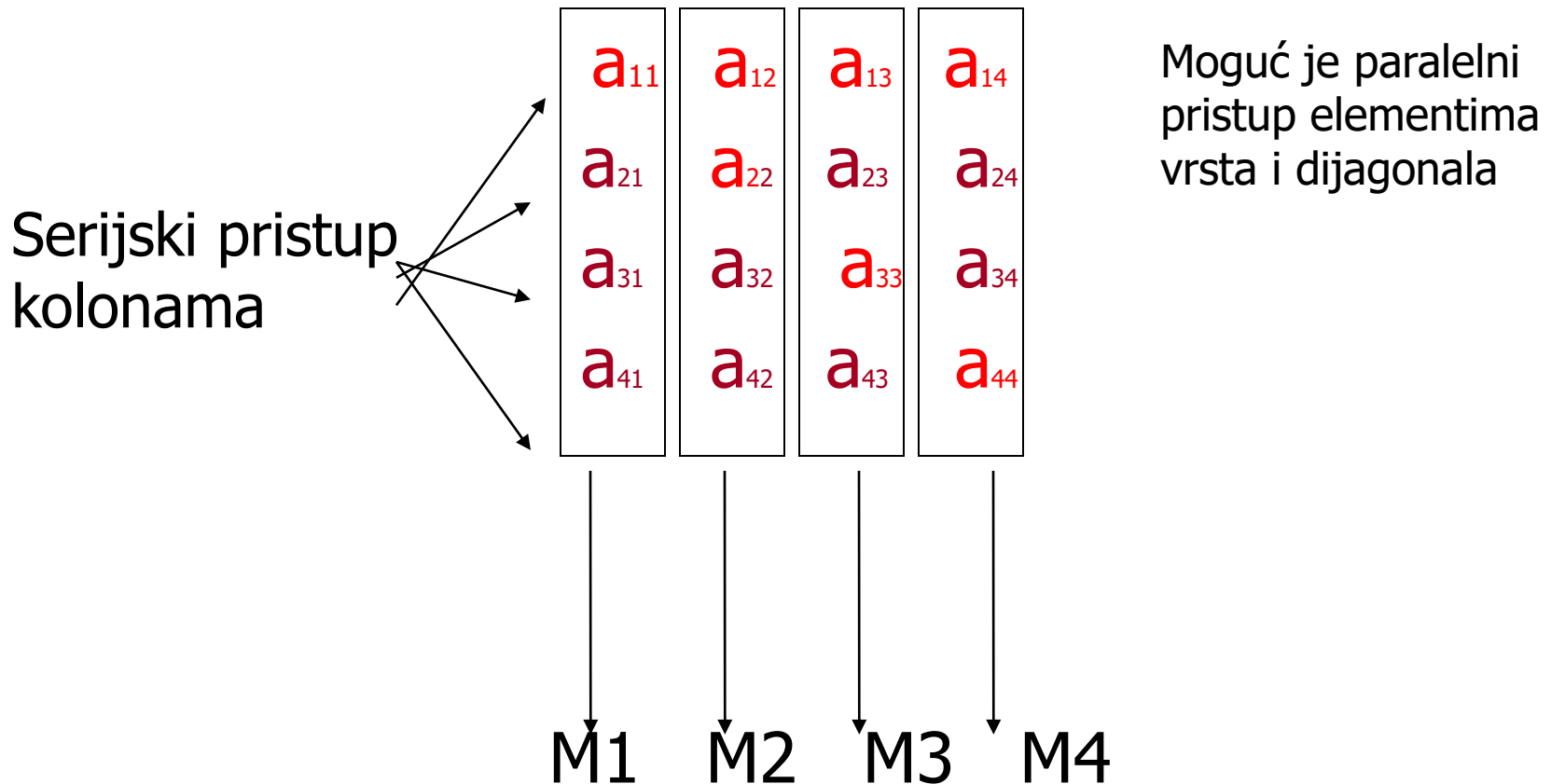
# Smeštanje podataka

- \* Jedan od ključnih faktora koji utiče na vreme izvršenja programa na paralelnom procesoru je latentnost memorijskog sistema
  - vreme od trenutka izdavanja zahteva za pribavljanjem podatka do trenutaka kada on postane dostupan
    - da bi se problem rešio koristi se paralelne memorijske banke
    - način smeštanja podataka igra važnu ulogu, jer može smanjiti vreme pristupa elementima polja
