Мастер академске студије
Рачунарство и аутоматика

Рачунарство високих перформанси у информационом инжењерингу

Основи класификације

(материјали за предавања)

Садржај

Класификација

- задатак у којем треба утврдити којој од могућих класа припада посматрана појава
  - класа представља вредност обележја
  - утврђивање припадности класи се начелно изводи на основу вредности других одабраних обележја посматране појаве
  - резултат је одабрана класа
    - одабрана класа се може али и не мора поклапати са стварном класом којој припада посматрана појава

Класификација

- врсте класификације
  - бинарна
    - две могуће класе у разматрању
  - n-арна
    - n (више од две) могућих класа у разматрању

Класификација

Основне улоге обележја у класификацији

- циљно обележје
  - (зависно обележје, одговор)
  - обележје чију вредност за неку појаву треба одредити на основу вредности других обележја
  - циљно обележје је категоријско (квалитативно)
  - обично постоји једно циљно обележје
    - ознака Y
- предикторско обележје
  - (независно обележје, предиктор)
  - обележје чија се вредност за неку појаву користи у одређивању вредности циљног обележја
  - предикторско обележје може бити или категоријско (квалитативно) или нумеричко (квантитативно)
  - обично постоји више предикторских обележја
    - ознака $X = (X_1, X_2, \ldots, X_p)$

Класификација

Класификациони модел

(класификатор)

- модел који начелно успоставља везу између циљног обележја и предикторских обележја
  - може настати у поступку обучавања
- постојање варијација у врсти структуре и нивоу сложености
- сврха
  - предвиђање
  - разумевање

Класификација

Поступак обучавања

- формирање модела и подешавање параметара ради постизања што бољих перформанси у класификацији
- обучавање се изводи на основу расположивих података
  - за појаве заступљене у подацима познате су вредности циљног обележја

Класификација

Перформансе у класификацији

- перформансе могу варирати зависно од коришћених података
- метод који је напогоднији за један случај не мора бити најпогоднији за неки други случај
- тежити методи која обезбеђује ниску варијансу (енгл. *variance*) и ниску пристрасност (енгл. *bias*)
- теорема о непостојању бесплатног ручка

Класификација

Оцена перформанси

- грешка обучавања
  - проценат погрешно класификованих појава међу појавама које су коришћење током обучавања
- грешка тестирања
  - проценат погрешно класификованих појава међу појавама које нису коришћене током обучавања

Оцена перформанси

матрица конфузије – пример за бинарни случај

		Стварна класа	
		0 (не, није, нема, -)	1 (да, јесте, има, +)
Процењена класа	0 (не, није, нема, -)	број стварно негативних (енгл. *true negative*, *TN*)	број лажно негативних (енгл. *false negative*, *FN*)
	1 (да, јесте, има, +)	број лажно позитивних (енгл. *false positive*, *FP*)	број стварно позитивних (енгл. *true positive*, *TP*)

Оцена перформанси

- матрица конфузије – пример за бинарни случај
  - тачност
    - $(TP + TN) / (TP + TN + FP + FN)$
  - осетљивост
    - $TP / (TP + FN)$
  - специфичност
    - $TN / (TN + FP)$

Класификација

Процена грешке тестирања помоћу појава за обучавање

- валидациони приступ (енгл. *validation set approach*)
  - насумична подела расположивих појава у скуп за обучавање и валидациони скуп
    - модел бива подешаван на основу скупа за обучавање
    - подешени модел се примењује над валидационим скупом
      - рачуна се грешка над валидационим скупом

Класификација

Процена грешке тестирања помоћу појава за обучавање

- појединачна унакрсна валидација (енгл. *leave-one-out cross-validation*)
  - расположиве појаве се распоређују у валидациони скуп, који обухвата само једну појаву, и скуп за обучавање, који обухвата све остале појаве
    - модел бива подешаван на основу скупа за обучавање
    - подешени модел се примењује над валидационим скупом
      - рачуна се грешка над валидационим скупом
  - понавља се по истом принципу распоређивање појава у валидациони скуп и скуп за обучавање, при чему нека друга појава постаје једини елемент валидационог скупа
    - поново се по истом принципу изводе подешавање модела, примена модела и рачунање грешке
  - понављање се изводи док свака појава тачно једном не буде део валидационог скупа
  - по завршетку понављања рачуна се аритметичка средина за грешку над валидационим скупом

Процена грешке тестирања помоћу појава за обучавање

- *k*-тострука унакрсна валидација (енгл. *k-fold cross-validation*)
  - расположиве појаве се насумично распоређују у *k* скупова исте или приближно исте величине
  - за сваки појединачни скуп изводи се посебан поступак
    - појединачни скуп служи као валидациони скуп
    - сви остали скупови заједно служе као скуп за обучавање
    - модел бива подешаван на основу скупа за обучавање
    - подешени модел се примењује над валидационим скупом
      - рачуна се грешка над валидационим скупом
  - по завршетку поступка за сваки појединачни скуп, рачуна се аритметичка средина за грешку над валидационим скупом

Класификација

Методи класификације

- разноврсни методи на располагању
- примери метода које се могу користити у класификацији
  - регресија
    - логистичка регресија
  - метод најближих суседа
  - метод потпорних вектора
  - стабла одлучивања
    - појединачна
    - вишеструка

Класификација

- статистичко учење (енгл. *statistical learning*)
  - „велики скуп алата за разумевање података” (по Џејмсу и сарадницима)
- машинско учење (енгл. *machine learning*)
  - „аутоматска детекција смислених образаца у подацима” (по Шалев-Шварцу и Бен-Давиду)
  - врсте машинског учења
    - надгледано учење (енгл. *supervised learning*)
    - потпомогнуто учење (енгл. *reinforcement learning*)
    - ненадгледано учење (енгл. *unsupervised learning*)

Скупови података коришћени у примерима

- скуп података **`abalon`**
  - подаци о абалонима с Тасманије (Аустралија)
  - 4177 записа
  - 9 обележја
    - пол, дужина, пречник, висина, различите тежине и број прстенова
  - датотека *abalone.data*
    - Abalone Data Set (од 1. 12. 1995)
      - https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Abalone
        - (преузето 13. 4. 2021)
    - UCI Machine Learning Repository
      - Dua, D. and Graff, C. (2019). UCI Machine Learning Repository [http://archive.ics.uci.edu/ml]. Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science.

Скупови података коришћени у примерима

скуп података **abalon** – припрема

```
1  # install.packages("tidyverse")
2
3  library(readr)
4  library(dplyr)
5  library(magrittr)
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Скупови података коришћени у примерима

скуп података **abalon** – припрема

```
abalon <- read_csv("abalone.data",
                   col_names=c("sex", "length", "diameter",
                               "height", "weight_whole",
                               "weight_shucked", "weight_viscera",
                               "weight_shell", "rings"),
                   col_types="fddddddddi")

abalon %<>%
  mutate(id=1:nrow(abalon), age=rings + 1.5) %>%
  select(id, everything())

abalon %<>%
  mutate(age_cat=factor(ifelse(age < median(age), "young", "old"),
                        levels=c("young", "old")))
```

УЛАЗ

Скупови података коришћени у примерима

скуп података **abalon** – припрема

```
 1 set.seed(5)
 2
 3 abalon.tst <- slice_sample(abalon, prop=0.2)
 4 abalon.trn <- setdiff(abalon, abalon.tst)
 5 nrow(abalon.tst)
 6 nrow(abalon.trn)
 7
 8
 9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Садржај

Линеарна регресија

општи облик

једнострука линеарна регресија

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \epsilon$$

вишеструка линеарна регресија

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p + \epsilon$$

елементи

- циљно обележје
- предикторска обележја
- параметри (коефицијенти)
- случајна грешка

Регресија

Линеарна регресија

- потребно спровести оцењивање параметара
  - може се искористити метод најмањих квадрата
- примарно погодна за нумеричка циљна обележја
- потребно проверити испуњеност више предуслова за примену

Линеарна регресија

пример

```
1  library(ggplot2)
2
3  linr <- lm(age ~ diameter + weight_whole, data=abalon)
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Линеарна регресија

пример

```
> summary(linr)

Call:
lm(formula = age ~ diameter + weight_whole, data = abalon)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-5.2786 -1.6905 -0.7151  0.8972 15.9518

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    4.2254     0.2858  14.783   <2e-16 ***
diameter      16.8749     1.0858  15.541   <2e-16 ***
weight_whole   0.3925     0.2197   1.786   0.0741 .
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 2.638 on 4174 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3307,  Adjusted R-squared:  0.3304
F-statistic:  1031 on 2 and 4174 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

КОНЗОЛА

Линеарна регресија

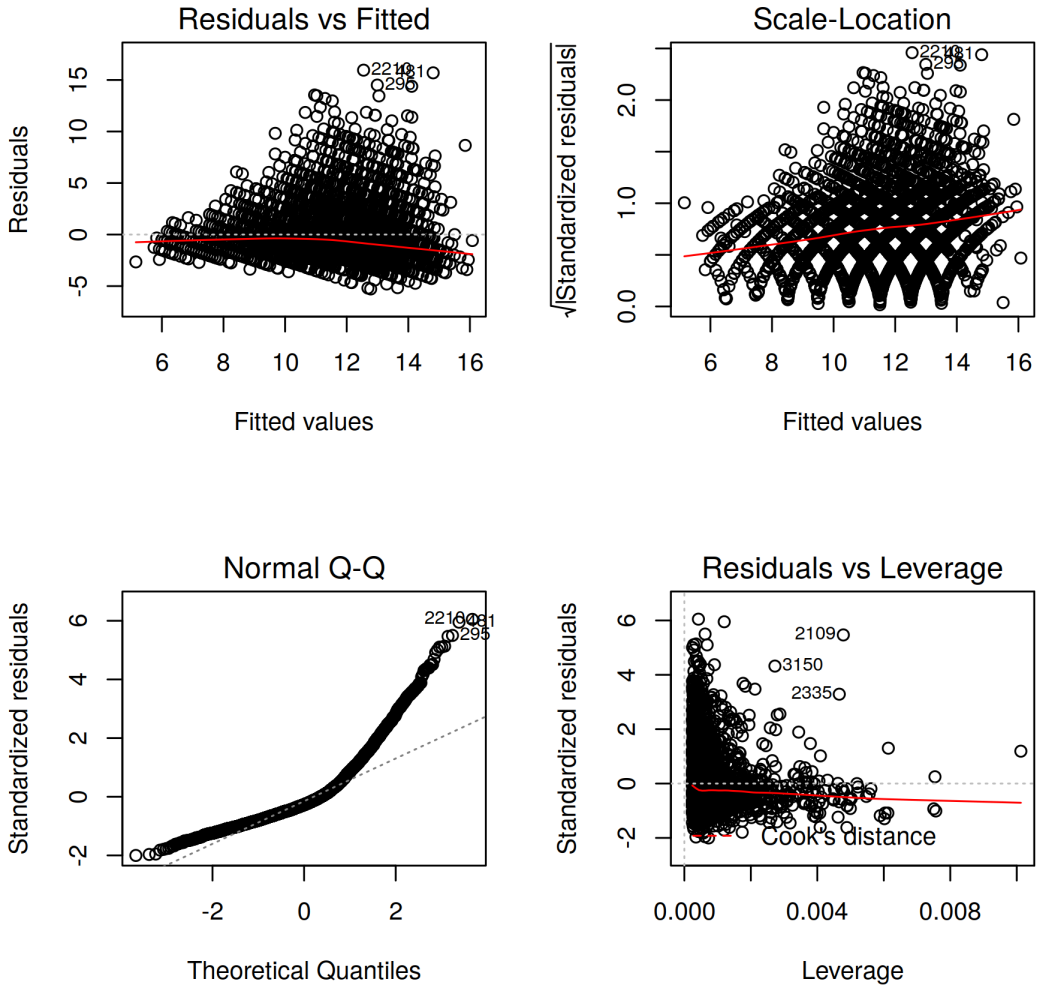
пример

```
> select(filter(abalon, id==1), age, diameter, weight_whole)
# A tibble: 1 x 3
    age diameter weight_whole
  <dbl>    <dbl>        <dbl>
1  16.5    0.365        0.514
> predict(linr, newdata = abalon[1,])
       1
10.58652
>
```