- \* Pošto je osnovna struktura podataka koja se koristi kod vektorskih računara polje, način smeštanja elemenata polja u memorijske module može bitno uticati na efikasnost vektorskog izračunavanja tako što će smanjiti vreme pristupa elementima polja

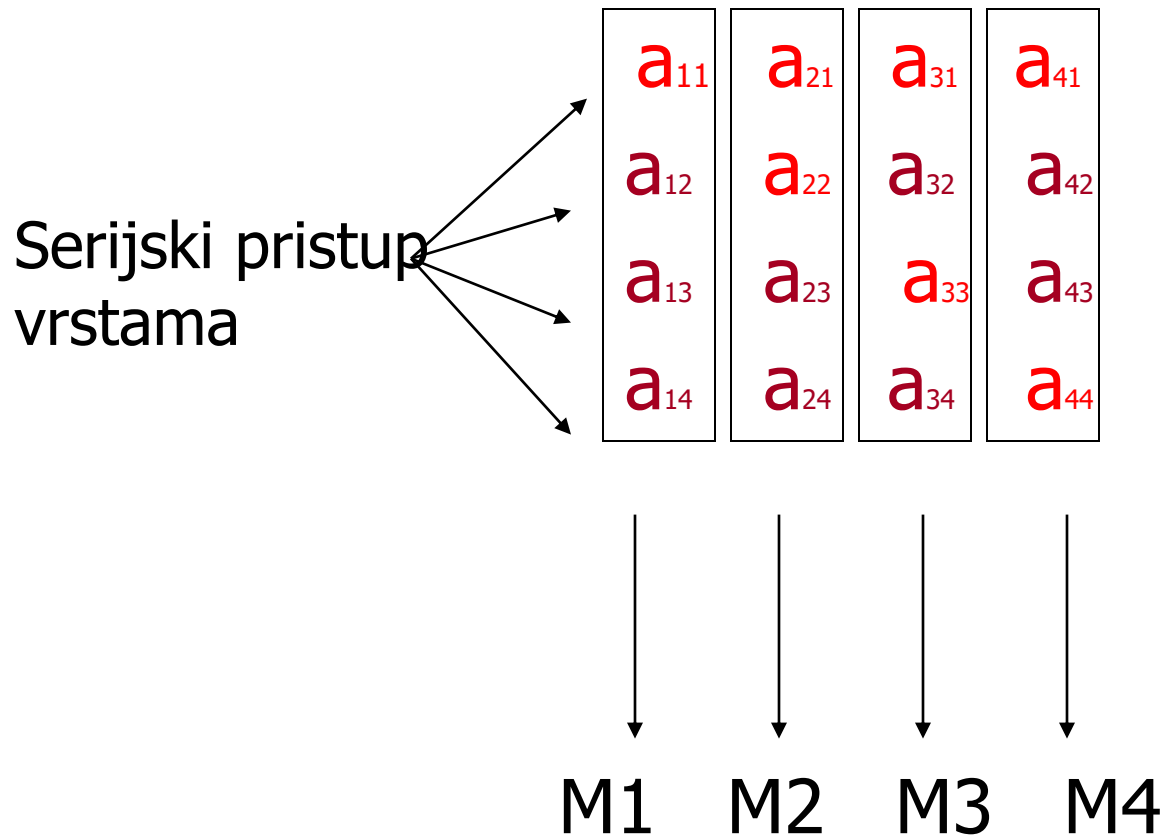


# Smeštanje podataka – primer

Razmotrimo moguće načine smeštanja elemenata matrice A dimenzija 4x4 u mem. banke,