КОНЗОЛА

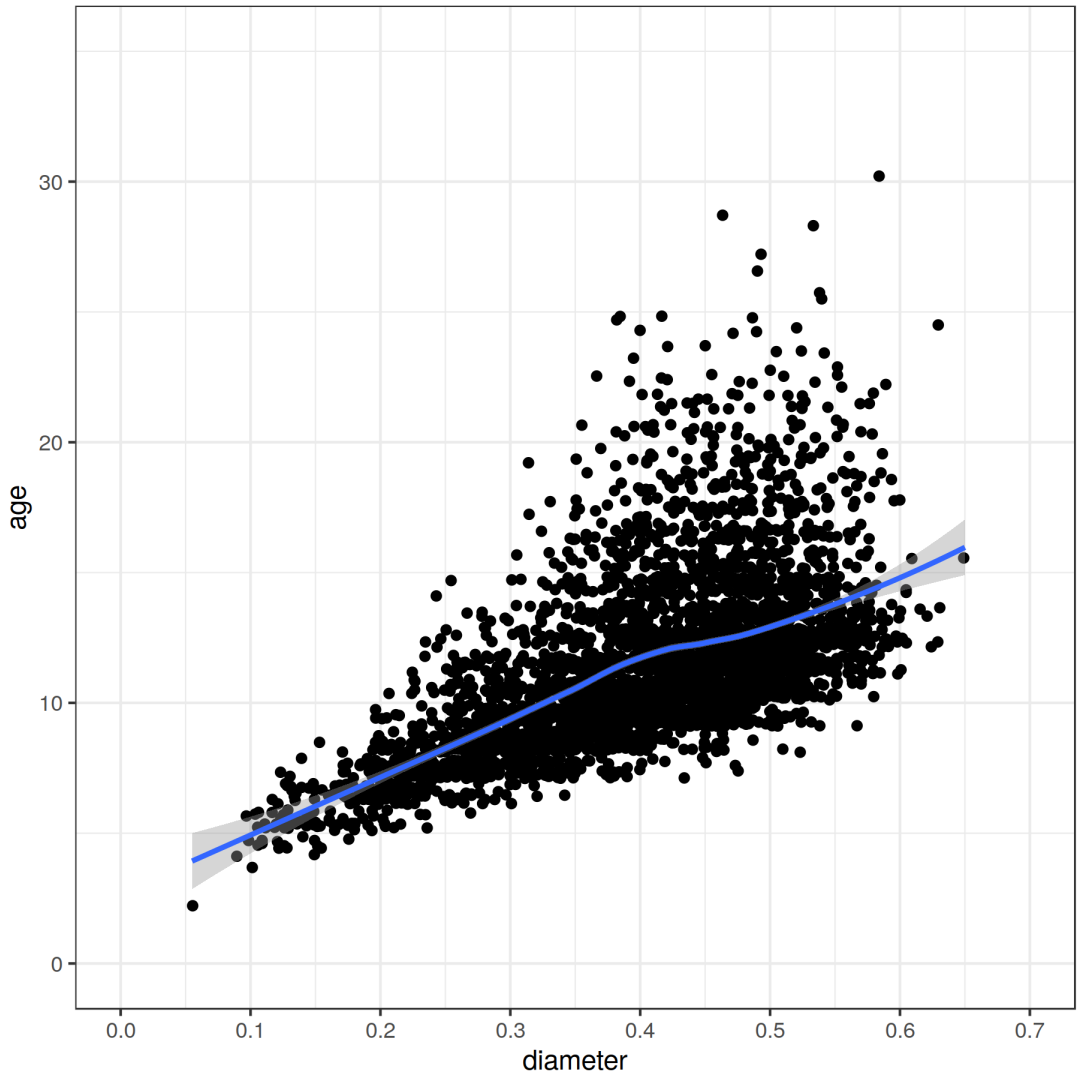
Линеарна регресија

пример



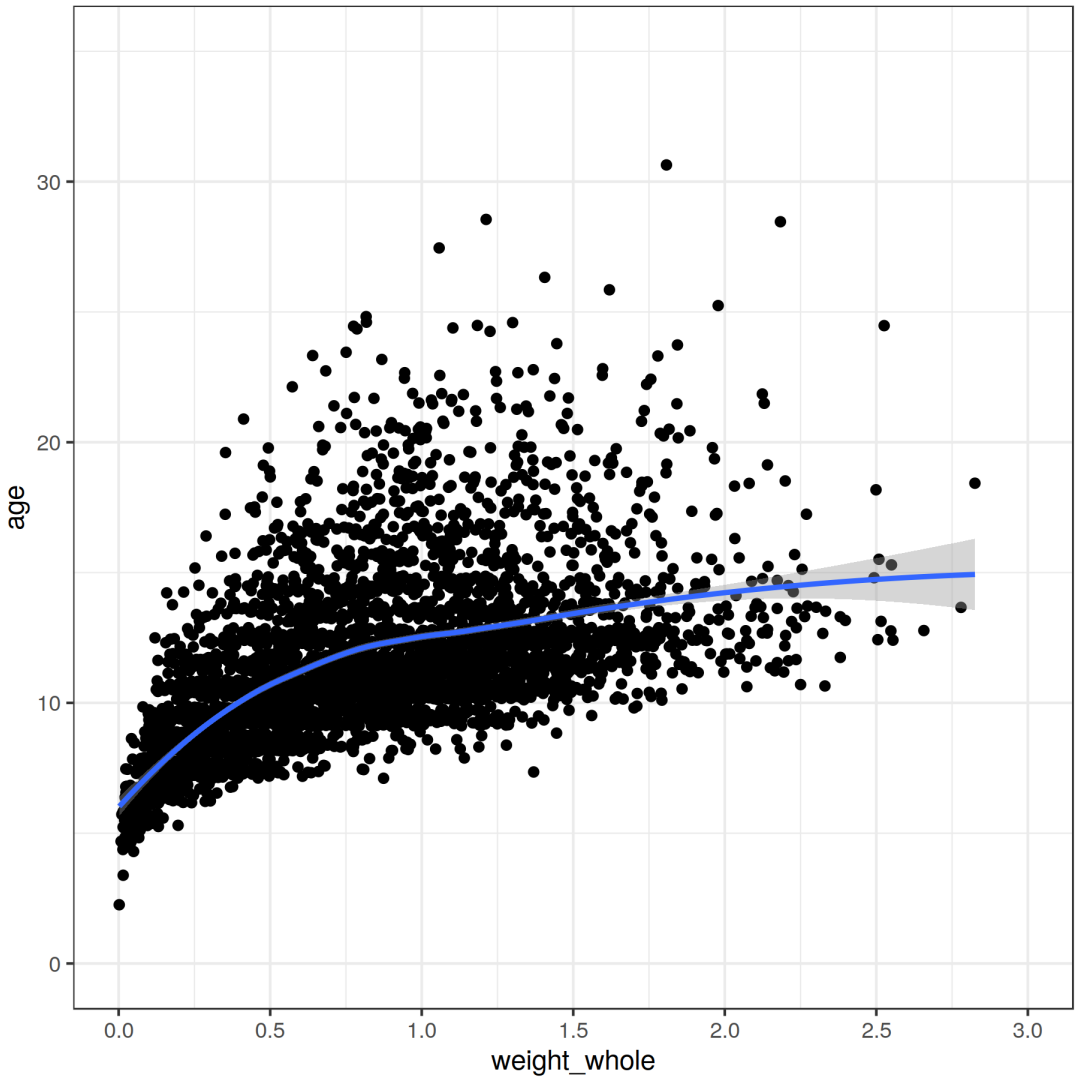
Линеарна регресија

пример



Линеарна регресија

пример



Логистичка регресија

општи облик

једнострука логистичка регресија

$$p(X) = Pr(Y = 1|X) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X}}$$

$$\log\left(\frac{p(X)}{1 - p(X)}\right) = \beta_0 + \beta_1 X$$

вишеструка логистичка регресија

$$p(X) = Pr(Y = 1|X) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p}}$$

$$\log\left(\frac{p(X)}{1 - p(X)}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p$$

Регресија

Логистичка регресија

- потребно спровести оцењивање параметара
  - може се искористити метод максималне веродостојности
- погодна за категоријска циљна обележја
- потребно проверити испуњеност више предуслова за примену

Логистичка регресија

пример

```
logr <- glm(age_cat ~ diameter + weight_whole, data=abalon.trn,
            family="binomial")

ver.logr <- predict(logr, newdata=abalon.tst, type="response")

klas.logr <- factor(ifelse(ver.logr > 0.5, "old", "young"),
levels=c("young","old"))
```

УЛАЗ

Логистичка регресија

пример

```
> summary(logr)

Call:
glm(formula = age_cat ~ diameter + weight_whole, family = "binomial",
    data = abalon.trn)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.8053  -0.5798   0.3073   0.6247   2.2990

Coefficients:
             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)   -5.3649     0.4516 -11.879  < 2e-16 ***
diameter      12.6844     1.7516   7.241 4.44e-13 ***
weight_whole   1.5411     0.3876   3.976 7.01e-05 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
```

КОНЗОЛА

Логистичка регресија

пример

```
> head(ver.logr)
        1         2         3         4         5         6
0.5711173 0.9864490 0.9856813 0.9726682 0.1762120 0.9339484
> head(klas.logr)
    1     2     3     4     5     6
  old   old   old   old young   old
Levels: young old
>
```

КОНЗОЛА

Логистичка регресија

пример

```
1  library(caret)
2
3  cm.logr.tst <- confusionMatrix(data=klas.logr,
4  reference=abalon.tst$age_cat)
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Логистичка регресија

пример

```
> cm.logr.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction young old
     young   177  53
     old      99 506

               Accuracy : 0.818
                 95% CI : (0.7901, 0.8436)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.5706

 Mcnemar's Test P-Value : 0.0002623

            Sensitivity : 0.6413
            Specificity : 0.9052
```

КОНЗОЛА

Логистичка регресија

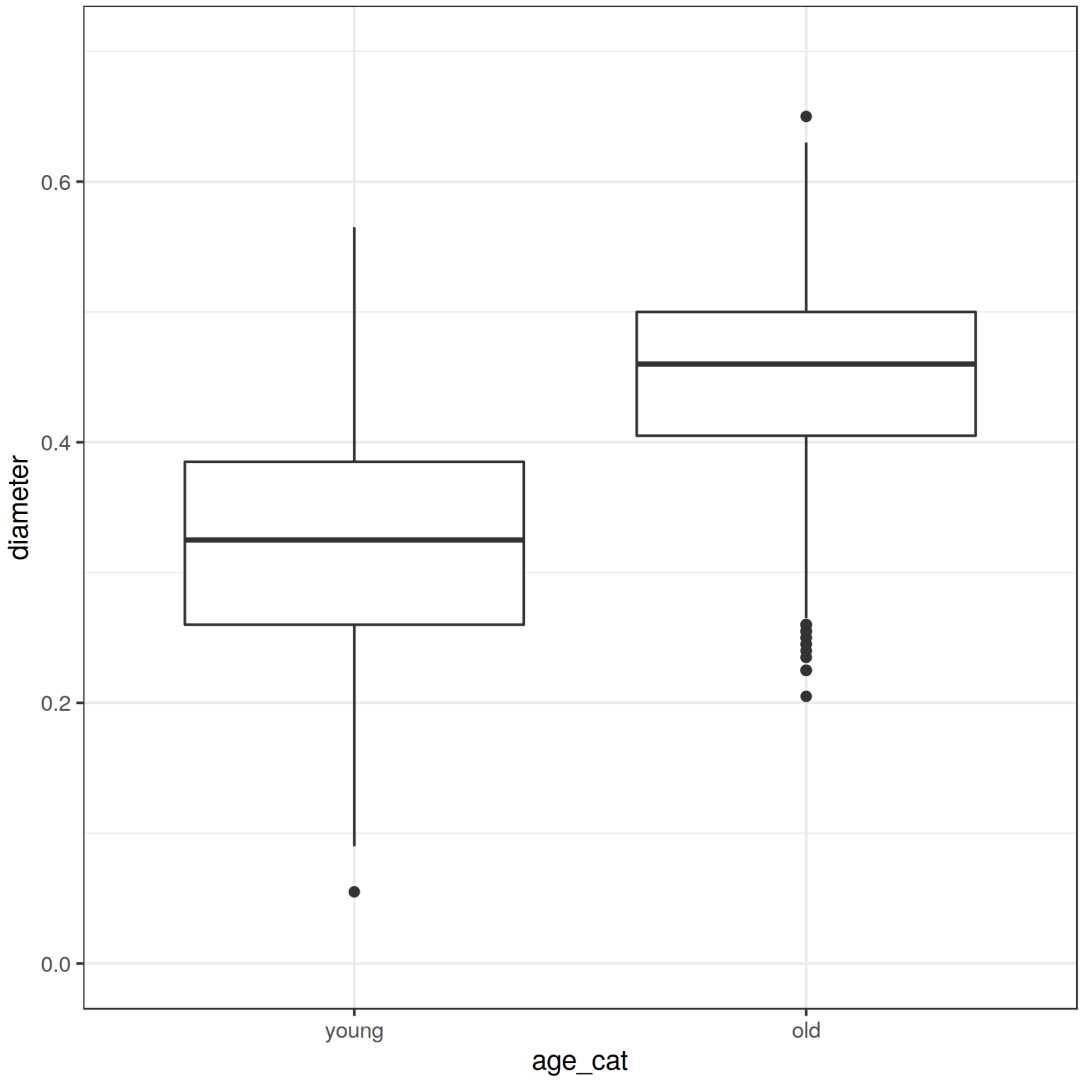
пример