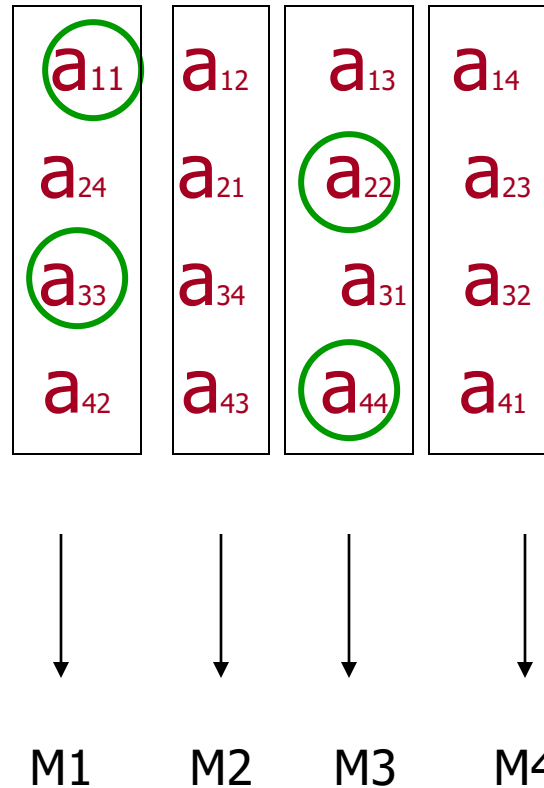
# Primer - nastavak



Paralelni pristup po  
kolonama i  
dijagonalama

# Primer - nastavak

Paralelni pristup  
elementima kolona i  
vrsta

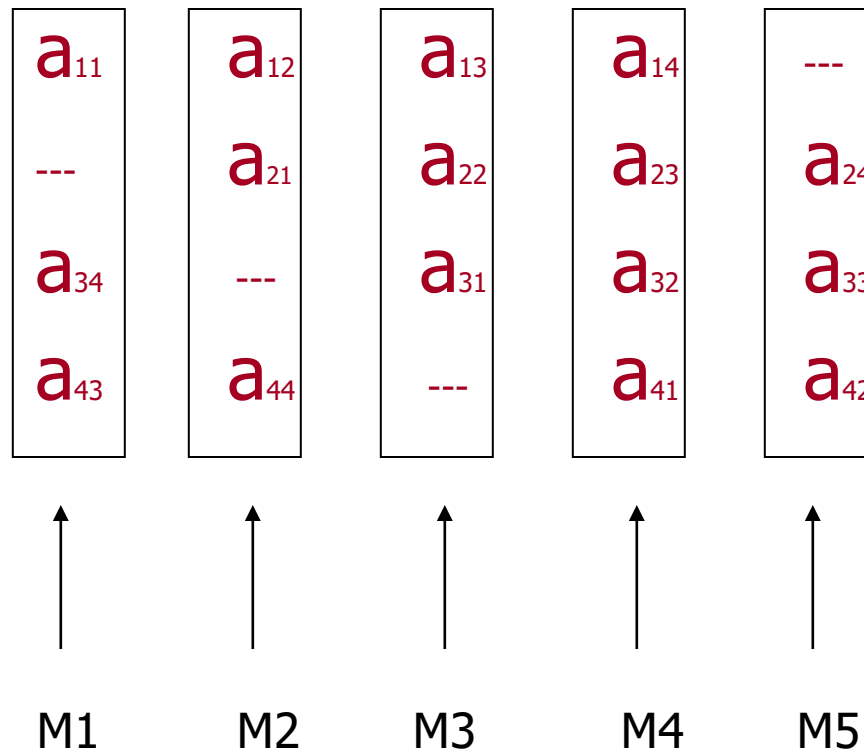


Konflikti kod pristupa dijagonalnim elementima!

# Primer - nastavak

Paralelni pristup kolonama/vrstama/dijagonalama

**(5 memorijskih banaka)**



- Teorijski, da bi se obezbedio pristup proizvoljnoj strukturi dvodimenzionalnog polja, potrebno je da broj memorijskih banaka bude veći od dimenzije matrice

# Odredjivanje broja memorijskih banaka

- Primer: množenje matrica

```
for i =1, 100  
  for j =1, 100  
    A(i,j) = 0.0  
    do 10 k =1, 100  
      A(i,j) = A(i,j) +B(i,k) * C(k,j)  
    endfor{k}  
  endfor{j}
```

- Petlju po indeksnoj promenljivoj k je moguće vektorizovati tako što bi se obavilo množenje vrsta matrice B kolonama matrice C.

```
for i =1, 100  
  for j =1, 100  
    A(i,j) = 0.0  
    A(i,j) = A(i,j) +B(i,1:100) * C(1:100,j)  
  endfor{j}
```

- Da bi ustanovili efikasnost vektorizacije moramo razmotriti kako su susedni elementi u matricama B i C adresirani.

# Odredjivanje broja memorijskih banaka (nast.)

\* Kada se vrši smeštanje elemenata dvodimenzionalnog polja u memoriju vrši se linearizacija .

- Ako se u sukcesivne mem. lokacije smeštaju elementi kolona, znači da u primeru množenja matrica elementi matrice B kojima treba pristupiti u jednoj iteraciji nisu na sukcesvnim memorijskim adresama već su udaljeni medjusobno za

*broj\_vrsta x dužina\_reči\_u\_bajtovima*

- Razmak izmedju susednih elemenata kojima treba pristupiti sukcesivno zove se vektorski korak ili pomeraj (vector stride).
- U primeru množenja matrica, vektorski korak za matricu C je 1, dok je za B jednak 100.
- Kada se vektor pribavi u vektorski registar on se ponaša kao da ima logički susedne elemente.

# Odredjivanje broja memorijskih banaka (nast.)

\* Vektorski procesor može da upravlja vektorskim korakom  $> 1$  pomoću vektorskih LOAD/ STORE operacija.

- Ova sposobnost da pristupa nesekvencijalnim memorijskim lokacijama i da ih prevodi u strukturu sa logički susednim elementima je jedna od značajnih prednosti vektorskih procesora nad keš baziranim procesorima.

- Vektorski korak kao i startna adresa vektora mogu se zapamtiti u neki od registara opšte namene.
- Zatim se instrukcija tipa LVWS (load\_vector\_with\_stride -- napuni vektor sa korakom) može upotrebiti da se pribavi vektor u vektorski registar (slično i za STORE naredbu SVWS).
- Kod nekih vektorskih procesora LOAD i STORE uvek imaju vrednost koraka zapamćenu u registru, pa nema posebnih LOAD i STORE instrukcija