```
> cm.logr.tst$overall["Accuracy"]
[1] 0.8179641
>
```

КОНЗОЛА

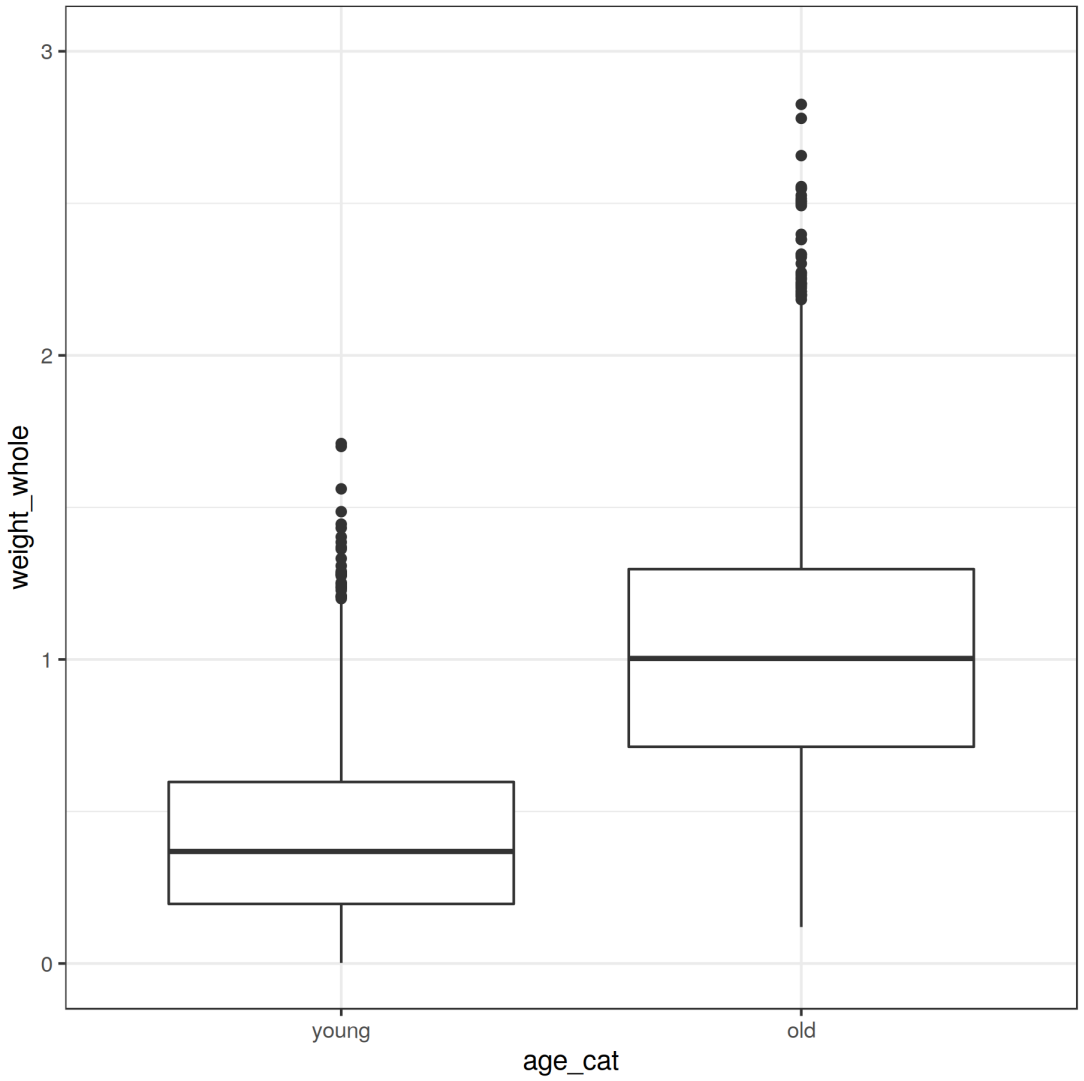
Логистичка регресија

пример



Логистичка регресија

пример



Садржај

Метод најближих суседа

Метод најближих суседа

метод k најближих суседа

енгл. *k-nearest neighbours* (*KNN*)

нека су дати позитивни цео број k, појава x_0 и скуп K који садржи k појава за обучавање које су најближе појави x_0

могуће је проценити условну вероватноћу да појави x_0 одговара класа j

$$Pr(Y=j|X=x_0)=\frac{1}{k}\sum_{i\in K} I(y_i=j)$$

за класу која одговара појави x_0 одређује се класа са највећом процењеном вероватноћом

Метод најближих суседа

- метод *k* најближих суседа
  - избор вредности *k*
  - могућа осетљивост на скале коришћених обележја
    - близина две појаве може бити одређена помоћу функције удаљености на основу вредности предикторских обележја
    - различите скале вредности код предикторских обележја могу утицати на удаљеност између појава
    - над предикторским обележјима може бити извршена стандардизација или поступак нормализације

Метод најближих суседа

стандардизација обележја

- обухвата центрирање и скалирање вредности обележја
- за обележје A нека су a_i вредност, μ_A аритметичка средина и σ_A стандардна девијација
  - тада је одговарајућа стандардизована вредност a_i^s

$$a_i^s = \frac{a_i - \mu_A}{\sigma_A}$$

Метод најближих суседа

пример

```
 1 library(class)
 2
 3 klas.knn <- knn(select(abalon.trn, diameter, weight_whole),
 4             select(abalon.tst, diameter, weight_whole),
 5             abalon.trn$age_cat)
 6
 7 klas.knn.ska <- knn(scale(select(abalon.trn, diameter, weight_whole)),
 8                 scale(select(abalon.tst, diameter, weight_whole)),
 9                 abalon.trn$age_cat)
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Метод најближих суседа

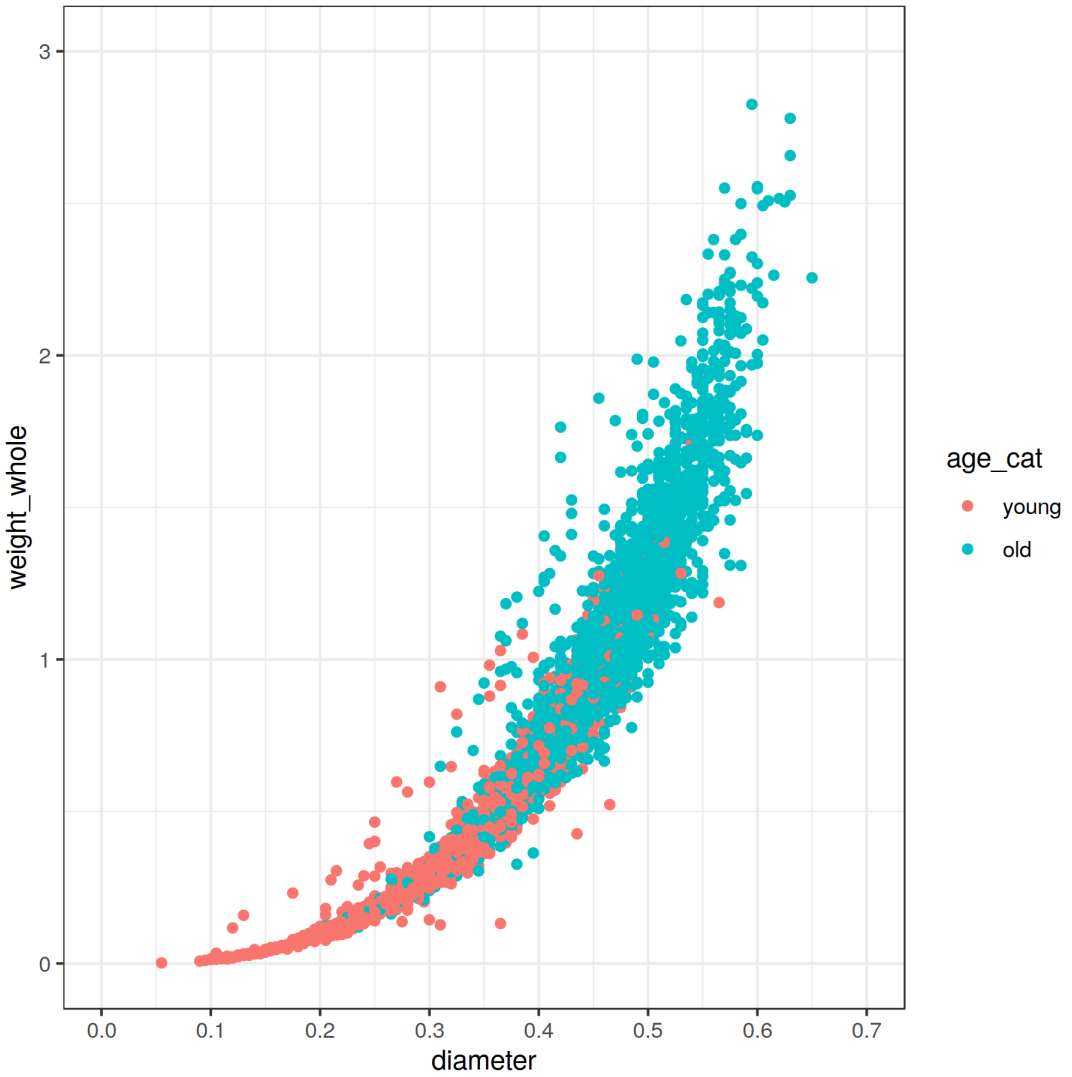
пример

```
> head(klas.knn)
[1] young old   old   old   young old
Levels: young old
> sum(klas.knn == abalon.tst$age_cat)
[1] 623
> sum(klas.knn == abalon.tst$age_cat) / nrow(abalon.tst)
[1] 0.7461078
> head(klas.knn.ska)
[1] young old   old   old   young old
Levels: young old
> sum(klas.knn.ska == abalon.tst$age_cat)
[1] 605
> sum(klas.knn.ska == abalon.tst$age_cat) / nrow(abalon.tst)
[1] 0.7245509
```

КОНЗОЛА

Метод најближих суседа

пример



Садржај

Метод потпорних вектора

- класификатор потпорних вектора
  - енгл. *support vector classifier*
- машина потпорних вектора
  - енгл. *support vector machine* (*SVM*)

Метод потпорних вектора

- хиперраван
  - енгл. *hyperplane*
  - једначина хиперравни у p-димензионалном простору

$$\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p = 0$$

  - хиперраван раздвајања
    - појаве које припадају различитим класама налазе се с различитих страна хиперравни
  - маргина
    - минимална удаљеност између појава и хиперравни раздвајања
  - оптимална хиперраван раздвајања (хиперраван максималне маргине)
    - хиперраван раздвајања код које је минимална удаљеност од појава највећа
  - хиперраван раздвајања не мора постојати у неком посматраном простору с појавама

Метод потпорних вектора

- класификатор потпорних вектора
  - класификација појава применом хиперравни
    - класа дате појаве одређује се на основу тога с које стране хиперравни се појава налази
  - хиперраван се одређује у поступку решавања одговарајућег оптимизационог проблема
    - могуће да постоји појава из скупа за обучавање која се налази с неодговарајуће стране маргине или хиперравни
    - параметар C
  - хиперраван зависи од појава из скупа за обучавање које се налазе на маргини или с неодговарајуће стране маргине
    - потпорни вектори
  - сређени облик
    - нека је S скуп ознака потпорних вектора

$$f(x) = \beta_0 + \sum_{i \in S} \alpha_i \langle x, x_i \rangle$$

Метод потпорних вектора

- машина потпорних вектора
  - примена хиперравни у раздвајању појава различитих класа
  - даљи развој класификатора потпорних вектора
    - могућа примена и у случају нелинеарног раздвајања класа
    - употреба кернел функције
      - простор с већим бројем димензија
    - параметар γ
      - код одабраних кернел функција
  - срећени облик
    - нека је S скуп ознака потпорних вектора а K кернел функција

$$f(x) = \beta_0 + \sum_{i \in S} \alpha_i K(x, x_i)$$

Метод потпорних вектора

- машина потпорних вектора
  - могућност *n*-арне класификације
    - приступ један-на-један (енгл. *one-versus-one*)
      - за сваки пар класа формира се један модел
        - модел се користи у испитивању припадности некој од класа из пара
      - користе се сви модели
      - најчешће одређена класа је резултат класификације
    - приступ сам-против-свих (енгл. *one-versus-all*)
      - за сваку класу формира се један модел
        - модел се користи у испитивању припадности главној класи модела или преосталим класама
      - користе се сви модели
      - најсигурније одређена класа је резултат класификације

Метод потпорних вектора

пример

```
 1 library(e1071)
 2
 3 suvm <- svm(age_cat ~ diameter + weight_whole, data=abalon.trn)
 4
 5 klas.suvm <- predict(suvm, newdata=abalon.tst)
 6 cm.suvm.tst <- confusionMatrix(data=klas.suvm,
 7 reference=abalon.tst$age_cat)
 8
 9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Метод потпорних вектора

пример

```
> summary(suvm)

Call:
svm(formula = age_cat ~ diameter + weight_whole, data = abalon.trn)


Parameters:
   SVM-Type:  C-classification
 SVM-Kernel:  radial
       cost:  1

Number of Support Vectors:  1369

 ( 679 690 )


Number of Classes:  2

Levels:
 young old
```

КОНЗОЛА

Метод потпорних вектора

пример

```
> cm.suvm.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction young old
     young   167  47
     old     109 512

               Accuracy : 0.8132
                 95% CI : (0.785, 0.8391)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.5524

 Mcnemar's Test P-Value : 1.04e-06

            Sensitivity : 0.6051
            Specificity : 0.9159
```

КОНЗОЛА

Метод потпорних вектора

пример