# Odredjivanje broja memorijskih banaka (nast.)

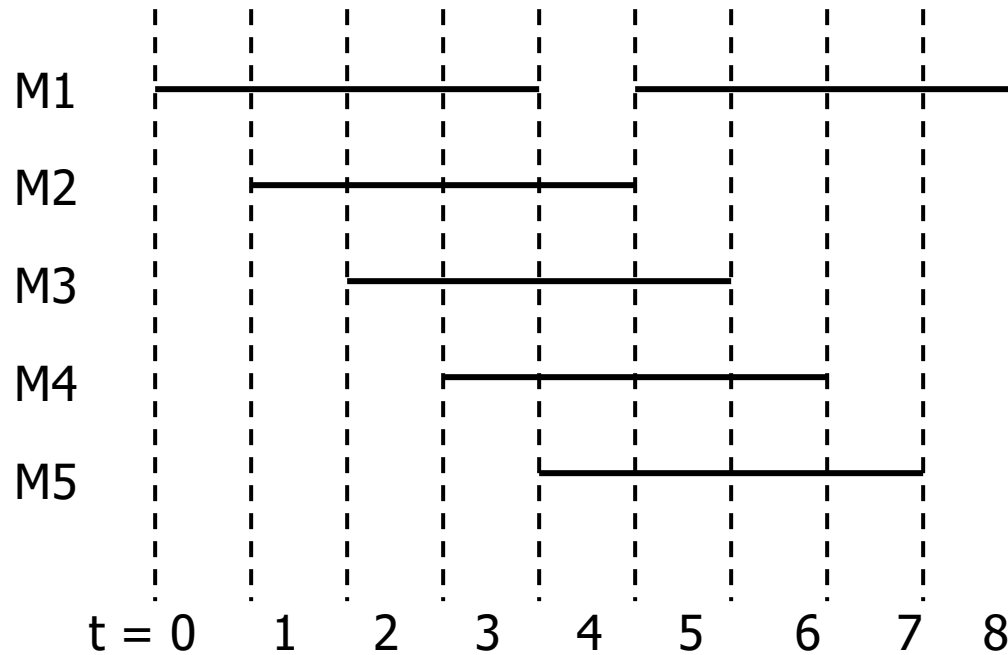
\* Komplikacije u memorijskom sistemu mogu da nastupe kad treba podržati korake  $> 1$ .

- U opštem slučaju da bi se mogao pribaviti jedan element vektora po klok ciklusu, broj memorijskih banaka mora biti veći od latentnosti memorijskog sistema (vreme pristupa memoriji).
- Kada postoji korak  $> 1$  može se desiti da se zahteva pristup istoj memorijskoj banci većom brzinom od brzine memorijskog ciklusa.
  - U takvim slučajevima jedan zahtev mora biti zakašnjen zbog postojanja konflikta.



A1	A2	A3	A4	A5
A6	A7	A8	A9	A10
M1	M2	M3	M4	M5

Latentnost = 4



# Odredjivanje broja memorijskih banaka (nast.)

- \* Konflikt kod pristupa memorijskoj banci nastupa ako važi sledeći uslov

$$\frac{NZS(\text{vektorski\_korak}, \text{Broj\_memorijskih\_banaka})}{\text{vektorski\_korak}} \leq \text{latentnost\_memorijskog\_sistema}$$

- NZS je najmanji zajednički sadržalac.

- \* **PRIMER.** Pretpostavimo da imamo 16 memorijskih banaka sa latentnošću od 12 clk ciklusa. Koliko vremena će biti potrebno da se napuni 64-elementni vektor ako se elementi koji se pribavljaju nalaze na medjusobnom rastojanju

- 1 (tj. vektorski korak je 1)
- 32 (tj. vektorski korak je 32)

# Odredjivanje broja memorijskih banaka -primer

## \* REŠENJE:

- a) Pošto je broj memorijskih banaka (16) veći od latentnosti memorijskog sistema (12) za korak 1 imaćemo da je vreme potrebno da se pribave 64 elementa

$$* 12 + 63 = 75 \text{ clk ciklusa ili } 1.2 \text{ clk/element}$$

- b) 
$$\frac{NZS(32,16)}{32} = \frac{32}{32} = 1 < 16$$
- Najgori mogući vektorski korak je umnožak od broja memorijskih banaka, kao u ovom primeru.
  - U ovakvim situacijama svi elementi kojima treba pristupiti se nalaze u istoj memorijskoj banci pa je latentnost memorijskog sistema vidljiva za svaki element koji treba pribaviti umesto samo jednom kod prvog pristupa kada je korak 1.
  - U našem primeru to dovodi do latentnosti od 12 clk ciklusa po elementu, tj. za ceo vektor:  **$12 \times 64 = 768 \text{ clk}$**

- \* Konflikt kod pristupa memoriji neće nastupiti ako su vektorski korak i broj memorijskih banaka uzajamno prosti brojevi i ako postoji dovoljno memorijskih banaka da ne nastupi konflikt kada je vektorski korak 1 (odnosno ako je broj banaka veći od latentnosti memorijskog sistema).