```
> cm.suvm.tst$overall[["Accuracy"]]
[1] 0.8131737
>
```

КОНЗОЛА

Садржај

Стабла одлучивања

Формирање модела заснованих на стаблима одлучивања

- стабло одлучивања
  - енгл. *decision tree*
- метод *Random Forest*
- поступак *XGBoost*

Стабло одлучивања

- структура стабла одлучивања
  - посматраном чвору стабла одговара неки скуп појава које су из скупа за обучавање
    - скуп појава који одговара посматраном чвору обухвата појаве које се налазе у некој области простора вредности предикторских обележја
    - чвору стабла који је директно подређен посматраном чвору одговара неки подскуп од скупа појава који одговара посматраном чвору
      - скупови појава који одговарају чворовима који су директно подређени посматраном чвору заједно представљају једну партицију скупа појава који одговара посматраном чвору
        - партиција скупа појава настаје на основу вредности неког предикторског обележја
    - корену стабла одговара скуп појава који обухвата све појаве из скупа за обучавање
  - стабло одлучивања описује једну поделу простора вредности предикторских обележја на хијерархијски организоване области

Стабло одлучивања

- формирање стабла одлучивања
  - примена поступка рекурзивне бинарне поделе
    - појаве за посматрани чвор стабла се разврставају (деле) у два подскупа на основу критеријума поделе чиме се добијају два подређена чвора
      - разврставање се изводи на основу одабраних вредности одабраног обележја
        - обележје и вредности се бирају тако да разврставање појава у односу на класе буде што боље
        - повољност разврставања се одређује помоћу посебних показатеља (Џини индекс, ентропија...)
      - сваком подскупу одговара један нови директно подређени чвор стабла одлучивања
        - разврставање може бити спроведено и над сваким новим чвором
      - разврставање за посматрани чвор се изводи ако није задовољен неки критеријум за завршетак
        - достигнут одређени минимални број појава у вези с чвором, достигнута одређена дубина у стаблу...
    - разврставање креће од корена стабла, којем одговарају све појаве из скупа за обучавање, и може бити даље примењивано на нове чворове стабла који настају

Стабло одлучивања

формирање стабла одлучивања

- показатељи за одређивање повољности датог разврставања појава у два подскупа
  - утврђивање вредности одабраних показатеља за случај области r и скуп класа C
    - Џини индекс

$$G = \sum_{c \in C} t_c^r \left(1 - t_c^r\right)$$

    - ентропија

$$D = -\sum_{c \in C} t_c^r \log t_c^r$$

  - где је t_c^r удео појава из класе c међу свим појавама у области r

Стабло одлучивања

- класификација за дату појаву
  - пролазак кроз стабло од корена к листовима
  - у сваком унутрашњем чвору испитује се критеријум поделе у односу на вредности предикторског обележја дате појаве
    - услов је придружен свакој од одлазних грана чвора
      - услов обухвата предикторско обележје и вредности
    - бира се она грана чији је придружени услов задовољен за дату појаву
    - следи се одабрана грана до наредног чвора
  - у сваком листу одређује се класа за дату појаву
    - одређена класа је вредност циљног обележја која је најзаступљенија међу појавама повезаним с листом

Стабло одлучивања

- редукција („орезивање”) стабла
  - примењује се због ризика од преучености
    - стабло одлучивања може постати исувише велико те може бити погодно уклонити одређене делове

Стабло одлучивања

пример А

```
 1 library(rpart)
 2 library(rpart.plot)
 3
 4 dtree <- rpart(age_cat ~ diameter + weight_whole,
 5                data=abalon.trn, method="class")
 6
 7 klas.dtree <- predict(dtree, newdata=abalon.tst, type="class")
 8
 9 cm.dtree.tst <- confusionMatrix(klas.dtree,
10                                 reference=abalon.tst$age_cat)
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Стабло одлучивања

пример А

```
> dtree
n= 3342

node), split, n, loss, yval, (yprob)
      * denotes terminal node

 1) root 3342 1131 old (0.3384201 0.6615799)
   2) weight_whole< 0.626 1301  420 young (0.6771714 0.3228286)
     4) weight_whole< 0.34475 628   91 young (0.8550955 0.1449045) *
     5) weight_whole>=0.34475 673  329 young (0.5111441 0.4888559)
      10) weight_whole< 0.44575 229   91 young (0.6026201 0.3973799) *
      11) weight_whole>=0.44575 444  206 old (0.4639640 0.5360360) *
   3) weight_whole>=0.626 2041  250 old (0.1224890 0.8775110) *
>
```

КОНЗОЛА

Стабло одлучивања

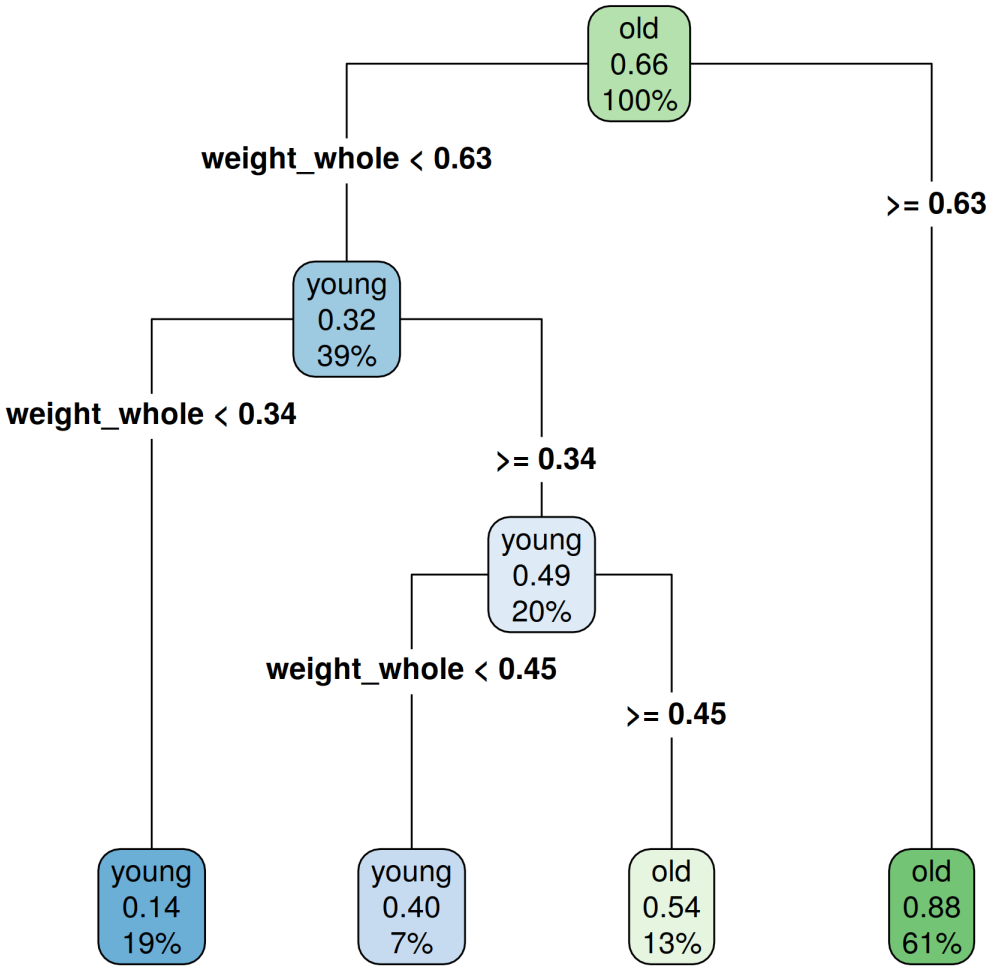
пример А

```
> cm.dtree.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction young old
     young   157  43
     old     119 516

               Accuracy : 0.806
                 95% CI : (0.7775, 0.8323)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.5288

 Mcnemar's Test P-Value : 3.803e-09

            Sensitivity : 0.5688
            Specificity : 0.9231
```

КОНЗОЛА

Стабло одлучивања

пример А



Стабло одлучивања

пример Б

```
1  library(rpart)
2  library(rpart.plot)
3
4  dtree2 <- rpart(age_cat ~ sex + length + diameter + height +
5                    weight_shucked + weight_shell,
6                  data=abalon.trn, method="class",
7                  parms=list(split="information"),
8                  control=list(minsplit=10, cp=0.001, maxdepth=7))
9
10 klas.dtree2 <- predict(dtree2, newdata=abalon.tst, type="class")
11
12 cm.dtree2.tst <- confusionMatrix(klas.dtree2,
13                                  reference=abalon.tst$age_cat)
14
15
16
17
18
19
20
```

УЛАЗ

Стабло одлучивања

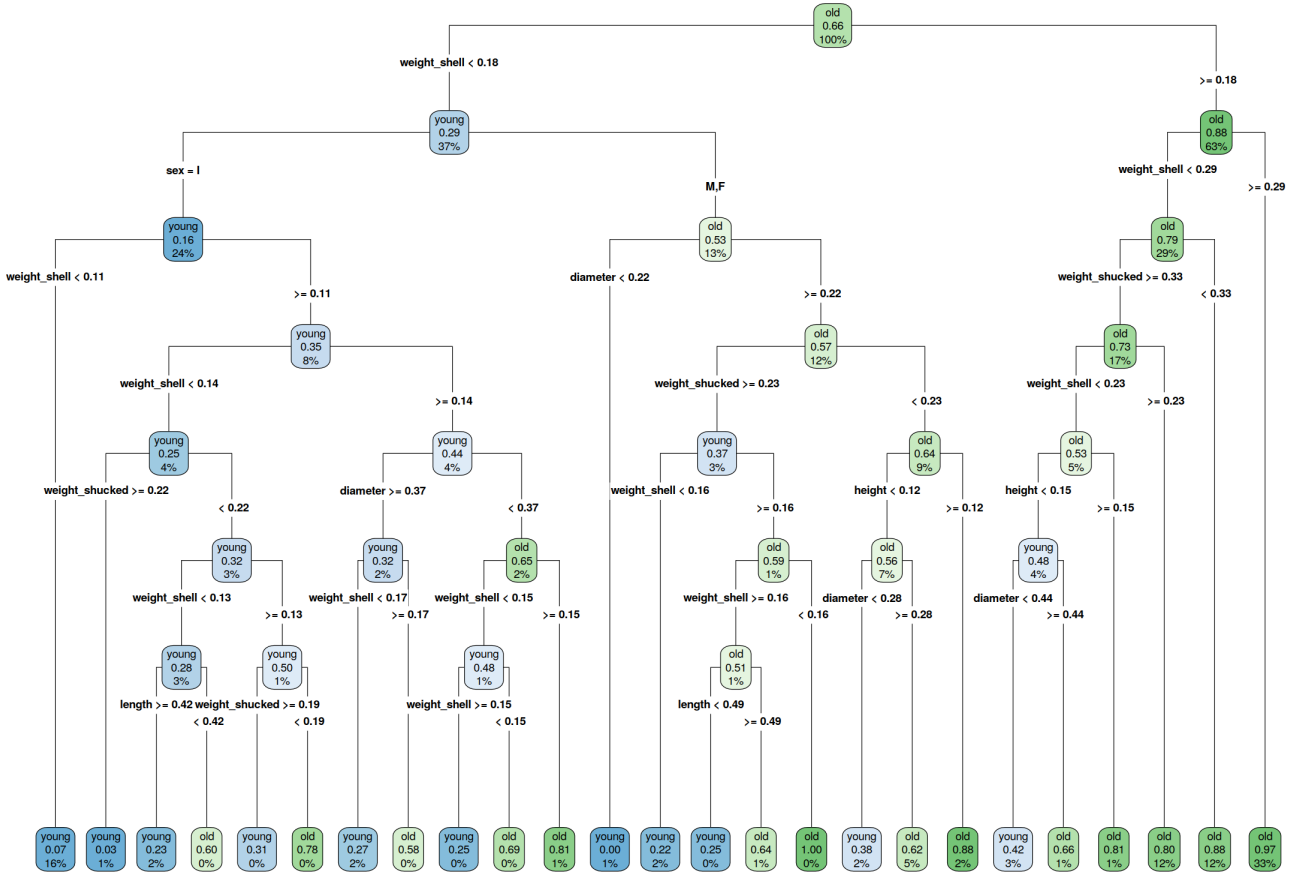
пример Б

```
> cm.dtree2.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction young old
     young   184  54
     old      92 505

               Accuracy : 0.8251
                 95% CI : (0.7977, 0.8503)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.5907

 Mcnemar's Test P-Value : 0.002198

            Sensitivity : 0.6667
            Specificity : 0.9034
```

КОНЗОЛА

Стабло одлучивања

пример Б



Стабло одлучивања

пример Б – редукција („орезивање”)

```
dtree2.pruned <- prune(dtree2, cp=0.02)

klas.dtree2.pruned <- predict(dtree2.pruned, newdata=abalon.tst,
                              type="class")

cm.dtree2.pruned.tst <- confusionMatrix(klas.dtree2.pruned,
                                        reference=abalon.tst$age_cat)
```

УЛАЗ

Стабло одлучивања

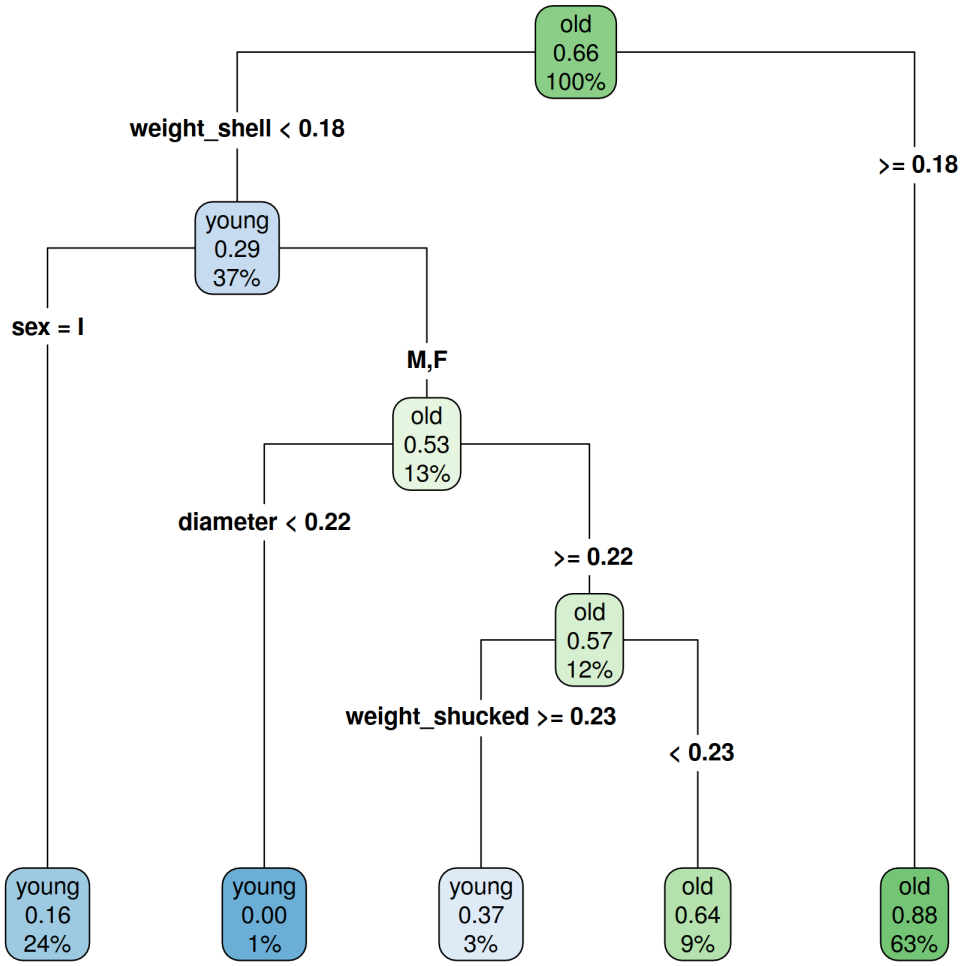
пример Б – редукција („орезивање”)

```
> cm.dtree2.pruned.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction young old
     young   182  34
     old      94 525

               Accuracy : 0.8467
                 95% CI : (0.8205, 0.8705)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.6335

 Mcnemar's Test P-Value : 1.839e-07

            Sensitivity : 0.6594
            Specificity : 0.9392
```

КОНЗОЛА

Стабло одлучивања

пример Б – редукција („орезивање”)



Стабла одлучивања

Метод *Random Forest*

- формира се више стабала одлучивања
  - користи се више узорака с понављањем из скупа за обучавање
  - за сваки узорак формира се стабло одлучивања
    - не изводи се редукција стабла одлучивања
    - приликом поделе разматрају се обележја из случајног узорка предикторских обележја
  - процена грешке
    - одређивање класе појаве применом одређених модела
      - примена оних модела за чије формирање појава није коришћена
- класификација за дату појаву
  - већинско гласање

Метод *Random Forest*

пример

```
library(randomForest)

rf <- randomForest(age_cat ~ sex + length + diameter + height +
                     weight_shucked + weight_shell,
                   data=abalon.trn, ntree=300, mtry=2)
```

УЛАЗ

Стабла одлучивања

Метод *Random Forest*

пример

```
> rf

Call:
 randomForest(formula = age_cat ~ sex + length + diameter + height +
weight_shucked + weight_shell, data = abalon.trn, ntree = 300,      mtry =
2)
               Type of random forest: classification
                     Number of trees: 300
No. of variables tried at each split: 2

        OOB estimate of  error rate: 15.32%
Confusion matrix:
      young  old class.error
young   819  312  0.27586207
old     200 2011  0.09045681
>
```

КОНЗОЛА

Метод *Random Forest*

пример

```
> head(getTree(rf, 5))
  left daughter right daughter split var split point status prediction
1             2              3         4      0.12250      1          0
2             4              5         4      0.10250      1          0
3             6              7         3      0.44250      1          0
4             8              9         6      0.09925      1          0
5            10             11         6      0.16950      1          0
6            12             13         6      0.22450      1          0
>
```

КОНЗОЛА

Стабла одлучивања

Метод *Random Forest*

пример

```
klas.rf <- predict(rf, newdata=abalon.tst, type="response")

cm.rf.tst <- confusionMatrix(klas.rf,
                             reference=abalon.tst$age_cat)
```

УЛАЗ

Метод *Random Forest*

пример

```
> cm.rf.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction young old
     young   186  41
     old      90 518

               Accuracy : 0.8431
                 95% CI : (0.8166, 0.8671)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.6288

 Mcnemar's Test P-Value : 2.743e-05

            Sensitivity : 0.6739
            Specificity : 0.9267
```

КОНЗОЛА

Метод *Random Forest*

пример

```
> predict(rf, newdata=abalon.tst, type="prob")[1:5, ]
      young       old
1 0.4300000 0.5700000
2 0.0000000 1.0000000
3 0.0000000 1.0000000
4 0.1300000 0.8700000
5 0.7366667 0.2633333
>
```

КОНЗОЛА

Метод *Random Forest*

пример

```
> predict(rf, newdata=abalon.tst, type="vote", norm.votes=F)[1:5, ]
  young old
1   129 171
2     0 300
3     0 300
4    39 261
5   221  79
> abalon.tst[1:5, c(1:5, 7, 9, 11)]
# A tibble: 5 x 8
     id sex   length diameter height weight_shucked weight_shell   age
  <int> <fct>  <dbl>    <dbl>  <dbl>          <dbl>        <dbl> <dbl>
1   837 M      0.47     0.375  0.12           0.266        0.169   9.5
2  2862 F      0.72     0.565  0.17           0.723        0.494  13.5
3  3828 M      0.68     0.54   0.195          0.556        0.428  12.5
4  1188 M      0.685    0.52   0.165          0.699        0.4    11.5
5   437 I      0.36     0.275  0.095          0.084        0.09    8.5
>
```

КОНЗОЛА

Поступак *XGBoost*

пример

```
library(xgboost)
library(forcats)

abalon.trn.num <- abalon.trn %>%
  select(sex:height, weight_shucked, weight_shell) %>%
  mutate(sex=as.numeric(sex)) %>%
  as.matrix()
abalon.trn.num.klas <- as.numeric(abalon.trn$age_cat) - 1

abalon.tst.num <- abalon.tst %>%
  select(sex:height, weight_shucked, weight_shell) %>%
  mutate(sex=as.numeric(sex)) %>%
  as.matrix()
abalon.tst.num.klas <- as.numeric(abalon.tst$age_cat) - 1
```

УЛАЗ

Поступак *XGBoost*

пример

```
xgbo <- xgboost(data=abalon.trn.num,
                label=abalon.trn.num.klas,
                eta=0.1, max_depth=2, nround=100,
                objective="binary:logistic",
                verbose=1, print_every_n=10)
```

УЛАЗ

Поступак *XGBoost*

пример

```
klas.xgbo <- predict(xgbo, newdata=abalon.tst.num)

cm.xgbo.tst <- confusionMatrix(as_factor(round(klas.xgbo)),
                               reference=as_factor(abalon.tst.num.klas))
```

УЛАЗ

Поступак *XGBoost*

пример

```
> cm.xgbo.tst
Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction   0   1
         0 183  33
         1  93 526

               Accuracy : 0.8491
                 95% CI : (0.823, 0.8727)
    No Information Rate : 0.6695
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

                  Kappa : 0.6392

 Mcnemar's Test P-Value : 1.471e-07

            Sensitivity : 0.6630
            Specificity : 0.9410
```

КОНЗОЛА

Стабла одлучивања

Додатак

формуле у језику *R*

знак **~**

однос између зависне и независне променљиве

```
y ~ x
```

знак **+**

линеарна веза између променљивих

```
y ~ x1 + x2
```

знак **0**

уклањање слободног члана

```
y ~ 0 + x
```

знак **1**

експлицитно навођење слободног члана

```
y ~ 1 + x
```

Стабла одлучивања

Додатак

формуле у језику *R*

- функција **`I()`**
  - очување уобичајене аритметичке интерпретације задатог израза

    ```
    y ~ x + I(x^2) + I(x^3)
    ```

- знак **`:`**
  - интеракција између променљивих

    ```
    y ~ x1:x2
    ```

- знак **`*`**
  - променљиве са интеракцијама између променљивих

    ```
    y ~ x1*x2
    ```

    исто као `y ~ x1 + x2 + I(x1 * x2)`
- знак **`^`**
  - променљиве са интеракцијама између променљивих, до одређеног степена

    ```
    y ~ (x1 + x2 + x3)^2
    ```

    исто као `y ~ (x1 + x2 + x3)*(x1 + x2 + x3)`

Стабла одлучивања

Додатак

формуле у језику *R*

знак **-**

уклањање променљивих

```
y ~ a*b - a:b
```

знак **.**

означава све оне променљиве које нису већ експлицитно наведене

```
y ~ .
```

Садржај

Извори и литература

Основни извори и литература

- James G, Witten D, Hastie T, Tibshirani R. An introduction to statistical learning: With applications in R. Springer; 2013.
- Shalev-Shwartz S, Ben-David S. Understanding machine learning: From theory to algorithms. Cambridge University Press; 2014.
- R: A language and environment for statistical computing – Reference index – The R core team – Version 4.2.3 (2023-03-15). Internet: https://cran.r-project.org/doc/manuals/r-release/fullrefman.pdf
- CRAN - Package ggplot2. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html
- CRAN - Package forcats. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/forcats/index.html

Извори и литература

Основни извори и литература

- CRAN - Package caret. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/caret/index.html
- CRAN - Package e1071. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/e1071/index.html
- CRAN - Package rpart. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/rpart/index.html
- CRAN - Package rpart.plot. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/rpart.plot/index.html
- CRAN - Package randomForest. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/randomForest/index.html
- CRAN - Package xgboost. Internet: https://cran.r-project.org/web/packages/xgboost/index.html

Извори и литература

Основни извори података

- скуп података **`abalon`**
  - UCI Machine Learning Repository
    - Dua, D. and Graff, C. (2019). UCI Machine Learning Repository [http://archive.ics.uci.edu/ml]. Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science.
  - Подаци о абалонима с Тасманије (Аустралија)
    - датотека *abalone.data*
    - Abalone Data Set (од 1. 12. 1995)
      - https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Abalone (преузето 13. 4. 2021)

Мастер академске студије
Рачунарство и аутоматика

Рачунарство високих перформанси у информационом инжењерингу

Основи класификације

(материјали за предавања)